2
Revisão do Modelo Padrão de Partículas Elementares

Este capítulo tem por objeitvo apresentar os conceitos e ferramentas fundamentais utilizados em física de neutrinos. Começamos fazendo uma breve revisão de teoria de gauge, que é fundamental para o entendimento de qualquer teoria que envolva uma das interações fundamentais. Em seguida destacamos alguns aspectos do modelo padrão de física de partículas [39, 40].

2.1
Teorias de gauge

Em física, teorias de gauge são uma classe de teorias físicas baseada na idéia de que transformações de simetria podem ser realizadas tanto localmente quanto globalmente. Muitas teorias em física são descritas por lagrangeanas que são invariantes sob determinadas transformações de simetrias. Esta seção introduz o conceito de teorias de gauge, que é indispensável para qualquer teoria física que envolva qualquer uma das interações fundamentais.

2.1.1
Teorias de gauge abelianas

Como exemplo de uma teoria de gauge abeliana [41], consideremos a interação do campo eletromagnético com o campo de Dirac. A lagrangeana de Dirac pode ser escrita como [1]:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - \mathrm{m})\psi. \tag{2.1}$$

Onde os $\gamma^{\mu\prime}$s são as matrizes gama de Dirac 4×4 com $\mu = 0, 1, 2, 3$ satisfazendo as relações de anti-comutação

$$\{\gamma^{\mu}, \gamma^{\nu}\} = 2g^{\mu\nu}, \tag{2.2}$$

[1] Aqui daremos uma descrição muito breve do que conhecemos como QED(do inglês "*Quantum EletroDynamics*"), existem muitos bons textos sobre o assunto, sugerimos [42] para uma discussão bastante completa do assunto.

onde $g^{\mu\nu}$ é tensor métrico do espaço-tempo, e a condição de hermiticidade

$$\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 \tag{2.3}$$

representando espinores. Esta lagrangeana é invariante sob transformações globais de gauge. Em outras palavras, a seguinte transformação

$$\psi \rightarrow \mathrm{e}^{i\mathrm{q}\alpha} \psi \tag{2.4}$$

não altera a lagrangeana, como pode ser observado abaixo,

$$\mathcal{L} = \mathrm{e}^{-i\mathrm{q}\alpha} \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - \mathrm{m}) \mathrm{e}^{i\mathrm{q}\alpha} \psi.$$

Como o parâmetro α não depende das coordenadas do espaço-tempo, temos:

$$\mathcal{L} = \mathrm{e}^{-i\mathrm{q}\alpha} \mathrm{e}^{i\mathrm{q}\alpha} \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - \mathrm{m}) \psi$$

de onde concluímos que,

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - \mathrm{m}) \psi.$$

Esta transformação é chamada de transformação de gauge global pois o parâmetro α não depende das coordenadas espaço-temporais. Se o mesmo parâmetro α depender das coordenadas do espaço-tempo, dizemos então que a transformação de gauge é do tipo local. Vejamos agora que a lagrangeana definida acima não é invariante sob uma transformação de gauge local,

$$\psi \rightarrow \mathrm{e}^{i\mathrm{q}\alpha(\mathrm{x})} \psi. \tag{2.5}$$

Substituindo a tranformação acima na lagrangeana de Dirac, encontramos que neste caso a lagrangeana não é mais invariante, pois

$$\mathcal{L} = \mathrm{e}^{-i\mathrm{q}\alpha(\mathrm{x})} \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - \mathrm{m}) \mathrm{e}^{i\mathrm{q}\alpha(\mathrm{x})} \psi$$

$$\mathcal{L} = \mathrm{e}^{-i\mathrm{q}\alpha(\mathrm{x})} \bar{\psi} i\gamma^\mu \partial_\mu \left(\mathrm{e}^{i\mathrm{q}\alpha(\mathrm{x})} \psi \right) - \mathrm{e}^{-i\mathrm{q}\alpha(\mathrm{x})} \bar{\psi} \mathrm{m} \mathrm{e}^{i\mathrm{q}\alpha(\mathrm{x})} \psi$$

$$\mathcal{L} = \mathrm{e}^{-i\mathrm{q}\alpha(\mathrm{x})} \bar{\psi} (-q) \mathrm{e}^{i\mathrm{q}\alpha(\mathrm{x})} \gamma^\mu (\partial_\mu \alpha(\mathrm{x})) \psi + \mathrm{e}^{-i\mathrm{q}\alpha(\mathrm{x})} \mathrm{e}^{i\mathrm{q}\alpha(\mathrm{x})} \bar{\psi} \partial_\mu \psi - \mathrm{e}^{-i\mathrm{q}\alpha(\mathrm{x})} \bar{\psi} \mathrm{m} \mathrm{e}^{i\mathrm{q}\alpha(\mathrm{x})} \psi.$$

