6
Controlador de Estado

Apresenta-se a seguir o método para implementação do sistema de controle por estados (Ogata, 1990). Considera-se agora o sistema representado em sua forma de estado:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \tag{25}$$

cujo o diagrama de blocos da malha aberta pode ser representado de acordo com a Figura 64.

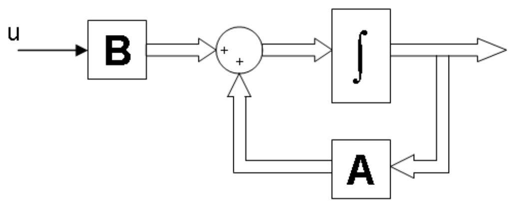

Figura 64: Sistema de Controle de Malha Aberta.

Em um sistema de controle por realimentação de estado, assume-se que o sinal de controle (u) é do tipo: $u = -Kx$, onde K representa uma matriz de ganhos e o diagrama de blocos da malha fechada passa a ser como mostra a Figura 65.

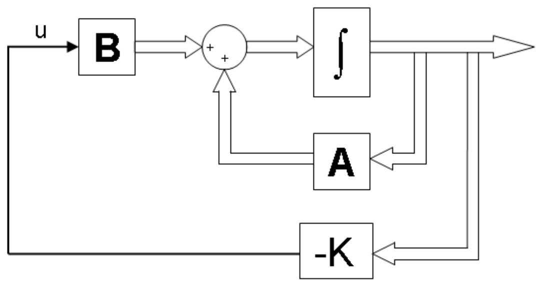

Figura 65: Sistema de controle de malha fechada.

Quando substitui-se u na expressão $\dot{x} = Ax + Bu$ tem-se:

$$\dot{x} = (A - BK)x \tag{26}$$

Cuja solução é:

$$x = e^{(A-BK)t}x(0) \tag{27}$$

Nota-se que as características transitórias e de estabilidade do sistema são definidas pela matriz A-BK, ou seja, se a matriz K for escolhida de forma adequada, pode-se fazer A-BK uma matriz assintóticamente estável.

Fazendo um paralelo com o comportamento do ser humano ao volante, pode-se pensar que a matriz de ganhos K seja a sensibilidade que um dado piloto tem as diversas variáveis do modelo, futuros trabalhos podem explorar o quão sensível é o piloto a cada variável. Outra importante sugestão de aprimoramento é analisar a viabilidade em se medir todos os estados do veículo em tempo real e com acurácia suficiente.

6.1. Cálculo da Matriz de Ganho (K)

Para que se possa alocar aleatoriamente os pólos, é preciso checar as condições suficientes e necessárias, ou seja, o posto da matriz de controlabilidade deve ser maior ou igual à dimensão da matriz A. Sendo assim calcula-se primeiramente a matriz de controlabilidade do sistema, dada pela expressão abaixo:

$$C = \left[B \;|AB\; |...\; |A^{n-1}B\right] \tag{28}$$

Se o posto de C for menor que a dimensão da matriz A, os pólos não poderão ser alocados arbitrariamente. Em seguida determina-se os autovalores da matriz A, que nada mais são que os pólos do sistema (a_1, a_2, a_3, a_4), quando o sistema é de estados completamente controláveis (o posto de C é igual a ordem da matriz A). O próximo passo é colocar o sistema na forma canônica de estado, para isso deve-se calcular a matriz de transformação T que é igual à matriz de controlabilidade C vezes uma matriz W (Ogata, 1990), formada pelos coeficientes do polinômio característico de A, dado por

$$c_0 s^n + c_1 s^{n-1} + ... + c_n s + c_{n+1} = 0 \tag{29}$$

$$T = C.W \tag{30}$$

$$W = \begin{bmatrix} c_3 & c_2 & c_1 & 1 \\ c_2 & c_1 & 1 & 0 \\ c_1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{31}$$

Agora deve-se escrever um novo polinômio característico da forma $(s-\mu_1)(s-\mu_2)(s-\mu_3)(s-\mu_4)$, onde μ_i é a nova posição dos pólos. Os coeficientes desse polinômio característico são α_1, α_2, α_3 e α_4.

.

Por definição a matriz de ganho é dada por:

$$\begin{aligned} K &= \left[K_v \quad K_\theta \quad K_\omega \quad K_Y\right] \\ K &= \left[\alpha 4 - c4 \quad \alpha 3 - c3 \quad \alpha 2 - c2 \quad \alpha 1 - c1\right].T^{-1} \end{aligned} \tag{32}$$

Os ganhos Kv, Kθ, Kω e KY são os ganhos associados aos estados do modelo, velocidade lateral, ângulo de yaw, velocidade de yaw e deslocamento no eixo y global respectivamente.

