

6

Formulação Matemática

Nesta dissertação foi desenvolvido um modelo de recurso em dois estágios com estrutura fixa para auxiliar o planejamento estratégico da cadeia integrada de petróleo. Este modelo é baseado na abordagem de análise de cenários e trata três fontes de incerteza: oferta de óleo bruto, demanda nacional por derivados e preços de derivados e petróleo no mercado nacional e internacional. A seguir será apresentada uma versão simplificada do modelo estocástico proposto com o objetivo de introduzir os conceitos básicos utilizados na modelagem do problema. Para isso, será usada a formulação do equivalente determinístico bem como uma série de simplificações. O equacionamento completo do modelo determinístico, do modelo estocástico e do modelo robusto pode ser visto nas seções 6.2, 6.3 e 6.4 respectivamente.

6.1

Modelo Estocástico Simplificado

A descrição do equacionamento do modelo estocástico simplificado estrutura-se da seguinte forma: as entidades (conjuntos de elementos) e variáveis de decisão do modelo estão definidas na Tabela 6.1, a Tabela 6.2 descreve os parâmetros do modelo (dados de entrada) e a formulação matemática é apresentada pelas equações 6.1 a 6.15.

Nesta formulação do equivalente determinístico assumi-se que as incertezas sejam representadas de forma discreta através de S cenários, e que a probabilidade de ocorrência do s -ésimo cenário é dada por $p_s \geq 0 \forall s = 1, \dots, S$ (tal que $\sum_{s=1}^S p_s = 1$). O modelo estocástico simplificado pode ser representado por:

Tabela 0.1: Conjuntos e variáveis – Modelo simplificado.

Entidades		Variáveis	
Conjunto de nós $i1, i2$	I	Variáveis de Primeiro Estágio	
Subconjunto de refinarias r	$R \subset I$	Investimentos em unidades da refinaria	K_r
Subconjunto de campos de exploração f	$F \subset I$	Investimentos em transporte	KT_{if}
Subconjunto de nós internacionais in	$IN \subset I$	Variáveis de Segundo Estágio	
Subconjunto de terminais tr	$TR \subset I$	Carga de alimentação da destilação	$DFR_{r,o,s}$
Subconjunto de bases b	$B \subset I$	Produção da refinaria	$PFR_{r,po,s}$
Conjunto de produtos po	P	Fluxo de petróleo transportado	$OT_{o,i1,i2,s}$
Conjunto de petróleos o	O	Fluxo de derivados transportado	$PT_{po,i1,i2,s}$
Conjunto de cenários s	S		

Tabela 0.2: Tabela de parâmetros – Modelo simplificado.

Parâmetros Determinísticos			
Custo de investimento em refino	KC_r	Demanda de petróleo externa máxima	$\overline{ODE}_{in,o}$
Custo operacional do refino	OC_r	Demanda de petróleo externa mínima	$\underline{ODE}_{in,o}$
Custo operacional adicional do refino	$\overline{\overline{OC}}_r$	Demanda de produto externa máxima	$\overline{PDE}_{in,po}$
Capacidade inicial de refino	UC_r	Demanda de produto externa mínima	$\underline{PDE}_{in,po}$
Capacidade adicional de refino	$\overline{\overline{UC}}_r$	Oferta de petróleo externa máxima	$\overline{OSE}_{in,o}$
Rendimento da refinaria	$DY_{o,po}$	Oferta de petróleo externa mínima	$\underline{OSE}_{in,o}$
Custo de investimento em transporte	$KTC_{i1,i2}$	Oferta de produto externa máxima	$\overline{PSE}_{in,po}$
Capacidade inicial de transporte	$CT_{i1,i2}$	Oferta de produto externa mínima	$\underline{PSE}_{in,po}$
Capacidade adicional de transporte	$\overline{\overline{CT}}_{i1,i2}$	Custo de transporte	$TC_{i1,i2}$
Parâmetros Estocásticos			
Produção de petróleo nacional	$FP_{f,o,s}$	Preço do petróleo para exportação	$OPE_{in,o,s}$
Demanda de produto	$PD_{b,po,s}$	Preço do petróleo para importação	$OPI_{in,o,s}$
Preço do petróleo para distribuição	$OPBR_{o,s}$	Preço do produto para exportação	$PPE_{in,po,s}$
Preço do produto para distribuição	$PPBR_{po,s}$	Preço do produto para importação	$PPI_{in,po,s}$
Probabilidade do cenário s	P_s		

$$Max \quad - \sum_{r \in R} KC_r \cdot K_r - \sum_{i1 \in I} \sum_{i2 \in I} KTC_{i1,i2} \cdot KT_{i1,i2}$$

Investimentos (6.1)

$$- \sum_{r \in R} \left(OC_r \cdot UC_r + \overline{\overline{OC}}_r \cdot \overline{\overline{UC}}_r \cdot K_r \right)$$

Custo de operação de

refino (6.2)

$$+ \sum_{s=1}^S p_s \left(\sum_{r \in R} \sum_{o \in O} OPBR_{o,s} \cdot \sum_{i1 \in I} OT_{o,i1,r,s} + \sum_{b \in B} \sum_{po \in P} PPBR_{po,s} \cdot PD_{b,po,s} \right)$$

Venda de petróleo e

derivados (6.3)

$$+ \sum_{i1 \in I} \sum_{in \in I} \sum_{o \in O} \left(OPE_{in,o,s} \cdot OT_{o,i1,in,s} - OPI_{in,o,s} \cdot OT_{o,in,i1,s} \right)$$

Exportação e

importação (6.4)

$$+ \sum_{i1 \in I} \sum_{in \in I} \sum_{po \in P} (PPE_{in,po,s} \cdot PT_{po,i1,in,s} - PPI_{in,po,s} \cdot PT_{po,in,i1,s}) \quad \text{Exportação e}$$

importação (6.5)

$$- \sum_{i1 \in I} \sum_{i2 \in I} \left[\left(\sum_{po \in P} PT_{po,i1,i2,s} + \sum_{o \in O} OT_{o,i1,i2,s} \right) \cdot TC_{i1,i2} \right] \quad \text{Custo de operação de}$$

logística (6.6)

S.a.

$$\sum_{o \in O} DFR_{r,o,s} \cdot DY_{o,po} = PFR_{r,po,s} \quad \forall r \in R, \forall po \in P, \forall s \in S \quad \text{Balanço de}$$

Refino (6.7)

$$\sum_{o \in O} DFR_{r,o,s} \leq UC_r + \overline{UC}_r \cdot K_r \quad \forall r \in R, \forall s \in S \quad \text{Capacidade da}$$

$$\text{refinaria (6.8)} \quad PFR_{i1,po,s} + \sum_{i2 \in I} PT_{po,i2,i1,s} - \sum_{i2 \in I} PT_{po,i1,i2,s} = PD_{i1,po,s} \quad \forall i1 \in I, \forall po \in P, \forall s \in S$$

Balanço de Logística (6.9)

$$DFR_{i1,o,s} + \sum_{i2 \in I} OT_{o,i1,i2,s} - \sum_{i2 \in I} OT_{o,i2,i1,s} = FP_{i1,o,n,s} \quad \forall i1 \in I, \forall o \in O, \forall s \in S \quad \text{Balanço de}$$

Logística (6.10)

$$\sum_{po \in P} PT_{po,i1,i2,s} + \sum_{o \in O} OT_{o,i1,i2,s} \leq CT_{i1,i2} + \overline{CT}_{i1,i2} \cdot KT_{i1,i2} \quad \forall i1 \in I, \forall i2 \in I, \forall s \in S \quad \text{Capacidade}$$

Logística (6.11)

$$\underline{OSE}_{in,o} \leq \sum_{i1 \in I} OT_{o,in,i1,s} \leq \overline{OSE}_{in,o} \quad \forall in \in IN, \forall i \in I, \forall o \in O, \forall s \in S \quad \text{Limite de importação de}$$

petróleo (6.12)

$$\underline{PSE}_{in,po} \leq \sum_{i1 \in I} PT_{po,in,i1,s} \leq \overline{PSE}_{in,po} \quad \forall in \in IN, \forall i \in I, \forall po \in P, \forall s \in S \quad \text{Limite de importação de}$$

derivado (6.13)

$$\underline{OSD}_{in,o} \leq \sum_{i1 \in I} OT_{o,i1,in,s} \leq \overline{OSD}_{in,o} \quad \forall in \in IN, \forall i \in I, \forall o \in O, \forall s \in S \quad \text{Limite de exportação de}$$

petróleo (6.14)

$$\underline{PSD}_{in,po} \leq \sum_{i1 \in I} PT_{po,i1,in,s} \leq \overline{PSD}_{in,po} \quad \forall in \in IN, \forall i \in I, \forall po \in P, \forall s \in S \quad \text{Limite de exportação de}$$

derivado (6.15)

O objetivo é obter uma solução que maximize a soma dos custos de investimentos (Termo 6.1) e de operação da refinaria (Termo 6.2) associados às

decisões de primeiro estágio com o valor esperado das receitas e dos custos de operação dos S problemas de segundo estágio (Termos 6.3, 6.4, 6.5 e 6.6).

