

## **3**

### **Turbulência Atmosférica**

#### **3.1.**

##### **Introdução**

A demanda por acesso à Internet em banda larga nos grandes centros urbanos, aliada ao elevado custo de implantação de infra-estrutura, fez surgir os equipamentos de comunicações ópticas no espaço livre. Esses modernos dispositivos de comunicações são enlaces lasers de curta distância (até 500 m) dispostos no topo dos edifícios. Além dos fenômenos relacionados no capítulo 2, eles estão sujeitos aos efeitos da atmosfera em baixa altitude, que corresponde basicamente a não homogeneidade do índice de refração do ar.

Uma atmosfera ideal pode ser definida como uma massa de gases homogênea e isotrópica, o que resulta em um índice de refração constante. Uma onda eletromagnética que se propaga nessas condições não sofreria difração nem espalhamento. Entretanto, quando ondas ópticas, não importando se sua origem é da luz das estrelas, de fontes incandescentes, ou de lasers, se propagam através da atmosfera da Terra, livre de partículas espalhadoras, elas experimentam distorções.

#### **3.2.**

##### **Descrição da Turbulência Atmosférica**

A dinâmica dos fluidos prevê dois tipos de comportamento para um fluxo de ar: o fluxo laminar e o fluxo turbulento. No fluxo laminar todas as parcelas de ar viajam com a mesma velocidade. O aquecimento da atmosfera pelo Sol provoca o movimento turbulento do ar devido ao surgimento de correntes de ventos e de convecção, representadas esquematicamente pela figura 18.

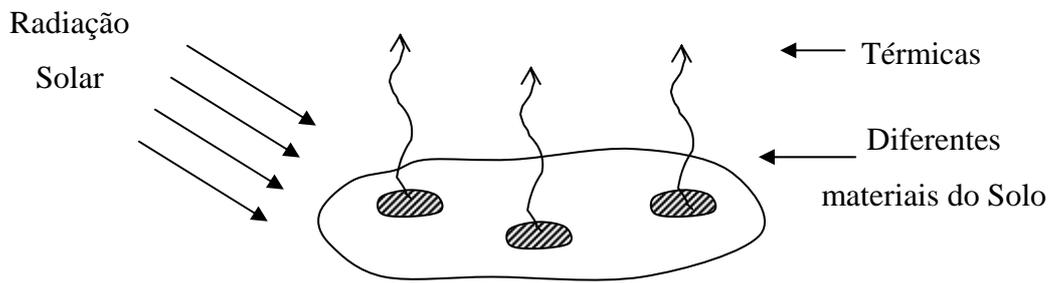


Figura 18 – Representação esquemática da geração da turbulência atmosférica.

A entrada de energia em uma grande bolsa de ar com fluxo laminar provoca o aparecimento de forças de cisalhamento, que aceleram diferentes seções da mesma. Ela então se subdivide em parcelas menores que possuem menor massa, e que passam a se mover com velocidades mais elevadas do que a bolsa de ar original, conservando o momento total [23]. Esse processo provoca a criação de vórtices tridimensionais comumente chamados de redemoinhos “eddies”. Grandes redemoinhos possuem tamanho da ordem de quilômetros, e têm formas freqüentemente muito alongadas. Seus movimentos são caracterizados por considerável energia cinética. Os grandes redemoinhos se subdividem em redemoinhos menores que colidem elasticamente entre eles próprios, transferindo e redistribuindo a energia, e nesse processo reduzem seus tamanhos e ficam mais simétricos. A subdivisão prossegue até os redemoinhos atingirem um tamanho menor do que 1 cm.

A atmosfera real consiste de um grande número de vórtices tridimensionais que transportam calor e vapor d’água, gerando pequenas flutuações aleatórias de temperatura, da ordem de 1°C ou menos, e conseqüentemente seus índices de refração são então diferentes dos das redondezas. A variação do índice de refração para comprimentos de onda ópticos, é dada aproximadamente (desprezado o efeito da umidade do ar, pelo fato de sua contribuição ser menor que 1% sobre a terra) por [24]:

$$n - 1 = 77,6(1 + 7,52 \cdot 10^{-6} \lambda^{-2})(P/T) \cdot 10^{-6} \quad (3.1)$$

onde  $P$  é a pressão atmosférica em milibares,  $T$  é a temperatura em Kelvin, e  $\lambda$  é o comprimento de onda da luz em  $\mu\text{m}$ . Como pode-se observar na expressão (3.1) a variação do índice de refração para ondas eletromagnéticas com comprimentos de onda ópticos é função da temperatura do ar.

