

2

Descrição do Problema

Os requisitos de desempenho para enlaces de comunicação digital estabelecidos por recomendações da ITU impõem restrições a parâmetros de desempenho de erro e disponibilidade. A Recomendação ITU-T G.826 [7] especifica e define esses parâmetros com base em erros de bloco. De acordo com esta Recomendação, um bloco é um "conjunto de bits consecutivos associados ao caminho; cada bit pertence a um e somente um bloco".

Os conceitos utilizados neste trabalho para a análise de desempenho de erro de enlaces de sistemas de comunicação digital, definidos na Recomendação G.826, estão apresentados a seguir.

2.1

Definição dos Parâmetros de Desempenho de Erro

Os parâmetros de desempenho de erro são especificados a partir de fatores denominados eventos de erro e são definidos com base na frequência com que os erros ocorrem. Estes eventos e suas definições [7] são citados a seguir

1. Bloco Errado (Errored Block-EB): "Um bloco no qual um ou mais bits estejam errados".
2. Segundo Errado (Errored Second-ES): "Período de um segundo com um ou mais blocos errados ou pelo menos um defeito".
3. Segundo Severamente Errado (Severely Errored Second-SES): "Período de um segundo que contenha $\geq 30\%$ de blocos errados ou pelo menos um defeito".
4. Bloco Errado de Fundo (Background Block Error-BBE): "Um bloco errado que não ocorre como parte de um SES".

Os parâmetros de desempenho de erro definidos na Recomendação G.826 são os seguintes

1. Taxa de Segundo Errado (Errored Second Rate-ESR): "Razão entre ES e o total de segundos no período de disponibilidade durante um intervalo de medida".

2. Taxa de Segundo Severamente Errado (Severely Errored Second rate-SESR): "Razão entre SES e o total de segundos no período de disponibilidade durante um intervalo de medida".
3. Taxa de Bloco Errado de Fundo (Background Block Error Rate-BBER): "Razão entre BBE e o total de segundos no período de disponibilidade durante um intervalo de medida. A contagem do total de blocos exclui todos os blocos durante SESs".

Um sistema pode estar nos estados de disponibilidade ou de indisponibilidade. A Recomendação G.826 apresenta critérios de entrada e saída desses estados que dependem da ocorrência consecutiva de eventos SES. Um período de indisponibilidade tem como marco inicial, a situação onde há 10 eventos consecutivos de SES, os quais fazem parte do tempo de indisponibilidade. O sistema sai do estado de indisponibilidade quando há uma sequência de 10 eventos não-SES consecutivos, os quais pertencem ao período de disponibilidade.

Pelas definições apresentadas, observa-se que os parâmetros de desempenho de erro são definidos como taxas referentes à ocorrência dos eventos de erro de bloco.

No presente estudo, tais parâmetros serão estimados por uma metodologia onde as probabilidades dos eventos de erro EB, ES e SES, bem como a taxa de BBE são modeladas por variáveis aleatórias.

São, então, definidas as seguintes variáveis aleatórias

1. r_{eb} : Probabilidade de bloco errado
2. r_{es} : Probabilidade de segundo errado
3. r_{ses} : Probabilidade de segundo severamente errado
4. r_{bbe} : Taxa de bloco errado de fundo

A motivação para este enfoque é apresentada a seguir.

A taxa de erro de bit (BER) depende do nível de sinal e do nível do ruído térmico na entrada do receptor. Mais especificamente, a BER depende da razão entre a energia por bit e o nível espectral de potência do ruído térmico (E_b/N_0). Esta dependência é uma característica do sistema que está ligada à modulação utilizada.

Para modulação QPSK, utilizando codificação de Gray, a relação entre BER e E_b/N_0 é dada por [4]

$$BER = Q \left(\sqrt{2 \left(\frac{E_b}{N_0} \right)} \right) \quad (2-1)$$

onde a função Q é definida por

$$Q(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^{\infty} e^{-\frac{\alpha^2}{2}} d\alpha \quad (2-2)$$