Em seguida pode-se ver o desenvolvimento descrito acima para o modelo em questão, descrito no Capítulo 4. Após substituir os valores da Tabela 3 se tem as seguintes matrizes para o sistema,

$$A = \begin{bmatrix} -2.6756 & 0 & -19.9813 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.0112 & 0 & -2.3426 & 0 \\ -1 & -20 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} 26.7559 \\ 0 \\ 19.2480 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{33}$$

Pode-se ver que a matriz de controlabilidade C tem posto 4 e a partir da matriz W, formada pelos coeficientes do polinômio característico é calculada a matriz T, usada para calcular a matriz de ganhos K dada por (32

$$C = \begin{bmatrix} 26.8 & -465.2 & 2115.6 & -7.6549 \\ 0 & 19.2 & -44.8 & 99.8 \\ 19.2 & -44.8 & 99.8 & -210.1 \\ 0 & -26.8 & 71.2 & -1219.7 \end{bmatrix} \tag{34}$$

Os autovalores do sistema em malha aberta são,

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -2.5091 + 0.4428i & -2.5091 - 0.4428i \end{bmatrix} \tag{35}$$

De (30) se tem que,

$$T = \begin{bmatrix} 3117.3 & -672.2 & 1793.6 & 26.8 \\ -66 & 80.2 & -25.5 & 0 \\ 147.1 & -66 & 151.6 & 19.2 \\ -931 & -102.5 & 44.5 & 0 \end{bmatrix} \tag{36}$$

Como não se tinha sensibilidade a respeito do ajuste do controlador, determinou-se de forma arbitrária 3 conjuntos de pólos, sendo que em um deles todos os pólos foram colocados sobre o eixo real. Diante dos resultados pode-se analisar o comportamento do sistema de acordo com a escolha de pólos.

6.2. Simulações Para o Controlador de Estado

Levando em consideração os valores dados anteriormente para os parâmetros do modelo linear e a velocidade longitudinal de 20 m/s, é mostrado seguir algumas simulações para diferentes escolhas de pólos do sistema de malha fechada. Na Figura 66 os pólos de malha fechada foram alocados em -2, -3, -4-0.5i, -4+0.5i. Na Figura 67 e Figura 68 podem ser visto o esterçamento e o erro. Apesar de o veículo não sair da pista o erro é maior que nos casos anterior. O esterçamento encontra-se dentro do limite de 45°.

Deslocamento do C.G.

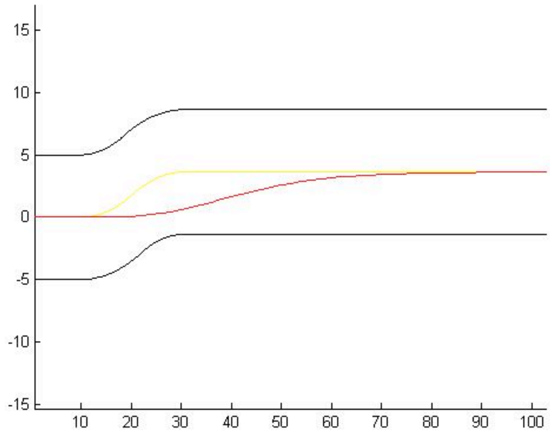

Figura 66: Deslocamento do C.G. - Pólos em -2,-3, -4-0.5i, -4+0.5i

Ângulo de esterçamento

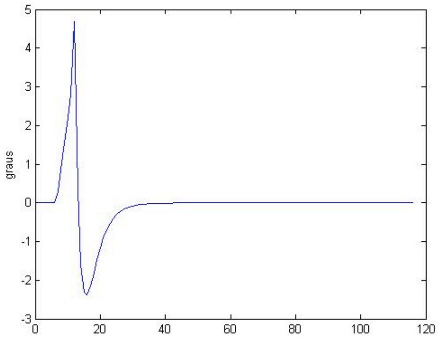

Figura 67: Ângulo de esterçamento - Pólos em -2,-3, -4-0.5i, -4+0.5i.