Pequenas flutuações do índice de refração, que são tipicamente da ordem de  $10^{-6}$ , estão relacionadas fundamentalmente às pequenas variações na temperatura (da ordem de 0,1 a  $1^\circ\text{C}$ ), as quais são produzidas pelo movimento turbulento da atmosfera. Portanto as flutuações do índice de refração que serão consideradas são aquelas resultantes das flutuações aleatórias da velocidade do vento.

### 3.2.1.

#### A Constante de Estrutura da Turbulência Atmosférica $C_v^2$

Os campos de elementos meteorológicos, como por exemplo: velocidade do vento, temperatura do ar, índice de refração, são descritos em termos de campos vetoriais e escalares de funções aleatórias (campos aleatórios), em uma atmosfera turbulenta. Funções aleatórias são especificadas pelos resultados de uma observação, e podem apresentar diferentes valores quando a observação é repetida várias vezes, logo são descritas em termos de suas quantidades estatísticas. O registro no tempo da temperatura do ar, em uma posição fixa do espaço, é uma das realizações (função amostra) da função aleatória temperatura do ar. Se o experimento for repetido, isto é, outro registro obtido nas mesmas condições, outra curva será obtida, ou seja, outra realização da função aleatória temperatura do ar. É possível fazer uma analogia das funções aleatórias com as variáveis aleatórias. Uma variável aleatória discreta  $X$  pode assumir os valores discretos  $x_i$  com probabilidade  $P_i$  de um espaço amostra  $S = \{x_1, \dots, x_n\}$ . Uma função  $f(t)$  será considerada aleatória se existe uma certa probabilidade de que ela coincida com uma das realizações de um dado conjunto de funções  $f_\alpha(t)$  (espaço amostra). Por exemplo: seja a função  $f_\alpha(t) = e^{-\alpha t}$ , onde  $\alpha$  é uma variável aleatória uniformemente distribuída sobre o intervalo (0,1). Se a cada experimento que for realizado (registro), nas mesmas condições, obtém-se uma curva diferente que

pertencente ao conjunto  $f_\alpha(t)$ , então se pode dizer que  $f(t)$  é uma função aleatória. Se a saída do experimento é sempre igual, isto é, sempre a mesma curva, então  $f(t)$  é determinística e não aleatória.

Kolmogorov [25], quando considerando a variação temporal da diferença da velocidade do vento em dois pontos do espaço, separados por um vetor deslocamento  $\vec{r}$ , encontrou que a diferença de velocidade média quadrática poderia ser descrita de uma forma universal pelo tensor estrutura:

$$D_{ij}(\vec{r}) = \left\langle [v_i(\vec{r}_1 + \vec{r}) - v_i(\vec{r}_1)][v_j(\vec{r}_1 + \vec{r}) - v_j(\vec{r}_1)] \right\rangle \quad (3.2)$$

onde  $v_i$  e  $v_j$  são diferentes componentes da velocidade.

Como foi dito anteriormente, próximo à superfície da terra os redemoinhos são simétricos, e portanto, pode-se assumir homogeneidade local e isotropia local [26]. O campo aleatório é dito homogêneo se ele possui média constante e se sua função correlação não é afetada por uma translação simultânea de duas posições no espaço por um mesmo vetor. A função correlação de um campo aleatório é dada pela expressão [27]:

$$B_f(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \left\langle [f(\vec{r}_1) - \langle f(\vec{r}_1) \rangle][f^*(\vec{r}_2) - \langle f^*(\vec{r}_2) \rangle] \right\rangle \quad (3.3)$$

onde  $f$  é uma função aleatória e  $f^*$  sua complexa conjugada. Portanto o campo aleatório será homogêneo se  $\langle f(t) \rangle = cte$  e:

$$B_f(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = B_f(\vec{r}_1 + \vec{r}_o, \vec{r}_2 + \vec{r}_o) \quad (3.4)$$

Fazendo  $\vec{r}_o = -\vec{r}_1$  a eq. (3.4) pode ser substituída pela expressão:

$$B_f(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = B_f(\vec{r}_1 - \vec{r}_2, 0) = B_f(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad (3.5)$$

que passa a ser dependente apenas da diferença de posição no espaço.