Nesta formulação as variáveis de investimentos em refino e infra-estrutura logística (K_r e $KT_{i,j}$) são definidas no primeiro estágio antes da realização das incertezas associadas aos parâmetros de produção de petróleo, demanda por derivados e preços. O *blending* de petróleo usado para a alimentação da refinaria, a produção de derivados e os fluxos de petróleo e derivados pela rede logística são as variáveis de segundo estágio associadas ao s -ésimo cenário. Enquanto que as variáveis de investimento são determinísticas, as de operação de refino e transporte são estocásticas.

As variáveis de decisão de ambos os estágios se relacionam através das restrições de capacidade de refino (Equação 6.8) e capacidade logística (Equação 6.11). Os preços dos derivados e do petróleo no mercado nacional e internacional que aparecem na função objetivo associados às variáveis de segundo estágio variam de cenário para cenário (Equações 6.2, 6.3 e 6.4). A produção de petróleo e a demanda nacional de derivado também dependem do índice de cenário e aparecem do lado direito das restrições de balanço logístico (Equações 6.9 e 6.10). Assume-se que o problema é de recurso fixo, logo nas restrições os coeficientes das variáveis de segundo estágio são fixas. Não existe nenhuma condição que relacione as decisões de segundo estágio associadas a cenários diferentes.

6.2

Modelo Matemático Determinístico

A descrição do equacionamento completo do modelo determinístico estrutura-se da seguinte forma: a Tabela 6.3 apresenta as entidades (conjuntos de elementos) e variáveis de decisão do modelo (contínuas e inteiras) enquanto que a Tabela 6.4 descreve os parâmetros do modelo (dados de entrada). As restrições referentes ao

refino são apresentadas na Seção 6.2.1, as restrições de logística e comercialização na Seção 6.2.2 e finalmente a função objetivo na Seção 6.2.3

Tabela 0.3: Conjuntos e variáveis – Modelo determinístico.

Entidades		Variáveis	
Conjunto de nós $i1, i2$	I	Variáveis Inteiras	
Subconjunto de refinarias r	$R \subset I$	Investimentos em unidades da refinaria	$K_{r,u,n}$
Subconjunto de campos de exploração f	$F \subset I$	Investimentos em transporte	$KT_{ut,n}$
Subconjunto de produtores de óleo vegetal vo	$VO \subset I$	Variáveis Contínuas	
Subconjunto de produtores de gás natural ng	$NG \subset I$	Capacidade Atual Máxima	$\overline{WC}_{r,u,n}$
Subconjunto de nós internacionais in	$IN \subset I$	Capacidade Atual Mínima	$\underline{WC}_{r,u,n}$
Subconjunto de terminais tr	$TR \subset I$	Custo Operacional Atual	$OCA_{r,u,n}$
Conjunto de bases b	$B \subset I$	Degradação	$B_{r,pi,po,n}$
Conjunto de períodos $\{n \mid n = 1, \dots, NT\}$	N	Carga de alimentação da destilação	$DFR_{r,u,c,o,n}$
Conjunto de produtos pi, po	P	Caragade alimentação da unidade de processo	$PFR_{r,u,c,pi,n}$
Conjunto de petróleos o	O	Capacidade Atual de Transporte	$WCT_{ut,n}$
Conjunto de classes de produtos cl	CL	Custo atual de transporte	$TCA_{ut,n}$
Conjunto de campanhas c	C	Exportação de petróleo	$OEXP_{in,o,n,h}^+$
Conjunto de tipo de unidades t	T	Importação de petróleo	$OIMP_{in,o,n,h}^-$
Conjunto de unidades de processo $u, u2$	U	Exportação de derivados	$PEXP_{in,po,n,h}^+$
Conjunto de modais de transporte m	M	Importação de derivados	$PIMP_{in,po,n,h}^-$
Conjunto de arcos de transporte ut	UT	Fluxo de entrada transportado	$IR_{r,po,n}$
Conjunto de faixas de preços h	H	Fluxo de petróleo transportado	$OT_{ut,o,n}$
		Fluxo de saída transportado	$OR_{r,po,n}$
		Fluxo de derivados transportado	$PT_{ut,po,n}$

Tabela 0.4: Parâmetros – Modelo determinístico.

Parâmetros			
Custo de investimento em refino	$KC_{r,u}$	Demanda de petróleo externa máxima	$\overline{ODE}_{in,o,n,h}$
Custo operacional do refino	$OC_{r,u}$	Demanda de petróleo externa mínima	$\underline{ODE}_{in,o,n,h}$
Custo operacional adicional do refino	$\overline{OC}_{r,u}$	Demanda de produto externa máxima	$\overline{PDE}_{in,po,n,h}$
Capacidade inicial máxima no refino	$\overline{UC}_{r,u}$	Demanda de produto externa mínima	$\underline{PDE}_{in,po,n,h}$
Capacidade inicial mínima no refino	$\underline{UC}_{r,u}$	Oferta de petróleo externa máxima	$\overline{OSE}_{in,o,n,h}$
Capacidade adicional máxima no refino	$\overline{\overline{UC}}_{r,u}$	Oferta de petróleo externa mínima	$\underline{OSE}_{in,o,n,h}$
Capacidade adicional mínima no refino	$\underline{\underline{UC}}_{r,u}$	Oferta de produto externa máxima	$\overline{PSE}_{in,po,n,h}$
Investimento previsto em refino	$KF_{r,u,n}$	Oferta de produto externa mínima	$\underline{PSE}_{in,po,n,h}$
Vida útil do projeto de refino	$L_{r,u}$	Preço do petróleo para exportação	$OPE_{in,o,n,h}$
Produção de gás natural	$NGP_{ng,po,n}$	Preço do petróleo para importação	$OPI_{in,o,n,h}$
Produção de óleo vegetal	$VOP_{vo,po,n}$	Preço do produto para exportação	$PPE_{in,po,n,h}$
Produção de petróleo nacional	$FP_{f,o,n}$	Preço do produto para importação	$PPI_{in,po,n,h}$
Demanda de produto	$PD_{b,po,n}$	Preço do petróleo para distribuição	$OPBR_{r,o,n,h}$
Proporção	$PERC_{r,u,c,pi,n}$	Preço do produto para distribuição	$PPBR_{b,po,n,h}$
Proporção máxima	$\overline{PERC}_{r,u,c,pi,n}$	Custo de investimento em transporte	KTC_{ut}
Proporção mínima	$\underline{PERC}_{r,u,c,pi,n}$	Custo de transporte	TC_{ut}
Rendimento da destilação	$DY_{r,u,c,o,po}$	Capacidade inicial de transporte	CT_{ut}
Rendimento das unidades de refino	$PUY_{r,u,c,pi,po}$	Capacidade adicional de transporte	\overline{CT}_{ut}
Enxofre do produto de entrada	$SIO_{pi,n}$	Investimento previsto em transporte	$KTF_{ut,n}$
Enxofre máximo	$SPO_{po,n}$	Existe arco de transporte	$UTE_{ut,i1,i2,m,cl}$
Fator de mistura	$BI_{po,n}$	Vida útil do projeto de transporte	LT_{ut}
Viscosidade mínima	$VPO_{po,n}$	Taxa de atualização	AT