Rearranjando os termos da equação acima, encontramos que a lagrangeana possui um termo extra devido à dependência do parâmetro α com as coordenadas do espaço-tempo,

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L} + \mathrm{q}\bar{\psi}\gamma^{\mu}\psi\partial_{\mu}\alpha(x).$$

Para contornar esse problema, devemos introduzir um novo campo A_{μ}, chamado de campo de gauge. Este novo campo é introduzido na teoria via derivada covariante que é definida por

$$\mathcal{D}_{\mu} = \partial_{\mu} + i\mathrm{q}\mathrm{A}_{\mu}, \tag{2.6}$$

onde o campo A_{μ} deve transformar-se como

$$\mathrm{A}_{\mu} \rightarrow \mathrm{A}_{\mu} + \partial_{\mu}\alpha \tag{2.7}$$

Com isso temos que a lagrangeana

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^{\mu}\mathcal{D}_{\mu} - \mathrm{m})\psi \tag{2.8}$$

é invariante sob tranformação de gauge local. Um outro termo que é invariante de gauge que pode ser incorporado à lagrangeana, é o termo referente ao campo eletromagnético livre. Assim, uma lagrangeana mais completa seria uma que combinasse a lagrangeana de Dirac e a lagrangeana do campo eletromagnético

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^{\mu}\mathcal{D}_{\mu} - \mathrm{m})\psi + \frac{1}{4}\mathrm{F}_{\mu\nu}\mathrm{F}^{\mu\nu} \tag{2.9}$$

onde

$$\mathrm{F}_{\mu\nu} = \partial_{\mu}\mathrm{A}_{\nu} - \partial_{\nu}\mathrm{A}_{\mu}. \tag{2.10}$$

A conclusão que tiramos desse desenvolvimento é que para fazermos uma teoria invariante sob transformações de U(1) devemos introduzir o campo eletromagnético interagindo com o campo de Dirac. Este último formato da densidade lagrangeana descreve um campo vetorial sem massa. Uma pergunta natural que pode surgir é se nessas condições é possível dar massa ao campo vetorial mantendo a invariância de gauge. A resposta seria "não", pois o termo de massa $\mathrm{A}_{\mu}\mathrm{A}^{\mu}$ não é invariante de gauge sob transformações de U(1). Assim, uma lagrangeana invariante de gauge que descreva a interação de um campo vetorial com um campo espinorial, necessariamente significa que o campo vetorial não é massivo.

2.1.2
Teorias de gauge não-abelianas

Pode-se construir uma teoria semelhante à QED mas com simetria $SU(n)$ [41, 43]. Vamos supor que queremos uma teoria que tenha um certo número de campos espinoriais de Dirac ψ_i, $i = 1, ..., s$ interagindo com um certo número de campos vetoriais A_a^μ, $a = 1, ..., r$. Será conveniente juntar os campos de Dirac num vetor coluna o qual vamos denotar por ψ. Assim temos:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_s \end{pmatrix}. \tag{2.11}$$

Onde cada espinor ψ_i possui quatro componentes, neste caso temos $4s$ componentes.

