

4

Propagação de Onda Eletromagnética em Meio Aleatório

4.1.

Introdução

Quando uma onda eletromagnética se propaga através da atmosfera ela sofre espalhamento e absorção. O espalhamento pode ser dividido em dois grupos: um causado por partículas sólidas em suspensão; e outro decorrente da difração causada pelas flutuações aleatórias do índice de refração do ar turbulento. Tatarskii [27] e Obukhov [36] foram os primeiros pesquisadores que realizaram estudos teóricos relacionados ao fenômeno da cintilação, baseados nas equações de onda propostas por Maxwell. Posteriormente, com o advento do laser, experimentos foram realizados e confirmaram parte das previsões teóricas. Até os dias de hoje a teoria de propagação óptica de ondas eletromagnéticas através de meio aleatório não é perfeitamente compreendida, exceto para certos regimes.

Vários modelos teóricos foram desenvolvidos para descrever fenômenos de propagação de onda na linha de visada em meio aleatório. Um desses modelos é baseado na aproximação por óptica geométrica proposto por Tatarskii [27]. Nessa abordagem as flutuações de amplitude são atribuídas à focalização e desfocalização dos raios das ondas eletromagnéticas pela curvatura dos redemoinhos turbulentos ao longo do caminho, isto é, os redemoinhos são considerados como uma coleção de lentes positivas e negativas. Essa aproximação tem sido aplicada com sucesso à propagação na linha de visada de comprimentos de ondas curtos, isto é, comprimentos de ondas que são pequenos quando comparados à escala interna da turbulência ($\lambda \ll l_0$). Isso é necessário para assegurar espalhamento de pequeno ângulo. Tatarskii [27] mostrou que no método da óptica geométrica as menores não homogeneidades, da ordem de l_0 , são as mais importantes para as flutuações de intensidade, pois redemoinhos pequenos são mais curvos que redemoinhos grandes.

A principal restrição do emprego da óptica geométrica é que ela ignora o espalhamento por difração, principal responsável pela cintilação.

4.2. Equação de onda em meio aleatório

As equações de Maxwell são o ponto de partida para descrever uma onda eletromagnética que se propaga em um meio aleatório. A Lei de Ampère estabelece que a integral de linha de um campo magnético no entorno de um caminho fechado é igual à corrente total, incluindo a corrente de deslocamento $\partial \mathbf{D} / \partial t$, através do enlace. Suas representações nas formas diferencial e integral são:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (4.1)$$

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_a \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \right) \cdot d\mathbf{a} \quad (4.2)$$

onde $\mathbf{H}$ é o vetor intensidade do campo magnético em A/m, $\mathbf{D}$ é o vetor densidade de fluxo elétrico em C/m², $\mathbf{J}$ é o vetor densidade de corrente elétrica em A/m², $d\mathbf{l}$ é o vetor elemento unitário de comprimento, e $d\mathbf{a}$ é o vetor elemento unitário de área.

A Lei de Faraday da indução estabelece que a integral de linha de um campo elétrico, no entorno de um caminho fechado, é igual ao negativo da taxa temporal de variação do fluxo magnético total através do enlace. Suas representações nas formas diferencial e integral são:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (4.3)$$

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_a \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{a} \quad (4.4)$$

onde $\mathbf{E}$ é o vetor intensidade do campo elétrico em V/m, $\mathbf{B}$ é o vetor densidade de fluxo magnético em Wb/m², e $d\mathbf{a}$ é o vetor unitário de área.

A Lei de Gauss estabelece que o fluxo elétrico total que sai de uma superfície fechada é igual ao total de cargas encapsuladas pela superfície, e suas representações na forma diferencial e integral são:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (4.5)$$

$$\int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{a} = \int_V \rho dV \quad (4.6)$$

onde ρ é a densidade de cargas elétricas. A ausência de cargas magnéticas é representada pelas expressões nas formas diferencial e integral:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (4.7)$$

$$\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} = 0 \quad (4.8)$$

As relações constitutivas que caracterizam o meio de propagação são:

$$\mathbf{D} = \varepsilon(\vec{r}, t) \mathbf{E} \quad (4.9)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (4.10)$$

onde $\varepsilon(\vec{r}, t)$ é a permissividade ou constante dielétrica do meio em F/m, e μ é a permeabilidade magnética do meio em H/m.

A constante dielétrica $\varepsilon(\vec{r}, t)$ contém toda a informação necessária para a descrição da propagação das ondas eletromagnéticas em meio aleatório. É usual decompô-la no seu valor médio mais uma pequena parcela que é uma função aleatória da posição e do tempo:

$$\varepsilon(\vec{r}, t) = \varepsilon_o(\vec{r}) + \delta\varepsilon(\vec{r}, t) \quad (4.11)$$

Combinando-se adequadamente as equações de Maxwell e as relações constitutivas, segundo Wheelon [26], obtém-se a equação da propagação de onda em um meio aleatório:

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\vec{r}) + k^2 [1 + \delta\epsilon(\vec{r}, t)] \mathbf{E}(\vec{r}) = -4\pi i k \mathbf{J}(\vec{r}) \quad (4.12)$$

Os vetores componentes do campo elétrico não estão misturados na eq. (4.12). Se a fonte de corrente estiver alinhada na direção x , somente a componente do campo elétrico na direção x será excitada. Logo é possível abandonar a notação vetorial do campo elétrico, e trabalhar apenas com as componentes em cada direção. Cada componente de $\mathbf{E}$ deve satisfazer a seguinte equação escalar de onda:

$$\nabla^2 E(\vec{r}) + k^2 [1 + \delta\epsilon(\vec{r}, t)] E(\vec{r}) = -4\pi i k J(\vec{r}) \quad (4.13)$$

4.3. Aproximação de Rytov

A eq. (4.13) não pode ser resolvida exatamente em função de conter a função aleatória $\delta\epsilon(\vec{r}, t)$. O método das perturbações suaves, conhecido como aproximação de Rytov, será empregado para se obter uma solução estatística para a eq. (4.13). A idéia principal é expressar uma possível solução como produto de dois termos: a intensidade do campo elétrico na ausência de irregularidades E_o ; e a exponencial de uma função substituta que deve ser descoberta:

$$E(\vec{r}) = E_o(\vec{r}) \exp[\Psi(\vec{r})] \quad (4.14)$$

Inserindo-se a eq. (4.14) na eq. (4.13) e usando-se as identidades:

$$\nabla^2 (FG) = F \nabla^2 G + 2 \nabla F \cdot \nabla G + G \nabla^2 F \quad (4.15)$$

e

$$\nabla^2 E_o + k^2 E_o = -4\pi i k J(\vec{r}) \quad (4.16)$$

Obtém-se a expressão a seguir:

$$\nabla^2(e^\Psi) + 2\nabla(\ln E_o) \cdot \nabla(e^\Psi) + k^2 e^\Psi \delta\epsilon = -4\pi i k J(\vec{r}) \left(\frac{e^{-\Psi} - 1}{E_o} \right) \quad (4.17)$$

Para descrever o campo elétrico distante do transmissor não é necessário o termo da direita, e usando-se a identidade diferencial:

$$\nabla^2(e^\Psi) = \nabla \cdot (e^\Psi \nabla \Psi) = e^\Psi (\nabla \Psi)^2 + e^\Psi \nabla^2 \Psi \quad (4.18)$$

obtém-se:

$$\nabla^2 \Psi + (\nabla \Psi)^2 + 2\nabla(\ln E_o) \cdot \nabla(\Psi) = -k^2 \delta\epsilon(\vec{r}, t) \quad (4.19)$$

Escrevendo $E_o(\vec{r})$ na forma:

$$E_o(\vec{r}) = \exp[\psi_o(\vec{r})] \quad (4.20)$$

$E(\vec{r})$ pode ser reescrito com se segue:

$$E(\vec{r}) = \exp[\psi_o(\vec{r}) + \Psi(\vec{r})] \quad (4.21)$$

Substituindo-se a eq. (4.21) na eq. (4.19) obtém-se:

$$\nabla^2 \Psi + (\nabla \Psi)^2 + 2\nabla \psi_o \cdot \nabla(\Psi) + k^2 \delta\epsilon(\vec{r}, t) = 0 \quad (4.22)$$

