



Sancrey Rodrigues Alves

**Aplicações do método tipo Jacobi
quaterniônico**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada do Departamento de Matemática da PUC-Rio

Orientador : Prof. Derek Hacon
Co-Orientador: Prof. Therezinha de Souza Costa

Rio de Janeiro
Abril de 2008.



Sancrey Rodrigues Alves

**Aplicações do método tipo Jacobi
quaterniônico**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada do Departamento de Matemática do Centro Técnico e Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Derek Hacon

Orientador

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Therezinha de Souza Costa

Co-Orientador

Departamento de Informática — PUC-Rio

Prof. Sinésio Pesco

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Juliana Vianna Valério

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 11 de Abril de 2008.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Sancrey Rodrigues Alves

Bacharel em Informática pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ)

Licenciado em Matemática pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ)

Ficha Catalográfica

Alves, Sancrey R.; Hacon, Derek D. J.; Costa, Therezinha de S.

Aplicações do método tipo Jacobi quaterniônico / Sancrey Rodrigues Alves; orientador: Derek Hacon; co-orientador: Therezinha de Souza Costa. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Matemática, 2008..

v., 58 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Tese. 2. Análise numérica. 3. Métodos de Jacobi. I. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. II. Título.

CDD: 510

Agradecimentos

A Deus, pela criação e pelo dom da vida.

A meus pais, incansáveis guerreiros.

Aos meus irmãos, por serem a maior lembrança viva do meu passado.

Ao professor Derek Hacon, pela sua generosa paciência e boa vontade.

À professora Therezinha, pela dedicação no exercício da docência e por seus valiosos conhecimentos numéricos.

A todos do Departamento de Matemática da PUC-Rio pela acolhida, ajuda e motivação no decorrer da minha estadia no mesmo.

Resumo

Alves, Sancrey R.; Hacon, Derek D. J.; Costa, Therezinha de S.;
; . **Aplicações do método tipo Jacobi quaterniônico**. Rio de
Janeiro, 2008.. 58p. Dissertação de Mestrado — Departamento de
Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O método tipo-Jacobi quaterniônico foi proposto em 1993.

Vários estudos provaram sua convergência e melhoraram a teoria proposta desde então.

O presente trabalho realiza uma síntese do método tipo-Jacobi quaterniônico, apresentando aplicações do mesmo a diferentes tipos de matrizes.

Palavras-chave

Análise numérica. Métodos de Jacobi.

Abstract

Alves, Sancrey R.; Hacon, Derek D. J.; Costa, Therezinha de S.; ;
. **Quaternionic Jacobi method applications**. Rio de Janeiro,
2008.. 58p. MsC Thesis — Departament of Mathematics, Pontifícia
Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The quaternionic Jacobi method was proposed on 1993.

Lots of studies has proved his convergence and also has improved the theory
proposed.

This document makes a survey of this method.

Keywords

Jacobi Methods. Numerical analysis.

Sumário

Lista de figuras	8
Lista de tabelas	9
1 Introdução	10
1.1 Motivação	10
1.2 Estrutura do trabalho	11
2 Conceitos fundamentais para compreensão do método	12
2.1 Conceitos fundamentais sobre a teoria dos Quatérnios	12
2.2 Produto Tensorial	15
2.3 Alguns isomorfismos importantes. . .	16
3 O método Jacobi quaterniônico para matrizes anti-simétricas	19
3.1 O Método de Jacobi	19
3.2 Rotações e quatérnios	20
3.3 Redução das matrizes 4×4 anti-simétricas	23
3.4 Convergência do método qJ para matrizes bloco anti-simétricas	25
3.5 Resultados numéricos	29
4 O algoritmo tipo-Jacobi quaterniônico para Matrizes Normais	35
4.1 Quatérnios para a determinação do espectro de Matrizes Simétricas	35
4.2 Aplicação do método tipo-Jacobi quaterniônico a uma matriz simétrica	37
4.3 O caso da Matrizes Normais...	38
5 Matrizes Hamiltonianas	42
5.1 Conceitos Importantes	42
5.2 Matrizes Hamiltonianas Simétricas	45
5.3 Anti-simétrica Hamiltoniana	47
5.4 Simétrica anti-Hamiltoniana	48
5.5 Anti-simétrica anti-Hamiltoniana	48
5.6 Resultados Numéricos	52
6 Conclusões	54
Referências Bibliográficas	56
apendice	58
A Base quaterniônica para \mathcal{M}_4	58

Lista de figuras

3.1	<i>Convergência para uma matriz de ordem 100 utilizando o método qJ</i>	31
3.2	<i>Hx é uma reflexão de Householder do vetor x através do plano perpendicular a w</i>	33
4.1	<i>Norma dos elementos de uma matriz normal antes de primeira iteração do algoritmo</i>	40
4.2	<i>Norma dos elementos de uma matriz normal após a terceira iteração do algoritmo</i>	40
4.3	<i>Norma dos elementos de uma matriz normal após dez iterações do algoritmo</i>	41
5.1	Convergência para uma matriz simétrica Hamiltoniana de ordem 100 utilizando o método qJ	52
5.2	Convergência para uma matriz anti-simétrica anti-Hamiltoniana de ordem 100 utilizando o método qJ	53

Lista de tabelas

3.1	<i>Precisão obtida no decorrer do tempo de execução do algoritmo tipo-Jacobi quaterniônico para matrizes cujos elementos foram gerados aleatoriamente</i>	31
3.2	<i>Comparação de execução entre o método qJ e o método QR clássico para matrizes de ordens 4 e 10</i>	32
3.3	<i>Comparação de execução entre o método qJ e o método QR clássico para matrizes de ordens 50 e 100</i>	32
3.4	<i>Comparação de execução entre o método qJ e o método QR Householder para matrizes de ordens 4 e 10</i>	33
3.5	<i>Comparação de execução entre o método qJ e o método QR Householder para matrizes de ordens 50 e 100</i>	34
4.1	<i>Execução do algoritmo tipo-Jacobi quaterniônico para uma matriz de ordem 10 cujos elementos encontram-se no intervalo $[-10, +10]$</i>	37
4.2	<i>Tabela dos valores obtidos no cálculo dos autovalores da matriz simétrica de ordem 10</i>	38
5.1	<i>Matrizes 4×4 Hamiltonianas (H) e anti-Hamiltonianas (W)</i>	43