6.2.1

Restrições relativas ao processo de refino

Balanco de Refino

$$\sum_{u \in U} \sum_{c \in C} \sum_{o \in O} DFR_{r,u,c,o,n} \cdot DY_{r,u,c,o,po} + \sum_{u \in U} \sum_{c \in C} \sum_{pi \in P} PFR_{r,u,c,pi,n} \cdot PUY_{r,u,c,pi,po} + \sum_{pi \in P} B_{r,pi,po,n} + \quad (6.16)$$

$$IR_{r,po,n} = \sum_{pi \in P} B_{r,po,pi,n} + \sum_{u \in U} \sum_{c \in C} PFR_{r,u,c,po,n} + \sum_{u \in U} \sum_{c \in C} \sum_{pi \in P} PFR_{r,u,c,pi,n} \cdot CP_{r,u,po} + OR_{r,po,n}$$

$$\forall r \in R, \forall po \in P, \forall n \in N$$

A soma dos fluxos de entrada deve ser igual à soma dos fluxos de saída em cada refinaria (r), unidade de processo (u), campanha² (c), produto (po) e período (n). O fluxo de entrada representa carga na unidade de processo (seja na destilação $DFR_{r,u,c,o,n}$ ou nas demais unidade de processo $PFR_{r,u,c,pi,n}$) multiplicada pela taxa de rendimento da unidade ($DY_{r,u,c,o,po}$ para a destilação e $PUY_{r,u,c,pi,po}$ para as demais unidades) para o produto de saída (po) somada ao volume de produto de entrada (pi) degradado ($B_{r,pi,po,n}$) em po mais a quantidade de po que entra na refinaria ($IR_{r,po,n}$). O fluxo de saída corresponde ao volume de po degradada ($B_{r,po,pi,n}$) em outros produtos somada a quantidade de po usada como carga e como combustível da próprio da unidade ($CP_{r,u,po}$) mais a quantidade de po presente na saída da refinaria ($OR_{r,po,n}$).

Operação da refinaria

$$PFR_{r,u,pi,c,n} = PERC_{r,u,pi,c,n} \cdot \sum_{pi \in P} PFR_{r,u,pi,c,n} \quad \forall r \in R, \forall u \in U, \forall pi \in P, \forall c \in C, \forall n \in N \quad (6.17)$$

$$\overline{PERC}_{r,u,pi,c,n} \cdot \sum_{pi \in P} PFR_{r,u,pi,c,n} \leq PFR_{r,u,pi,c,n} \leq \overline{PERC}_{r,u,pi,c,n} \cdot \sum_{pi \in P} PFR_{r,u,pi,c,n} \quad (6.18)$$

$$\forall r \in R, \forall u \in U, \forall pi \in P, \forall c \in C, \forall n \in N$$

As restrições 6.17 e 6.18 limitam a carga de alimentação ($PFR_{r,u,pi,c,n}$) de produto (pi) em uma unidade (u), que deve ser igual a um percentual ($PERC_{r,u,pi,c,n}$)

² Campanhas correspondem aos modos de operação do refino, isto é, o rendimento de uma unidade de processo varia em função da campanha.

ou maior que um percentual mínimo ($\underline{PERC}_{r,u,pi,c,n}$) e/ou menor que um percentual máximo ($\overline{PERC}_{r,u,pi,c,n}$) da carga total da unidade.

$$\overline{WC}_{r,u,n} = \overline{WC}_{r,u,n-1} + \overline{UC}_{r,u} \cdot (K_{r,u,n} + KF_{r,u,n}) - \overline{UC}_{r,u} \cdot \sum_{u2 \in U} [(K_{r,u2,n} + KF_{r,u2,n}) \cdot CU_{r,u,u2}] \quad (6.19)$$

$$\forall r \in R, \forall u \in U, \forall n \in N$$

$$\underline{WC}_{r,u,n} = \underline{WC}_{r,u,n-1} + \underline{UC}_{r,u} \cdot (K_{r,u,n} + KF_{r,u,n}) - \underline{UC}_{r,u} \cdot \sum_{u2 \in U} [(K_{r,u2,n} + KF_{r,u2,n}) \cdot CU_{r,u,u2}] \quad (6.20)$$

$$\forall r \in R, \forall u \in U, \forall n \in N$$

As Equações 6.19 e 6.20 definem as capacidades máxima e mínima de uma unidade no período n em função da capacidade anterior $WC_{r,u,n-1}$ e dos investimentos multiplicados por uma capacidade adicional ($\overline{UC}_{r,u} \cdot (K_{r,u,n} + KF_{r,u,n})$). No caso da substituição de uma unidade em operação por outra é subtraída uma parcela associada à desativação da unidade u ($\overline{UC}_{r,u} \cdot \sum_{u2 \in U} [(K_{r,u2,n} + KF_{r,u2,n}) \cdot CU_{r,u,u2}]$).

$$\underline{WC}_{r,u,n} \leq \sum_{o \in O} \sum_{c \in C} DFR_{r,u,o,c,n} + \sum_{pi \in P} \sum_{c \in C} PFR_{r,u,pi,c,n} \leq \overline{WC}_{r,u,n} \quad \forall r \in R, \forall u \in U, \forall n \in N \quad (6.21)$$

A carga na unidade é limitada em função das capacidades máxima $\overline{WC}_{r,u,n}$ e mínima $\underline{WC}_{r,u,n}$ tanto para o caso da destilação ($DFR_{r,u,o,c,n}$) quanto para o das demais unidades ($PFR_{r,u,pi,c,n}$).

Restrições de Qualidade de Refino

$$\sum_{u \in U} \sum_{pi \in P} \sum_{c \in C} PFR_{r,u,pi,c,n} \cdot SIO_{pi,n} \cdot PUY_{r,u,c,pi,po} \leq \left(\sum_{u \in U} \sum_{c \in C} \sum_{pi \in P} PFR_{r,u,c,pi,n} \cdot PUY_{r,u,c,pi,po} \right) \cdot SPO_{po,n} \quad (6.22)$$

$$\forall r \in R, \forall po \in P, \forall n \in N$$

A restrição 6.22 limita a quantidade de enxofre do produto de saída (po) em função da qualidade dos produtos de entrada (pi), isto é, a soma das cargas de pi multiplicados pelo seu percentual conhecido de enxofre $SIO_{pi,n}$ deve ser menor ou

igual ao volume produzido de po multiplicado pelo seu percentual desejado de enxofre $SPO_{po,n}$. Em um problema de nível estratégico é possível estimar o percentual de enxofre $SIO_{pi,n}$ dos produtos intermediários com precisão suficiente, tornando linear a restrição para o controle do percentual de enxofre presente nos produtos a serem comercializados.

$$\begin{aligned} & \sum_{pi \in P} \left(B_{r,pi,po,n} \cdot BI_{pi,n} \right) + \left(\sum_{u \in U} \sum_{c \in C} \sum_{o \in O} DFR_{r,u,c,o,n} \cdot DY_{r,u,c,o,po} + \sum_{u \in U} \sum_{c \in C} \sum_{pi \in P} PFR_{r,u,c,pi,n} \cdot PUY_{r,u,c,pi,po} \right) BI_{po,n} \\ & \leq VPO_{po,n} \cdot \left(\sum_{pi \in P} B_{r,pi,po,n} + \sum_{u \in U} \sum_{c \in C} \sum_{o \in O} DFR_{r,u,c,o,n} \cdot DY_{r,u,c,o,po} + \sum_{u \in U} \sum_{c \in C} \sum_{pi \in P} PFR_{r,u,c,pi,n} \cdot PUY_{r,u,c,pi,po} \right) \end{aligned} \quad (6.23)$$

$\forall r \in R, \forall po \in P, \forall n \in N$

A restrição 6.23 controla a viscosidade ($VPO_{po,n}$) de um determinado produto po em função do fator de mistura ($BI_{pi,n}$). A soma dos produtos de entrada (pi) degradados em po multiplicados pelo seu fator de mistura $BI_{pi,n}$ conhecido mais a quantidade produzida de po multiplicado pelo seu fator de mistura $BI_{po,n}$ conhecido deve ser menor ou igual que a soma de todo volume degrada em po e produzido de po multiplicado pelo seu fator de mistura $VPO_{po,n}$ desejado.

6.2.2

Restrições referentes à logística e à comercialização

Nesta formulação matemática, admite-se que um arco de transporte (ut) armazena informações de nó de origem ($i1$), nó de destino ($i2$), modal de transporte (m) e classe de produto (cl), sempre que essas informações forem necessárias diretamente no equacionamento usamos o parâmetro $UTE_{ut,i1,i2,m,cl}$.