A eq. (4.22) é conhecida como a versão tridimensional da equação diferencial de Riccati. Expandindo a equação substituta Ψ em potências da variação do dielétrico tem-se:

$$\Psi(\vec{r}) = \psi_1(\vec{r}) + \psi_2(\vec{r}) + \psi_3(\vec{r}) + \dots \quad (4.23)$$

onde os termos ψ_n são proporcionais a n-ésima potência de $\delta\epsilon$. Substituindo-se a eq. (4.23) na eq. (4.22) e separando os termos de acordo com as potências de $\delta\epsilon$ obtém-se:

$$\begin{aligned}
 \nabla^2 \psi_o + (\nabla \psi_o)^2 + k^2 &= 0 \\
 \nabla^2 \psi_1 + 2\nabla \psi_o \cdot \nabla \psi_1 + k^2 \delta\epsilon &= 0 \\
 \nabla^2 \psi_2 + 2\nabla \psi_o \cdot \nabla \psi_2 + (\nabla \psi_1)^2 &= 0 \\
 &\vdots \\
 \nabla^2 \psi_n + 2\nabla \psi_o \cdot \nabla \psi_n + \sum_{p=1}^{n-1} \nabla \psi_p \cdot \nabla \psi_{n-p} &= 0
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

A solução básica de Rytov é usada em um grande número de aplicações para descrever a propagação em um meio aleatório. Ela é definida pelo termo ψ_1 na expansão (4.23). Essa equação depende somente da função substituta ψ_o , e da variação do dielétrico $\delta\epsilon$, que pode ser reescrita como se segue:

$$\nabla^2 \psi_1 + 2\nabla \psi_o \cdot \nabla \psi_1 = -k^2 \delta\epsilon \tag{4.25}$$

Para resolver a eq. (4.25) deve ser feita a substituição:

$$\psi_1(\vec{r}) = Q(\vec{r}) \exp[-\psi_o(\vec{r})] \tag{4.26}$$

Na eq. (4.25), e após simplificação obtém-se:

$$\nabla^2 Q + Q[-\nabla^2 \psi_o - (\nabla \psi_o)^2] = -k^2 e^{\psi_o} \delta\epsilon(\vec{r}, t) \tag{4.27}$$

Da expansão (4.24), observa-se que a expressão entre colchetes da eq. (4.27) equivale a k^2 . Logo a eq. (4.27) torna-se:

$$\nabla^2 Q + k^2 Q = -k^2 e^{\psi_o} \delta\epsilon(\vec{r}, t) \tag{4.28}$$

Essa equação é resolvida utilizando-se a função de Green:

$$Q(\mathbf{R}) = -k^2 \int d^3r G(\mathbf{R}, \bar{r}) \delta\epsilon(\bar{r}, t) \exp[\psi_o(\bar{r})] \quad (4.29)$$

onde $\mathbf{R}$ é o vetor posição do receptor e $\bar{r}$ é o vetor posição da perturbação (não homogeneidade do meio).

Combinando a eq. (4.29) com a eq. (4.25), substituindo-se a exponencial de $\psi_o(\bar{r})$ por $E_o(\bar{r})$ obtém-se:

$$\psi_1(\mathbf{R}) = B_1 = -k^2 \int d^3r G(\mathbf{R}, \bar{r}) \delta\epsilon(\bar{r}, t) \frac{E_o(\bar{r})}{E_o(\mathbf{R})} \quad (4.30)$$

A aproximação básica de Rytov, que corresponde a um único termo de espalhamento, será:

$$E_1(\mathbf{R}) = E_o(\mathbf{R}) \exp \left(-k^2 \int d^3r G(\mathbf{R}, \bar{r}) \delta\epsilon(\bar{r}, t) \frac{E_o(\bar{r})}{E_o(\mathbf{R})} \right) \quad (4.31)$$

Escrevendo-se a perturbação do campo E_1 em termos de sua amplitude e da exponencial da fase:

$$E_1(\mathbf{R}) = A(\mathbf{R}) \exp \{i[\phi_o + \phi(\mathbf{R})]\} \quad (4.32)$$

e comparando a eq. (4.32) com a eq. (4.31) tem-se que a parte flutuante da fase do sinal é a parte imaginária da integral do espalhamento:

$$\phi(\mathbf{R}) = -k^2 \int d^3r \delta\epsilon(\bar{r}, t) \Im \left(G(\mathbf{R}, \bar{r}) \frac{E_o(\bar{r})}{E_o(\mathbf{R})} \right) \quad (4.33)$$

E a amplitude do sinal está relacionada à parte real da integral de espalhamento:

$$A(\mathbf{R}) = |E_o(\mathbf{R})| \exp \left[-k^2 \int d^3r \delta\epsilon(\bar{r}, t) \Re \left(G(\mathbf{R}, \bar{r}) \frac{E_o(\bar{r})}{E_o(\mathbf{R})} \right) \right] \quad (4.34)$$

O logaritmo das flutuações de amplitude, normalizado por E_o , é definido como:

$$\chi = \log \left(\frac{A}{E_o} \right) = -k^2 \int d^3r \delta\epsilon(\bar{r}, t) \Re \left(G(\mathbf{R}, \bar{r}) \frac{E_o(\bar{r})}{E_o(\mathbf{R})} \right) \quad (4.35)$$

Os momentos das variáveis aleatórias χ e φ são as quantidades primárias que devem ser comparadas com os resultados das medidas ópticas, ou de microondas. Os valores médios de χ e φ são zero, uma vez que a média conjunta da flutuação da constante dielétrica é zero:

$$\langle \chi \rangle = \langle \varphi \rangle = \langle \delta\epsilon \rangle = 0 \quad (4.36)$$

As variâncias do logaritmo da amplitude e da fase são os primeiros parâmetros da variabilidade do sinal. Para calcular essas quantidades a função ponderação espacial deve ser decomposta em suas partes real e imaginária:

$$G(\mathbf{R}, \bar{r}) \frac{E_o(\bar{r})}{E_o(\mathbf{R})} = A(\mathbf{R}, \bar{r}) + iB(\mathbf{R}, \bar{r}) \quad (4.37)$$

As flutuações de amplitude e fase podem ser expressas como:

$$\chi = -k^2 \int d^3r A(\mathbf{R}, \bar{r}) \delta\epsilon(\bar{r}, t) \quad (4.38)$$

e

$$\varphi = -k^2 \int d^3r B(\mathbf{R}, \bar{r}) \delta\epsilon(\bar{r}, t) \quad (4.39)$$

E as variâncias poder ser expressas como:

$$\langle \chi^2 \rangle = k^4 \int d^3r A(\mathbf{R}, \bar{r}) \int d^3r' A(\mathbf{R}, \bar{r}') \langle \delta\epsilon(\bar{r}, t) \delta\epsilon(\bar{r}', t) \rangle \quad (4.40)$$

e

$$\langle \varphi^2 \rangle = k^4 \int d^3 r B(\mathbf{R}, \bar{r}) \int d^3 r' B(\mathbf{R}, \bar{r}') \langle \delta \varepsilon(\bar{r}, t) \delta \varepsilon(\bar{r}', t) \rangle \quad (4.41)$$

A correlação espacial das flutuações da constante dielétrica do meio $\langle \delta \varepsilon(\bar{r}, t) \delta \varepsilon(\bar{r}', t) \rangle$ pode ser expressa em função da densidade espectral tridimensional espacial da turbulência definida no capítulo 3:

$$\langle \delta \varepsilon(\bar{r}, t) \delta \varepsilon(\bar{r}', t) \rangle = \int d^3 \kappa \Phi_\varepsilon(\bar{\kappa}) \exp[i\bar{\kappa} \cdot (\bar{r} - \bar{r}')] \quad (4.42)$$

Quando a eq. (4.42) é substituída na eq. (4.40) observa-se que as integrações de volume não estão acopladas, e podem ser permutadas com o número de onda da integração:

$$\langle \chi^2 \rangle = k^4 \int d^3 \kappa \Phi_\varepsilon(\bar{\kappa}) \int d^3 r A(\mathbf{R}, \bar{r}) \exp(i\bar{\kappa} \cdot \bar{r}) \times \int d^3 r' A(\mathbf{R}, \bar{r}') \exp(-i\bar{\kappa} \cdot \bar{r}') \quad (4.43)$$

A função ponderação da amplitude é definida como:

$$D(\bar{\kappa}) = k^2 \int d^3 r A(\mathbf{R}, \bar{r}) \exp(i\bar{\kappa} \cdot \bar{r}) \quad (4.44)$$