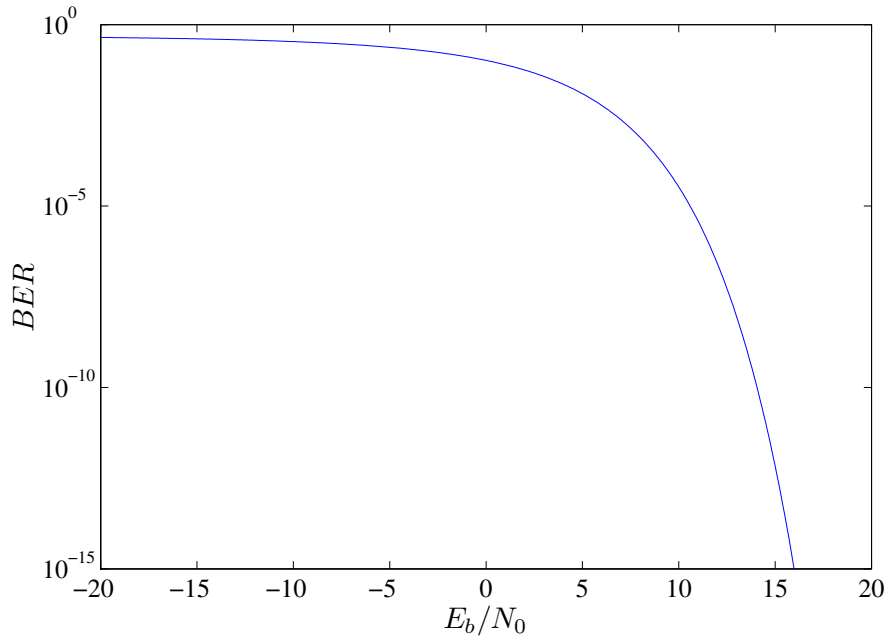


Figura 2.1: Taxa de erro de bit para sistemas QPSK

E para a modulação QAM-M, utilizando codificação de Gray, a relação pode ser aproximada [4] por

$$BER = \frac{4(\sqrt{M} - 1)}{\sqrt{M} \log_2 M} Q \left(\sqrt{\frac{3 \log_2 M}{M - 1} \frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (2-3)$$

As Figuras 2.1 e 2.2 ilustram a taxa de erro de bit como função da razão E_b/N_0 para as modulações QPSK e QAM-M, respectivamente.

As imperfeições do canal de transmissão (por exemplo, atenuação por chuvas e interferências) causam degradações na razão E_b/N_0 . Assim, considerando-se as imperfeições, esta razão, aqui denotada por E , se escreve

$$E = \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_{CS} \frac{1}{Z} \quad (2-4)$$

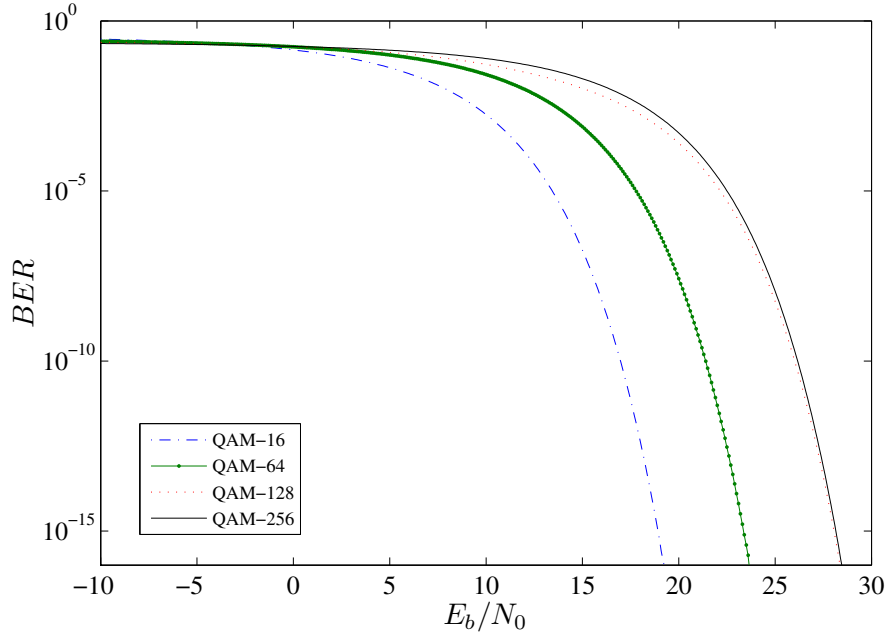


Figura 2.2: Taxa de erro de bit para sistemas QAM-M

Em (2-4), Z corresponde ao fator de degradação devida às imperfeições consideradas e $(E_b/N_0)_{CS}$ é a relação Energia por bit/Nível espectral do ruído térmico em condições de céu claro (*Clear Sky*). Quando expressa em dB, (2-4) se escreve

$$e = \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_{CS_{[dB]}} - z = f(z) \quad (2-5)$$

onde e e z correspondem aos valores E e Z expressos em dB, respectivamente .

Neste trabalho, são consideradas as degradações da razão E_b/N_0 devidas ao efeito de chuvas e de interferências externas. Dada a natureza aleatória dessas duas quantidades, o fator de degradação z será modelado por uma variável aleatória cujo comportamento estatístico depende das imperfeições do canal consideradas.