Balanco de Logística

$$\begin{aligned} & \sum_{ut \in UT} \sum_{i2 \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} \left(PT_{ut,po,n} \cdot UTE_{ut,i2,i1,m,cl} \right) + NGP_{i1,po,n} + VOP_{i1,po,n} + OR_{i1,po,n} = \\ & PD_{i1,po,n} + \sum_{ut \in UT} \sum_{i2 \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} \left(PT_{ut,po,n} \cdot UTE_{ut,i1,i2,m,cl} \right) + IR_{i1,po,n} \quad \forall i1 \in I, \forall po \in P, \forall n \in N \end{aligned} \quad (6.24)$$

Para cada arco de transporte (ut), nós ($i1, i2$), modal(m) e classe de produto (cl), a soma dos fluxos de produtos entrando é igual à soma dos fluxos saindo de um dado nó. O fluxo de entrada corresponde a quantidade de produto de saída (po) entrado em um nó somada ao total de po produzido na unidade produtora de gás natural $NPG_{ng,po,n}$, a quantidade de po produzida na unidade produtora de óleo vegetal $VOP_{vo,po,n}$ e a quantidade produzida de po na refinaria $OR_{i1,po,n}$; Por sua vez, o fluxo de saída corresponde a demanda de po naquele nó somada à quantidade de produto deixando aquele nó e à quantidade de po consumida pela refinaria $IR_{i1,po,n}$.

$$\begin{aligned} \sum_{ut \in UT} \sum_{i2 \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} (OT_{ut,o,n} \cdot UTE_{ut,i2,i1,m,cl}) + FP_{i1,o,n} &= \sum_{u \in U} \sum_{c \in C} DFR_{i1,u,o,c,n} \\ + \sum_{ut \in UT} \sum_{i2 \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} (OT_{ut,o,n} \cdot UTE_{ut,i1,i2,m,cl}) &\quad \forall i1 \in I, \forall o \in O, \forall n \in N \end{aligned} \quad (6.25)$$

O mesmo balanço se aplica aos fluxos de petróleo, onde o fluxo de entrada corresponde à quantidade do petróleo (o) entrando no nó ($i1$) somada à quantidade de petróleo produzido no campo de exploração ($FP_{f,o,n}$); e o fluxo de saída corresponde ao consumo de petróleo pela refinaria somada à quantidade de petróleo saindo de $i1$.

Exportação e Importação

As exportações e importações de petróleo operam com deseconomia de escala. A deseconomia de escala representa a saturação do mercado, tanto com relação à oferta de produtos quanto com relação à demanda de produtos no mercado externo, isto é, quando o volume importado ou exportado é muito grande os preços também sobem. A modelagem da deseconomia de escala foi feita através da faixa de preço (h), as faixas definem intervalos para o volume exportado e importado nos quais um determinado preço é válido.

$$\underline{PSE}_{in,po,n,h} \leq PIMP^-_{in,po,n,h} \leq \overline{PSE}_{in,po,n,h} \quad \forall in \in IN, \forall po \in P, \forall n \in N, \forall h \in H \quad (6.26)$$

$$\underline{OSE}_{in,o,n,h} \leq OIMP^-_{in,o,n,h} \leq \overline{OSE}_{in,o,n,h} \quad \forall in \in IN, \forall o \in O, \forall n \in N, \forall h \in H \quad (6.27)$$

A quantidade de produto (po) e petróleo (o) importada é limitada em função da oferta externa, que define um valor máximo e um mínimo a ser importado para cada faixa de preço (h).

$$\underline{PDE}_{in,po,n,h} \leq PEXP^+_{in,po,n,h} \leq \overline{PDE}_{in,po,n,h} \quad \forall in \in IN, \forall po \in P, \forall n \in N, \forall h \in H \quad (6.28)$$

$$\underline{ODE}_{in,o,n,h} \leq OEXP^+_{in,o,n,h} \leq \overline{ODE}_{in,o,n,h} \quad \forall in \in IN, \forall o \in O, \forall n \in N, \forall h \in H \quad (6.29)$$

A exportação de produto (po) e petróleo (o) é limitada por uma demanda mínima e máxima do mercado internacional para cada faixa de preço (h).

Restrições de Balanço por Faixa

$$\sum_{ut \in UT} \sum_{i1 \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} (PT_{ut,po,n} \cdot UTE_{ut,i1,in,m,cl}) = \sum_{h \in H} PEXP^+_{in,po,n,h} \quad \forall in \in IN, \forall po \in P, \forall n \in N \quad (6.30)$$

$$\sum_{ut \in UT} \sum_{i1 \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} (OT_{ut,o,n} \cdot UTE_{ut,i1,in,m,cl}) = \sum_{h \in H} OEXP^+_{in,o,n,h} \quad \forall in \in IN, \forall o \in O, \forall n \in N \quad (6.31)$$

A quantidade exportada do produto (po) ou de petróleo (o) para cada nó internacional (in), período (n) e para todas as faixas de preço (h) deve ser igual ao volume de po ou o chegando em in .

$$\sum_{ut \in UT} \sum_{i2 \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} (PT_{ut,po,n} \cdot UTE_{ut,in,i2,m,cl}) = \sum_{h \in H} PIMP^-_{in,po,n,h} \quad \forall in \in IN, \forall po \in P, \forall n \in N \quad (6.32)$$

$$\sum_{ut \in UT} \sum_{i2 \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} (OT_{ut,o,n} \cdot UTE_{ut,in,i2,m,cl}) = \sum_{h \in H} OIMP^-_{in,o,n,h} \quad \forall in \in IN, \forall o \in O, \forall n \in N \quad (6.33)$$

O volume do produto (po) ou de petróleo (o) saindo do nó internacional in é igual à quantidade de po ou o importado para todas as faixas de preço (h).

Restrições de Capacidade Logística

$$WCT_{ut,n} = WCT_{ut,n-1} + \overline{CT}_{ut} \cdot (KT_{ut,n} + KTF_{ut,n}) \quad \forall ut \in UT, \forall n \in N \quad (6.34)$$

Define a capacidade máxima de um arco de transporte (ut) no período (n) em função da capacidade anterior $WCT_{ut,n-1}$ e dos investimentos $KT_{ut,n}$ e $KTF_{ut,n}$ multiplicados por uma capacidade adicional $\overline{\overline{CT}}_{ut}$.

$$\sum_{po \in P} PT_{ut,po,n} + \sum_{o \in O} OT_{ut,o,n} \leq WCT_{ut,n} \quad \forall ut \in UT, \forall n \in N \quad (6.35)$$

Limita o volume máximo transportado por arco de transporte ut no período n .

6.2.3

Função Objetivo (FO)

O objetivo do modelo é maximizar o lucro total dado pela soma dos custos de operação nas refinarias (Equação 6.36), custos de transporte de petróleo e derivados (Equação 6.37), gastos com investimentos em refino (Equação 6.38) e infra-estrutura logística (Equação 6.39), exportação e importação de petróleo e derivados (Equações 6.40 e 6.41) e renda gerada pela venda interna de petróleo nacional e derivados (Equações 6.42 e 6.43). Cada uma destas parcelas será apresentada a seguir. O modelo é multi-período (anos) e todas as parcelas da FO são trazidas a valor presente a data do início do planejamento. Assim todos os termos da FO são atualizados pelo fator $(1 + AT)^{(n-1)}$, onde n é o período e AT é taxa interna de retorno.

Custo de operação nas refinarias

$$-\sum_{r \in R} \sum_{u \in U} \sum_{n \in N} \left(\frac{OC_{r,u,n-1} + \overline{\overline{OC}}_{r,u} \cdot \overline{\overline{UC}}_{r,u} \cdot (K_{r,u,n} + KF_{r,u,n}) - OC_{r,u} \cdot \overline{\overline{UC}}_{r,u} \cdot \sum_{u2 \in U} [(K_{r,u2,n} + KF_{r,u2,n}) \cdot CU_{r,u,u2}]}{(1 + AT)^{(n-1)}} \right) \quad (6.36)$$

O custo de operação para cada unidade de processo em cada refinaria a cada período pode sofrer um incremento de custo devido a investimentos propostos ($K_{r,u,n}$) e investimentos previstos ($KF_{r,u,n}$). Como explicado anteriormente os investimentos são de três tipos: construção de uma nova unidade, ampliação de uma unidade já em

operação e troca de uma unidade por outra. Este último tipo permite que uma unidade já em operação seja substituída por outra com novos valores de rendimento e custo de operação, as unidades que podem ser substituídas são informadas pelo parâmetro $CU_{r,u,u2}$. A parcela negativa que aparece multiplicada por $CU_{r,u,u2}$, representa a desativação da unidade u substituída pelo investimento em $u2$.

