

Resultados da Aplicação dos Métodos de Alocação

Neste capítulo, são apresentados os resultados numéricos dos métodos de alocação aplicados para sistemas com até 10 usinas. Em linhas gerais, os métodos de alocação do cálculo da Capacidade de Suprimento da Demanda total são soluções de uma seqüência de problemas de programação linear. Os métodos foram implementados utilizando o solver de otimização XPRESS-MP¹. Na primeira seção analisamos as alocações de capacidade firme para um sistema fictício com três usinas térmicas e na segunda seção analisamos um sistema com 10 usinas.

10.1

Caso com três usinas

Na primeira parte são apresentadas aplicações dos métodos de alocação em um sistema com três usinas de diferentes características. O objetivo é mostrar, através de um exemplo didático e simples, como cada método aloca a capacidade firme entre os diferentes tipos de usina.

Considere o seguinte sistema como exemplo:

Tabela 10.1. Dados das usinas térmicas

Usina	Capacidade (MW)	Taxa de Falha (%)
A	96.9	5.3
B	84.7	6.8
C	20.4	6.1

¹ O solver XPRESS-MP é um software desenvolvido pela *dash optimization*, podendo ser encontrado em www.dashoptimization.com

Núcleo

Vamos definir a seguir o conjunto de alocações que constituem o núcleo.

Na tabela abaixo, calculamos as capacidades firmes para todas as coalizões dado um nível de confiabilidade. Seria ineficiente para o sistema se existissem subcoalizões das usinas. Ou seja, o sistema é eficiente, consegue atender uma demanda maior, quando todas as três usinas estão operando em conjunto.

Restrição de risco considerada: $EPNS \leq 2\%$ Demanda

Tabela 10.2. Capacidades Firme

Coalizões de Usinas	Capacidade Firme (MW)
\emptyset	0.0
{3}	0.0
{2}	0.0
{2,3}	27.1
{1}	0.0
{1,3}	30.7
{1,2}	107.0
{1,2,3}	130.1

Como fazer para que as usinas operem em conjunto? A usina só aceita operar em conjunto se o valor que a usina receber, i.e, sua contribuição no conjunto, for maior do que se a usina estivesse em qualquer outra subcoalizão. Qualquer solução do núcleo é um incentivo a usina a continuar operando em conjunto.

Nucleolus

O conjunto de restrições lineares que definem o núcleo pode conter um número infinito de soluções viáveis e, portanto, um número infinito de alocações de contribuições para cada usina, como no exemplo com três usinas. Uma pergunta natural seria se existe alguma alocação no núcleo que seja preferível?

O método do Nucleolus fornece uma solução que pertence ao núcleo e é única.

A idéia do Nucleolus é maximizar a menor vantagem das alocações. Esta idéia é explicitada pelo jurista John Rawls em seu livro “The theory of Justice”. Suponha que os indivíduos participantes de uma sociedade decidam que tipos de papéis

existirão na sociedade para que esta funcione e após isso seria sorteado aleatoriamente que tipo de papel cada indivíduo exerceria na sociedade. John Rawls argumenta que uma divisão natural que os indivíduos escolheriam seria a maximização do pior papel existente na sociedade, ou seja, a maximização da menor vantagem.

O problema a ser resolvido pelo Nucleolus é dado abaixo onde δ representa a pior vantagem entre todas as subcoalizões.

Solução:

Tabela 10.3. Nucleolus

Usina	Capacidade Firme (MW)
A	91.4
B	27.1
C	11.5
<u>SOMA</u>	<u>130.1</u>

Alocação das Contribuições (Shapley)

$$\Phi_i = \sum_{\forall S \subseteq N | i \in S} \frac{(n-s)!(s-1)!}{n!} (D(S \cup \{i\}) - D(S)), \quad i \in N$$

- i índices das usinas
- N grande coalizão
- S sub-coalizão
- N Número de Usinas
- S Número de usinas em S
- $D(\cdot)$ Máxima demanda atingida pela subcoalizão S .

Solução:

Tabela 10.4. Shapley

Usina	Capacidade Firme (MW)
A	57.3
B	55.5
C	17.3
<u>SOMA</u>	<u>130.1</u>

Resumo no caso com três usinas:

Tabela 10.5. Resumo dos certificados de Capacidades Firme

	ϕ (MW)	ϕ (MW)	ϕ (MW)	ϕ (MW)	ϕ (MW)	ϕ (MW)
Usinas	Núcleo	Contr.Marg.	Nucleolus	Nucleolus prop	Shapley	AS
1	7.6	64.0	91.4	97.1	57.3	64.0
2	99.3	43.0	27.1	33.0	55.5	43.0
3	23.1	23.1	11.5	0.0	17.3	23.1
Soma	130.1	130.1	130.1	130.1	130.1	130.1