A partir de (2-4) e (2-5) é possível reescrever (2-1) como

$$BER = Q \left(\sqrt{2 \left(\frac{E_b}{N_0} \right)} \right) = Q \left(\sqrt{2 \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_{CS} \frac{1}{10^{z/10}}} \right) \quad (2-6)$$

De maneira análoga, (2-3) se escreve

$$BER = \frac{4(\sqrt{M} - 1)}{\sqrt{M} \log_2 M} Q \left(\sqrt{\frac{3 \log_2 M}{(M-1)} \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_{CS} \frac{1}{10^{z/10}}} \right) \quad (2-7)$$

Note que, sendo função da variável aleatória z , a taxa de erro de bit (BER) é também aleatória, sendo aqui representada pela variável aleatória b . Assim,

$$b = Q \left(\sqrt{2 \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_{CS} \frac{1}{10^{z/10}}} \right) = g_1(z) \quad (2-8)$$

no caso da modulação QPSK, e

$$b = \frac{4(\sqrt{M} - 1)}{\sqrt{M} \log_2 M} Q \left(\sqrt{\frac{3 \log_2 M}{(M-1)} \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_{CS} \frac{1}{10^{z/10}}} \right) = g_2(z) \quad (2-9)$$

no caso de modulações QAM-M.

O comportamento estatístico da taxa de erro de bit b , caracterizado, por exemplo, por sua Função Densidade de Probabilidade $p_b(B)$ ou por sua Função Distribuição de Probabilidade $F_b(B)$, será definido a partir do comportamento estatístico do fator de degradação z e do relacionamento em (2-8) ou (2-9).

Como as probabilidades dos eventos de erro EB, ES e SES, bem como a taxa de BBE dependem da taxa de erro de bit, elas serão também variáveis aleatórias. O relacionamento entre essas variáveis aleatórias e a taxa de erro de bit b serão apresentadas na seção que se segue.

2.2

Relacionamento entre as variáveis aleatórias r_{eb} , r_{es} , r_{ses} e r_{bbe} e b

As variáveis r_{eb} , r_{es} e r_{ses} , que representam probabilidades de ocorrência dos eventos de erro EB, ES e SES, assim como a variável r_{bbe} , que representa a taxa de blocos errados de fundo, serão relacionadas à taxa de erro de bit b por um modelo que considera a ocorrência de erros em surto segundo uma distribuição de Poisson.

Relacionamento entre as variáveis r_{eb} e b

A probabilidade de bloco errado será definida a partir do modelo de ocorrência de erros em surto apresentado em [5], que considera um número médio de erros por surto α .

De acordo com este modelo, a probabilidade de ocorrência de erro de bloco é expressa por

$$r_{eb} = 1 - e^{(-N_B b / \alpha)} = f_1(b) \quad (2-10)$$

onde N_B é o número de bits por bloco.

Valores típicos de erros por surto (α) variam entre 10 e 20 [8].

Para valores de $N_B b / \alpha \ll 1$, a relação (2-10) pode ser simplificada utilizando-se os 2 primeiros termos da expansão em série de Taylor da função $e^{-N_B b / \alpha}$, ou seja, utilizando-se

$$e^{-N_B b / \alpha} \approx 1 - \frac{N_B b}{\alpha} \quad (2-11)$$

A probabilidade r_{eb} é, então, aproximada [5] por

$$r_{eb} \approx 1 - \left(1 - \frac{N_B b}{\alpha}\right) \approx \frac{N_B b}{\alpha} \quad (2-12)$$

A Figura 2.3 ilustra a curva aproximada e a calculada por (2-10) para $N_B = 801$ e $\alpha = 10$.

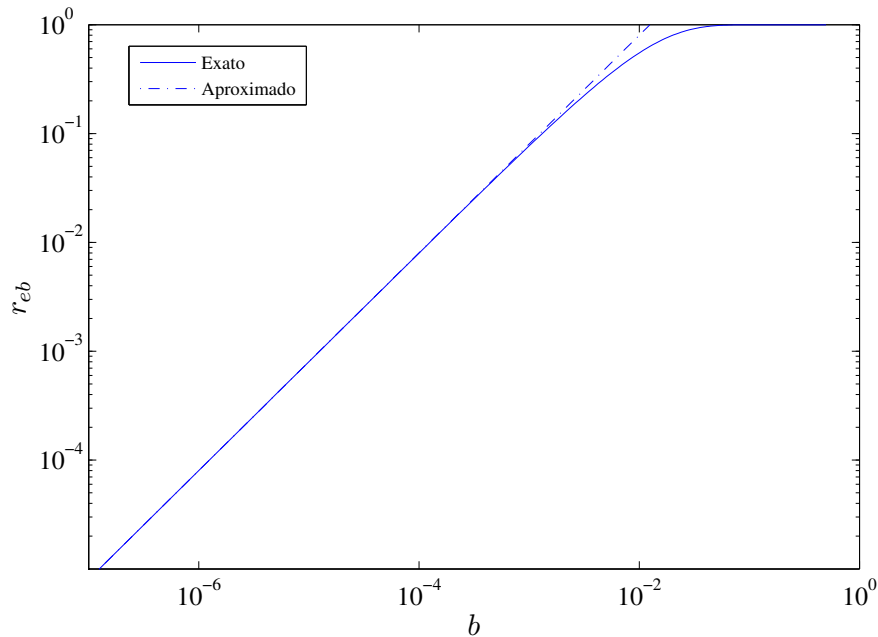


Figura 2.3: Probabilidade de bloco errado r_{eb} para $N_B = 801$ e $\alpha = 10$

Relacionamento entre as variáveis r_{es} e r_{eb}

Seja w a variável aleatória que caracteriza o número de blocos errados em um segundo. Esta quantidade é aqui modelada por uma variável aleatória de Poisson com parâmetro γ , onde γ é o número médio de blocos errados em um segundo. A probabilidade de haver k blocos errados em um segundo é, então, dada por

$$P(w = k) = \frac{\gamma^k e^{(-\gamma)}}{k!} \quad (2-13)$$

Note que, sendo n o número de blocos por segundo, o parâmetro γ é dado por $\gamma = nr_{eb}$.