E a função ponderação da fase é definida como:

$$E(\bar{\kappa}) = k^2 \int d^3 r B(\mathbf{R}, \bar{r}) \exp(i\bar{\kappa} \cdot \bar{r}) \quad (4.45)$$

Logo, a variância da amplitude e a variância da fase podem ser expressas em função das eq. (4.44) e (4.45):

$$\langle \chi^2 \rangle = \int d^3 \kappa \Phi_\varepsilon(\bar{\kappa}) D(\bar{\kappa}) D(-\bar{\kappa}) \quad (4.46)$$

$$\langle \varphi^2 \rangle = \int d^3 \kappa \Phi_\varepsilon(\bar{\kappa}) E(\bar{\kappa}) E(-\bar{\kappa}) \quad (4.47)$$

O próximo passo é estimar as funções ponderação $D(\vec{\kappa})$ e $E(\vec{\kappa})$ para o tipo de sinal e geometria de propagação de interesse. Combinando essas duas funções como parte real e imaginária de uma função ponderação complexa:

$$\Lambda(\vec{\kappa}) = D(\vec{\kappa}) + iE(\vec{\kappa}) \quad (4.48)$$

Substituindo-se as eq. (4.44) e (4.45) na eq. (4.48) obtém-se:

$$\Lambda(\vec{\kappa}) = D(\vec{\kappa}) + iE(\vec{\kappa}) = k^2 \int d^3r [A(\mathbf{R}, \vec{r}) + iB(\mathbf{R}, \vec{r})] \exp(i\vec{\kappa} \cdot \vec{r}) \quad (4.49)$$

Levando-se em consideração a eq. (4.37) pode-se reescrever a eq. (4.49):

$$\Lambda(\vec{\kappa}) = k^2 \int d^3r \left(G(\mathbf{R}, \vec{r}) \frac{E_o(\vec{r})}{E_o(\mathbf{R})} \right) \exp(i\vec{\kappa} \cdot \vec{r}) \quad (4.50)$$

Uma vez que a função ponderação complexa foi estabelecida, $D(\vec{\kappa})$ e $E(\vec{\kappa})$ podem ser calculadas facilmente pelas seguintes relações:

$$D(\vec{\kappa}) = \frac{1}{2} [\Lambda(\vec{\kappa}) + \Lambda^*(-\vec{\kappa})] \quad (4.51)$$

$$E(\vec{\kappa}) = \frac{1}{2i} [\Lambda(\vec{\kappa}) - \Lambda^*(-\vec{\kappa})] \quad (4.52)$$

Um cálculo simples permite estimar as variâncias de amplitude e fase, e suas correlações cruzadas. A função ponderação complexa é determinada pela geometria da propagação, e pelas propriedades da onda radiada como: frequência, potência, forma de onda do sinal, padrão da antena,...

A variância do logaritmo das flutuações de amplitude deve ser menor que a unidade para que se possam empregar as expressões de espalhamento fraco:

$$\langle \chi^2 \rangle < 1 \quad (4.53)$$

A voltagem induzida em um receptor é proporcional à magnitude da intensidade do campo do sinal que chega:

$$V = \varsigma |E| = \varsigma |E_o| (1 + \chi) \quad (4.54)$$

A intensidade ou irradiância correspondente é então:

$$I = \varsigma^2 |E_o|^2 (1 + \chi)^2 \approx I_o (1 + 2\chi) \quad (4.55)$$

A eq. (4.55) permite estabelecer uma conexão básica entre as flutuações de intensidade e o logaritmo da amplitude:

$$\frac{\delta I}{I_o} = \frac{I - I_o}{I_o} = 2\chi \quad (4.56)$$

A variância da intensidade é então relacionada à variância do logaritmo da flutuação de amplitude por:

$$\text{Índice de Cintilação } I_C = \left\langle \left(\frac{\delta I}{I_o} \right)^2 \right\rangle = 4 \langle \chi^2 \rangle \quad (4.57)$$

4.4. A Aproximação Paraxial

A propagação de onda eletromagnética em meio aleatório pode ser simplificada nos casos onde o ângulo de espalhamento da onda for pequeno, através da chamada aproximação paraxial, posteriormente desenvolvida por Tatarskii [27]. Os sistemas FSO que operam na baixa atmosfera da Terra enquadram-se nessa classe de problema de propagação óptica, e, portanto aplica-se a aproximação paraxial. Considere uma onda plana, com comprimento de onda óptico, que se propaga na direção do receptor, sendo esse a origem do sistema de coordenadas:

$$E(\vec{r}) = \varepsilon_o \exp(-ikz) \quad (4.58)$$

A função de Green para a geometria descrita anteriormente, em coordenadas cilíndricas, é:

$$G(\mathbf{R}, \vec{r}) = \frac{\exp\left(ik\sqrt{z^2 + r^2}\right)}{4\pi\sqrt{z^2 + r^2}} \quad (4.59)$$

Estudos sobre espalhamento eletromagnético por objeto esférico com índice de refração diferente da unidade mostraram que a energia espalhada é concentrada em um cone angular de tamanho [37]:

$$\theta = \lambda / l \quad (4.60)$$

Os redemoinhos presentes na turbulência atmosférica se comportam como esferas semitransparentes, e espalham a maior parte da energia incidente no sentido de propagação da onda. Esse espalhamento é a característica da difração que influencia a propagação em meio aleatório. A aproximação paraxial explora a dimensão reduzida de λ quando comparada ao comprimento de escala do redemoinho espalhador l . A eq. (4.60) revela que o ângulo de espalhamento é pequeno, da ordem de 1 mrad, para comprimentos de onda ópticos de 1 μm , uma vez que os menores redemoinhos são próximos a 1 mm.

Para que um redemoinho possa influenciar a onda plana que se propaga e gerar uma perturbação no receptor, ele deve estar próximo do eixo de propagação, pois o ângulo de espalhamento é pequeno. A figura 23 ilustra essa situação.

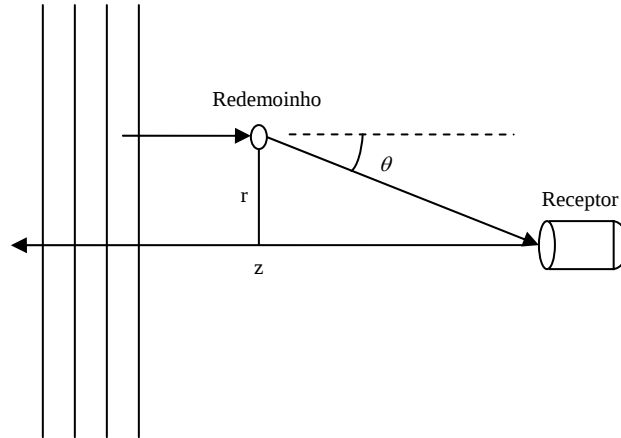


Figura 23 – Espalhamento causado por um redemoinho que é grande comparado ao λ .

É possível observar na figura 23 que a distância radial r deve atender a desigualdade $r < z\lambda/l$ para que a parcela da onda espalhada influencie a saída do receptor. Como λ/l é um número muito pequeno, então r será muito menor que z ($r \ll z$). Essa condição permite que a distância escalar na função de Green, eq. (4.59), seja expandida como se segue:

$$k\sqrt{z^2 + r^2} \approx kz + \pi\left(\frac{r^2}{\lambda z}\right) - \frac{\pi^2}{2kz}\left(\frac{r^2}{\lambda z}\right)^2 \quad (4.61)$$

O primeiro termo da eq. (4.61) determina a referência de fase do campo elétrico no vácuo, e é enorme qualquer que seja o meio. O terceiro termo é desprezível, e o segundo é importante para as aplicações, pois depende do comprimento de Fresnel $\sqrt{\lambda z}$.

4.5.

Solução Estatística da Equação de Onda para Enlaces Laser

A onda de um feixe de laser colimado é similar à onda plana na região próxima ao centro do feixe. Isso pode ser obtido utilizando-se colimadores de grande diâmetro, como o representado na figura 24.

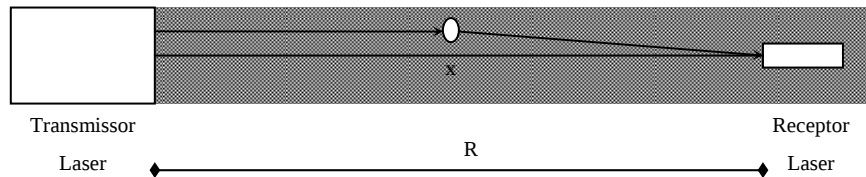


Figura 24 - Enlace laser com grande diâmetro e feixe colimado.