Erro

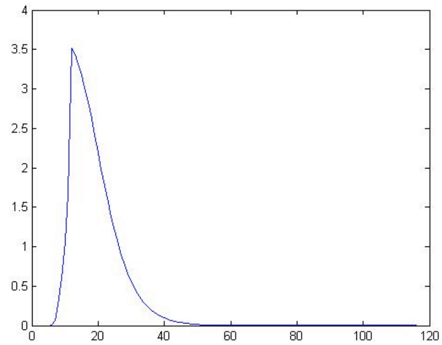

Figura 68: Erro - Pólos em -2,-3, -4-0.5i, -4+0.5i

Com o intuito de melhorar o resultado os pólos foram alocados mais distantes do eixo real, -6, -7, -8-0.5i, -8+0.5i. Comparando a Figura 69 com a Figura 66 é possível notar uma melhora no erro (Figura 71), mas aparece um transiente no esterçamento em resposta à elevação do erro durante a entrada da curva.

Deslocamento do C.G.

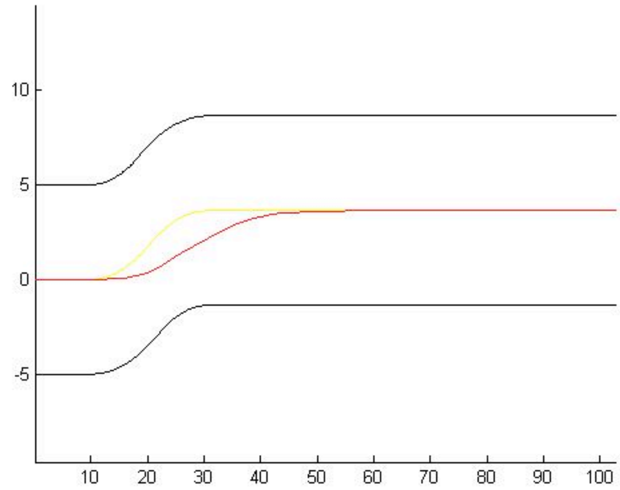

Figura 69: Deslocamento do C.G. - Pólos em -6,-7, -8-0.5i, -8+0.5i.

Ângulo de esterçamento

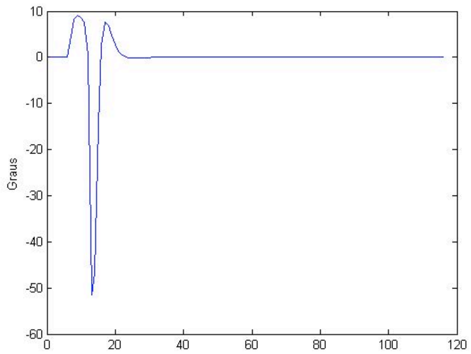

Figura 70: Ângulo de esterçamento - Pólos em -6,-7, -8-0.5i, -8+0.5i.

Erro

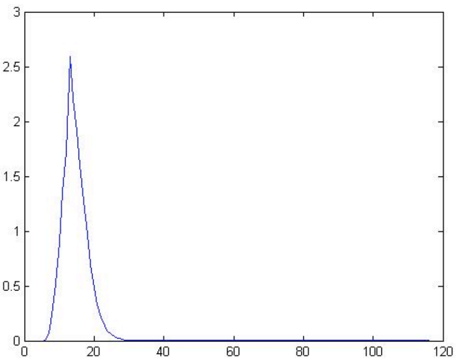

Figura 71: Erro - Pólos em -6,-7, -8-0.5i, -8+0.5i.

A seguir os pólos foram todos alocados sobre o eixo real, -8, -9, -10, -11. Pela Figura 72 nota-se uma pequena melhora, mas a transição entre as duas curvas (troca de concavidade) é sentida pela controlador. É importante ressaltar que o *yaw* também está sendo considerado nessa malha, ao passo que ele é usado na realimentação. A Figura 73 e a Figura 74 mostram o efeito do transiente que aparece no esterçamento e no erro respectivamente.

Deslocamento do C.G.

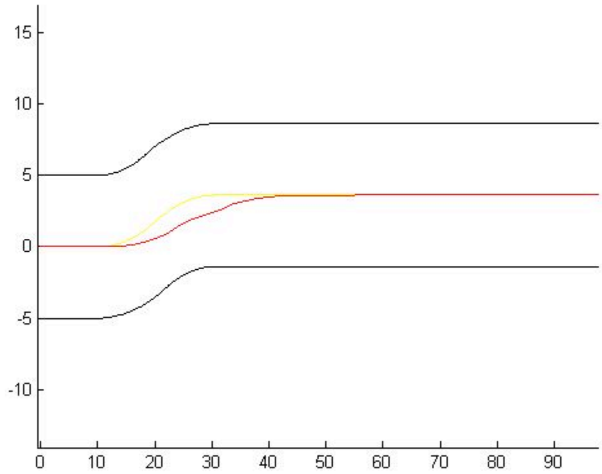

Figura 72: Deslocamento do C.G. - Pólos em -8, -9, -10, -11.