Um campo aleatório homogêneo é dito isotrópico se sua função correlação depende somente do módulo da distância entre os pontos de observação, onde  $r = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$ . Logo sua função correlação passa a ser:

$$B_f(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = B_f(\vec{r}_1 - \vec{r}_2, 0) = B_f(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = B_f(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) = B_f(r) \quad (3.6)$$

Caminhando-se sobre uma linha reta em um campo aleatório homogêneo e isotrópico, o valor do campo ao longo dessa linha é representado por uma função aleatória de uma única variável. Considerando-se as hipóteses simplificadoras de homogeneidade local e isotropia local o valor médio quadrático da diferença de velocidade do vento pode ser descrita pelo tensor:

$$D_{ij}(\vec{r}) = [D_{rr}(r) - D_{tt}(r)]n_i n_j + D_{tt}(r)\delta_{ij} \quad (3.7)$$

onde  $\delta_{ij} = 1$  para  $i=j$ ,  $\delta_{ij} = 0$  para  $i \neq j$ , e  $n_i$  são componentes do vetor unitário na direção de  $\vec{r}$ . As quantidades  $D_{rr}$  e  $D_{tt}$  são respectivamente as funções estrutura das componentes paralela e transversal da velocidade do vento em relação ao vetor deslocamento  $\vec{r}$ . Considerando também que a turbulência é incompressível, isto é,  $\nabla \cdot \vec{v} = 0$  a eq. (3.7) pode ser simplificada para:

$$D_{tt} = \frac{1}{2r} \frac{d}{dr} (r^2 D_{rr}) \quad (3.8)$$

Dessa forma a estrutura estatística da turbulência pode ser descrita por uma única função estrutura:

$$D_{rr} = \left\langle [v_r(\vec{r}_1 + \vec{r}) - v_r(\vec{r}_1)]^2 \right\rangle \quad (3.9)$$

Kolmogorov [25] descobriu que se a separação  $\vec{r}$  reside no chamado subdomínio inercial da turbulência atmosférica,  $D_{rr}$  então possui a forma universal:

$$D_{rr} = C_v^2 r^{2/3} \quad (3.10)$$

onde  $C_v^2$  é a constante de estrutura da velocidade do vento.

### 3.2.2. Os Comprimentos de Escala da Turbulência e o Subdomínio Inercial

Aos tamanhos dos redemoinhos são associados os comprimentos de escala, que se constituem em uma espécie de medida da não homogeneidade causada no meio pelo redemoinho. Uma pequena fração da energia cinética dos ventos é convertida em turbulência em grandes tamanhos de escala. A parte de interesse do processo de cascadeamento da energia se inicia na escala externa, onde os redemoinhos possuem o comprimento de escala externa  $L_o$ . Os redemoinhos começam a se dividir logo que são criados. A energia inserida é progressivamente dividida e redistribuída para escalas menores e menores. O processo de cascadeamento da energia prossegue até os redemoinhos terem tamanhos comparáveis ao comprimento da escala interna  $l_o$ . A figura 19 ilustra o conceito do processo de cascadeamento da energia.

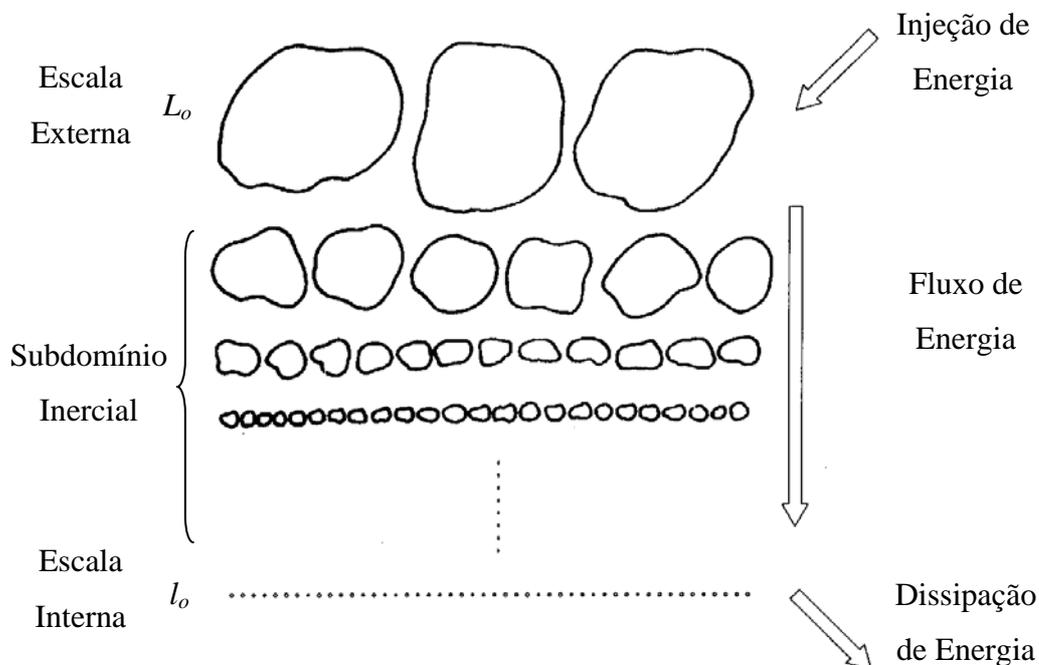


Figura 19 – Representação dos comprimentos de escala da turbulência.