Pela definição, para que haja um segundo errado, é necessário que pelo menos um dos seus blocos contenha erro. Assim, a probabilidade de segundo errado r_{es} é expressa por

$$\begin{aligned} r_{es} &= 1 - P(w = 0) = 1 - \frac{\gamma^0 e^{(-\gamma)}}{0!} \\ &= 1 - e^{(-nr_{eb})} = h_2(r_{eb}) \end{aligned} \quad (2-14)$$

Substituindo a expressão (2-10) de r_{eb} em (2-14), chega-se a

$$r_{es} = 1 - e^{(-n(1 - e^{(-nN_B b/\alpha)}))} = f_2(b) \quad (2-15)$$

Utilizando a aproximação em (2-12), obtém-se a expressão aproximada de r_{es}

$$r_{es} \approx 1 - e^{(-nN_B b/\alpha)} \quad (2-16)$$

Note que a equação acima é válida para $N_B b/\alpha \ll 1$.

A variável aleatória r_{es} representa a probabilidade de haver segundo errado e, como expresso em (2-14), depende da probabilidade de bloco errado r_{eb} . A relação entre r_{es} e r_{eb} está ilustrada na Figura 2.4 para $N_B = 801$, $\alpha = 10$ e $n = 192000$.

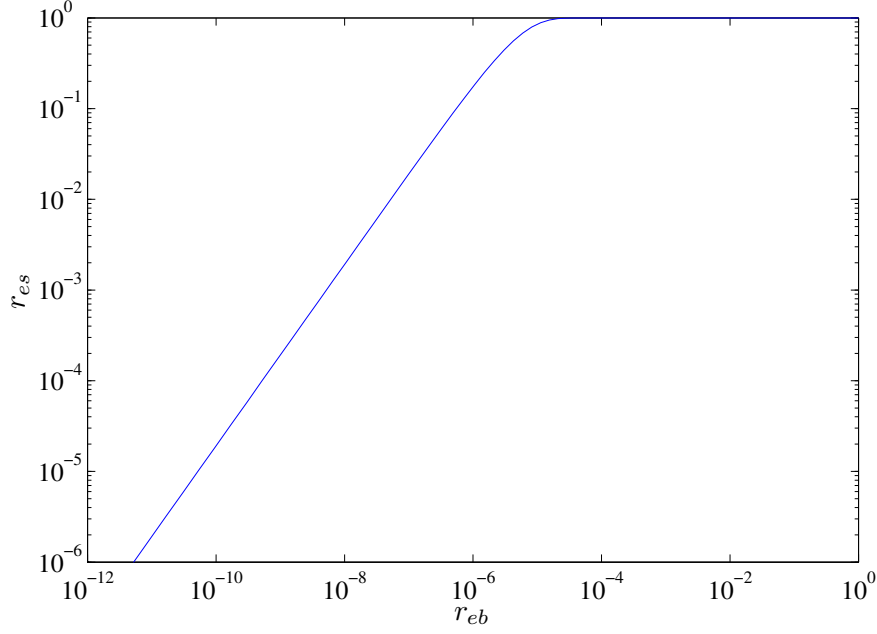


Figura 2.4: Probabilidade de segundo errado r_{es} para $N_B = 801$, $\alpha = 10$ e $n = 192000$

Relacionamento entre as variáveis r_{ses} e r_{eb}

Na determinação de uma relação teórica entre as variáveis r_{ses} e b , será utilizado, como em [5], um modelo de distribuição binomial para representar o número de blocos errados por segundo y . De acordo com este modelo, sendo n o número de blocos por segundo, a probabilidade de haver k blocos errados em um segundo é dada por

$$P(y = k) = r_{eb}^k (1 - r_{eb})^{(n-k)} \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad k = 1, \dots, n \quad (2-17)$$

Pela definição de segundo severamente errado, apresentada anteriormente, para que um evento de SES ocorra, o número de blocos errados deve ser igual ou superior a 30% do total de blocos no período de um segundo, ou seja, a probabilidade de ocorrer um evento SES é a probabilidade de $y \geq 0,3n$.

$$r_{ses} = P(y \geq 0,3n) = \sum_{k=0,3n}^n P(y = k) \quad (2-18)$$

Aplicando (2-17) em (2-18), obtém-se

$$r_{ses} = \sum_{k=0,3n}^n r_{eb}^k (1 - r_{eb})^{(n-k)} \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (2-19)$$

A equação acima pode ser aproximada pela integral de uma função normal com

média μ e variância σ^2 [5], cujas expressões são apresentadas a seguir

$$\mu = nr_{eb} \quad (2-20)$$

$$\sigma^2 = nr_{eb}(1 - r_{eb}) \quad (2-21)$$

Essa aproximação é válida para $nr_{eb}(1 - r_{eb}) \gg 1$.