Custo de transporte

$$-\sum_{ut \in UT} \sum_{n \in N} \left(\sum_{po \in P} PT_{ut,po,n} TC_{ut} + \sum_{o \in O} OT_{ut,o,n} TC_{ut} \right) / (1+AT)^{(n-1)} \quad (6.37)$$

O custo de transporte é composto pelo custo de transportar derivados ($PT_{ut,po,n}$ x TC_{ut}) somados ao custo de transporte de petróleo ($OT_{ut,o,n}$ x TC_{ut}) para cada período n e arco de transporte ut .

Investimentos no parque de refino

$$-\sum_{r \in I} \sum_{u \in U} \sum_{n \in N} \left[\left(\frac{KC_{r,u} \cdot (K_{r,u,n} + KF_{r,u,n}) (NT - n + 1)}{L_{r,u}} \right) / (1+AT)^{(n-1)} \right] \quad (6.38)$$

Os investimentos em refino são de três tipos: construção de uma nova unidade em uma refinaria, ampliação de uma unidade já em operação e troca de uma unidade já existente por outra. Os custos de investimento ($KC_{r,u}$) são então considerados caso a variável de investimento $K_{r,u,n}$ ou o parâmetro de investimento $KF_{r,u,n}$ seja diferente de zero para uma dada unidade de processo (u) em uma refinaria (r) em um período (n). O custo de investimento entra com uma parcela única no período que ocorre o investimento proporcional a fração $(NT-n+1)/L_{r,u}$. Esta fração considera o momento do investimento n , o horizonte de planejamento NT e a vida útil do projeto $L_{r,u}$, tornando o custo de investimento proporcional a razão entre sua utilização durante o horizonte de planejamento e sua vida útil.

Investimentos em transporte

$$- \sum_{ut \in UT} \sum_{n \in N} \left[\left(\frac{KTC_{ut} \cdot (KT_{ut,n} + KTF_{ut,n}) \cdot (NT - n + 1)}{LT_{ut}} \right) / (1 + AT)^{(n-1)} \right] \quad (6.39)$$

Esta parcela corresponde aos gastos com investimentos em transporte, de forma análoga a expressão (23), onde KTC_{ut} corresponde ao custo de investimento em transporte associado à variável de investimento $KT_{ut,n}$ e ao parâmetro de investimento previsto $KTF_{ut,n}$.

Importação e exportação de petróleo

$$+ \sum_{n \in N} \left[\frac{\left(\sum_{in \in I} \sum_{o \in O} \sum_{h \in H} (OPE_{in,o,n,h} \cdot OEXP^+_{in,o,n,h} - OPI_{in,o,n,h} \cdot OIMP^-_{in,o,n,h}) \right)}{(1 + AT)^{(n-1)}} \right] \quad (6.40)$$

Despesas com importação de petróleo ($OPI_{in,o,n,h}$ x $OIMP^-_{in,o,n,h}$) para cada frente de importação (in), tipo de petróleo (o), período (n) e faixa de preço (h), subtraídas da renda obtida com a exportação de petróleo nacional ($OPE_{in,o,n,h}$ x $OEXP^+_{in,o,n,h}$).

Importação e exportação de derivados

$$+ \sum_{n \in N} \left[\frac{\left(\sum_{in \in I} \sum_{po \in P} \sum_{h \in H} (PPE_{in,po,n,h} \cdot PEXP^+_{in,po,n,h} - PPI_{in,po,n,h} \cdot PIMP^-_{in,po,n,h}) \right)}{(1 + AT)^{(n-1)}} \right] \quad (6.41)$$

Corresponde aos gastos com a importação de derivados ($PPI_{in,o,n,h}$ x $PIMP^-_{in,o,n,h}$) menos as receitas obtidas com a exportação de derivados ($PPE_{in,o,n,h}$ x $PEXP^+_{in,o,n,h}$). A faixa de preço permite representar deseconomias de escala na importação ou exportação do petróleo, representada por uma função linear por partes (Equações 6.26, 6.27, 6.28 e 6.29).

Venda interna de petróleo nacional

$$+\sum_{r \in R} \sum_{o \in O} \sum_{n \in N} \left(OPBR_{r,o,n} \cdot \sum_{ut \in UT} \sum_{il \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} (OT_{ut,o,n} \cdot UTE_{ut,il,r,m,cl}) \right) / (1+AT)^{(n-1)} \quad (6.42)$$

A renda obtida pela venda de petróleo nacional para as refinarias é dada pelo produto entre o preço do petróleo ($OPBR_{r,o,n}$) e o volume de petróleo distribuído para as refinarias ($\sum_{ut \in UT} \sum_{il \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} (OT_{ut,o,n} \cdot UTE_{ut,il,r,m,cl})$).

Distribuição de derivados produzidos internamente

$$+\sum_{b \in B} \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} \left(PPBR_{b,po,n} \cdot PD_{b,po,n} / (1+AT)^{(n-1)} \right) \quad (6.43)$$

A receita gerada pela distribuição de derivados corresponde ao produto entre o preço dos derivados $PPBR_{b,po,n}$ e o volume demandado internamente $PD_{b,po,n}$. Esta expressão é válida pois a restrição de balanço obriga o pleno atendimento da demanda nacional, logo a importação de derivados entra como custo e a venda destes como receita.

6.3

Modelo Matemático Estocástico

Esta seção apresenta o equacionamento completo do modelo estocástico proposto e efetivamente utilizado para solução do problema de planejamento estratégico da cadeia integrada de petróleo. As considerações necessárias sobre estruturação do problema em dois estágios já foram feitas na Seção 6.1 e a descrição de cada equação pode ser vista com grande nível de detalha na Seção 6.2 referente à formulação determinística. Sendo assim, a descrição completa do equacionamento matemático estrutura-se da seguinte forma: a Tabela 6.5 apresenta as entidades (conjuntos de elementos) e variáveis de decisão de primeiro e segundo estágio; a

Tabela 6.6 descreve os parâmetros determinísticos e estocásticos do modelo (dados de entrada). Em seguida é apresentado o equacionamento completo do equivalente determinístico utilizado para resolver o problema estocástico proposto.

Tabela 0.5: Conjuntos e variáveis – Modelo estocástico.

Entidades		Variáveis	
Conjunto de nós il, iz	I	Variáveis de Primeiro Estágio	
Subconjunto de refinarias r	$R \subset I$	Investimentos em unidades da refinaria	$K_{r,u,n}$
Subconjunto de campos de exploração f	$F \subset I$	Investimentos em transporte	$KT_{ut,n}$
Subconjunto de produtores de óleo vegetal vo	$VO \subset I$	Capacidade Atual Máxima	$\overline{WC}_{r,u,n}$
Subconjunto de produtores de gás natural ng	$NG \subset I$	Capacidade Atual Mínima	$\underline{WC}_{r,u,n}$
Subconjunto de nós internacionais in	$IN \subset I$	Custo Operacional Atual	$OCA_{r,u,n}$
Subconjunto de terminais tr	$TR \subset I$	Capacidade Atual de Transporte	$WCT_{ut,n}$
Conjunto de bases b	$B \subset I$	Variáveis de Segundo Estágio	
Conjunto de períodos $\{n n = 1, \dots, NT\}$	N	Degradação	$B_{r,pi,po,n,s}$
Conjunto de produtos pi, po	P	Carga de alimentação da destilação	$DFR_{r,u,c,o,n,s}$
Conjunto de petróleos o	O	Caraga de alimentação da unidade de processo	$PFR_{r,u,c,pi,n,s}$
Conjunto de classes de produtos cl	CL	Custo atual de transporte	$TCA_{ut,n,s}$
Conjunto de campanhas c	C	Exportação de petróleo	$OEXP_{in,o,n,h,s}^+$
Conjunto de tipo de unidades t	T	Importação de petróleo	$OIMP_{in,o,n,h,s}^-$
Conjunto de unidades de processo $u, u2$	U	Exportação de derivados	$PEXP_{in,po,n,h,s}^+$
Conjunto de modais de transporte m	M	Importação de derivados	$PIMP_{in,po,n,h,s}^-$
Conjunto de arcos de transporte ut	UT	Fluxo de entrada transportado	$IR_{r,po,n,s}$
Conjunto de faixas de preços h	H	Fluxo de petróleo transportado	$OT_{ut,o,n,s}$
Conjunto de cenários s	S	Fluxo de saída transportado	$OR_{r,po,n,s}$
		Fluxo de derivados transportado	$PT_{ut,po,n,s}$

Tabela 0.6: Parâmetros – Modelo estocástico.