Finalmente a energia cinética que foi injetada na turbulência  $\varepsilon$  é dissipada na forma de calor nos menores comprimentos de escalas moleculares, chamados micro escala de Kolmogorov [25]:

$$\eta = \left( \frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad (3.11)$$

Utilizando valores típicos da viscosidade do ar  $\nu$  e da taxa de dissipação molecular de energia cinética da turbulência  $\varepsilon$ ,  $\eta$  é da ordem de 1 mm.

O número de onda espacial da turbulência atmosférica é definido como  $\kappa = 2\pi/l$ , onde  $l$  é o tamanho do redemoinho. Como dito anteriormente, a introdução da energia no processo de cascadeamento se dá em redemoinhos maiores que o comprimento da escala externa  $L_0$  ( $\kappa_0 = 2\pi/L_0$ ). Na parte do espectro além da escala externa a turbulência é não isotrópica e não homogênea. Em geral o tamanho de escala externa é da ordem de metade da altura acima da superfície. Para números de onda maiores que  $\kappa_m$  ( $\kappa_m = 2\pi/l_0$ ), que está relacionado à escala interna  $l_0$ , a energia cinética da turbulência é dissipada na forma de calor. O tamanho típico da escala interna é de 1 a 10 mm. A escala interna está relacionada à micro escala de Kolmogorov pela eq. (3.12). A constante foi determinada experimentalmente.

$$l_0 = 7,4 \left( \frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad (3.12)$$

A parte do espectro situada entre a escala interna  $l_0$  e a escala externa  $L_0$  da turbulência é denominada subdomínio inercial. Esta parte do espectro é independente da entrada de energia e da dissipação viscosa, e onde somente a transferência de energia inercial é importante. O subdomínio Inercial pode ser definido como o domínio do comprimento de escala da turbulência onde não há nem entrada direta nem dissipação direta de energia. O fluxo de energia é independente do comprimento de escala  $l$ . No processo de cascadeamento da turbulência, Kolmogorov formulou a hipótese que os redemoinhos menores não

possuem memória em relação ao processo dos maiores, e a turbulência torna-se isotrópica para altos números de onda.

### 3.2.3.

#### A Constante de Estrutura do Índice de Refração do Ar $C_n^2$

Quantidades conservativas têm a seguinte propriedade: se uma parcela de ar puder ser identificada com um certo número característico, ela manterá esse número não importando como se movimentar no espaço. Uma parcela de ar que se desloca verticalmente sofrerá uma mudança adiabática da sua temperatura, em função da equalização da sua pressão em relação ao exterior. A temperatura absoluta do ar não é uma quantidade conservativa quanto à variação de altitude. A diferença entre a temperatura absoluta e a mudança da temperatura com a altitude, chamada de potencial de temperatura, é uma quantidade conservativa. O potencial de temperatura é definido como:

$$\Theta = T - \gamma_a z \quad (3.13)$$

onde  $\gamma_a = 9,8^\circ C / km$ .

Quantidades aditivas passivas conservativas não afetam a dinâmica da turbulência, isto é, quando elas são inseridas em um meio turbulento elas não afetam a estatística do meio. Quantidades aditivas passivas conservativas também obedecem à lei dos dois terços no subdomínio inercial [24]:

$$D_\Theta(r) = C_\Theta^2 r^{2/3} \quad (3.14)$$

onde  $C_\Theta^2$  é a constante de estrutura do potencial de temperatura.

Diferenciando a eq. (3.1) e fazendo  $\lambda = 0,6 \cdot 10^{-6}$  m obtém-se:

$$\delta n = \frac{79P}{T} \left( \frac{\delta P}{P} - \frac{\delta T}{T} \right) \cdot 10^{-6} \quad (3.15)$$

Se as flutuações de pressão são medidas em um ponto fixo e próximo ao solo, elas são relativamente pequenas e dispersadas rapidamente. As variações do índice de refração serão produzidas quase que exclusivamente pelas flutuações na temperatura. Diferenciando a eq. (3.13), substituindo na eq. (3.15) e desprezando o termo que contém a variação de pressão, obtém-se a variação do índice de refração a uma dada altitude em função da variação do potencial de temperatura:

$$\delta n = -79P \frac{\delta \Theta}{T^2} \cdot 10^{-6} \quad (3.16)$$

Como  $\delta \Theta$  é uma quantidade aditiva passiva conservativa, e levando em consideração a eq. (3.16), pode-se dizer que  $\delta n$  também é uma quantidade aditiva passiva conservativa e que, por isso, obedecerá à lei dos dois terços:

$$D_n(r) = C_n^2 r^{2/3}; \quad l_0 \ll r \ll L_0 \quad (3.17)$$

A constante de estrutura do índice de refração  $C_n^2$  pode ser diretamente escrita em termos de  $C_\Theta^2$  [24]:

$$C_n^2 = \left( \frac{79P}{T^2} \cdot 10^{-6} \right)^2 C_\Theta^2 \quad (3.18)$$

A observação da eq. (3.18) revela que as flutuações do índice de refração têm as mesmas propriedades estatísticas que a velocidade do vento em regime de turbulência, ou seja, obedece à mesma lei de função estrutura. Com isso conclui-se que as variações do índice de refração são causadas principalmente por flutuações na temperatura.