Considerando o eixo do sistema de coordenadas cilíndricas (x, r, ϕ) no plano de saída do transmissor laser, a intensidade do campo elétrico da onda que se propaga sem perturbação será:

$$E(\vec{r}) = \varepsilon_o \exp(ikx) \quad (4.62)$$

A função de Green depende da distância radial do redemoinho ao eixo do feixe:

$$G(\mathbf{R}, \vec{r}) = \frac{\exp\left(ik\sqrt{(R-x)^2 + r^2}\right)}{4\pi\sqrt{(R-x)^2 + r^2}} \quad (4.63)$$

O vetor número de onda espacial descrito em coordenadas cilíndricas é o seguinte:

$$\vec{\kappa} = \hat{i}_x \kappa_x + \hat{i}_y \kappa_r \cos \omega + \hat{i}_z \kappa_z \sin \omega \quad (4.64)$$

Com essas convenções, a função ponderação complexa é definida pela seguinte integral de volume:

$$\Lambda(\vec{k}) = k^2 \int_0^R dx \int_0^\infty dr r \int_0^{2\pi} d\phi \frac{\exp\left(ik\sqrt{(R-x)^2 + r^2}\right)}{4\pi\sqrt{(R-x)^2 + r^2}} \times \exp[ik(R-x)] \exp\{i[x\kappa_x + r\kappa_r \cos(\phi - \omega)]\} \quad (4.65)$$

Aplicando a aproximação paraxial, e realizando as integrações em ϕ e r , obtém-se:

$$\Lambda(\vec{k}) = \frac{ik}{2} \int_0^R dx \exp(ix\kappa_x) \exp\left(-i\frac{R-x}{2k}\kappa_r^2\right) \quad (4.66)$$

Usando a eq. (4.51) é possível calcular a função ponderação de amplitude:

$$D(\vec{k}) = \frac{k}{2} \int_0^R dx \exp(ix\kappa_x) \text{sen}\left(\frac{R-x}{2k}\kappa_r^2\right) \quad (4.67)$$

Ou ainda, fazendo-se a substituição $x = R - x'$ na eq. (4.67) obtém-se a forma:

$$D(\vec{k}) = \frac{k}{2} \exp(iR\kappa_x) \int_0^R dx' \exp(-ix'\kappa_x) \text{sen}\left(\frac{\kappa_r^2 x'}{2k}\right) \quad (4.68)$$

Usando a eq. (4.68) é possível formar o produto

$$D(\vec{k})D(-\vec{k}) = \frac{k^2}{4} \int_0^R dx_1 \int_0^R dx_2 \exp[i\kappa_x(x_2 - x_1)] \text{sen}\left(\frac{x_1\kappa_r^2}{2k}\right) \text{sen}\left(\frac{x_2\kappa_r^2}{2k}\right) \quad (4.69)$$

que é fundamental para estimar a variância de amplitude. Fazendo as mudanças de variáveis $u = x_2 - x_1$ e $x = 1/2(x_1 + x_2)$, e empregando-as na eq. (4.69) obtém-se:

$$D(\vec{\kappa})D(-\vec{\kappa}) = \frac{k^2}{4} \int_0^R dx \int_{-x}^x du \exp[i\kappa_x u] \left[\text{sen}^2\left(\frac{x\kappa_r^2}{2k}\right) - \text{sen}^2\left(\frac{u\kappa_r^2}{2k}\right) \right] \quad (4.70)$$

O segundo termo dentro dos colchetes é desprezível para a maioria das situações experimentais. Se os pontos ao longo do caminho de integração estiverem separados por uma distância maior do que o tamanho do redemoinho, as flutuações do índice de refração não estarão correlacionadas, e, portanto $\kappa(x_2 - x_1) < 1$. O argumento do segundo termo pode ser estimado da seguinte forma:

$$\frac{u\kappa_r^2}{4k} < |\kappa(x_2 - x_1)| \frac{\kappa}{4k} < \frac{\kappa}{4k} \quad (4.71)$$

A razão $\kappa / 4k$ é muito pequena para frequências ópticas e o segundo termo da eq. (4.70) pode ser desprezado completamente. O primeiro termo dentro dos colchetes da eq. (4.70) é muito maior que o segundo e descreve a parte mais relevante da física da difração. Após a integração da coordenada diferença a função ponderação da variância das flutuações de amplitude será:

$$D(\vec{\kappa})D(-\vec{\kappa}) = \frac{k^2}{2} \int_0^R dx \text{sen}^2\left(\frac{x\kappa_r^2}{2k}\right) \frac{\text{sen}(x\kappa_x)}{\kappa_x} \quad (4.72)$$

Em geral a distância para quase todos os pontos ao longo do caminho é maior que o tamanho dos redemoinhos, logo se pode dizer que $\kappa x \gg 1$. Isso significa que o segundo termo da eq. (4.72) pode ser substituído pela função delta de Dirac:

$$D(\vec{\kappa})D(-\vec{\kappa}) = \frac{\pi k^2}{2} \delta(\kappa_x) \int_0^R dx \text{sen}^2\left(\frac{x\kappa_r^2}{2k}\right) \quad (4.73)$$

Utilizando a eq. (4.57) é possível relacionar o espectro dielétrico ao espectro de refração $\Phi_\epsilon = 4\Phi_n$, e reescrever a eq. (4.46).

$$\langle \chi^2 \rangle = 4 \int d^3 \kappa \Phi_n(\vec{\kappa}) D(\vec{\kappa}) D(-\vec{\kappa}) \quad (4.74)$$

Combinando a eq. (4.73) com a definição básica da variância das flutuações de amplitude, eq. (4.74), tem-se:

$$\langle \chi^2 \rangle = 2\pi k^2 \int d^3 \kappa \Phi_n(\vec{\kappa}) \delta(\kappa_x) \int_0^R dx \sin^2 \left(\frac{x \kappa_r^2}{2k} \right) \quad (4.75)$$

Assumindo que as não homogeneidades são isotrópicas, como já foi dito no capítulo 3, e alterando a eq. (4.75) para o sistema de coordenadas esféricas tem-se:

$$\langle \chi^2 \rangle = 2\pi k^2 \int_0^\infty d\kappa \kappa^2 \int_0^\infty d\psi \sin \psi \int_0^{2\pi} d\omega \Phi_n(\kappa) \delta(\kappa \cos \psi) \int_0^R dx \sin^2 \left(\frac{x \kappa^2 \sin^2 \psi}{2k} \right) \quad (4.76)$$

Realizando algumas integrações obtém-se:

$$\langle \chi^2 \rangle = 4\pi^2 R k^2 \int_0^\infty d\kappa \kappa \Phi_n(\kappa) \int_0^R dx \sin^2 \left(\frac{x \kappa^2}{2k} \right) \quad (4.77)$$

Integrando ao longo do caminho horizontal:

$$\langle \chi^2 \rangle = 4\pi^2 R k^2 \int_0^\infty d\kappa \kappa \Phi_n(\kappa) \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\text{sen}(R \kappa^2 / k)}{R \kappa^2 / k} \right) \right] \quad (4.78)$$

A expressão entre colchetes é a função ponderação espectral para a variância das flutuações de amplitude, que descreve o processo de difração:

$$F_\chi(\kappa) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\text{sen}(R \kappa^2 / k)}{R \kappa^2 / k} \right) \quad (4.79)$$

Ela depende somente do parâmetro de espalhamento

$$\zeta = \frac{R\kappa^2}{k} = \frac{2\pi R\lambda}{l^2} \quad (4.80)$$

que relaciona o comprimento de Fresnel $\sqrt{\lambda R}$ ao comprimento do redemoinho l , que é variável na hierarquia da turbulência. A figura 25 apresenta as funções ponderações para onda plana e onda esférica, em função do número de onda espacial da turbulência, para a variância do logaritmo das flutuações de amplitude, na condição de espalhamento fraco.