Uma teoria invariante de gauge pode ser iniciada dando a cada campo de Dirac uma "carga"para seu acoplamento a cada campo vetorial A_a^μ, e seguir os mesmos passos feitos na subseção anterior. Podemos generalizar as transformações de gauge feitas anteriormente para

$$\psi \rightarrow \mathrm{e}^{i\alpha_i \frac{\tau^i}{2}}\psi = \mathcal{S}\psi, \tag{2.12}$$

onde $\alpha_i = \alpha_i(x)$ são os parâmetros, τ_i são os geradores do grupo[2] e o somatório em i vai de 1 a n^2-1. Tal tranformação é chamada de transformação de isospin ou transformação isotópica. A lagrangeana desta teoria pode ser escrita como:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu - \mathbf{M})\psi. \tag{2.13}$$

Onde introduzimos a derivada covariante, como antes, para manter a simetria e M é a matriz de massa com as massas dos campos:

[2]Podemos representar a álgebra de $SU(n)$ como:

$$\left[\frac{\tau^i}{2}, \frac{\tau^j}{2}\right] = if^{ijk}\frac{\tau^k}{2}$$

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix}. \tag{2.14}$$

Mas o termo de massa não é um invariante de gauge, a não ser que as massas dos campos sejam iguais, neste caso a lagrangeana pode ser reescrita como

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu - m)\psi. \tag{2.15}$$

A derivada covariante generalizada tem a forma

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + igW_\mu^i \frac{\tau^i}{2}, \tag{2.16}$$

onde g é uma constante de acoplamento e W_μ^i são os campos de gauge, cuja lei de transformação é da forma

$$W_\mu^i \to W_\mu^i + \frac{1}{g}\partial_\mu \alpha^i - f^{ijk}\alpha^j W_\mu^k. \tag{2.17}$$

Não é difícil mostrar que para uma teoria não-abeliana o tensor intensidade do campo eletromagnético recebe um termo extra e sua lei de transformação é diferente da obtida para o caso abeliano, sendo que desta vez o termo $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ não é invariante e portanto não serve para ser usado como termo de campo livre. É importante lembrar que ainda não conhecemos a forma de $F_{\mu\nu}$ para o caso não-abeliano. Nosso objetivo agora é encontrar uma expressão não-abeliana para $F_{\mu\nu}$. Isto pode ser feito definindo:

$$F_{\mu\nu} = -ig^{-1}[\mathcal{D}_\mu, \mathcal{D}_\nu]. \tag{2.18}$$

Calculando o comutador das derivadas covariantes atuando sobre um campo arbitrário ϕ, e utilizando a definição (2.18) tem-se:

$$F_{\mu\nu}\phi = -ig^{-1}[\partial_\mu + igW_\mu^i \frac{\tau^i}{2}, \partial_\mu + igW_\nu^j \frac{\tau^j}{2}]\phi$$

$$F_{\mu\nu}\phi = -ig^{-1}\left[(\partial_\mu + igW_\mu^i \frac{\tau^i}{2})(\partial_\nu + igW_\nu^j \frac{\tau^j}{2}) - (\partial_\nu + igW_\nu^j \frac{\tau^j}{2})(\partial_\mu + igW_\mu^i \frac{\tau^i}{2})\right]\phi.$$

Arrumando os termos e agrupando-os em comutadores temos:

$$[\mathcal{D}_\mu, \mathcal{D}_\nu]\phi = [\partial_\mu, \partial_\nu]\,\phi + ig\left[W^i_\mu \frac{\tau^i}{2}, \partial_\nu\right]\phi - ig\left[W^j_\nu \frac{\tau^j}{2}, \partial_\mu\right]\phi + g^2\left[W^j_\nu \frac{\tau^j}{2}, W^i_\mu \frac{\tau^i}{2}\right]\phi.$$

Levando em consideração a álgebra de $SU(n)$ encontra-se:

$$F^i_{\mu\nu} = \partial_\mu W^i_\nu - \partial_\nu W^i_\mu + g f^{ijk} W^j_\mu W^k_\nu. \tag{2.19}$$

Porém, é sabido que o traço de $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ continua sendo invariante, então podemos escrever a lagrangeana total como

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu - m)\psi - \mathrm{Tr}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}). \tag{2.20}$$

Essa lagrangeana pode ser expressada de uma forma mais clara, em outras palavras, calculando o traço temos a lagrangeana completa invariante sob transformações de $SU(n)$:

$$\mathrm{Tr}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) = \mathrm{Tr}(F^i_{\mu\nu}\frac{\tau^i}{2}F^{k\mu\nu}\frac{\tau^k}{2})$$
$$\mathrm{Tr}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) = \mathrm{Tr}(F^i_{\mu\nu}F^{k\mu\nu}\frac{\tau^i}{2}\frac{\tau^k}{2})$$

$$\mathrm{Tr}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) = \frac{1}{4}F^i_{\mu\nu}F^{k\mu\nu}\mathrm{Tr}(\tau^i\tau^k).$$