### 3.2.4. A Densidade Espectral de Potência

A variação temporal das variáveis meteorológicas em um ponto do espaço é produzida pelo transporte de parcelas de ar, e não por mudanças intrínsecas nas

variáveis. Em consequência essas variações temporais são associadas a uma translação no espaço. Isto força a uma correspondência um para um entre flutuações espaciais e temporais, conhecida como hipótese da turbulência congelada [24]. Essa hipótese permite que seja realizada uma conversão de um registro temporal da temperatura em um ponto do espaço, para sua variação espacial, dado que seja conhecida a velocidade média do vento  $v_o$ . O número de onda espacial para uma dada frequência temporal  $\omega$  será:

$$\kappa = \omega v_o \quad (3.19)$$

O índice de refração pode ser escrito como um valor médio mais uma parcela de flutuação:

$$n(\vec{r}) = \langle n(\vec{r}) \rangle + n_1(\vec{r}) \quad (3.20)$$

onde por definição o valor médio da parcela de flutuação do índice de refração é zero:

$$\langle n_1(\vec{r}) \rangle = 0 \quad (3.21)$$

A variável aleatória  $n_1(\vec{r})$  pode ser decomposta em termos de uma integral tridimensional Fourier-Stieltjes [27]:

$$n_1(\vec{r}) = \int dN(\vec{\kappa}) e^{i\vec{\kappa}\cdot\vec{r}} \quad (3.22)$$

onde  $\vec{\kappa} = (\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z)$  é o número de onda espacial tridimensional e  $dN$  é a amplitude randômica espectral.

A função covariância do índice de refração em duas posições separadas por  $\vec{r}$ , e considerando  $n_1$  com média nula, é dada pela expressão:

$$B_n(\vec{r}_1 + \vec{r}, \vec{r}_1) = \langle n_1(\vec{r} + \vec{r}_1) n_1(\vec{r}_1) \rangle \quad (3.23)$$

Substituindo-se a eq. (3.22) na eq. (3.23) obtém-se:

$$B_n(\vec{r}_1 + \vec{r}, \vec{r}_1) = \iint e^{i\vec{k}(\vec{r}_1 + \vec{r}) - i\vec{k}'\vec{r}_1} \langle dN(\vec{k}) dN^*(\vec{k}') \rangle \quad (3.24)$$

As propriedades estatísticas de um campo homogêneo não dependem da posição no campo, ou seja, os mesmos resultados seriam obtidos se os sensores fossem transladados de posição. Logo a função covariância do índice de refração pode ser reescrita:

$$B_n(\vec{r}_1 + \vec{r}, \vec{r}_1) = B_n(\vec{r}) \quad (3.25)$$

Para que a integral dupla dependa somente de  $\vec{r}$  a quantidade  $\langle dN(\vec{k}) dN^*(\vec{k}') \rangle$  deve satisfazer a condição:

$$\langle dN(\vec{k}) dN^*(\vec{k}') \rangle = \delta(\vec{k} - \vec{k}') \Phi_n(\vec{k}) d^3\vec{k} d^3\vec{k}' \quad (3.26)$$

onde  $\delta$  é a função delta de Dirac tridimensional e  $\Phi_n(\vec{k})$  é a densidade espectral tridimensional das flutuações do índice de refração. Substituindo-se a eq. (3.26) na eq. (3.24), e integrando-se em  $\vec{k}'$  obtém-se a relação entre a densidade espectral e a função covariância do índice de refração:

$$B_n(\vec{r}) = \int d^3\vec{k} e^{i\vec{k}\vec{r}} \Phi_n(\vec{k}) \quad (3.27)$$

e sua relação inversa:

$$\Phi_n(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\vec{r} B_n(\vec{r}) e^{-i\vec{k}\vec{r}} \quad (3.28)$$

