

Referências bibliográficas

- [1] Agência Nacional de Energia Elétrica – www.aneel.gov.br
- [2] Billera, L. J. and David C. Heath (1982), Allocation of Shared Costs: A Set of Axioms Yielding A Unique Procedure, Mathematics of Operations Research, Vol.7, No.1, 32-39.
- [3] Bonneville Power Administration, BPA Power Business Line, <http://www.bpa.gov/power/>
- [4] Campodonico N., Pereira M.V., Kelman R., “Long-term hydro scheduling based on stochastic-models”, Proceedings of EPSOM 1998.
- [5] Fortunato L.A.M., Neto T.A.A., Albuquerque J.R., Pereira M.V.F. - Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica. ELETROBRÁS/Editora Universitária da UFF, 1990.
- [6] Kelman J., Kelman R., Pereira M., “Energia Firme Sistemas Hidrelétricos e Usos múltiplos dos recursos hídricos”, Revista da Associação Brasileira de Recursos Hídricos (ABRH), 2003.
- [7] Maschler, M, Peleg, B. Y Shapley, L. (1979) Geometric Properties Of The Kernel, Nucleolus, And Related Solutions Concepts. Mathematics of Operations Research, vol. 4, no. 4, pp. 303-338.
- [8] Myerson, R. (1991) Game Theory Analysis Of Conflict. Harvard University Pres, London, Inglaterra.
- [9] Oliveira G. C., Granville S., Pereira M., Applications in Energy: Electrical Power, Handbook of Applied Optimization, Edited by P. M. Pardalos and M. G. C. Resende, Oxford University Press, 2002.
- [10] Shapley L.S., Cores of convex games, Int. J. Game Theory 1 (1971), 11_26.
- [11] Vieira, X. and Granville, S. and Pereira, M. and Gorenstin, B. and Mello, J. and Melo, A., “Ancillary Services: How to Allocate Costs in an Optimization-Based Framework”, Proceedings of the CIGRÉ Symposium, Neptun, 1997.

- [12] Von NEUMANN, John; MORGENSTERN, Oskar. Theory of Games and Economic Behaviour. Princeton Press, 1947.
- [13] Young, H., “Cost allocation”, Handbook of game theory with economic applications”, edited by Robert Aumann and Sergiu Hart. N.H Elsevier, 1994
- [14] R. Kelman, L.A.Barroso, M.V.Pereira, “Market power assessment in hydrothermal systems”, IEEE Trans. Power Syst, Vol. 16, No.3, 2001
- [15] Vieira F.X., Pereira M., Gorenstin B., Mello J., Melo A., Granville S., “Transmission System cost allocation based on cooperative game theory” Brasil, 1997.
- [16] Ransmeier, J., “The Tennessee Valley Authority: a case study in the economics of multiple purpose stream planning”, Vanderbilt Univ. press, Nashville, Tennessee, 1942
- [17] Billera, L., Heath, D., Raanan J., “Internal telephone billing rates: a novel application of non atomic game theory”, Operations Research, 956-965, 1978.
- [18] Littlechild S., Thompson G., “Aircraft Landing Fees: a game theory approach”, Bell Journal of Economics, 186-207, 1977.
- [19] XPRESS-MP - <http://www.dashoptimization.com>
- [20] Rawls, John, A Theory of Justice, Princeton University Press; Revised edition (September 1999)
- [21] Rawls, John e Freeman, Samuel, Collected Papers, Harvard Univ Pr; (March 2001)
- [22] ONS – Operador Nacional do Sistema - <http://www.ons.org.br>
- [23] Schmeidler, D. (1969), The Nucleolus of a characteristic function game, SIAM Journal on Applied Mathematics, 17: 1963-70
- [24] Shapley, LS (1953) A values for n-person games, H.W. Kuhn and A.W Tucker, eds., *Contributions to the Theory of Games*, Vol. II. Annal of Mathematics Studies No. 28 Princeton, NJ: Princeton University Press
- [25] Aumann, R. J., and Maschler, M., The bargaining set for cooperative games. In M. Dresher, L. S. Shapley, and A. W. Tucker (Eds.), *Advances in game theory*. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1964.

