# 2
# Modelagem Probabilística

Neste capítulo, vamos definir a modelagem probabilística usada para representar a saída forçada dos geradores térmicos e mostrar o processo de cálculo das probabilidades dos cenários de capacidade de geração de um sistema (convolução).

## 2.1
## Representação da variável aleatória capacidade de geração

A variável aleatória $X_i$ representa a capacidade de geração do equipamento *i*. Tipicamente considera-se que a capacidade de geração tem uma distribuição de Bernoulli, i.e.:

$X_i = 0,$ com probabilidade $p_i$ ;

$X_i = c_i,$ com probabilidade $(1 - p_i)$.

onde $c_i$ é a capacidade máxima do gerador *i*. E $p_i$ é a probabilidade de falha do gerador i.

## 2.2
## Convolução

Seja $S$ o número total de cenários de capacidade de geração, obtidos por combinação dos cenários de falha e funcionamento de cada um dos geradores, e seja $q_s$ a probabilidade associada ao cenário $s$, obtida por multiplicação das probabilidades de falha ou funcionamento de cada gerador. Considere um sistema com N unidades geradoras.

Seja g uma variável aleatória que representa a potência total disponível, definida como:

$g = X_1 + X_2 + ... + X_N$

Onde cada variável aleatória $X_i$ representa a potência disponível da *i*-ésima unidade do sistema gerador. Seja $\alpha_{i,s}$ uma função indicadora que assume o valor 1 quando a usina *i* está operando e assume valor zero quando a usina *i* não está produzindo. O suporte da distribuição de g é dado por:

$$g_s = \sum_{i=1}^{N} \alpha_{i,s} c_i$$

E os valores das probabilidades são computados por convolução da seguinte maneira:

$$q_s = \prod_{i=1}^{N} p_i(1-\alpha_{is}) + (1-p_i)\alpha_{is}$$

Ou seja, a probabilidade $q_s$ associada ao cenário s é a multiplicação das probabilidades $p_i$ se a usina *i* falhou ou $(1-p_i)$ se a usina *i* não falhou no cenário *s* para todas as usinas. Neste ponto, estamos assumindo que as falhas dos geradores são independentes.

Abaixo segue a ilustração da função densidade de probabilidade das capacidades de um sistema.

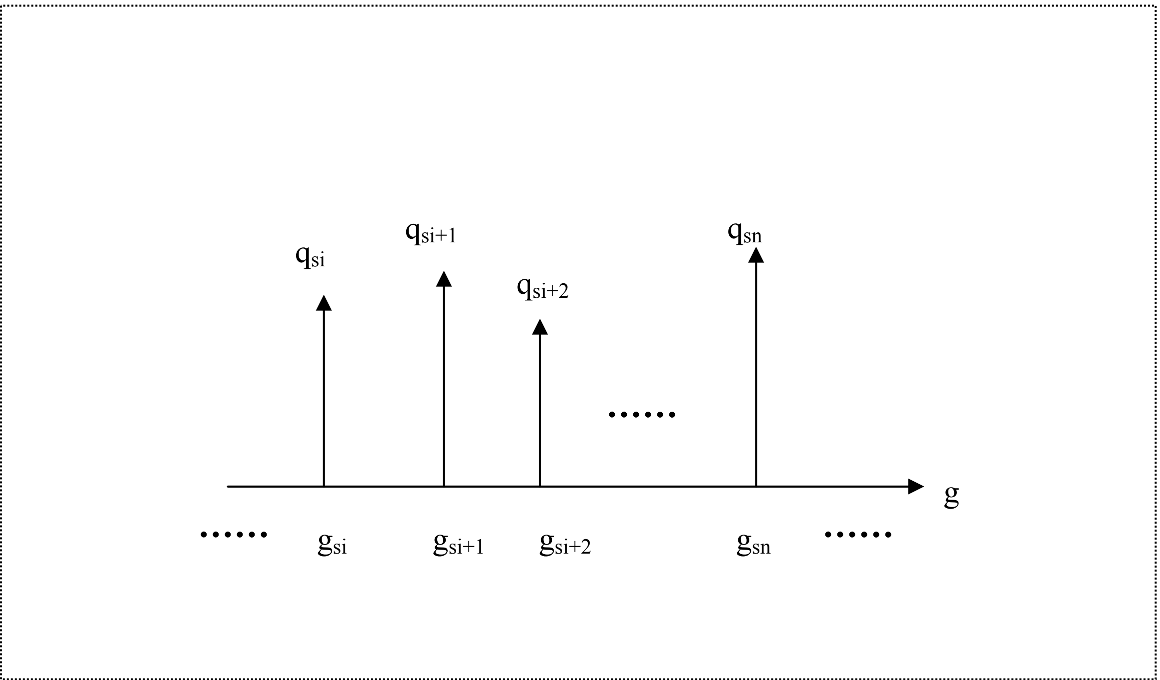


Figura 2.1 – Convolução dos geradores

Devido ao caráter combinatório do problema, o número de cenários cresce exponencialmente com o número de geradores. Por exemplo, se considerarmos um sistema com 30 geradores, sendo a capacidade de geração de cada um deles uma variável aleatória com distribuição de Bernoulli, o número total de cenários de capacidade será de $2^{30}$, que é da ordem de um bilhão.

No nosso contexto, não vamos considerar um processo eficiente de convolução, pois o sistema considerado é de pequeno porte. Porém, no capítulo 4, no cálculo da sensibilidade máxima da demanda atendida quando se varia a capacidade de um gerador é considerado um processo de convolucão qualquer. Tal cálculo é suficiente para determinarmos a alocação de Aumann-Shapley e de Contribuição Marginal, e assim estes métodos podem ser implementados utilizando um algoritmo de convolução numérica. Métodos de convolução eficientes podem ser encontrados em [44].