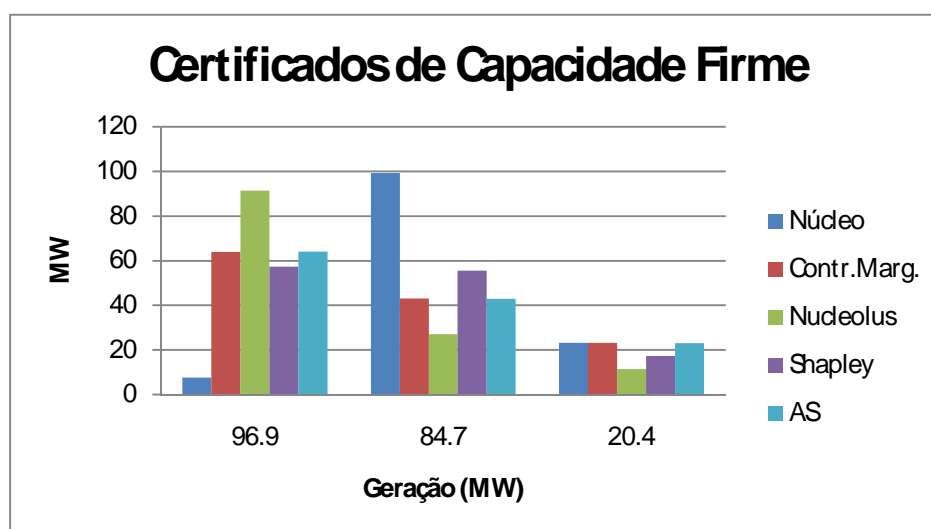


Figura 10.1 – Alocação de potência firme para três usinas

10.2

Caso com dez usinas

Na segunda parte foi analisado o comportamento das alocações para os métodos abordados ao longo da tese para um sistema com 10 usinas. As características das usinas analisadas são de usinas térmicas ou adaptadas do parque gerador do Panamá. As usinas a seguir estão ordenadas de forma decrescente em relação à geração em MW.

Tabela 10.6 – Características das usinas que compõem o sistema

Usina	Geração (MW)	Taxa de Falha (%)
1	96.9	5.3
2	84.7	6.8
3	59.9	6.5
4	58	5.9
5	43.7	8.0
6	32.9	7.4
7	25.3	5.8
8	23.3	8.0
9	20.4	6.1
10	15	8.0

Utilizou-se o XPRESS-MP para o cálculo da Capacidade de Suprimento da Demanda de cada coalizão do conjunto total das 10 usinas. Na grande coalizão, onde temos todas as usinas do parque gerador a Capacidade de Suprimento da Demanda foi de 401.55 MW, para um critério de confiabilidade de ($EPNS \leq 2\% \text{Demanda}$). Após o cálculo, formulou-se cada método de alocação com um problema de otimização linear conforme explicitado ao longo da tese encontrando as seguintes alocações para as capacidades firmes das usinas:

Tabela 10.7 – Resumo dos certificados firme dos métodos

	ϕ (MW)	ϕ (MW)	ϕ (MW)	ϕ (MW)	ϕ (MW)
Usinas	Núcleo	Contr.Marg.	Nucleolus	Shapley	Aumann-Shapley (AS)
1	90.66	80.36	86.8	75.01	80.36
2	73.94	63.69	67.9	63.72	63.69
3	54.42	46.06	55.1	53.11	46.06
4	52.06	55.57	54.2	52.76	55.57
5	35.87	39.85	39.1	40.57	39.84
6	29.37	32.48	29.0	32.01	32.48
7	24.62	25.59	22.0	25.60	25.60
8	20.19	22.78	19.3	22.97	22.77
9	20.42	20.52	17.0	20.76	20.52
10	0.00	14.66	11.1	15.06	14.66
Soma	401.55	401.55	401.55	401.55	401.55
Tempo(s)	133	0.14	162	131	6.54

Note que, todas as alocações são ótimos de Pareto, ou seja, são alocações eficientes. Dado um método de alocação a soma das alocações de todas as usinas é igual à Capacidade de Suprimento da Demanda do sistema completo. Neste caso, as alocações somam 401.55 MW.

- Núcleo – a alocação apresentada acima é uma alocação dentro o conjunto convexo das alocações que constituem o núcleo. Assumindo que a receita que o gerador recebe é proporcional ao certificado de capacidade firme, a usina 10 recebe \$0. A usina 10 prefere qualquer outra alocação dentro as demais em relação a esta alocação que pertence ao núcleo.
- Contribuição Marginal – a alocação produzida pela contribuição marginal pertence ao núcleo e atribui um valor positivo para a usina 10. Uma vantagem é o seu tempo computacional em relação os demais métodos.
- Nucleolus – o método do Nucleolus maximiza a menor vantagem, também atribui um valor positivo a usina 10.
- Shapley – o método de Shapley leva em consideração todas as ordens de entradas das usinas e depois é feito uma média. Uma desvantagem é o esforço computacional.
- Aumann-Shapley

Note que, as alocações de Aumann-Shapley são exatamente iguais as alocações por contribuição marginal. Uma pergunta natural: é se isso sempre acontece? A resposta é sim. Ao usar Aumann-Shapley nos cenários de capacidade temos:

$$v(\lambda c_1, \dots, \lambda c_N) = \text{Max } D$$

sujeito a

$$\sum_{s=1}^S q_s r_s \leq \delta D$$

$$r_s \geq D - \lambda g_s$$

$$r_s \geq 0$$

Lembrando que $g_s = \sum_{i=1}^N \alpha_{i,s} c_i$

Ou,

$$v(\lambda c_1, \dots, \lambda c_N) = \text{Max } D$$

sujeito a

$$\sum_{s=1}^S q_s \max(D - \lambda g_s, 0) \leq \delta D$$

Dividindo tudo por λ e fazendo uma mudança de variável $t=D/\lambda$.