Da álgebra de Lie sabe-se que [44, 45, 41]:

$$\tau^i\tau^k = \delta^{ik} + i f^{ikj}\tau^j,$$

com isso podemos escrever:

$$\mathrm{Tr}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) = \frac{1}{4}F^i_{\mu\nu}F^{k\mu\nu}\mathrm{Tr}(\delta^{ik} + i f^{ikj}\tau^j)$$
$$\mathrm{Tr}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) = \frac{1}{4}F^i_{\mu\nu}F^{k\mu\nu}\mathrm{Tr}(\delta^{ik}) + \frac{1}{4}F^i_{\mu\nu}F^{k\mu\nu} i f^{ikj}\mathrm{Tr}(\tau^j).$$

Mas $\mathrm{Tr}(\tau^j) = 0$, então:

$$\mathrm{Tr}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) = \frac{1}{4}F^i_{\mu\nu}F^{k\mu\nu}\mathrm{Tr}(\delta^{ik}) = \frac{1}{4}F^i_{\mu\nu}F^{k\mu\nu}\delta^{ik}\mathrm{Tr}(1),$$

de onde chegamos na expressão final para o traço:

$$\mathrm{Tr}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) = \frac{n}{4}F^i_{\mu\nu}F^{i\mu\nu}. \tag{2.21}$$

Em 2.21 n está relacionado à dimensão do espaço de $SU(n)$ em questão. Para $SU(2)$ 2.21 torna-se:

$$\mathrm{Tr}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) = \frac{1}{2}F^i_{\mu\nu}F^{i\mu\nu}.$$

A lagrangeana final é expressada por:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi + \frac{g}{2}\bar{\psi}\gamma^\mu\tau^i\psi W^i_\mu - \frac{n}{4}(F^i_{\mu\nu}F^{i\mu\nu}). \tag{2.22}$$

2.2 O Modelo padrão de partículas elementares

O modelo padrão de interações fundamentais descreve as interações forte, fraca e eletromagnética de partículas elementares. Este modelo é baseado no princípio do gauge, segundo o qual todas as forças da natureza são mediadas por uma troca dos campos de gauge do correspondente grupo de simetria local [46, 47, 40, 39]. O grupo de simetria do modelo padrão é:

$$SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1), \tag{2.23}$$

onde o subíndice C é utilizado para indicar que $SU(3)$ é o grupo de cor, o subíndice L indica a natureza quiral do grupo[3] $SU(2)$ e o subíndice Y representa a hipercarga. O conteúdo de partículas do Modelo Padrão é apresentado na tabela 2.1. Para nossa discussão estaremos interessados somente no setor eletrofraco da teoria representado pelo grupo de gauge mais geral $SU(2) \otimes U(1)$, é importante ressaltar que daqui em diante omitiremos os subíndices por simplicidade.

Um fato importante que vale a pena comentar é que, a escolha do grupo de gauge permite determinar quais são os campos vetoriais da teoria, seus termos cinéticos e de auto-interação (através do tensor de força), e como se dá o acoplamento entre estes campos e os demais campos do Modelo Padrão (através da derivada covariante). Para este grupo a derivada covariante mais geral tem a forma:

[3]Em termos gerais queremos dizer que apenas férmions de mão-esquerda (*left-handed*) se transformam não-trivialmente por este grupo de simetria.

Léptons	Quarks	Campos de Gauge
e^-, ν_e	u, d	$W^{\pm}_{\mu}, Z^0_{\mu}$
μ^-, ν_{μ}	c, s	A_{μ}
τ^-, ν_{τ}	b, t	$g^a_{\mu}, a = 1, \ldots, 8$

Tabela 2.1: Contéudo de partículas no Modelo Padrão.

$$\mathcal{D}_{\mu} = \partial_{\mu} + igW^i_{\mu}\frac{\tau^i}{2} + ig'YB_{\mu}, \tag{2.24}$$

onde τ^i e Y são os geradores dos grupos $SU(2)$ e $U(1)$, respectivamente. Enquanto que g e g' são as constantes de acoplamento fraca e de hipercarga. Os tensores de força que fornecem os termos cinéticos para os bósons de gauge e de auto-interação são dados pela equação (2.19).