Parâmetros Determinísticos			
Custo de investimento em refino	$KC_{r,u}$	Fator de mistura	$BI_{po,n}$
Custo operacional do refino	$OC_{r,u}$	Viscosidade mínima	$VPO_{po,n}$
Custo operacional adicional do refino	$\overline{OC}_{r,u}$	Demanda de petróleo externa máxima	$\overline{ODE}_{in,o,n,h}$
Capacidade inicial máxima no refino	$\overline{UC}_{r,u}$	Demanda de petróleo externa mínima	$\underline{ODE}_{in,o,n,h}$
Capacidade inicial mínima no refino	$\underline{UC}_{r,u}$	Demanda de produto externa máxima	$\overline{PDE}_{in,po,n,h}$
Capacidade adicional máxima no refino	$\overline{UC}_{r,u}$	Demanda de produto externa mínima	$\underline{PDE}_{in,po,n,h}$
Capacidade adicional mínima no refino	$\underline{UC}_{r,u}$	Oferta de petróleo externa máxima	$\overline{OSE}_{in,o,n,h}$
Investimento previsto em refino	$KF_{r,u,n}$	Oferta de petróleo externa mínima	$\underline{OSE}_{in,o,n,h}$
Vida útil do projeto de refino	$L_{r,u}$	Oferta de produto externa máxima	$\overline{PSE}_{in,po,n,h}$
Produção de gás natural	$NGP_{ng,po,n}$	Oferta de produto externa mínima	$\underline{PSE}_{in,po,n,h}$
Produção de óleo vegetal	$VOP_{vo,po,n}$	Custo de investimento em transporte	KTC_{ut}
Proporção	$PERC_{r,u,c,pi,n}$	Custo de transporte	TC_{ut}
Proporção máxima	$\overline{PERC}_{r,u,c,pi,n}$	Capacidade inicial de transporte	CT_{ut}
Proporção mínima	$\underline{PERC}_{r,u,c,pi,n}$	Capacidade adicional de transporte	\overline{CT}_{ut}
Rendimento da destilação	$DY_{r,u,c,o,po}$	Investimento previsto em transporte	$KTF_{ut,n}$
Rendimento das unidades de refino	$PUY_{r,u,c,pi,po}$	Existe arco de transporte	$UTE_{ut,il,iz,m,cl}$
Enxofre do produto de entrada	$SIO_{pi,n}$	Vida útil do projeto de transporte	LT_{ut}
Enxofre máximo	$SPO_{po,n}$	Taxa de atualização	AT
Parâmetros Estocásticos			
Produção de petróleo nacional	$FP_{f,o,n,s}$	Preço do petróleo para exportação	$OPE_{in,o,n,h,s}$
Demanda de produto	$PD_{b,po,n,s}$	Preço do petróleo para importação	$OPI_{in,o,n,h,s}$
Preço do petróleo para distribuição	$OPBR_{r,o,n,h,s}$	Preço do produto para exportação	$PPE_{in,po,n,h,s}$
Preço do produto para distribuição	$PPBR_{b,po,n,h,s}$	Preço do produto para importação	$PPI_{in,po,n,h,s}$
Preço do produto para distribuição	P_s		

Assumindo que as incertezas sejam representadas de forma discreta através de S cenários, e que a probabilidade de ocorrência do s -ésimo cenário seja dada por p_s

($p_s \geq 0, \sum_{s=1}^S p_s = 1$), o modelo estocástico proposto pode ser representado por:

$$Max \quad - \sum_{r \in I} \sum_{u \in U} \sum_{n \in N} \left[\left(\frac{KC_{r,u} \cdot (K_{r,u,n} + KF_{r,u,n}) \cdot (NT - n + 1)}{L_{r,u}} \right) / (1 + AT)^{(n-1)} \right] \quad (6.44)$$

Investimentos no parque de refino

$$- \sum_{u \in UT} \sum_{n \in N} \left[\left(\frac{KTC_{ut} \cdot (KT_{ut,n} + KTF_{ut,n}) \cdot (NT - n + 1)}{LT_{ut}} \right) / (1 + AT)^{(n-1)} \right] \quad (6.45)$$

Investimentos em transporte

$$- \sum_{r \in R} \sum_{u \in U} \sum_{n \in N} \left(\frac{OC_{r,u,n-1} + \overline{OC}_{r,u} \cdot \overline{UC}_{r,u} \cdot (K_{r,u,n} + KF_{r,u,n}) - OC_{r,u} \cdot \overline{UC}_{r,u} \cdot \sum_{u2 \in U} [(K_{r,u2,n} + KF_{r,u2,n}) \cdot CU_{r,u,u2}]}{(1 + AT)^{(n-1)}} \right) \quad (6.46)$$

Custo de operação nas refinarias

$$+ \sum_{s=1}^S p_s \left\{ \sum_{r \in R} \sum_{o \in O} \sum_{n \in N} \left(OPBR_{r,o,n,s} \cdot \sum_{u \in UT} \sum_{i \in I} \sum_{m \in M} \sum_{d \in CL} (OT_{u,o,n,s} \cdot UTE_{u,i,r,m,d}) / (1 + AT)^{(n-1)} \right) \right\} \quad (6.47)$$

Venda interna de petróleo nacional

$$+ \sum_{b \in B} \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} \left(PPBR_{b,p,n,s} \cdot PD_{b,p,n,s} / (1 + AT)^{(n-1)} \right) \quad (6.48)$$

Distribuição de derivados produzidos internamente

$$+ \sum_{n \in N} \left[\frac{\left(\sum_{in \in I} \sum_{o \in O} \sum_{h \in H} (OPE_{in,o,n,h,s} \cdot OEXP^+_{in,o,n,h,s} - OPI_{in,o,n,h,s} \cdot OIMP^-_{in,o,n,h,s}) \right)}{(1 + AT)^{(n-1)}} \right] \quad (6.49)$$

Importação e exportação de petróleo

$$+ \sum_{n \in N} \left[\frac{\left(\sum_{in \in I} \sum_{po \in P} \sum_{h \in H} (PPE_{in,po,n,h,s} \cdot PEXP^+_{in,po,n,h,s} - PPI_{in,po,n,h,s} \cdot PIMP^-_{in,po,n,h,s}) \right)}{(1 + AT)^{(n-1)}} \right] \quad (6.50)$$

Importação e exportação de derivados

$$-\sum_{u \in UT} \sum_{n \in N} \left(\sum_{po \in P} PT_{u,po,n,s} \cdot TC_{u,po,n,s} + \sum_{o \in O} OT_{u,o,n,s} \cdot TC_{u,o,n,s} \right) / (1+AT)^{(n-1)} \quad (6.51)$$

Custo de transporte

S.a.

$$\sum_{u \in U} \sum_{c \in C} \sum_{o \in O} DFR_{r,u,c,o,n,s} \cdot DY_{r,u,c,o,po} + \sum_{u \in U} \sum_{c \in C} \sum_{pi \in P} PFR_{r,u,c,pi,n,s} \cdot PUY_{r,u,c,pi,po} + \sum_{pi \in P} B_{r,pi,po,n,s} + \quad (6.52)$$

$$IR_{r,po,n,s} = \sum_{pi \in P} B_{r,po,pi,n,s} + \sum_{u \in U} \sum_{c \in C} PFR_{r,u,c,po,n,s} + \sum_{u \in U} \sum_{c \in C} \sum_{pi \in P} PFR_{r,u,c,pi,n,s} \cdot CP_{r,u,po} + OR_{r,po,n,s}$$

$$\forall r \in R, \forall pi \in P, \forall n \in N, \forall s \in S$$

Balanco de Refino

$$PFR_{r,u,pi,c,n,s} = PERC_{r,u,pi,c,n} \cdot \sum_{pi \in P} PFR_{r,u,pi,c,n,s} \quad (6.53)$$

$$\forall r \in R, \forall u \in U, \forall pi \in P, \forall c \in C, \forall n \in N, \forall s \in S$$

$$\overline{PERC}_{r,u,pi,c,n} \cdot \sum_{pi \in P} PFR_{r,u,pi,c,n,s} \leq PFR_{r,u,pi,c,n,s} \leq \overline{PERC}_{r,u,pi,c,n} \cdot \sum_{pi \in P} PFR_{r,u,pi,c,n,s} \quad (6.54)$$

$$\forall r \in R, \forall u \in U, \forall pi \in P, \forall c \in C, \forall n \in N, \forall s \in S$$