Concluimos que $v(\lambda c_1, \dots, \lambda c_N) = \lambda v(c_1, \dots, c_N)$.

Isto é, se aumentarmos em 1% as capacidades dos geradores temos que a máxima demanda atendida também é aumentada em 1%.

Ou seja, o benefício cresce linearmente com o aumento das potências dos geradores.

As alocações de Aumann-Shapley são dadas por:

$$\phi_i = c_i \times \int_0^1 \frac{\partial v(\lambda c_1, \dots, \lambda c_N)}{\partial c_i} d\lambda$$

Note que, se a função é homogênea de grau 1 (escalonável) temos:

$v(\lambda c_1, \dots, \lambda c_N) = \lambda v(c_1, \dots, c_N)$. E ainda:

$$\frac{\partial v(\lambda c_1, \dots, \lambda c_N)}{\partial c_i} = \frac{\partial v(c_1, \dots, c_N)}{\partial c_i}$$

E as alocações de Aumann-Shapley podem ser re-escritas como:

$$\phi_i = c_i \times \int_0^1 \frac{\partial v(c_1, \dots, c_N)}{\partial c_i} d\lambda. \text{ Ou, } \phi_i = c_i \times \frac{\partial v(c_1, \dots, c_N)}{\partial c_i}.$$

Conclusão: em problemas escalonáveis as alocações do método de Aumann-Shapley são iguais as alocações do método de alocação marginal.

Tempo computacional: Todas as alocações foram calculadas utilizando-se o XPRESS-MP e o mesmo computador.

- O método de alocações por contribuição marginal possui um tempo de processamento de 0.14 segundos, pois resolve apenas o problema de Capacidade de Suprimento da Demanda com o parque gerador completo, calculando as variáveis duais associadas às capacidades de cada agente.
- O método de Aumann-Shapley, sucintamente resolve o mesmo problema, porém os cenários de capacidades são parametrizados $\lambda \in [0,1]$, então como aproximação discretiza-se o parâmetro λ um número contável de vezes, logo o método de Aumann-Shapley tem um esforço computacional maior que as alocações por contribuição marginal.

- O método de Shapley, Núcleo e Nucleolus têm esforço computacional exponencial em relação ao número de usinas. Portanto, apresentam um tempo maior de processamento.

A seguir temos um gráfico com todos os certificados de Capacidade Firme explicitados na tabela 10.5.

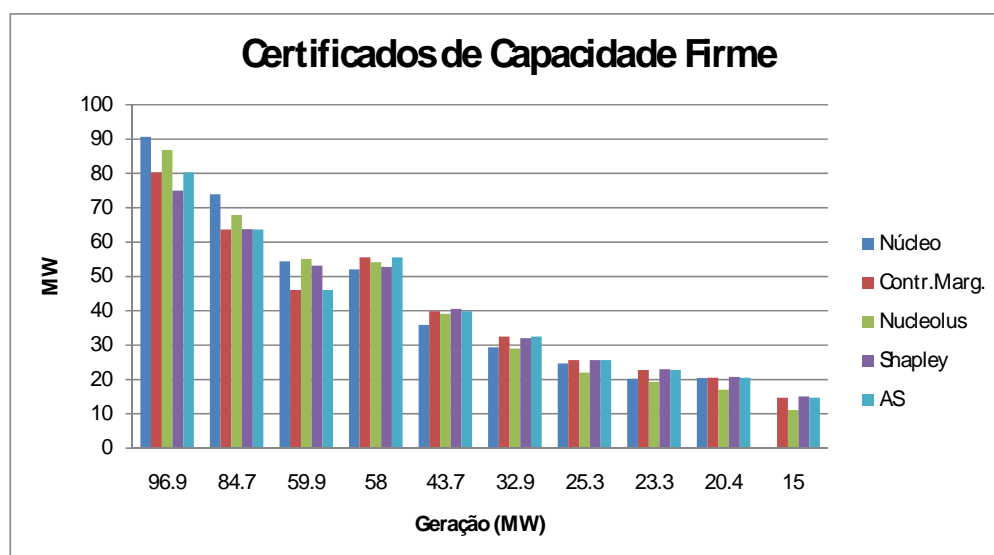


Figura 10.2 – Alocação de potência firme para dez usinas