- [26] Kovalenkov, A. e Wooders, M. Holtz “Epsilon Cores of Games with Limited Side Payments, Nonemptiness and equal treatment” (2000)
- [27] Follmer, H., Schied, A.: Convex measures of risk and trading constraints. *Finance Stochastic*. 6, 429-447 (2002)
- [28] Stoft; S, Power System Economics. Designing Markets for Electricity New York: Wiley., 2002
- [29] Mas-Collel A., Whinston M. e Green J. – Microeconomic Theory; New York: Oxford 1995.
- [30] R.T. Rockafellar and S.P. Uryasev, “Optimization of conditional value-at-risk”, *The Journal of Risk*, 2 (2000), 21-4
- [31] Föllmer, A. Schied, “Stochastic finance: an introduction in discrete time. (De Gruyter Studies in Mathematics)” 27 Walter de Gruyter, Berlin, New York, 2002, IX+422 pages, Hardcover. ISBN 3-11-017119-8.
- [32] Eichhorn, A. and Römisch, W. 2005. “Polyhedral Risk Measures in Stochastic Programming”. *SIAM J. on Optimization* 16, 1 (May. 2005), 69-95. DOI=<http://dx.doi.org/10.1137/040605217>.
- [33] Artzner, Philippe, Freddy Delbaen, Jean-Marc Eber, David Heath, “Coherent Measures of Risk”, *Mathematical Finance* 9 no. 3, 203-228, 1999.
- [34] Andrzej Ruszczyński & Alexander Shapiro, "Optimization of Measures," *Risk and Insurance* 0407002, EconWPA, 2004.
- [35] Acerbi, C., “Coherent measures of risk in everyday market practice”, *Quantitative Finance*, Vol. 7, No. 4, 359–364, August 2007.
- [36] Acerbi, C. e Tasche, D., Expected shortfall: a natural coherent alternative to value at risk. *Econ. Notes*, 2002b, 31(2), 379–388.
- [37] Shapiro A. e Ruszczyński A. *Lectures on Stochastic Programming*, 2007.
- [38] RUDNICK, H.; BARROSO, L.A.; SKERK, C.; BLANCO, A. South American reform lessons - twenty years of restructuring and reform in Argentina, Brazil, and Chile. *IEEE Power and Energy Magazine*, Vol 3, July-Aug. 2005.

- [39] PEREIRA, M. V.; BARROSO, L. A.; ROSENBLATT, J. Supply adequacy in the Brazilian power market. Proceedings of the IEEE General Meeting, Denver, 2004.
- [40] OREN, S. Generation Adequacy via Call Options Obligations: Safe Passage to the Promised Land. 16, UCEI Publications, September 2005.
- [41] VAZQUEZ, C.; RIVER, M.; ARRIAGA I. P. A market approach
- [42] RUNICK, H.; MONTERO, J.P. Second Generation Electricity Reforms in Latin America and the California Paradigm. Journal of Industry, Competition and Trade 2 (1-2), June 2002, pp. 159-172
- [43] TURVEY, R. Ensuring adequate generation capacity, Utilities Policy 11 (2003) 95–102
- [44] Representação analítica de falhas dos equipamentos e variação da demanda no despacho hidrotérmico multi-estágio , Nora Marcela Campodónico Viacava, tese DSC. UFRJ 1997.
- [45] Tsukamoto Y., Iyoda I., “Allocation of fixed transmission cost to wheeling transactions by cooperative game theory”, IEEE Trans. on power systems, vol. 11, No. 2, 1996.
- [46] Aumann, R. Values of markets with a continuum of traders. Econometrica 43: 611-46. (1975).
- [47] T.W. Gedra; On Transmission Congestion and Pricing. IEEE Transactions on Power Systems, Vol 14, No. 1, February 1999.

13

Apêndice

13.1

Análise das restrições do problema de maximização da carga

Maximização da Carga

$$\text{Max } D \quad (13.1)$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^J q_j r_j \leq \delta D \quad (13.2)$$

$$r_j \geq \max(D - \sum_{i=1}^N \alpha_{ij} C_i, 0), j = 1, \dots, J \quad (13.3)$$

Na solução ótima D^* e r^* as restrições (13.2) e (13.3) estão ativas, i.e:

$$\sum_{j=1}^J q_j r_j^* = \delta D^*$$

$$r_j^* = \max(D^* - \sum_{i=1}^N \alpha_{ij} C_i, 0), j = 1, \dots, J$$

De fato, suponha que $\sum_{j=1}^J q_j r_j^* < \delta D^*$. Para todo j , faça $r_j = r_j^* + \varepsilon$, onde

$\varepsilon = \delta D^* - \sum_{j=1}^J q_j r_j^* > 0$, ou seja, ε é a folga da restrição (13.2). Note que

$D = D^* + \varepsilon$ satisfaz as restrições (13.3). Logo, D^* e r^* não é uma solução ótima.