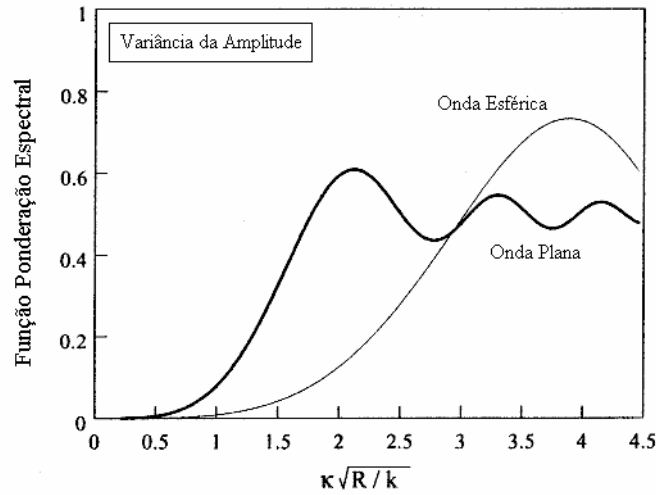


Figura 25 – Função ponderação para a variância do logaritmo das flutuações de amplitude.

A função ponderação apresentada na figura 25 mostra claramente a supressão da influência dos números de onda pequenos. A variância de amplitude é determinada principalmente pelo domínio inercial. Adotando-se o modelo de Kolmogorov [25] descrito no capítulo 3, e considerando os limites da escala interna e externa ($\kappa_o = 2\pi/L_o$, e $\kappa_s = 2\pi/l_o$), a variância do logaritmo das flutuações de amplitude pode ser estimada [26]:

$$\langle \chi^2 \rangle = 2\pi^2 R k^2 0,033 C_n^2 \int_{\kappa_o}^{\kappa_s} \frac{d\kappa \kappa}{\kappa^{11/3}} \left(1 - \frac{\text{sen}(R\kappa^2/k)}{R\kappa^2/k} \right) \quad (4.81)$$

Resolvendo a integral, aproximando-se os limites de integração para zero e infinito, obtém-se a estimativa da variância do logaritmo das flutuações de amplitude $\langle \chi^2 \rangle_{pl}$ para onda plana, na condição de espalhamento fraco, em função do valor médio da constante de estrutura do índice de refração turbulento C_n^2 no caminho entre o transmissor e o receptor, da distância do enlace, e do comprimento de onda, segundo Tatarskii [27]:

$$\langle \chi^2 \rangle_{pl} = 0,307 k^{\frac{7}{6}} R^{\frac{11}{6}} C_n^2, \quad l_o \ll \sqrt{\lambda R} \ll L_o, \quad \langle \chi^2 \rangle < 1 \quad (4.82)$$

Esta equação é baseada na teoria de espalhamento de primeira ordem, e somente é válida para regimes de espalhamento fraco $\langle \chi^2 \rangle < 1$ [27]. Os efeitos da influência da escala interna podem ser ignorados quando $\sqrt{\lambda R} \gg l_o$. Pode ser considerado como exemplo um enlace de ondas milimétricas que possui comprimento de Fresnel de vários metros, logo $\sqrt{\lambda R} \gg l_o$. Quando se opera nas regiões do visível e do infravermelho próximo, o comprimento de Fresnel é aproximadamente igual à l_o . Nesse caso os efeitos de escala interna não podem ser ignorados, e um espectro tridimensional mais apurado que o de Kolmogorov deve ser usado. O espectro de Hill [32], que leva em conta os efeitos de dissipação de energia para números de onda próximos da escala interna, quando inserido na eq. (4.74) fornece a seguinte expressão obtida por Wheelon [26]:

$$\langle \chi^2 \rangle_{pl} = (0,307 R^{11/6} k^{7/6} C_n^2) I_{pl} \left(\frac{\sqrt{\lambda R}}{l_o} \right), \quad l_o \approx \sqrt{\lambda R} \ll L_o, \quad \langle \chi^2 \rangle < 1 \quad (4.83)$$

onde a função $I_{pl}(\sqrt{\lambda R}/l_o)$ leva em conta os efeitos da escala interna, e é denominada pelo fator da escala interna. A figura 26 apresenta os fatores da escala interna para o modelo de Hill, considerando propagação de onda plana e de onda esférica, além do fator de escala onde o modelo Gaussiano é adotado.

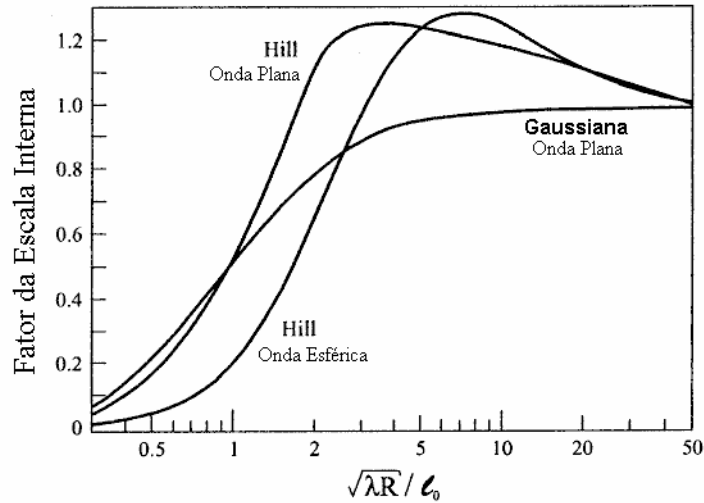


Figura 26 – Fator da Escala Interna [26].

Se um enlace óptico for construído utilizando-se um transmissor laser e um detector de pequena abertura, considera-se que a fonte de transmissão é pontual, e a forma de onda gerada é esférica. A figura 27 ilustra essa condição.

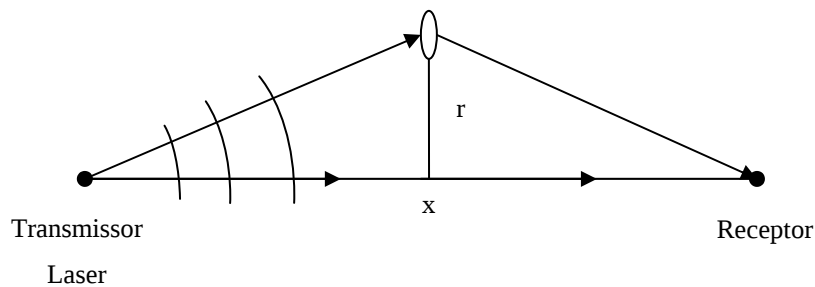


Figura 27 –Geometria empregada para descrever o espalhamento de uma onda esférica.

Uma fonte pontual gera um campo elétrico que depende somente da distância escalar ao transmissor se não houver irregularidades no volume de propagação [26]:

$$E_o(\vec{r}) = \varepsilon_o \frac{\exp(ik|\vec{r} - \vec{T}|)}{|\vec{r} - \vec{T}|} \quad (4.84)$$

onde o vetor $\vec{T}$ fornece a posição do transmissor.

Utilizando-se o sistema de coordenadas cilíndricas com sua origem no transmissor, os campos sem perturbação na posição do redemoinho e na posição do receptor serão:

$$E_o(\vec{r}) = \varepsilon_o \frac{\exp(ik\sqrt{x^2 + r^2})}{\sqrt{x^2 + r^2}} \quad \text{e} \quad E_o(\vec{r}) = \varepsilon_o \frac{\exp(ikR)}{R} \quad (4.85)$$

No mesmo sistema de coordenadas a função de Green será:

$$G(\mathbf{R}, \vec{r}) = \frac{\exp(ik\sqrt{(R-x)^2 + r^2})}{4\pi\sqrt{(R-x)^2 + r^2}} \quad (4.86)$$

Aplicando a aproximação paraxial e refazendo-se os passos feitos para onda plana, obtém-se uma estimativa para a variância das flutuações de amplitude de uma onda esférica, que se propaga no meio com turbulência:

$$\langle \chi^2 \rangle_{es} = 0,124R^{11/6}k^{7/6}C_n^2, \quad l_o \ll \sqrt{\lambda R} \ll L_o, \quad \langle \chi^2 \rangle < 1 \quad (4.87)$$

Ao se comparar a eq. (4.87) com a eq. (4.82) verifica-se que a cintilação da onda esférica é apenas 40% da cintilação da onda plana, o que demonstra uma forte influência do tipo de onda transmitida. A região de dissipação do espectro da turbulência também influencia a variância da onda esférica para enlaces curtos com comprimentos de onda ópticos. A partir do modelo de Hill, pode-se incluir um Fator da Escala Interna $I_{es}\left(\frac{\sqrt{\lambda R}}{l_o}\right)$, cuja curva foi apresentada na figura 26, para corrigir a estimativa da variância:

$$\langle \chi^2 \rangle_{es} = 0,124R^{11/6}k^{7/6}C_n^2 I_{es}\left(\frac{\sqrt{\lambda R}}{l_o}\right), \quad l_o \ll \sqrt{\lambda R} \ll L_o, \quad \langle \chi^2 \rangle < 1 \quad (4.88)$$