Operação da refinaria

$$\overline{WC}_{r,u,n} = \overline{WC}_{r,u,n-1} + \overline{UC}_{r,u} \cdot (K_{r,u,n} + KF_{r,u,n}) - \overline{UC}_{r,u} \cdot \sum_{u2 \in U} [(K_{r,u2,n} + KF_{r,u2,n}) \cdot CU_{r,u,u2}] \quad (6.55)$$

$$\forall r \in R, \forall u \in U, \forall n \in N$$

$$\underline{WC}_{r,u,n} = \underline{WC}_{r,u,n-1} + \underline{UC}_{r,u} \cdot (K_{r,u,n} + KF_{r,u,n}) - \underline{UC}_{r,u} \cdot \sum_{u2 \in U} [(K_{r,u2,n} + KF_{r,u2,n}) \cdot CU_{r,u,u2}] \quad (6.56)$$

$$\forall r \in R, \forall u \in U, \forall n \in N$$

$$\underline{WC}_{r,u,n} \leq \sum_{o \in O} \sum_{c \in C} DFR_{r,u,o,c,n,s} + \sum_{pi \in P} \sum_{c \in C} PFR_{r,u,pi,c,n,s} \leq \overline{WC}_{r,u,n} \quad \forall r \in R, \forall u \in U, \forall n \in N, \forall s \in S \quad (6.57)$$

Capacidade da refinaria

$$\sum_{u \in U} \sum_{pi \in P} \sum_{c \in C} PFR_{r,u,pi,c,n,s} \cdot SIO_{pi,n} \cdot PUY_{r,u,c,pi,po} \leq \left(\sum_{u \in U} \sum_{c \in C} \sum_{pi \in P} PFR_{r,u,c,pi,n,s} \cdot PUY_{r,u,c,pi,po} \right) \cdot SPO_{po,n} \quad (6.58)$$

$$\forall r \in R, \forall po \in P, \forall n \in N, \forall s \in S$$

Restrições de Qualidade de Refino – Teor de Enxofre

$$\sum_{pi \in P} (B_{r,pi,po,n,s} \cdot BI_{pi,n}) + \left(\sum_{u \in U} \sum_{c \in C} \sum_{o \in O} DFR_{r,u,c,o,n,s} \cdot DY_{r,u,c,o,po} + \sum_{u \in U} \sum_{c \in C} \sum_{pi \in P} PFR_{r,u,c,pi,n,s} \cdot PUY_{r,u,c,pi,po} \right) BI_{po,n} \quad (6.59)$$

$$\leq VPO_{po,n} \cdot \left(\sum_{pi \in P} B_{r,pi,po,n,s} + \sum_{u \in U} \sum_{c \in C} \sum_{o \in O} DFR_{r,u,c,o,n,s} \cdot DY_{r,u,c,o,po} + \sum_{u \in U} \sum_{c \in C} \sum_{pi \in P} PFR_{r,u,c,pi,n,s} \cdot PUY_{r,u,c,pi,po} \right)$$

$\forall r \in R, \forall po \in P, \forall n \in N, \forall s \in S$

Restrições de Qualidade de Refino - Viscosidade

$$\sum_{ut \in UT} \sum_{i2 \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} (PT_{ut,po,n,s} \cdot UTE_{ut,i2,i1,m,cl}) + NGP_{i1,po,n} + VOP_{i1,po,n} + OR_{i1,po,n,s} = \quad (6.60)$$

$$PD_{i1,po,n,s} + \sum_{ut \in UT} \sum_{i2 \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} (PT_{ut,po,n,s} \cdot UTE_{ut,i1,i2,m,cl}) + IR_{i1,po,n,s} \quad \forall i1 \in I, \forall po \in P, \forall n \in N, \forall s \in S$$

Balanco de Logística - Derivado

$$\sum_{ut \in UT} \sum_{i2 \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} (OT_{ut,o,n,s} \cdot UTE_{ut,i2,i1,m,cl}) + FP_{i1,o,n,s} = \sum_{u \in U} \sum_{c \in C} DFR_{i1,u,o,c,n,s} \quad (6.61)$$

$$+ \sum_{ut \in UT} \sum_{i2 \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} (OT_{ut,o,n,s} \cdot UTE_{ut,i1,i2,m,cl}) \quad \forall i1 \in I, \forall o \in O, \forall n \in N, \forall s \in S$$

Balanco de Logística - Petróleo

$$\underline{PSE}_{in,po,n,h} \leq PIMP^-_{in,po,n,h,s} \leq \overline{PSE}_{in,po,n,h} \quad \forall in \in IN, \forall po \in P, \forall n \in N, \forall h \in H, \forall s \in S \quad (6.62)$$

$$\underline{OSE}_{in,o,n,h} \leq OIMP^-_{in,o,n,h,s} \leq \overline{OSE}_{in,o,n,h} \quad \forall in \in IN, \forall o \in O, \forall n \in N, \forall h \in H, \forall s \in S \quad (6.63)$$

Importação

$$\underline{PDE}_{in,po,n,h} \leq PEXP^+_{in,po,n,h,s} \leq \overline{PDE}_{in,po,n,h} \quad \forall in \in IN, \forall po \in P, \forall n \in N, \forall h \in H, \forall s \in S \quad (6.64)$$

$$\underline{ODE}_{in,o,n,h} \leq OEXP^+_{in,o,n,h,s} \leq \overline{ODE}_{in,o,n,h} \quad \forall in \in IN, \forall o \in O, \forall n \in N, \forall h \in H, \forall s \in S \quad (6.65)$$

Exportação

$$\sum_{ut \in UT} \sum_{i1 \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} (PT_{ut,po,n,s} \cdot UTE_{ut,i1,in,m,cl}) = \sum_{h \in H} PEXP^+_{in,po,n,h,s} \quad (6.66)$$

$\forall in \in IN, \forall po \in P, \forall n \in N, \forall s \in S$

$$\sum_{ut \in UT} \sum_{i1 \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} (OT_{ut,o,n,s} \cdot UTE_{ut,i1,in,m,cl}) = \sum_{h \in H} OEXP^+_{in,o,n,h,s} \quad (6.67)$$

$\forall in \in IN, \forall o \in O, \forall n \in N, \forall s \in S$

$$\sum_{ut \in UT} \sum_{i2 \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} (PT_{ut,po,n,s} \cdot UTE_{ut,in,i2,m,cl}) = \sum_{h \in H} PIMP^-_{in,po,n,h,s} \quad (6.68)$$

$\forall in \in IN, \forall po \in P, \forall n \in N, \forall s \in S$

$$\sum_{ut \in UT} \sum_{i2 \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} (OT_{ut,o,n,s} \cdot UTE_{ut,in,i2,m,cl}) = \sum_{h \in H} OIMP_{in,o,n,h,s}^- \quad (6.69)$$

$\forall in \in IN, \forall o \in O, \forall n \in N, \forall s \in S$

Restrições de Balanço por Faixa

$$WCT_{ut,n} = WCT_{ut,n-1} + \overline{CT}_{ut} \cdot (KT_{ut,n} + KTF_{ut,n}) \quad \forall ut \in UT, \forall n \in N \quad (6.70)$$

$$\sum_{po \in P} PT_{ut,po,n,s} + \sum_{o \in O} OT_{ut,o,n,s} \leq WCT_{ut,n} \quad \forall ut \in UT, \forall n \in N, \forall s \in S \quad (6.71)$$

Restrições de Capacidade Logística

6.4

Modelo Matemático Robusto

A formulação do modelo matemático usando programação robusta é semelhante à apresentada para o modelo estocástico na seção anterior. As diferenças aparecem na função objetivo e na inclusão de uma nova restrição. A nova restrição define que a diferença entre a solução ótima encontrada para cada cenário usando o modelo determinístico (conhecida também como solução espere e veja – *wait and see*) e a solução ótima encontrada pelo modelo robusto deve ser menor ou igual a um desvio. Esse desvio é variável e será minimizado pela função objetivo.