Considerando-se a hipótese das flutuações do índice de refração serem homogêneas e isotrópicas, a função covariância passa a depender apenas da distância entre os sensores, e não da direção da linha que os une:

$$B_n(\vec{r}) = B_n(r) \quad (3.29)$$

E a transformada inversa da eq. (3.27) fornece:

$$\Phi_n(\vec{\kappa}) = \Phi_n(\kappa) \quad (3.30)$$

Substituindo-se a eq. (3.30) na eq. (3.27), trocando para as coordenadas esféricas  $\vec{\kappa} = (\kappa, \theta, \phi)$  e  $d^3\vec{\kappa} = \kappa^2 \sin\theta d\theta d\phi d\kappa$ , e integrando nas coordenadas angulares  $\theta$  e  $\phi$ :

$$B_n(r) = \frac{4\pi}{r} \int_0^\infty d\kappa \kappa \Phi_n(\kappa) \sin(\kappa r) \quad (3.31)$$

De maneira análoga obtém-se:

$$\Phi_n(\kappa) = \frac{1}{2\pi^2 \kappa} \int_0^\infty dr r B_n(r) \sin(\kappa r) \quad (3.32)$$

Utilizando-se a definição da função correlação, considerando que  $n_1$  possui média nula por definição, e pela hipótese da homogeneidade e isotropia local do índice de refração obtém-se as expressões:

$$B_n(\vec{r}_1 + \vec{r}, \vec{r}_1) = \langle n_1(\vec{r}_1 + \vec{r}) n_1(\vec{r}_1) \rangle = B_n(\vec{r}) = B_n(r) \quad (3.33)$$

e

$$\langle n_1^2(\vec{r}_1 + \vec{r}) \rangle = \langle n_1^2(\vec{r}) \rangle = \langle n_1^2 \rangle = B_n(0) \quad (3.34)$$

A função estrutura do índice de refração para as hipóteses formuladas anteriormente é:

$$D_n(\vec{r}) = \langle [n_1(\vec{r}_1 + \vec{r}) - n_1(\vec{r}_1)]^2 \rangle \quad (3.35)$$

Expandindo-se a eq. (3.35) e substituindo-se as eq. (3.33) e (3.34) obtém-se a relação entre a função correlação do índice de refração e sua função estrutura:

$$B_n(0) - B_n(r) = \frac{1}{2} D_n(r) \quad (3.36)$$

Calculando-se  $B(0)$  através do limite  $r \rightarrow \infty$  da eq. (3.31) e substituindo-se em (3.36) obtém-se a relação entre a função estrutura do índice de refração e sua densidade espectral:

$$D_n(r) = 8\pi \int_0^{\infty} d\kappa K^2 \Phi_n(\kappa) \left[ 1 - \frac{\text{sen}(\kappa r)}{(\kappa r)} \right] \quad (3.37)$$

Invertendo-se a eq. (3.37) obtém-se a expressão:

$$\Phi_n(\kappa) = \frac{1}{4\pi^2 \kappa^2} \int_0^{\infty} \frac{\text{sen}(\kappa r)}{(\kappa r)} \frac{d}{dr} \left[ r^2 \frac{d}{dr} D_n(r) \right] dr \quad (3.38)$$

Substituindo-se a eq. (3.17), válida somente no subdomínio inercial, na eq. (3.38), obtém-se uma relação entre a densidade espectral do índice de refração e sua constante de estrutura:

$$\Phi_n(\kappa) = \frac{5}{18\pi} C_n^2 \kappa^{-3} \int_{l_0}^{L_0} dr \text{sen}(\kappa r) r^{-1/3} \quad (3.39)$$

O comprimento da escala interna da turbulência é de poucos milímetros ( $10^{-3}$  m) e o comprimento da escala externa pode chegar a quilômetros ( $10^3$  m). Dessa forma os limites da integral (3.39) podem ser aproximados para 0 e  $\infty$ , e realizando-se o seu cálculo obtém-se a expressão do espectro tridimensional das flutuações aleatórias do índice de refração da atmosfera com turbulência, no subdomínio inercial, inicialmente descrita por Kolmogorov [25]:

$$\Phi_n(\kappa) = 0,033 C_n^2 \kappa^{-11/3}; \quad 2\pi L_0^{-1} \ll \kappa \ll 2\pi l_0^{-1} \quad (3.40)$$

onde  $\kappa$  é o número de onda da turbulência e  $C_n^2$  é a constante de estrutura do índice de refração do ar. Este modelo é válido somente para subdomínio inercial, embora ele seja freqüentemente estendido para todos os números de onda pela hipótese da escala interna ser zero e da escala externa ser infinita. Entretanto, foi constatado que este modelo sobre estima  $\Phi_n(\kappa)$  no domínio de dissipação, isto é, ele cai mais rapidamente que  $-11/3$ . Tatarskii [28] propôs o seguinte modelo para o espectro tridimensional das flutuações aleatórias do índice de refração:

$$\Phi_T(\kappa) = 0,033 C_n^2 \kappa^{-11/3} \exp\left(\frac{-\kappa^2}{\kappa_m^2}\right) \quad (3.41)$$

onde  $\kappa_m = 5,92/l_0$ . Este modelo utiliza um corte Gaussiano para altos números de onda espaciais, que resulta em uma queda mais acentuada que  $\kappa^{-11/3}$ . Esse efeito pode ser visto na figura 20 onde os modelos espectrais de Kolmogorov e Tatarskii são apresentados.