Um feixe de laser é um terceiro tipo de forma de onda, com características particulares, e que normalmente é encontrado em aplicações de enlace laser. Existem três tipos de feixes laser que são função do raio de curvatura da frente de onda inicial. São eles: o feixe divergente, que possui raio de curvatura negativo, e é criado por uma óptica divergente; o feixe convergente, criado por uma óptica convergente, e que possui raio de curvatura positivo; e o feixe colimado que corresponde a uma frente de onda com raio de curvatura positivo, e infinito. O modo fundamental TEM_{00} do laser é caracterizado por um perfil de amplitude Gaussiano e uma distribuição de fase parabólica, no plano de saída do transmissor, e sua expressão em coordenadas cilíndricas a uma distância R do transmissor é:

$$E_o(\rho, R) = \frac{\varepsilon_o}{1 + i\alpha R} \exp\left(ikR - \frac{1}{2}k\alpha \frac{\rho^2}{1 + i\alpha R}\right) \quad (4.89)$$

onde $\alpha = \alpha_1 + i\alpha_2 = \frac{\lambda}{\pi w_o^2} + i\frac{1}{\mathcal{R}_o}$, w_o é o raio efetivo da óptica de transmissão, e $\mathcal{R}_o$ é o raio de curvatura da frente de onda. A função de Green conecta o redemoinho que causa o espalhamento ao respectivo ponto no receptor:

$$G(\mathbf{R}, \bar{r}) = \frac{\exp\left(ik\sqrt{(R-x)^2 + r^2 + \rho^2 - 2r\rho\cos\phi}\right)}{4\pi\sqrt{(R-x)^2 + r^2 + \rho^2 - 2r\rho\cos\phi}} \quad (4.90)$$

Os cálculos que envolvem a estimativa para a variância do logaritmo das flutuações de amplitude do feixe Gaussiano são extensos, e não serão incluídos nesse capítulo. Uma solução analítica foi inicialmente encontrada por Ishimaru [38]. Essa solução analítica foi investigada por Miller, Ricklin, e Andrews [39], em um vasto número de programas de computador, para estabelecer a dependência de $\langle \chi^2 \rangle$ com a distância radial e com o comprimento do enlace. A variância do logaritmo das flutuações de amplitude normalizada, para o feixe Gaussiano é dada por [26]:

$$\nu(\rho, R) = \frac{\langle \chi^2(\rho, R) \rangle}{R^{11/6} k^{7/6} C_n^2} \quad (4.91)$$

que é função de dois parâmetros adimensionais que definem completamente o feixe laser

$$\frac{\lambda R}{\pi w_o^2} \quad \text{e} \quad \frac{R}{\mathcal{R}_o} \quad (4.92)$$

e foi reproduzida na figura 28 a seguir.

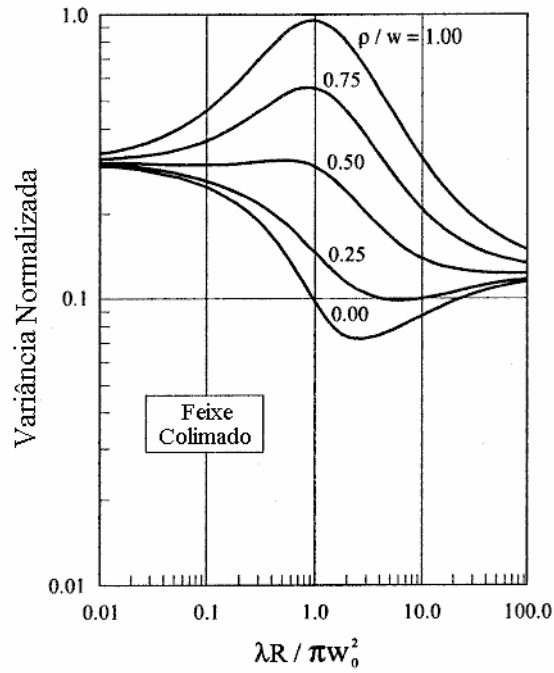


Figura 28 – Variância da amplitude normalizada para um feixe colimado [26].

Essa curva sugere que a cintilação é sempre menor no centro, e que ela cresce significativamente na borda do feixe.

4.6. Saturação

A eq. (4.35) é a base da teoria de espalhamento de primeira ordem, isto é, a onda é espalhada uma única vez. Entretanto essa equação somente é válida em um meio com espalhamento fraco. Se a turbulência se torna intensa, meio com espalhamento forte onde ocorre mais de uma refração, ou o enlace laser possui um caminho longo (enlaces com distâncias superiores a 500m para comprimentos de ondas ópticos), a proporcionalidade entre $\langle \chi^2 \rangle$ e C_n^2 , prevista pelas eqs. (4.82) e (4.87) não será mais válida. Esse fenômeno é conhecido como saturação do sinal. Clifford, Ochs, e Lawrence [40] observaram que a saturação ocorre quando $\langle \chi^2 \rangle > 1$, exatamente como previsto pela teoria de Ritov para o espalhamento fraco. Quando isso ocorre um incremento em C_n^2 não corresponde a um aumento de $\langle \chi^2 \rangle$. A figura 29 apresenta valores observados de $\langle \chi^2 \rangle$ contra a curva teórica de valores previstos para $\langle \chi^2 \rangle$, usando-se a eq. (4.87), para os valores de k, R conhecidos e C_n^2 obtido com sensores de temperatura.

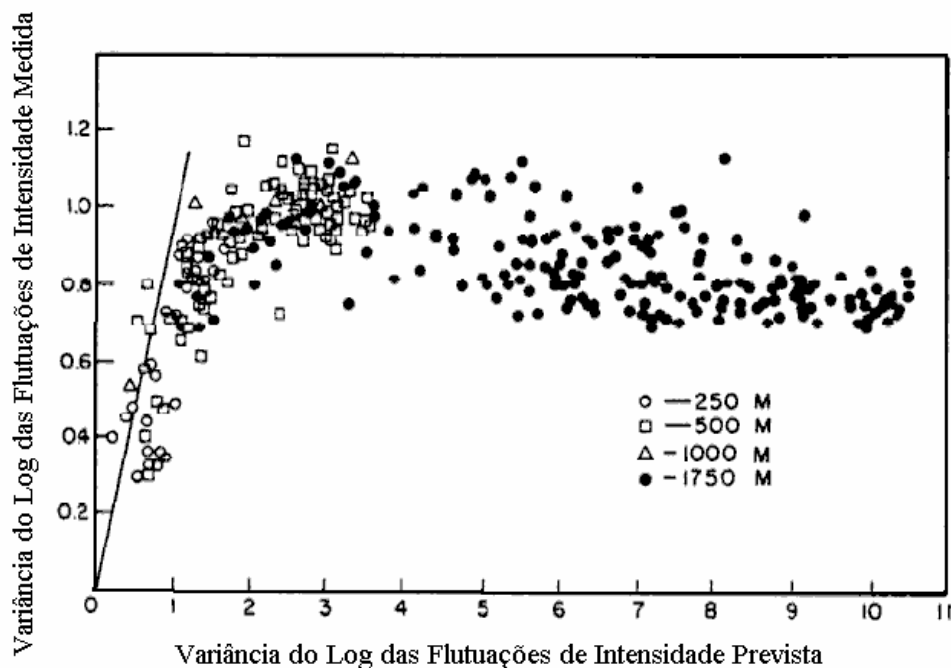


Figura 29 – O Efeito da Saturação para enlaces com diferentes distâncias [29].

Pode ser visto que a saturação ocorre para todos os comprimentos de caminhos exceto para o menor. A partir de um determinado ponto, em um caminho extremamente longo, $\langle \chi^2 \rangle$ começa a diminuir. Esse efeito é chamado supersaturação e aparece na figura 29 para o enlace óptico com $R = 1750\text{m}$.