A variável r_{ses} é, então, dada por

$$r_{ses} = \int_{0,3n}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{nr_{eb}(1 - r_{eb})}} e^{-(Y - nr_{eb})^2 / 2nr_{eb}(1 - r_{eb})} dY \quad (2-22)$$

Através da mudança de variável

$$\alpha = \frac{Y - nr_{eb}}{\sqrt{nr_{eb}(1 - r_{eb})}} \quad (2-23)$$

chega-se a seguinte expressão para a variável r_{ses}

$$r_{ses} = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\alpha^2/2} d\alpha \quad (2-24)$$

onde

$$a = \frac{n(0,3 - r_{eb})}{\sqrt{nr_{eb}(1 - r_{eb})}} \quad (2-25)$$

$$b = \frac{n(1 - r_{eb})}{\sqrt{nr_{eb}(1 - r_{eb})}} \quad (2-26)$$

Pela definição da função Q em (2-2), obtém-se

$$r_{ses} = Q\left(\frac{\sqrt{n}(0,3 - r_{eb})}{\sqrt{r_{eb}(1 - r_{eb})}}\right) - Q\left(\frac{\sqrt{n}(1 - r_{eb})}{\sqrt{r_{eb}(1 - r_{eb})}}\right) = h_3(r_{eb}) \quad (2-27)$$

A relação entre as variáveis r_{eb} e b ($r_{eb} = f_1(b)$), expressa em (2-10) permite que (2-27) seja reescrita como

$$r_{ses} = Q\left(\frac{\sqrt{n}(0,3 - f_1(b))}{\sqrt{f_1(b)(1 - f_1(b))}}\right) - Q\left(\frac{\sqrt{n}(1 - f_1(b))}{\sqrt{f_1(b)(1 - f_1(b))}}\right) = f_3(b) \quad (2-28)$$

Para valores de r_{eb} acima de 0,3, intervalo no qual pode ocorrer segundo severamente errado, a segunda parcela da equação acima é muito inferior à primeira.

Dessa forma, r_{ses} pode ser aproximada por

$$r_{ses} \approx Q \left(\frac{\sqrt{n}(0,3 - r_{eb})}{\sqrt{r_{eb}(1 - r_{eb})}} \right) \quad (2-29)$$

A Figura 2.5 apresenta a relação de funcionalidade entre r_{ses} e r_{eb} para valores de n iguais a 2000 e 192000. Encontra-se ainda ilustrado nesta figura, o valor R_{eb}^{ses} de r_{eb} que corresponde a $r_{ses} = 1$, ou seja, R_{eb}^{ses} satisfaz à equação

$$h_3(R_{eb}^{ses}) = 1 \quad (2-30)$$

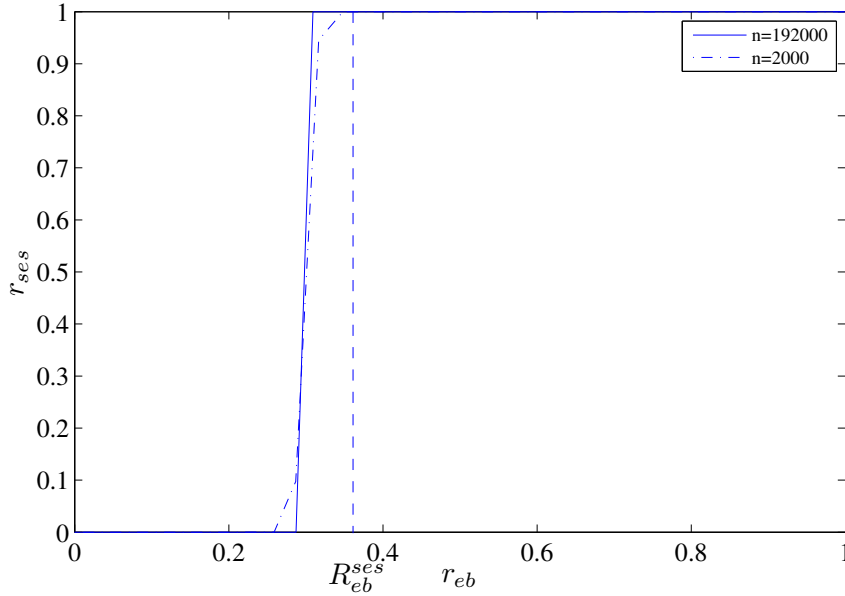


Figura 2.5: Probabilidade de segundo severamente errado r_{ses} para $\alpha = 10$

Note que a medida que n cresce, $h_3(r_{eb})$ tende a uma função degrau centrada em 0,3. A taxa de erro de bit B^{ses} , correspondente a esse valor, ou seja, acima do qual todos os segundos são severamente errados ($r_{ses} = 1$) é dada por

$$0,3 = f_1(B_{ses}) = 1 - e^{(-N_B B^{ses} / \alpha)}$$

$$B^{ses} = -\frac{\alpha}{N_B} \ln(0.7) \quad (2-31)$$

onde $f_1(b)$ é dada por 2-10.