Ângulo de esterçamento

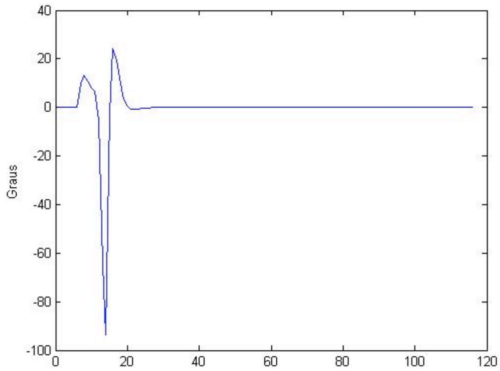

Figura 73: Ângulo de esterçamento – Pólos em -8, -9, -10, -11.

Erro

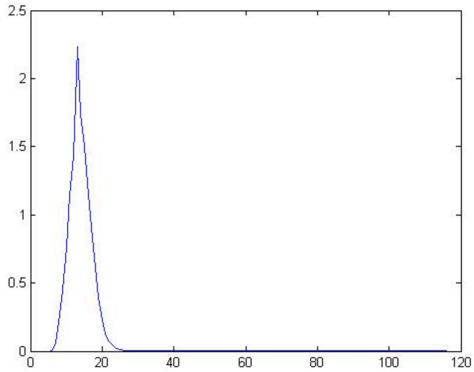

Figura 74: Erro - Pólos em -8, -9, -10, -11.

Pode-se notar pelas simulações feitas acima que posicionar os pólos no semi-plano negativo leva o erro a zero, mas mesmo escolhendo pólos bem a esquerda, sejam complexos conjugados ou todos reais, o sistema não segue de maneira satisfatória a trajetória desejada. Isso se dá pelo fato de a referência ser uma combinação de degraus com amplitudes diferentes, isto é, a cada valor de X, é dado um valor desejado de Y. O tempo de resposta desse sistema em malha fechada não é bom para rastrear trajetórias.

A seguir pode-se ver o controlador determinado acima, com todos os pólos no eixo real, introduzido na malha de controle com troca de referencial não linear. O resultado é muito aquém do esperado (Figura 75). Os elementos não lineares na malha fazem com que o sistema não tenda para a trajetória desejada e o erro aumenta ao longo do tempo, como visto na Figura 77. O esterçamento continua apresentando um transiente durante as entradas de curva (Figura 76).

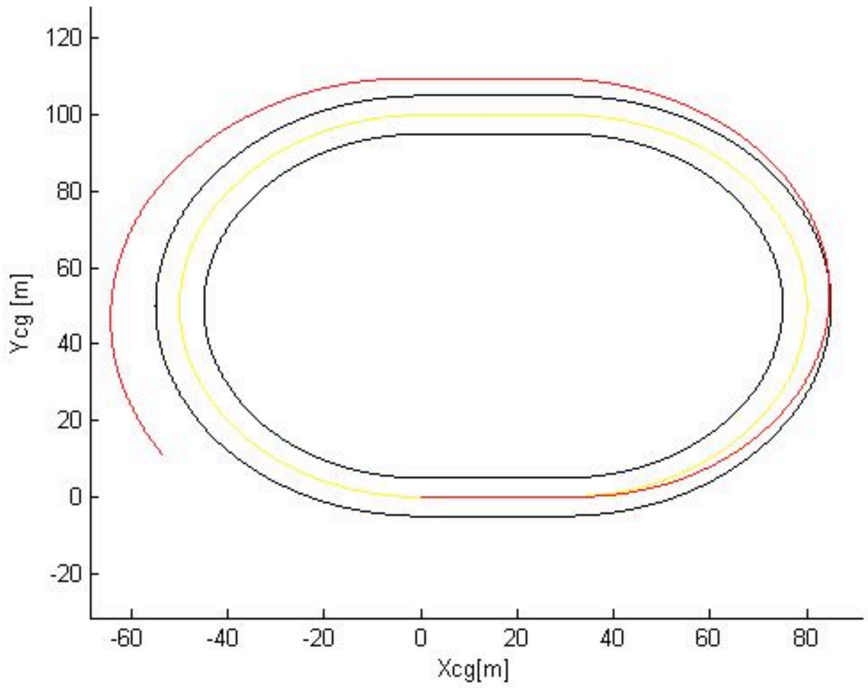

Figura 75: Deslocamento do C.G. - Pista Fechada - Pólos em -8,-9,-10,-11.