Clifford, Ochs, e Lawrence [40] explicaram o efeito da saturação como se segue. À medida que a onda eletromagnética passa através de um meio com espalhamento forte, redemoinhos de todos os tamanhos, atuando como lentes, distorcerão a frente de onda, resultando em pequenas irregularidades na mesma. Quando o tamanho dessas irregularidades torna-se menor que o comprimento de Fresnel, o poder das lentes com tamanho $\sqrt{\lambda R}$ diminuirá. Finalmente isso resulta em uma frente de onda em $x = R$, que é diferente em tamanho e forma quando comparada com a frente de onda para uma situação de espalhamento único de uma onda esférica não perturbada. Esse efeito de distorção da frente de onda resultará em uma redução de $\langle \chi^2 \rangle$. Um esboço do processo descrito é mostrado na figura 30.

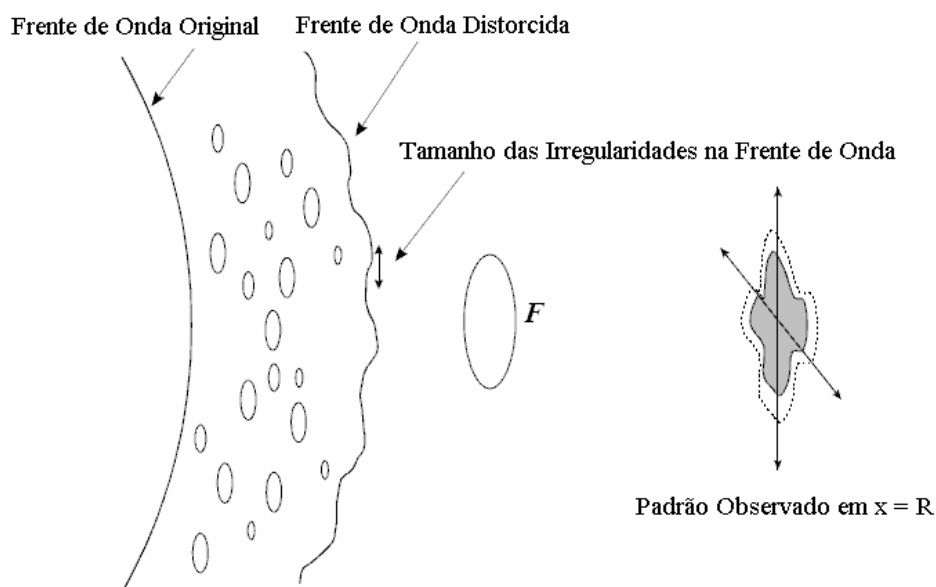


Figura 30 - Representação esquemática da distorção da frente de onda [29].

Quando o tamanho das lentes $F = \sqrt{\lambda R}$ torna-se menor e menor, eventualmente um ponto será alcançado onde não haverá irregularidades na frente

de onda maiores que o menor redemoinho l_0 . Isto significa que se as lentes F possuem tamanho l_0 a frente de onda não pode mais ser distorcida e esse é o tamanho mais efetivo para produzir cintilações. No caso onde as irregularidades da frente de onda são maiores que F o padrão no ponto $x = R$ não mudará em tamanho, mas somente sua posição se deslocará na tela (isto pode ser visto como inclinar a frente de onda). Resumindo: sobre longos caminhos os redemoinhos mais efetivos não são os do tamanho de escala da primeira zona de Fresnel. Ao invés, escalas menores tornam-se dominantes. De acordo com o espectro em potência da turbulência, a escala menor é menos poderosa que a escala maior, resultando em um decréscimo de $\langle \chi^2 \rangle$ como mostrado na figura 30.

4.7. Média pela Abertura do Receptor

Quando o tamanho de abertura do receptor é maior que a escala dos redemoinhos opticamente mais efetivos F o receptor fará o rateio das flutuações do sinal recebido pela área de abertura. Esse processo, chamado de média pela abertura, reduz a intensidade das flutuações. Na figura 31 é apresentado um desenho esquemático do efeito de média pela abertura.

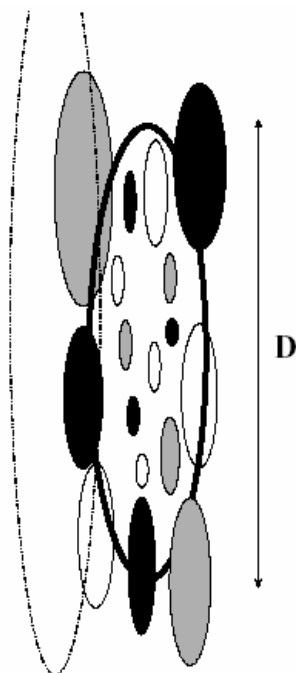


Figura 31 - Esquemático da média por abertura para pequenas escalas de turbulência em relação ao diâmetro do receptor [29].

Devido ao processo de difração na atmosfera, um padrão de cintilação que consiste de uma grande variedade de estruturas escuras e brilhantes, irão “passear” sobre uma tela posicionada no lado do receptor. Um receptor muito pequeno será sensível a todas essas escalas do padrão de cintilação. À medida que a abertura do receptor aumenta, as estruturas de escala menores do padrão de cintilação, serão rateadas pela abertura, isto é, os pequenos pontos escuros e brilhantes se compensarão. Como resultado a variância do logaritmo das flutuações de amplitude $\langle \chi^2 \rangle$ diminuirá. Estruturas muito grandes no padrão de cintilação, maiores que o diâmetro de abertura, não serão observadas porque elas não produzem flutuação de intensidade. Por outro lado, estruturas que são da ordem do diâmetro de abertura serão dominantes. Embora seja menos aparente, o processo de média ocorre também quando o diâmetro do transmissor é aumentado (assumindo fonte incoerente). Nesse caso a abertura do transmissor pode ser encarada como uma coleção de fontes pontuais, que filtram as pequenas escalas de turbulência. Para um enlace com aberturas iguais na recepção e na transmissão de raio a_r , e frente de onda plana, a expressão para σ_χ^2 é a seguinte [26]:

$$\langle \chi^2 \rangle = 2\pi^2 R k^2 \int_0^\infty d\kappa \kappa \Phi(\kappa) \left(1 - \frac{\sin(R\kappa^2/k)}{R\kappa^2/k} \right) \left(\frac{2J_1(\kappa a_r)}{\kappa a_r} \right)^2 \quad (4.93)$$

onde J_1 é a função de Bessel de primeira ordem. Note que a expressão ainda é baseada na teoria de espalhamento de primeira ordem, o que significa que o enlace de grande abertura também possui um ponto de saturação. A função ponderação pelo número de onda, e pela média por abertura aparece no segundo conjunto de parênteses. Ele elimina a contribuição de números de onda espaciais maiores que o recíproco do raio do receptor. Nesse caso a variância da amplitude depende principalmente da similaridade do espectro, se o receptor é maior que o comprimento de escala interna. Por essa razão pode-se substituir o limite superior do número de onda do modelo do espectro de Kolmogorov por infinito, e ignorar o limite inferior da escala externa. Usando-se o parâmetro espalhamento $R\kappa^2/k$ como variável de integração obtém-se [26]:

$$\langle \chi^2 \rangle_{pl} = 0,307 R^{\frac{11}{6}} k^{\frac{7}{6}} C_n^2 G \left(a_r \sqrt{\frac{2\pi}{R\lambda}} \right) \quad (4.94)$$

onde o fator de ganho do receptor G para onda plana é definido pela seguinte integral [26]:

$$G(\eta) = 1,060 \int_0^\infty dx x^{-\frac{11}{6}} \left(1 - \frac{\sin x}{x} \right) \left(\frac{2J_1(\eta\sqrt{x})}{\eta\sqrt{x}} \right)^2 \quad (4.96)$$

Valores numéricos para essa função são apresentados graficamente na figura 32.