Valores típicos de n (número de blocos por segundo) e N_B (número de bits

por bloco) para links dos sistemas SDH e PDH são encontrados nas Tabelas 2.1 e 2.2 [7] [6].

Tabela 2.1: Valores de n (blocos/s) e N_B (bits/bloco) para links do sistema SDH

Taxa de bit(Mbit/s)	Blocos/s (n)	Bits/bloco (N_B)
1,5	2000	832
2	2000	1120
6	2000	3424
34	8000	6120
140	8000	18792
155	192000	801

Tabela 2.2: Valores de n (blocos/s) e N_B (bits/bloco) para links do sistema PDH

Taxa de bit(kbit/s)	Blocos/s (n)	Bits/bloco (N_B)
1544	333	4632
2048	1000	2048
44736	9398	4760

Relacionamento entre as variáveis r_{bbe} e r_{eb}

A variável aleatória r_{bbe} , diferentemente das outras variáveis ligadas a eventos de erro que foram consideradas probabilidades, é definida como uma razão entre o número de blocos errados que não pertencem a um segundo severamente errado e o número total de blocos, com exceção dos blocos que pertencem a um segundo severamente errado.

Por esta definição, sendo $n_{\overline{SES}}$ o número médio de blocos errados em um segundo que não seja SES e sendo n o número de blocos por segundos, a razão de blocos errados de fundo é dada por

$$r_{bbe} = \frac{n_{\overline{SES}}}{n} \quad (2-32)$$

A variável $n_{\overline{SES}}$ será definida por um modelo que considera (2-17), ou seja, que o número y de blocos errados em n blocos é uma variável aleatória binomial.

Para que não haja um evento SES, o número de blocos errados não deve exceder 30% do número total de blocos no período de um segundo, ou seja, $y < 0,3n$. Logo, para considerar somente os blocos errados que pertencem a segundos que não sejam severamente errados

$$n_{\overline{SES}} = E[y \mid y < 0,3n] \quad (2-33)$$

Pela definição de valor esperado, $n_{\overline{SES}}$ é calculado por

$$n_{\overline{SES}} = \int_{-\infty}^{\infty} Y p_{y|y < 0, 3n}(Y) dY \quad (2-34)$$

A densidade de probabilidade da variável binomial y é dada pela equação

$$p_y(Y) = \sum_{k=1}^n \frac{n!}{(n-k)!k!} (r_{eb})^k (1-r_{eb})^{n-k} \delta(Y-k) \quad (2-35)$$

E a densidade condicional $p_{y|y < 0, 3n}(Y)$ [2] é dada por

$$p_{y|y < 0, 3n}(Y) = \frac{\frac{d}{dY} P(y \leq Y, y < 0, 3n)}{P(y < 0, 3n)} \quad (2-36)$$

Note que

$$P(y \leq Y, y < 0, 3n) = \begin{cases} P(y \leq Y) & Y < 0, 3n \\ P(y < 0, 3n) & Y \geq 0, 3n \end{cases} \quad (2-37)$$

Conseqüentemente, a densidade de probabilidade condicional $p_{y|y < 0, 3n}(Y)$ é dada por

$$p_{y|y < 0, 3n}(Y) = \begin{cases} p_y(Y)/P(y < 0, 3n) & Y < 0, 3n \\ 0 & Y \geq 0, 3n \end{cases} \quad (2-38)$$

Note também que $P(y < 0, 3n) = 1 - r_{ses}$ é a probabilidade de não haver segundo severamente errado.

Aplicando (2-38) e (2-35) em (2-34), é obtida a expressão

$$n_{\overline{SES}} = \frac{1}{1-r_{ses}} \int_{-\infty}^{\infty} Y \sum_{k=1}^{0, 3n-1} \frac{n!}{(n-k)!k!} (r_{eb})^k (1-r_{eb})^{n-k} \delta(Y-k) dY \quad (2-39)$$

Retirando da integral os fatores que não dependem de Y

$$n_{\overline{SES}} = \frac{1}{1-r_{ses}} \sum_{k=1}^{0, 3n-1} \frac{n!}{(n-k)!k!} (r_{eb})^k (1-r_{eb})^{n-k} \int_{-\infty}^{\infty} Y \delta(Y-k) dY \quad (2-40)$$

E ainda resolvendo a integral em Y , chega-se a expressão para o número médio de blocos errados de fundo para segundos não severamente errados

$$n_{\overline{SES}} = \frac{1}{1-r_{ses}} \sum_{k=1}^{0, 3n-1} k \frac{n!}{(n-k)!k!} (r_{eb})^k (1-r_{eb})^{n-k} \quad (2-41)$$

A aproximação da distribuição binomial por uma normal com média μ e variância σ^2 , utilizada para a variável r_{ses} , pode ser aplicada em (2-41). Logo,

$$n_{\overline{SES}} = \frac{1}{1 - r_{ses}} \int_1^{0,3n-1} Y \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(Y-\mu)^2/2\sigma^2} dY \quad (2-42)$$

Os valores de μ e σ são dados por (2-20) e (2-21), respectivamente.