Diversos experimentos demonstraram que processos eletrofracos envolvem violação de paridade, ou seja, observou-se que as componentes de mão-esquerda (left-handed) e de mão-direita (right-handed) estão acopladas aos campos de gauge com constantes de acoplamento distintas. Essas componentes são definidas como:

$$\psi^a_L = \frac{1-\gamma^5}{2}\psi^a(\textit{left-handed}),$$

$$\psi^a_R = \frac{1+\gamma^5}{2}\psi^a(\textit{right-handed}).$$

De posse desta informação pode-se concluir que as componentes de mão-esquerda e de mão-direita pertencem a multipletos diferentes. De fato, as observações experimentais constataram que os processos que envolvem correntes carregadas (mediadas pelos bósons massivos $W^{\pm}$) são do tipo $V-A$, violando maximalmente a paridade [48].

Portanto, no modelo eletrofraco criado por Glashow, Weinberg e Salam, assume-se a quebra espontânea de simetria [46] de tal maneira que apenas um dos geradores seja conservado, correspondendo ao campo eletromagnético[4] A_{μ}. Vamos ver como se dá essa quebra espontânea de simetria [48]. Introduzimos

[4]O mecanisno responsável por essa quebra de simetria é o chamado *Mecanismo de Higgs* [48] baseado na teoria de *Ginzburg-Landau* de transições de fase em supercondutividade. Na verdade o *Mecanismo de Higgs* é a generalização relativística da teoria de *Ginzburg-Landau*.

agora, um dubleto complexo de campos escalares

$$\phi \equiv \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \tag{2.25}$$

com hipercarga fraca $Y_\phi = +1$. Adicionamos à nova lagrangena (invariante de gauge) termos para interação e propagação dos campos escalares, então

$$\mathcal{L}_{escalar} = (D_\mu\phi)^\dagger (D^\mu\phi) - V\left(\phi^\dagger\phi\right), \tag{2.26}$$

onde a derivada covariante é dada pela equação (2.24) e o potencial tem a forma

$$V\left(\phi^\dagger\phi\right) = \mu^2\left(\phi^\dagger\phi\right) + |\lambda|\left(\phi^\dagger\phi\right)^2. \tag{2.27}$$

Aqui $|\lambda|$ é o parâmetro de auto-interação e μ^2 um parâmetro qualquer (que mais tarde terá um significado importante na teoria). A simetria eletrofraca é espontaneamente quebrada se tivermos $\mu^2 < 0$. O mínimo de energia, ou estado de vácuo, pode ser escolhido como o valor esperado, a saber

$$\langle\phi\rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \tag{2.28}$$

onde

$$v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{|\lambda|}}. \tag{2.29}$$

Vamos verificar agora que o estado de vácuo quebra a simetria de gauge. O estado de vácuo $\langle\phi\rangle_0$ é invariante sob uma transformção de simetria $e^{i\alpha\mathcal{G}}$ correspondendo ao gerador $\mathcal{G}$ do grupo de simetrias associado desde que $e^{i\alpha\mathcal{G}}\langle\phi\rangle_0 = \langle\phi\rangle_0$, ou seja, se tivermos $\mathcal{G}\langle\phi\rangle_0 = 0$. Vamos fazer esse cálculo

$$\tau_1\langle\phi\rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{v}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0\,, \tag{2.30}$$

$$\tau_2\langle\phi\rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i\frac{v}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0\,, \tag{2.31}$$

$$\tau_3 \langle\phi\rangle_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \neq 0 \,, \tag{2.32}$$

$$Y_\phi \langle\phi\rangle_0 = +1 \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \neq 0 \,. \tag{2.33}$$

Com isso mostramos que a simetria do grupo $SU(2)$ é quebrada pelo vev[5]. Por fim, falta fazermos o operador de carga Q, que é calculado pela relação de Gell-Mann e Nishijima

$$Q = \tau_3 + \frac{Y}{2}, \tag{2.34}$$

onde Q é a carga elétrica, Y é a hipercarga e τ_3 é a terceira componente do isospin fraco, atuar sobre $\langle\phi\rangle_0$, ou seja, sobre o estado de vácuo(eletricamente neutro), fazendo isso encontramos que

$$Q \langle\phi\rangle_0 = \frac{1}{2}(\tau_3 + Y_\phi) \langle\phi\rangle_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{2.35}$$