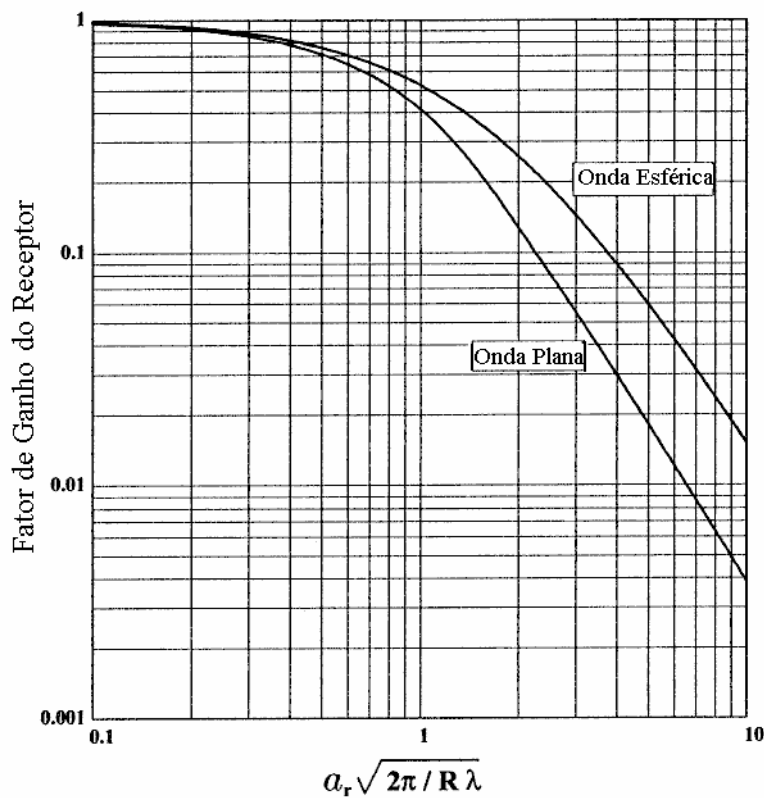


Figura 32 - Fator de ganho do receptor para onda plana e esférica [26].

A expressão a seguir representa uma boa aproximação da curva da figura 32 para onda plana, e é adequada para aplicações de engenharia [41]:

$$G(\eta) = \left[1 + 1,07 \left(\frac{2\pi a_r^2}{\lambda R} \right)^{\frac{7}{6}} \right]^{-1} \quad (4.97)$$

O fator de ganho do receptor é unitário quando o raio do receptor é uma década menor que o comprimento de Fresnel. Isso faz com que se recaia no importante resultado primeiramente estabelecido por Tatarskii [27] para receptor pontual e medições de onda plana:

$$\langle \chi^2 \rangle_{pl} = 0,307 R^{\frac{11}{6}} k^{\frac{7}{6}} C_n^2 \quad (4.98)$$

A expressão assintótica do fator de ganho do receptor para raio de abertura maior que o comprimento de Fresnel é a seguinte [26]:

$$\lim_{\eta \gg 1} G(\eta) = \frac{0,934}{\eta^{7/3}} \quad (4.99)$$

Isso indica que a variância do logaritmo das flutuações de amplitude para onda plana, e receptor com raio maior que o comprimento de Fresnel, pode ser descrita por [26]:

$$\langle \chi^2 \rangle_{pl} = 0,287 C_n^2 R^3 (a_r)^{-\frac{7}{3}}, \quad a_r > \sqrt{\lambda L} \quad (4.100)$$

4.8.

Dependência do Efeito da Cintilação com o Comprimento de Onda

Sinais gerados por lasers infravermelhos têm sido utilizados para testar a dependência da cintilação com o comprimento de onda. Esses experimentos normalmente são realizados em caminhos com aproximadamente 1 km de extensão. O comprimento de Fresnel associado varia de 2 a 12 cm. Esses valores são maiores do que a escala interna l_o e menores do que a escala externa L_o

$(l_o \ll \sqrt{\lambda L} \ll L_o)$. Uma vez que a constante de estrutura das flutuações do índice de refração do ar não varia para comprimentos de ondas próximos, pode-se escrever a razão entre as variâncias partindo-se da eq. (4.94) [26]:

$$\frac{\langle \chi_1^2 \rangle}{\langle \chi_2^2 \rangle} = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{\frac{7}{6}} \cdot \frac{G(a_{r1} / \sqrt{\lambda_1 R})}{G(a_{r2} / \sqrt{\lambda_2 R})} \quad (4.101)$$

onde G é o fator de ganho do receptor apresentado na eq. (4.97).

4.9. Medidas Ópticas já realizadas

Em 1974, Strohbehn [42] realizou um experimento usando um enlace óptico de curta distância para testar as previsões de Ritov sob a condição de espalhamento fraco. Uma onda divergente foi gerada por um laser He-Ne (6328 Å) CW de 26 mW. Receptores com diâmetros variando de 1 mm a 203 mm foram colocados normais à linha de visada. O menor receptor representou a referência pontual da detecção. O fator de ganho do receptor foi medido em 4 caminhos com comprimentos entre 200 m e 1600 m. Os dados obtidos para a distância $R = 215,4$ m são reproduzidos na figura 33, e indicam uma boa coerência com a teoria. A curva sólida representa o fator de ganho do receptor obtido a partir da eq. (4.96).

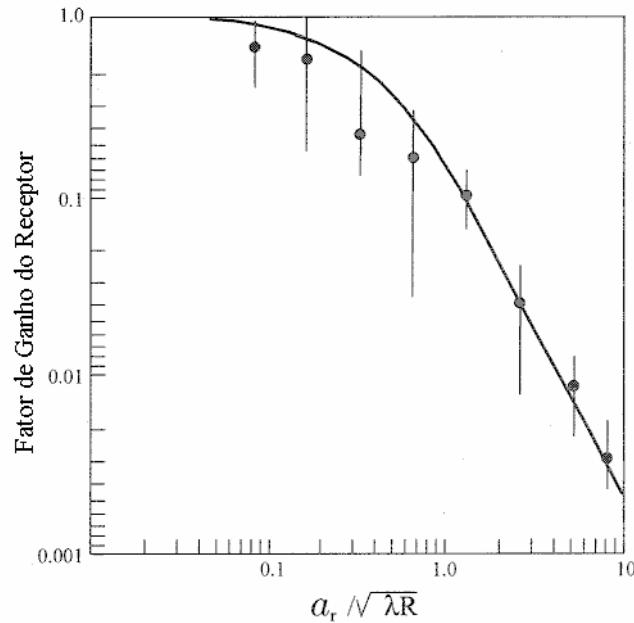


Figura 33 - Fator de ganho do receptor medido com um laser de He-Ne em um caminho com 215,4 m.

Em 1991, Churnside [41] repetiu o experimento com uma melhoria nos programas de processamento de dados usando uma matriz com 6 aberturas e diâmetros de 1; 2,75; 5; 10; 25 e 50 mm. O transmissor utilizado foi um laser de He-Ne de 10 mW operando em um único modo (633 nm). Nesse experimento foi encontrada boa semelhança entre o comportamento observado para distâncias de 250 m e 500 m e a previsão teórica, incluindo-se a influência do tamanho da abertura e o comprimento da escala interna.

Um experimento pioneiro foi realizado em 1969 por Fitzmaurice [43] para testar a equação (4.101) que estabelece a dependência da cintilação com o comprimento de onda com. Ondas divergentes foram geradas por lasers de He-Ne e de CO₂ de 1 mW e 2 W, respectivamente. Esses sinais foram transmitidos sobre o mesmo caminho com distância de 1,2 km. Os diâmetros dos receptores foram 0,62 cm para $\lambda = 0,6328 \mu\text{m}$ e 2,5 cm para $\lambda = 10,6 \mu\text{m}$. As duas aberturas foram ajustadas a $\sqrt{\lambda}$ para que os fatores de ganho da eq. (4.101) se cancelassem. A razão de cintilação medida entre o sinal do laser de CO₂ para o sinal do laser de He-Ne é reproduzida na figura 34. Os dados coletados cobrem um período de 2h em dezembro e eles são apresentados como função da magnitude da variância experimentada pelo sinal do laser de He-Ne.

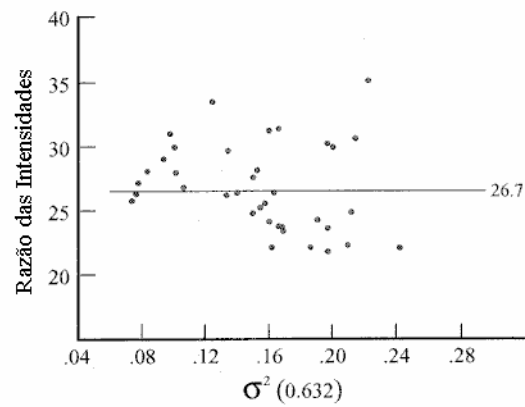


Figura 34 - Razão da cintilação medida entre o sinal de 10,6 μm e o sinal de 632 nm.

O valor médio foi de 26,7 com desvio padrão de 3,3. Esse valor confere com os 26,8 previstos pela lei de 7/6 do comprimento de onda. Como visto anteriormente a cintilação é função da abertura do receptor e do comprimento de onda, entre outros parâmetros.