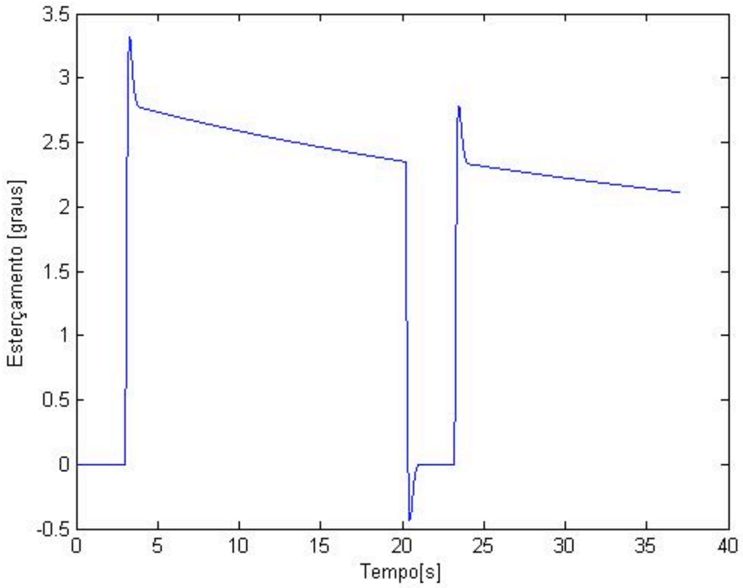

Figura 76: Esterçamento - Pista Fechada - Pólos em -8,-9,-10,-11.

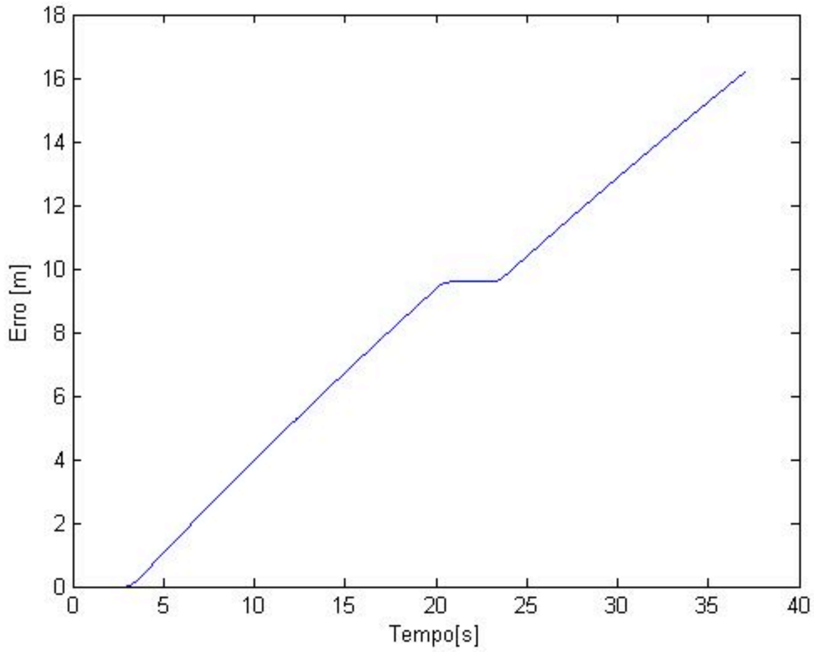

Figura 77: Erro - Pista Fechada - Pólos em -8,-9,-10,-11.

O controle moderno apresentou piores resultados do que os controladores clássicos, mesmo com o ajuste dos pólos o sistema apresentou mais erro do que nos casos anteriores. O fato de a referência não ser um degrau mais sim uma seqüência de degraus com amplitudes diferentes pode ter prejudicado o resultado, já que o projeto do controlador não leva em consideração a forma do sinal de referência. Técnicas como o regulador linear de saída podem ser estudas no futura para aprimorar os resultados, ao passo que ela leva em consideração o sinal de referência. Para trajetórias fechadas pode-se pensar em linearização por partes da trajetória como sugestão de estudos futuros.