Fazendo a seguinte mudança de variável

$$\alpha = \frac{Y - \mu}{\sigma} \quad (2-43)$$

obtém-se um valor de $n_{\overline{SES}}$ igual a

$$n_{\overline{SES}} = \frac{1}{1 - r_{ses}} \int_{(1-\mu)/\sigma}^{(0,3n-1-\mu)/\sigma} (\sigma\alpha + \mu) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\alpha^2/2} d\alpha \quad (2-44)$$

Considerando-se as expressões de μ e σ dadas por (2-20) e (2-21), respectivamente, assim como a expressão em (2-27) chega-se a

$$\begin{aligned} n_{\overline{SES}} &= \frac{\sqrt{nr_{eb}(1-r_{eb})}}{1-h_3(r_{eb})} \int_{m_1(r_{eb})}^{m_2(r_{eb})} \alpha \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\alpha^2/2} d\alpha \\ &+ \frac{nr_{eb}}{1-h_3(r_{eb})} \int_{m_1(r_{eb})}^{m_2(r_{eb})} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\alpha^2/2} d\alpha \end{aligned} \quad (2-45)$$

onde

$$\begin{aligned} m_1(r_{eb}) &= \frac{1 - \mu}{\sigma} \\ &= \frac{1 - nr_{eb}}{\sqrt{nr_{eb}(1-r_{eb})}} \end{aligned} \quad (2-46)$$

$$\begin{aligned} m_2(r_{eb}) &= \frac{0,3n - 1 - \mu}{\sigma} \\ &= \frac{n(0,3 - r_{eb}) - 1}{\sqrt{nr_{eb}(1-r_{eb})}} \end{aligned} \quad (2-47)$$

Resolvidas as integrais em (2-45), é determinada a expressão da variável $n_{\overline{SES}}$

$$n_{SES} = \frac{\sqrt{nr_{eb}(1-r_{eb})}}{\sqrt{2\pi}(1-h_3(r_{eb}))} \left(e^{-m_1^2(r_{eb})/2} - e^{-m_2^2(r_{eb})/2} \right) + \frac{nr_{eb}}{1-h_3(r_{eb})} [Q(m_1(r_{eb})) - Q(m_2(r_{eb}))] \quad (2-48)$$

Substituindo (2-48) em (2-32), obtém-se, finalmente, a expressão para a variável r_{bbe}

$$r_{bbe} = \frac{\sqrt{nr_{eb}(1-r_{eb})}}{n\sqrt{2\pi}(1-h_3(r_{eb}))} \left(e^{-m_1^2(r_{eb})/2} - e^{-m_2^2(r_{eb})/2} \right) + \frac{r_{eb}}{1-h_3(r_{eb})} [Q(m_1(r_{eb})) - Q(m_2(r_{eb}))] = h_4(r_{eb}) \quad (2-49)$$

Note que r_{bbe} só é definido se $r_{ses} < 1$. Isto significa que r_{bbe} só é definido para $r_{eb} < R_{eb}^{ses}$, onde R_{eb}^{ses} é solução de (2-30).

Em (2-49), $m_1(r_{eb})$, $m_2(r_{eb})$ e $h_3(r_{eb})$ são dados respectivamente por (2-46), (2-47) e (2-27).

Este resultado permite calcular a razão entre o número de blocos errados em segundos que não sejam severamente errados e o número total de blocos nesses segundos, o que caracteriza a variável r_{bbe} .

A Figura 2.6 ilustra a variável r_{bbe} como função de r_{eb} . Note nesta figura que, quando n é pequeno, existe uma região em torno de $r_{eb} = 0, 3n$ onde r_{bbe} decresce. Isto é esperado, uma vez que neste caso a transição de 0 para 1 de r_{ses} não é abrupta, fazendo com que os numeradores em (2-49) decaiam mais rapidamente do que o denominador $(1 - r_{ses})$.