Portanto, devemos ter a restrição (13.2) ativa.

Seja Γ o conjunto dos j em $1, \dots, J$ tal que $r_j^* > \max(D^* - \sum_{i=1}^N \alpha_{ij} C_i, 0)$.

Vamos supor que Γ possui pelo menos um elemento. Para todo $j \in \Gamma$, faça

$r_j = r_j^* - \varepsilon$, onde

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \min_{j \in \Gamma} \{r_j^* - \max\{D - \sum_{i=1}^N \alpha_{ij} C_i, 0\}\} > 0.$$

Para $j \notin \Gamma$ faça $r_j = r_j^* + \alpha \varepsilon$, $\alpha > 0$. Para que os r_j sejam apenas uma redistribuição dos cortes de carga devemos ter $\sum_{j \in \Gamma} q_j r_j + \sum_{j \notin \Gamma} q_j r_j = \delta D^*$ o que

$$\text{implica que } \sum_{j \in \Gamma} q_j r_j^* - \sum_{j \in \Gamma} q_j \varepsilon + \sum_{j \notin \Gamma} q_j r_j^* + \sum_{j \notin \Gamma} q_j \alpha \varepsilon = \delta D^* \rightarrow \sum_{j \in \Gamma} q_j \varepsilon = \sum_{j \notin \Gamma} q_j \alpha \varepsilon,$$

logo

$$\alpha = \frac{\sum_{j \in \Gamma} q_j}{\sum_{j \notin \Gamma} q_j} > 0.$$

Tomando $D = D^* + (\min\{\varepsilon, \alpha \varepsilon\})$ temos que D e r_j satisfazem as restrições do problema (13.1), logo D^* e r^* não é solução ótima.

Portanto devemos ter a restrição (13.3) ativa.

13.2

Relação entre a LOLP e EENS

Para um valor de demanda D a EENS é dada por:

$$EENS(D) = E[\max\{0, D - g\}] = \int_0^D (D - G) f_g(G) dG \quad (10.4)$$

e a probabilidade de perda de carga é dada por:

$$LOLP(D) = P[g < D] = \int_0^D f_g(G) dG \quad (10.5)$$

onde f é a função de densidade de probabilidade da variável aleatória de geração g .

Vamos demonstrar agora que a LOLP é a derivada da EENS com respeito à demanda.

$$LOLP(D) = \frac{\partial EENS(D)}{\partial D} \quad (10.6)$$

Expandindo a expressão (10.4) temos:

$$EENS(D) = D \int_0^D f(x)dx - \int_0^D xf(x)dx \quad (10.7)$$

Derivando com respeito a D, e lembrando que se:

$$g(D) = \int_0^D f(x)dx$$

então $g'(D) = f(D)$, temos que:

$$\frac{\partial EENS(D)}{\partial D} = D f(D) + \int_0^D f(x)dx - D f(D) = \int_0^D f(x)dx \quad (10.8)$$

que é a expressão da LOLP.

13.3

CVaR como um operador linear

Considere a seguinte função:

$$H(a) = a + \frac{E[D - g - a]^+}{(1 - \alpha)}$$

Inicialmente vamos mostrar que:

$$CVAR_{\alpha}(D-g) = \underset{a}{\text{Min}} H(a) = H(x_{\alpha})$$

Note que $H(\cdot)$ em x_{α} é o $CVaR_{\alpha}(D-g)$, de fato:

$$\begin{aligned} H(x_{\alpha}) &= x_{\alpha} + \frac{\sum_{\{s/D-g_s \geq x_{\alpha}\}} (D - g_s - x_{\alpha})}{(1 - \alpha)S} = \frac{x_{\alpha}(1 - \alpha)S + \sum_{\{s/D-g_s \geq x_{\alpha}\}} (D - g_s - x_{\alpha})}{(1 - \alpha)S} = \\ &= \frac{x_{\alpha}(1 - \alpha)S - \sum_{\{s/D-g_s \geq x_{\alpha}\}} x_{\alpha} + \sum_{\{s/D-g_s \geq x_{\alpha}\}} (D - g_s)}{(1 - \alpha)S} = \frac{\sum_{\{s/D-g_s \geq x_{\alpha}\}} (D - g_s)}{(1 - \alpha)S} = CVaR_{\alpha}(D-g) \end{aligned}$$