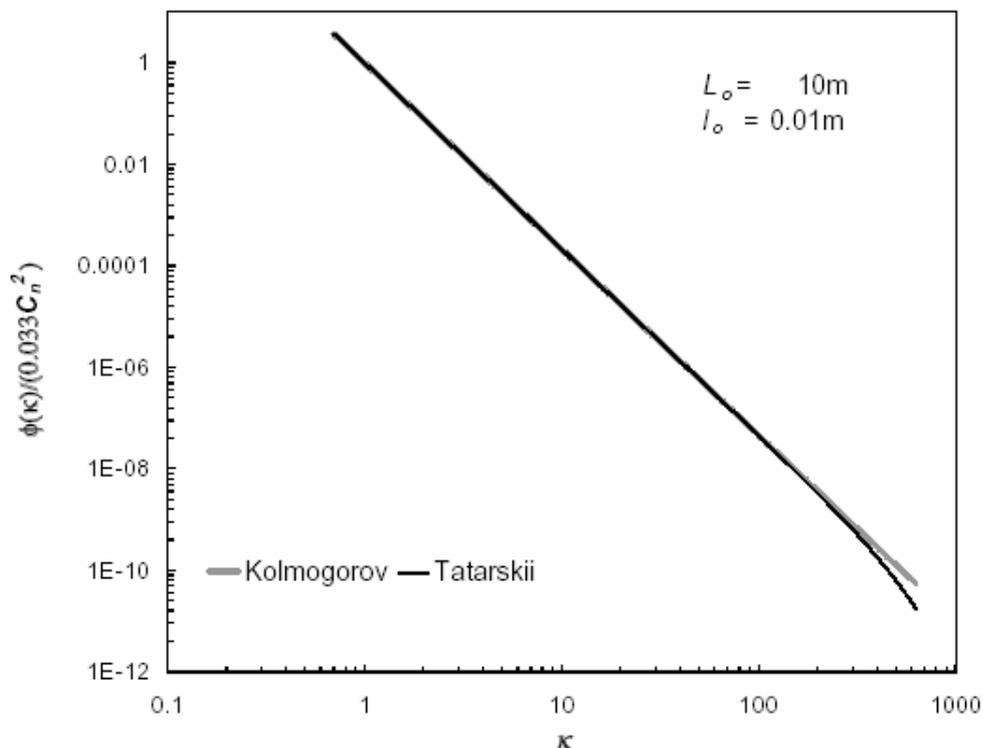


Figura 20 - Modelos espectrais de Kolmogorov ( $\Phi_K$ ) e Tatarskii ( $\Phi_T$ ) das flutuações aleatórias do índice de refração do ar [29].

Medidas das flutuações da temperatura do ar, empregando sensores rápidos, realizadas por Champagne [30], e por Williams e Paulson [31], revelaram um sobressalto no espectro em altos números de ondas próximos  $l_o^{-1}$ . Nem o modelo de Kolmogorov nem o do Tatarskii apresentam esse sobressalto. Baseado nos dados colhidos por Champagne [30], Hill [32] desenvolveu um modelo teórico  $\Phi_H(\kappa)$  que descreve esse sobressalto e adere bem com as observações. Churnside [33] derivou uma aproximação analítica para o modelo de Hill.

$$\Phi_c(\kappa) = 0,033C_n^2 \kappa^{-\frac{11}{3}} \left[ \exp\left(-70,5\kappa^2 \left(\frac{l_0}{7,5}\right)^2\right) + 1,45 \exp\left(-0,97 \left(\ln\left(\kappa \frac{l_0}{7,5}\right) + 1,55\right)^2\right) \right] \quad (3.42)$$

Frehlich [34] determinou  $\Phi_H(\kappa)$  diretamente a partir de medições de cintilações em enlace laser. Na figura 21 o espectro de Hill [32] é mostrado junto com os modelos de Churnside [33], Frehlich [34], e Tatarskii [28].