Considerando-se que $r_{eb} = f_1(b)$ e $r_{ses} = f_3(b)$, onde f_1 e f_3 são dados por (2-10) e (2-28), é possível reescrever (2-49) como

$$r_{bbe} = \frac{\sqrt{nf_1(b)(1-f_1(b))}}{n\sqrt{2\pi}(1-f_3(b))} \left[e^{-m_1^2(f_1(b))/2} - e^{-m_2^2(f_1(b))/2} \right] + \frac{f_1(b)}{[1-f_3(b)]} \{Q[m_1(f_1(b))] - Q[m_2(f_1(b))]\} = f_4(b) \quad (2-50)$$

onde, conforme indicado anteriormente, $m_1(r_{eb})$ e $m_2(r_{eb})$ são dados por (2-46) e

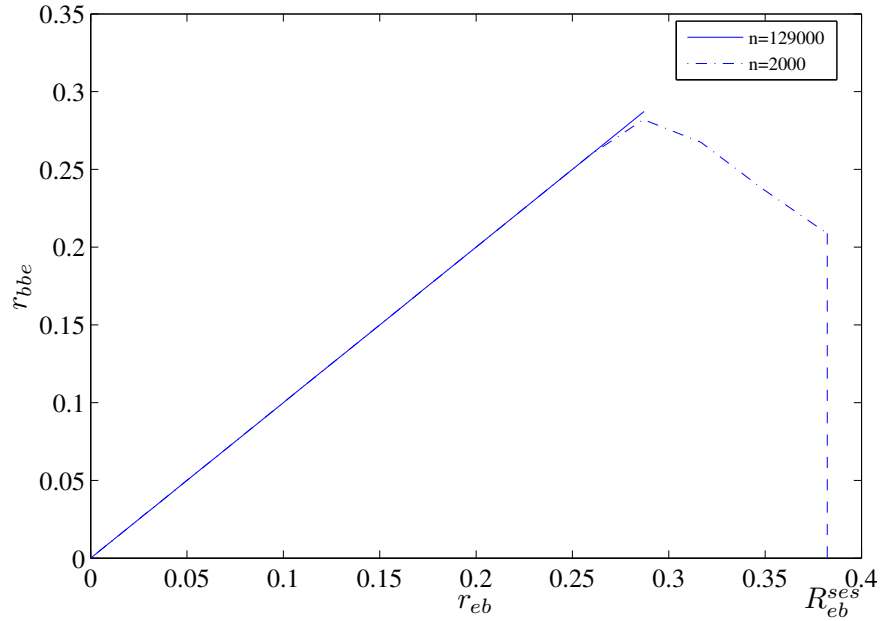


Figura 2.6: Probabilidade de bloco errado de fundo r_{bbe} para $\alpha = 10$

(2-47).

As variáveis r_{es} , r_{ses} e r_{bbe} foram definidas como funções da variável r_{eb} , que, por sua vez, foi modelada como função de b . Consequentemente aquelas também são relacionadas a b . Tal relacionamento está ilustrado na Figura 2.7.

Como pode ser observado pela Figura 2.7, para valores de $r_{ses} = 0$, a variável r_{bbe} difere da variável r_{eb} . Isto é explicado pelo fato de a aproximação da distribuição binomial pela normal, utilizada na determinação da variável r_{bbe} , não ser válida para valores pequenos de b . No caso da Figura 2.7, para valores de $b < 10^{-6}$.

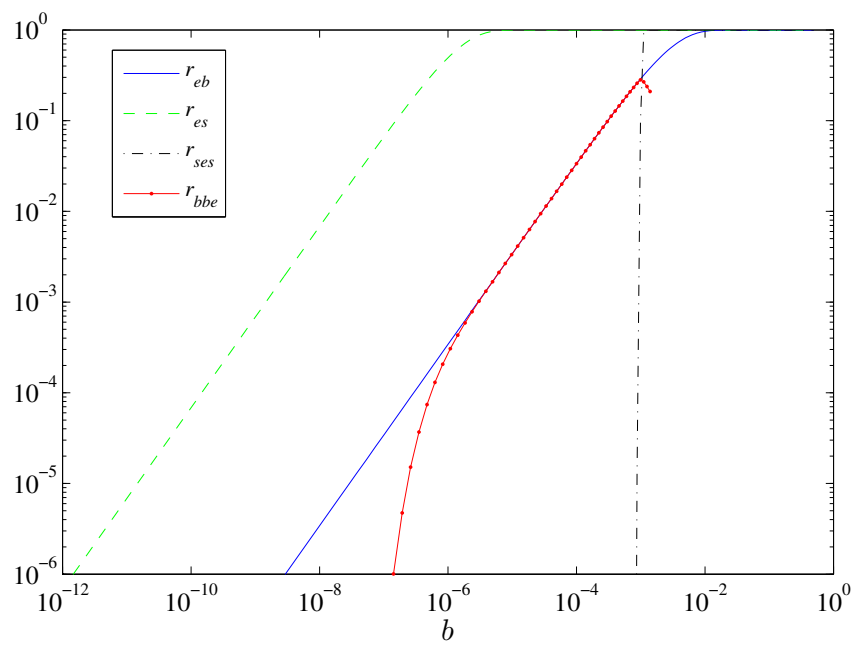


Figura 2.7: Variáveis r_{eb} , r_{es} , r_{ses} e r_{bbe} como função da taxa de erro de bit b para $\alpha = 10$, $n = 2000$ e $N_B = 3424$