O parâmetro correspondente ao valor do lucro ótimo para cada cenário s obtido a partir da formulação determinística é dado por Z_s^* e a variável α é definida como o desvio absoluto robusto. A seguir são apresentadas a nova função objetivo (Equação 6.72) e a nova restrição (composta pelos Termos 6.73 a 6.80) a ser inserida na formulação estocástica descrita na seção anterior.

$$\text{Min } \alpha \quad (6.72)$$

S.a.

$$Z_s^* - \left[- \sum_{r \in I} \sum_{u \in U} \sum_{n \in N} \left[\left(\frac{KC_{r,u} \cdot (K_{r,u,n} + KF_{r,u,n}) \cdot (NT - n + 1)}{L_{r,u}} \right) / (1 + AT)^{(n-1)} \right] \right] \quad (6.73)$$

Investimentos no parque de refino

$$- \sum_{u \in UT} \sum_{n \in N} \left[\left(\frac{KTC_{ut} \cdot (KT_{ut,n} + KTF_{ut,n}) \cdot (NT - n + 1)}{LT_{ut}} \right) / (1 + AT)^{(n-1)} \right] \quad (6.74)$$

Investimentos em transporte

$$- \sum_{r \in R} \sum_{u \in U} \sum_{n \in N} \left(\frac{OC_{r,u,n-1} + \overline{OC}_{r,u} \cdot \overline{UC}_{r,u} \cdot (K_{r,u,n} + KF_{r,u,n}) - OC_{r,u} \cdot \overline{UC}_{r,u} \cdot \sum_{u2 \in U} [(K_{r,u2,n} + KF_{r,u2,n}) \cdot CU_{r,u,u2}]}{(1 + AT)^{(n-1)}} \right) \quad (6.75)$$

Custo de operação nas refinarias

$$+ \sum_{r \in R} \sum_{o \in O} \sum_{n \in N} \left(OPBR_{r,o,n,s} \cdot \sum_{u \in UT} \sum_{i \in I} \sum_{m \in M} \sum_{cl \in CL} (OT_{u,o,n,s} \cdot UTE_{u,i,r,m,d}) / (1 + AT)^{(n-1)} \right) \quad (6.76)$$

Venda interna de petróleo nacional

$$+ \sum_{b \in B} \sum_{po \in P} \sum_{n \in N} \left(PPBR_{b,po,n,s} \cdot PD_{b,po,n,s} / (1 + AT)^{(n-1)} \right) \quad (6.77)$$

Distribuição de derivados produzidos internamente

$$+ \sum_{n \in N} \left[\frac{\left(\sum_{in \in I} \sum_{o \in O} \sum_{h \in H} (OPE_{in,o,n,h,s} \cdot OEXP^+_{in,o,n,h,s} - OPI_{in,o,n,h,s} \cdot OIMP^-_{in,o,n,h,s}) \right)}{(1 + AT)^{(n-1)}} \right] \quad (6.78)$$

Importação e exportação de petróleo

$$+ \sum_{n \in N} \left[\frac{\left(\sum_{in \in I} \sum_{po \in P} \sum_{h \in H} (PPE_{in,po,n,h,s} \cdot PEXP^+_{in,po,n,h,s} - PPI_{in,po,n,h,s} \cdot PIMP^-_{in,po,n,h,s}) \right)}{(1 + AT)^{(n-1)}} \right] \quad (6.79)$$

Importação e exportação de derivados

$$- \sum_{u \in UT} \sum_{n \in N} \left(\sum_{po \in P} PT_{u,po,n,s} \cdot TC_{u} + \sum_{o \in O} OT_{u,o,n,s} \cdot TC_{u} / (1 + AT)^{(n-1)} \right) \leq \alpha \quad \forall s \in S \quad (6.80)$$

Custo de transporte

O parâmetro Z_s^* é um limite superior para expressão usada para calcular o retorno em cada cenário s , logo a valor do desvio α será sempre um valor positivo a ser minimizado pela função objetivo (Equação 6.72).

6.5

Modelo Matemático MinMax

A formulação do modelo matemático MinMax é semelhante à apresentada para o modelo estocástico na seção 6.3. As diferenças aparecem na função objetivo e na inclusão de uma nova restrição. A nova restrição define o lucro no pior cenário a ser minimizado pela função objetivo. A variável β é definida como o resultado no pior cenário. A seguir são apresentadas a nova função objetivo (Equação 6.81) e a nova restrição (composta pelos Termos 6.82 a 6.89) a ser inserida na formulação estocástica descrita na seção 6.3.

$$\text{Max } \beta \quad (6.81)$$

s.a.

$$\left\{ - \sum_{r \in I} \sum_{u \in U} \sum_{n \in N} \left[\left(\frac{KC_{r,u} \cdot (K_{r,u,n} + KF_{r,u,n}) \cdot (NT - n + 1)}{L_{r,u}} \right) \right] / (1 + AT)^{(n-1)} \right\} \quad (6.82)$$

Investimentos no parque de refino

$$- \sum_{u \in UT} \sum_{n \in N} \left[\left(\frac{KTC_{ut} \cdot (KT_{ut,n} + KTF_{ut,n}) \cdot (NT - n + 1)}{LT_{ut}} \right) \right] / (1 + AT)^{(n-1)} \quad (6.83)$$

Investimentos em transporte

$$- \sum_{r \in R} \sum_{u \in U} \sum_{n \in N} \left(\frac{OC_{r,u,n-1} + \overline{OC}_{r,u} \cdot \overline{UC}_{r,u} \cdot (K_{r,u,n} + KF_{r,u,n}) - OC_{r,u} \cdot \overline{UC}_{r,u} \cdot \sum_{u2 \in U} [(K_{r,u2,n} + KF_{r,u2,n}) \cdot CU_{r,u,u2}]}{(1 + AT)^{(n-1)}} \right) \quad (6.84)$$

Custo de operação nas refinarias

$$+ \sum_{r \in R} \sum_{o \in O} \sum_{n \in N} \left(OPBR_{r,o,n,s} \cdot \sum_{u \in UT} \sum_{i \in I} \sum_{m \in M} \sum_{c \in CL} (OT_{u,o,n,s} \cdot UTE_{u,i,r,m,d}) \right) / (1 + AT)^{(n-1)} \quad (6.85)$$

Venda interna de petróleo nacional

$$+\sum_{b \in B} \sum_{po \in P} \sum_{n \in N} \left(PPBR_{b,po,n,s} \cdot PD_{b,po,n,s} / (1+AT)^{(n-1)} \right) \quad (6.86)$$

Distribuição de derivados produzidos internamente

$$+\sum_{n \in N} \left[\frac{\left(\sum_{in \in I} \sum_{o \in O} \sum_{h \in H} \left(OPE_{in,o,n,h,s} \cdot OEXP^+_{in,o,n,h,s} - OPI_{in,o,n,h,s} \cdot OIMP^-_{in,o,n,h,s} \right) \right)}{(1+AT)^{(n-1)}} \right] \quad (6.87)$$

Importação e exportação de petróleo

$$+\sum_{n \in N} \left[\frac{\left(\sum_{in \in I} \sum_{po \in P} \sum_{h \in H} \left(PPE_{in,po,n,h,s} \cdot PEXP^+_{in,po,n,h,s} - PPI_{in,po,n,h,s} \cdot PIMP^-_{in,po,n,h,s} \right) \right)}{(1+AT)^{(n-1)}} \right] \quad (6.88)$$

Importação e exportação de derivados

$$-\sum_{ut \in UT} \sum_{n \in N} \left(\sum_{po \in P} PT_{ut,po,n,s} \cdot TC_{ut} + \sum_{o \in O} OT_{ut,o,n,s} \cdot TC_{ut} / (1+AT)^{(n-1)} \right) \leq \beta \quad \forall s \in S \quad (6.89)$$

Custo de transporte