O número de cenários s tais que $\{D - g_s \geq x_{\alpha}\} = \#\{s: D - g_s \geq x_{\alpha}\} = (1 - \alpha)S$.

a) Suponha que $a < x_{\alpha}$:

$$\begin{aligned}
& H(a) = \\
& a + \frac{\sum_{\{s/D-g_s > a\}} (D-g_s - a)}{(1-\alpha)S} = \frac{a(1-\alpha)S - a\#\{s/D-g_s > a\} + \sum_{\{s/D-g_s > a\}} (D-g_s)}{(1-\alpha)S} = \\
& = \frac{a(1-\alpha)S - a\#\{s/D-g_s > a\} + \sum_{\{s/a < D-g_s \leq x_\alpha\}} (D-g_s) + \sum_{\{s/D-g_s > x_\alpha\}} (D-g_s)}{(1-\alpha)S} \geq \\
& \geq \frac{a(1-\alpha)S - a\#\{s/D-g_s > a\} + a\#\{s/a < D-g_s \leq x_\alpha\} + \sum_{\{s/D-g_s > x_\alpha\}} (D-g_s)}{(1-\alpha)S} = \\
& = \frac{a(1-\alpha)S - a\#\{s/D-g_s > x_\alpha\} + \sum_{\{s/D-g_s > x_\alpha\}} (D-g_s)}{(1-\alpha)S} = \frac{\sum_{\{s/D-g_s > x_\alpha\}} (D-g_s)}{(1-\alpha)S} = CVAR_\alpha(D-g)
\end{aligned}$$

b) Suponha que $a > x_\alpha$:

$$\begin{aligned}
H(a) &= a + \frac{\sum_{\{s/D-g_s > a\}} (D-g_s - a)}{(1-\alpha)S} = \frac{a(1-\alpha)S - a\#\{s/D-g_s > a\} + \sum_{\{s/D-g_s > a\}} (D-g_s)}{(1-\alpha)S} = \\
H(a) &= \frac{a(1-\alpha)S - a\#\{s/D-g_s > a\} + \sum_{\{s/D-g_s > x_\alpha\}} (D-g_s) - \sum_{\{s/x_\alpha < D-g_s \leq a\}} (D-g_s)}{(1-\alpha)S} \geq \\
& \geq \frac{a(1-\alpha)S - a\#\{s/D-g_s > a\} + \sum_{\{s/D-g_s > x_\alpha\}} (D-g_s) - a\#\{s/x_\alpha < D-g_s \leq a\}}{(1-\alpha)S} \geq \\
& \geq \frac{a(1-\alpha)S - a\#\{s/D-g_s > x_\alpha\} + \sum_{\{s/D-g_s > x_\alpha\}} (D-g_s)}{(1-\alpha)S} = \frac{\sum_{\{s/D-g_s > x_\alpha\}} (D-g_s)}{(1-\alpha)S} = CVAR_\alpha(D-g)
\end{aligned}$$

Assim, obtemos o resultado:

$$H(a) \geq CVAR_\alpha(D-g) \text{ para qualquer } a \text{ e } H(x_\alpha) = CVAR_\alpha(D-g)..$$

13.4

CVaR como aproximação convexa do VaR

Queremos encontrar uma função $G(D)$ convexa em D , tal que $G(D) \geq P(r_D > 0)$, ou seja, uma aproximação convexa conservativa para a restrição em Probabilidade. Conservativa, pois

$$\text{se } G(D) \leq \alpha \text{ então } P(r_D > 0) \leq \alpha \quad (10.9)$$

Ou seja, restringe mais o espaço de decisões D .

Note que,

$$P(r_D > 0) = E[1_{(0,\infty)}(R_D)] \quad (10.10)$$

Tome $\varphi(r_D)$ uma função convexa qualquer não decrescente tal que $\varphi(r_D) \geq 1_{(0,\infty)}(r_D)$. Da equação (13.10) temos:

$$E[\varphi(r_D)] \geq E[1_{(0,\infty)}(r_D)] \quad (10.11)$$

Por construção $E[\varphi(r_D)]$ é um limite superior para a equação (13.10). A construção do limite superior depende da função $\varphi(\cdot)$ escolhida, qual seria a melhor escolha para $\varphi(\cdot)$ de forma que o limite superior seja o mais próximo possível da restrição em probabilidade.