Como era de se esperar a simetria associada ao grupo $U(1)$ continua sendo mantida ao contrário da simetria associada ao grupo $SU(2)$. Com isso mostramos que o grupo composto do modelo padrão reduz-se ao grupo do eletromagentismo, ou seja, temos que $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \longrightarrow U(1)_{em}$. Existe uma interpretação mais profunda para este fenômeno. O fato da simetria do grupo $SU(2)$ ser quebrada e a do grupo $U(1)$ ser mantida, significa que os bósons mediadores da força fraca adquirem massa, enquanto que o bóson mediador da interação eletromagnética, o fóton, não adquire massa.

[5]valor esperado do vácuo.

Léptons	Carga	Isospin	Massa
e^-	-1	$-\frac{1}{2}$	$\neq 0$
e^+	$+1$	0	$\neq 0$
ν_e	0	$+\frac{1}{2}$	$= 0$
μ^-	-1	$-\frac{1}{2}$	$\neq 0$
μ^+	$+1$	0	$\neq 0$
ν_μ	0	$+\frac{1}{2}$	$= 0$
τ^-	-1	$-\frac{1}{2}$	$\neq 0$
τ^+	$+1$	0	$\neq 0$
ν_τ	0	$+\frac{1}{2}$	$= 0$

Tabela 2.2: Setor leptônico do modelo padrão de partículas elementares. Aqui estamos considerando somente partículas do tipo mão-esquerda.

2.2.1 O setor leptônico

Por simplicidade trataremos aqui somente do setor leptônico [47]. Para inicio vamos construir uma lagrangeana para uma geração apenas, depois se tornará fácil a generalização para as demais gerações. A tabela 2.2 mostra as três gerações de léptons do modelo padrão de partículas elementares e algumas propriedades como isospin, carga elétrica e massa.

Como comentamos anteriormente, as componentes de mão-esquerda e de mão-direita pertencem a diferentes multipletos, levando isso em consideração podemos escrever

$$\psi_L = \begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}_L \longrightarrow \text{dubleto}, \tag{2.36}$$

$$\psi_R^e = e_R^- \longrightarrow \text{singleto}. \tag{2.37}$$

Pode-se observar que o neutrino não aparece como componente de mão-direita, isso deve-se a não-observação de neutrinos de mão-direita em experimentos. Um fato importante que vale a pena comentar é que, após a verificação da violação de paridade em processos de interação fraca, feita por Wu e colaboradores [49], Lee e Yang formularam uma teoria de duas componentes de neutrinos sem massa [50], na qual os neutrinos de spin semi-inteiro podem ter somente um estado de helicidade possível, isto é, seu spin possui uma única orientação em relação à direção do seu momento. Essa idéia foi incorporada na formulação do modelo padrão, onde o neutrino é considerado sem massa[6]. Como comentamos anteriormente, o fato da simetria ser quebrada fazia com que os bósons de gauge do grupo $SU(2)$ ganhassem massa. Para os bósons de gauge que intermediam as interações de corrente carregada no setor eletrofraco, que são definidos por

$$W^{\pm} = \frac{(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)}{\sqrt{2}}, \tag{2.38}$$

a massa adquirida é dada por

$$M_W = \frac{1}{2} g v. \tag{2.39}$$

Definindo,

$$g^{'} = g \tan \theta_W, \tag{2.40}$$

onde θ_W é o ângulo de mistura fraco. O mediador da interação fraca de corrente neutra é definido como

$$Z_\mu = \cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu \tag{2.41}$$

cuja massa adquirida é caracterizada por

$$M_Z^2 = \frac{M_W^2}{\cos^2 \theta_W}. \tag{2.42}$$

Lembrando que depois da quebra espontânea de simetria, o grupo $U(1)$ permanece com simetria não quebrada, desse modo o bóson de gauge que intermedia a interação eletromagnética, correspondendo ao fóton sem massa, é definido por

$$A_\mu = \cos \theta_W B_\mu + \sin \theta_W W_\mu^3 \tag{2.43}$$

que está acoplado à carga elétrica que é definida em função das constantes de

[6]Pode-se justificar, grosseiramente falando, através do mecanismo de Higgs responsável por dar massa às partículas (comentado anteriormente). Segundo esse mecanismo o vácuo é permeado pelo campo de Higgs, e as partículas ao interagirem com esse campo via o bóson de Higgs, trocam sua helicidade, ou seja, as partículas que antes eram *left-handed* depois de interagirem com o campo de Higgs passam a ser *right-handed* e vice-versa.