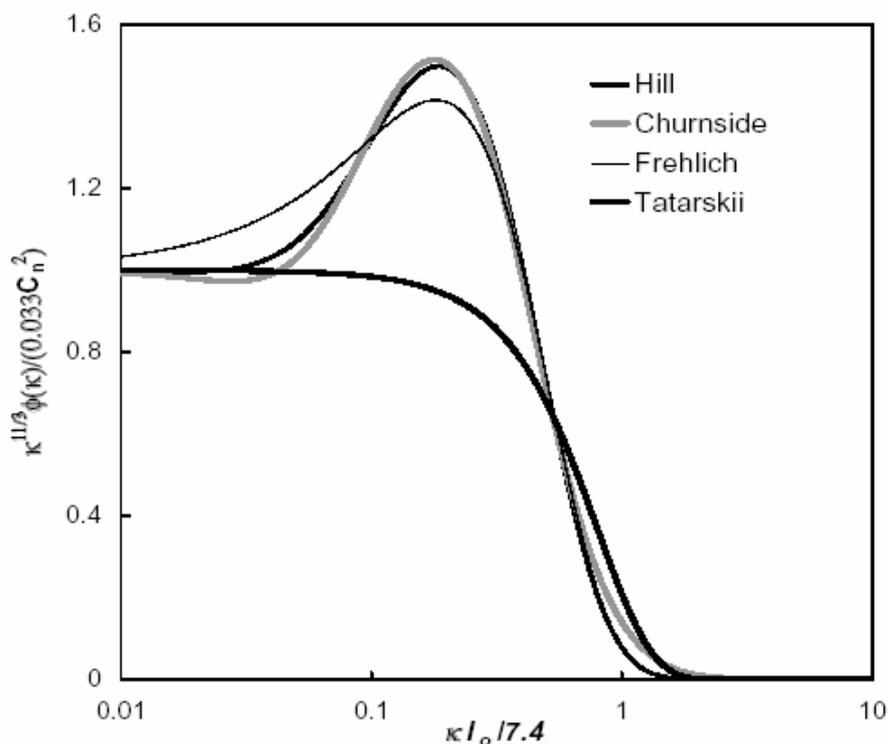


Figura 21 - Modelos espectrais das flutuações do índice de refração de Hill, Churnside e Frehlich [29].

Pode ser visto que o modelo de Tatarskii não apresenta o sobressalto, e que os modelos de Churnside e Frehlich diferem um pouco do modelo de espectro proposto por Hill. É importante se utilizar o espectro que mais se aproxima da realidade. Em determinadas situações, especialmente quando se usa transmissores e receptores na configuração pontual, que operam no infravermelho próximo, a cintilação sofre mais influência dos redemoinhos com tamanhos próximos ao da escala interna  $l_o$ , isto é, próximo ao sobressalto do espectro. Desconsiderar o sobressalto significa introduzir erro na medida de cintilação. Em contra partida, para enlaces com grande abertura, os redemoinhos mais influentes são aqueles com tamanhos semelhantes ao diâmetro de abertura do receptor  $D$ , e portanto, podem estar distantes do sobressalto do espectro. Nessa situação os modelos de Kolmogorov e Tatarskii podem ser empregados sem maiores prejuízos.

A figura 22 ilustra um exemplo típico do comportamento de  $C_n^2$  em atmosfera aberta, sobre um período de 24h, medido a 2m de altura do solo. Os dados foram obtidos em uma região plana das montanhas do Colorado, onde a vegetação e as irregularidades da superfície do solo eram menores que 0,3 m [35].

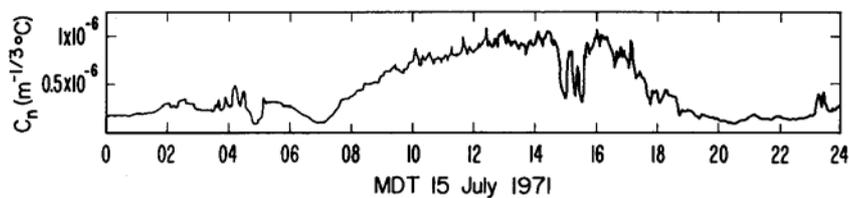


Figura 22 – Constante de Estrutura do Índice de Refração [35].

A constante de estrutura do índice de refração  $C_n^2$  foi derivada de  $C_\theta^2$  usando-se a eq. (3.17). O tensor estrutura do potencial de temperatura  $D_\theta(\bar{r})$  foi obtido a partir da medição da temperatura por dois termômetros de fios finos, separados por uma distância  $\bar{r}$ , pelo cálculo da diferença de temperatura média quadrática. A constante de estrutura do potencial de temperatura  $C_\theta^2$  foi obtida pela eq. (3.13). Os buracos observados entre 14h e 16h são devido à passagem de uma nuvem sobre o local da medição. Os pontos de menor turbulência são normalmente ao amanhecer e ao anoitecer.