Caso trivial $\varphi'_+(0) = 0$ então $\varphi(z) \geq \varphi(0) = 1$ para todo $z \in \mathfrak{R}$. Vamos assumir que $t = \varphi'_+(0) > 0$, logo $\varphi(z) \geq \max(1 + tz, 0) = [1 + tz]^+$. Portanto, $[1 + tz]^+$ é a menor função convexa não decrescente que aproxima o degrau $1_{(0,\infty)}(z)$ superiormente.

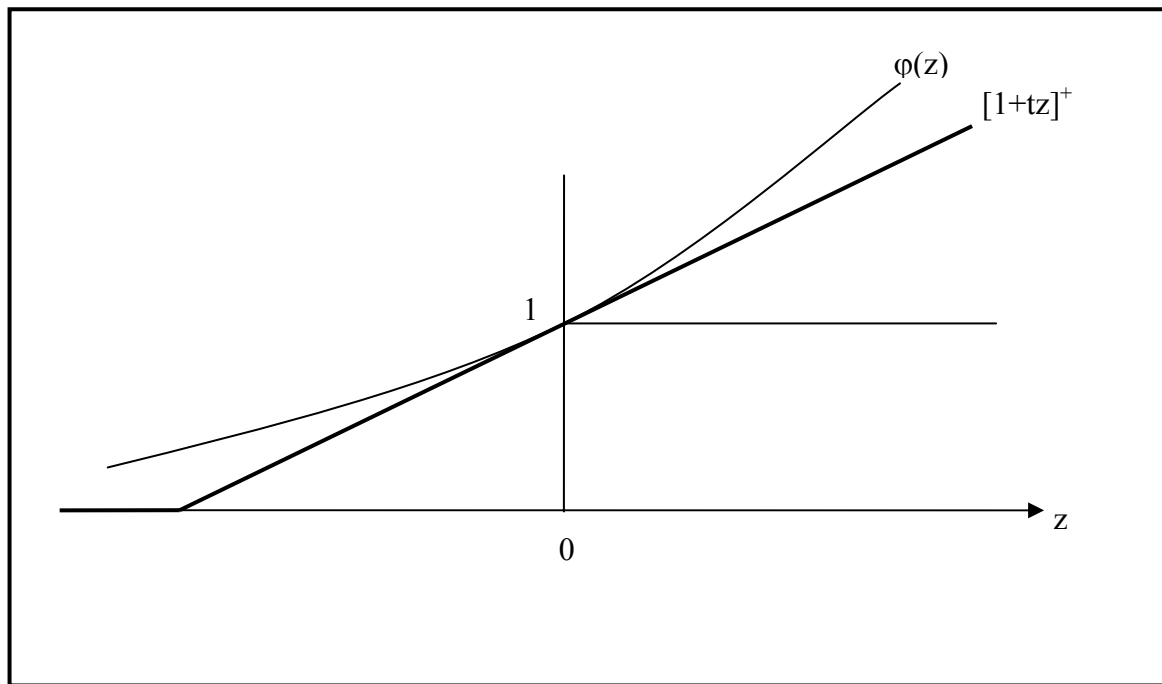


Figura 13.1 – Ilustração da melhor aproximação convexa para $1_{(0, \infty)}(z)$.

Fazendo $\varphi(r_D) = [1 + tr_D]^+$ no limite superior queremos que $G(D) \leq \alpha$, então:

$$E[1 + tr_D]^+ \leq \alpha \quad (10.12)$$

Tomando o *inf* na desigualdade temos:

$$\inf_{t>0} \{E[1 + tr_D]^+\} \leq \alpha \quad (10.13)$$

Rearranjando os termos:

$$\inf_{t>0} \{E[1/t + r_D]^+ - \alpha/t\} \leq 0 \quad (10.14)$$

Fazendo $t := -1/t$ e dividindo por α chegamos a seguinte expressão:

$$\inf_{t \in \mathbb{R}} \{t + \frac{1}{\alpha} E[r_D - t]^+\} \leq 0 \quad (10.15)$$

A expressão (13.15) equivale a $CVaR_\alpha(r_D) \leq 0$.

Portanto, o CVaR é uma aproximação convexa da restrição em probabilidade VaR.