acoplamento da teoria, então

$$e = \frac{gg^{'}}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \tag{2.44}$$

Vale ressaltar também que, depois da quebra espontânea de simetria o bóson de gauge, de spin 0, que representa o campo escalar, ou campo de Higgs, adquire uma massa que é da por

$$M_H^2 = -2\mu^2 > 0. \tag{2.45}$$

Um relação que será muito útil na derivação dos termos da lagrangeana é a relação inversa dos bósons de gauge, então:

$$B_\mu = \cos\theta_W A_\mu - \sin\theta_W Z_\mu \tag{2.46}$$

$$W_\mu^3 = \sin\theta_W A_\mu + \cos\theta_W Z_\mu. \tag{2.47}$$

Agora podemos escrever a lagrangeana para a primeira geração de léptons mais geral, então:

$$\mathcal{L}_{lepton} = i\overline{\psi}_L \gamma^\mu D_\mu \psi_L + i\overline{\psi}_R^e \gamma^\mu D_\mu^R \psi_R^e \tag{2.48}$$

utilizando a forma explícita das matrizes de Pauli,

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tag{2.49}$$

$$\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \tag{2.50}$$

$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{2.51}$$

e as equações 2.38, 2.40, 2.46 e 2.47 encontramos:

$$
\begin{aligned}
i\overline{\psi}_L\gamma^\mu D_\mu\psi_L = i\overline{\psi}_L\gamma^\mu\left[\partial_\mu + igW^i_\mu\frac{\tau^i}{2} + ig'YB_\mu\right]\psi_L = \\
i\overline{\psi}_L\gamma^\mu\left[\partial_\mu + igW^1_\mu\frac{\tau^1}{2} + igW^2_\mu\frac{\tau^2}{2} + igW^3_\mu\frac{\tau^3}{2} + ig'YB_\mu\right]\psi_L = \\
i\overline{\psi}_L\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L - \frac{g}{\sqrt{2}}\overline{\psi}^\nu_L\gamma^\mu W^+_\mu\psi^e_L - \frac{g}{\sqrt{2}}\overline{\psi}^e_L\gamma^\mu W^-_\mu\psi^\nu_L - \\
g\sin\theta_W\overline{\psi}_L\gamma^\mu A_\mu Q\psi_L - \frac{g}{2\cos\theta_W}\overline{\psi}_L\gamma^\mu Z_\mu(\sigma^3\cos^2\theta_W - Y_L\sin^2\theta_W)\psi_L.
\end{aligned}
$$

A parte referente aos termos de mão direita se escreve,

$$
i\overline{\psi}^e_R\gamma^\mu D^R_\mu\psi^e_R = i\overline{\psi}^e_R\gamma^\mu\partial_\mu\psi^e_R - g^{'}Y\cos\theta_W\overline{\psi}^e_R\gamma^\mu A_\mu\psi^e_R + g^{'}Y\cos\theta_W\overline{\psi}^e_R\gamma^\mu Z_\mu\psi^e_R.
$$

Lembrando que para $SU(2)$, $\tau_i = \sigma_i$. Portanto, a lagrangeana para primeira a geração de léptons é dada por:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{lepton} = i\overline{\psi}_L\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L - \frac{g}{\sqrt{2}}\overline{\psi}^\nu_L\gamma^\mu W^+_\mu\psi^e_L - \frac{g}{\sqrt{2}}\overline{\psi}^e_L\gamma^\mu W^-_\mu\psi^\nu_L - g\sin\theta_W\overline{\psi}_L\gamma^\mu A_\mu Q\psi_L \\
-\frac{g}{2\cos\theta_W}\overline{\psi}_L\gamma^\mu Z_\mu(\sigma^3\cos^2\theta_W - Y_L\sin^2\theta_W)\psi_L + i\overline{\psi}^e_R\gamma^\mu\partial_\mu\psi^e_R - \\
g^{'}Y\cos\theta_W\overline{\psi}^e_R\gamma^\mu A_\mu\psi^e_R + g^{'}Y\cos\theta_W\overline{\psi}^e_R\gamma^\mu Z_\mu\psi^e_R.
\end{aligned}
$$

Essa lagrangeana ainda pode ser escrita explicitando os termos referentes às interações de corrente carregada, neutra e eletromagnética. Portanto:

$$
\mathcal{L}^{e,\nu_e}_{lepton} = \mathcal{L}^{Livre}_{Dirac} + \mathcal{L}_{CC} + \mathcal{L}_{CN} + \mathcal{L}_{EM}, \tag{2.52}
$$

Aqui definimos as lagrangeanas como:

$$
\mathcal{L}^{Livre}_{Dirac} = i\overline{\psi}_L\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L + i\overline{\psi}^e_R\gamma^\mu\partial_\mu\psi^e_R, \tag{2.53}
$$

$$
\mathcal{L}_{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}}\overline{\psi}^\nu_L\gamma^\mu W^+_\mu\psi^e_L - \frac{g}{\sqrt{2}}\overline{\psi}^e_L\gamma^\mu W^-_\mu\psi^\nu_L, \tag{2.54}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{CN} = -\frac{g}{2\cos\theta_W}\overline{\psi}_L\gamma^\mu Z_\mu(\sigma^3\cos^2\theta_W - Y_L\sin^2\theta_W)\psi_L + \\
g^{'}Y\cos\theta_W\overline{\psi}^e_R\gamma^\mu Z_\mu\psi^e_R,
\end{aligned} \tag{2.55}
$$

$$
\mathcal{L}_{EM} = -g\sin\theta_W\overline{\psi}_L\gamma^\mu A_\mu Q\psi_L - g^{'}Y\cos\theta_W\overline{\psi}^e_R\gamma^\mu A_\mu\psi^e_R, \tag{2.56}
$$

Das expressões acima podemos tirar as correntes carregada, neutra e eletromagnética. As correntes carregadas acoplam somente as componentes de mão-esquerda, podendo serem escritas da seguinte forma

$$J_+^\mu = -\frac{g}{\sqrt{2}}\overline{\psi}^e \gamma^\mu \frac{1}{2}(1-\gamma^5)\psi^\nu \tag{2.57}$$

e também,

$$J_-^\mu = -\frac{g}{\sqrt{2}}\overline{\psi}^\nu \gamma^\mu \frac{1}{2}(1-\gamma^5)\psi^e, \tag{2.58}$$

essas correntes assim definidas são de natureza $V-A$. Para a corrente neutra temos:

$$J_{CN}^\mu = -\frac{e}{\sin\theta_W \cos\theta_W}\left(\frac{1}{2}\overline{\psi}^\nu \gamma^\mu \frac{1}{2}(1-\gamma^5)\psi^\nu + \frac{1}{2}\overline{\psi}^e \gamma^\mu \frac{1}{2}(g_V - g_A\gamma^5)\psi^e\right) \tag{2.59}$$

onde

$$g_V = 2\sin^2\theta_W - \frac{1}{2}$$

e

$$g_A = -\frac{1}{2}.$$

A corrente neutra representa uma corrente mista no sentido de que nela estão presentes termos das componentes de mão direita e de mão esquerda. Por último temos a corrente eletromagnética:

$$J_{EM}^\mu = e\overline{\psi}^e \gamma^\mu \psi^e \tag{2.60}$$

Essa corrente possui uma estrutura puramente vetorial, sendo que ela acopla igualmente as componentes de mão direita e de mão esquerda. Aqui usamos a equação 2.61 para introduzir a carga elétrica nas expressões das correntes:

$$e = g\sin\theta_W. \tag{2.61}$$

Os resultados aqui obtidos são válidos somente para primeira geração de léptons, uma teoria mais completa deve incorporar as três gerações de partículas do modelo padrão, assim como o setor dos quarks que aqui não foi discutido. Existem muitos bons textos de revisão e livros que tratam do assunto, sugerimos as referências [46, 47, 39, 48].