

Referências Bibliográficas

- [01] BEBCHUK, L.. **A rent-protection theory of corporate ownership and control.** NBER Working Paper 7203, 1999.
- [02] GOERGEN, M.; MARTYNOVA, M. ; RENNEBOOG, L.. **Corporate Governance Convergence: Evidence From Takeover Regulation Reforms in Europe.** Oxford Review of Economic Policy, 21(2):243–268, 2005.
- [03] GOUREVITCH, P.; SHINN, J.. **Political power and corporate control: the new global politics of corporate governance.** Princeton University Press, 2005.
- [04] GROSSMAN, S.; HART, O.. **One share-one vote and the market for corporate control.** Journal of Financial Economics, 20:175–202, 1988.
- [05] HARRIS, M.; RAVIV, A.. **Corporate control contests and capital structure.** Journal of Financial Economics, 20(1/2):55–86, 1988.
- [06] KIM, W.; WEISBACH, M.. **Motivations for public equity offers: An international perspective.** Journal of Financial Economics, 87(2):281–307, 2008.
- [07] JOHNSON, S.; LA PORTA, R.; LOPEZ-DE-SILANES, F. ; SHLEIFER, A.. **Tunneling.** The American Economic Review, 90(2):22–27, 2000. Papers and Proceedings.
- [08] LA PORTA, R.; LOPEZ-DE-SILANES, F. ; SHLEIFER, A.. **Corporate ownership around the world.** The Journal of Finance, 54(2):471–517, 1999.
- [09] LA PORTA, R.; LOPEZ-DE-SILANES, F. ; SHLEIFER, A.. **Law and finance.** The Journal of Political Economy, 106(6):1113–1155, 1998.
- [10] SCHARFSTEIN, D.. **Cross-country determinants of mergers and acquisitions.** The Review of Economic Studies, 55(2):185–199, 1988.
- [11] SHLEIFER, A.; VISHNY, R.. **Large Shareholders and Corporate Control.** The Journal of Political Economy, 94(3):461–488, 1986.

- [12] SHLEIFER, A.; WOLFENZON, D.. **Investor protection and equity markets.** Journal of Financial Economics, 66(1):3–27, 2002.
- [13] STULZ, R.. **Managerial control of voting rights: Financing policies and the market for corporate control.** Journal of Financial Economics, 20:25–54, 1988.
- [14] ZINGALES, L.. **Insider ownership and the decision to go public.** The Review of Economic Studies, 62(3):425–448, 1995.

A Apêndice

Prova da Proposição 1:

Prova:

Há duas reestruturações com alguma chance de melhorar a situação do empreendedor.¹ A primeira dessas estratégias é recomprar ações suficientes para resolver o conflito de interesses com os minoritários. O seu ganho é a valorização do bloco de controle remanescente α_0 – já que o problema de *free-riding* impede ganhos sobre valores públicos. Tal ganho $\alpha_0 \bar{D}$, entretanto, é sempre menor que os benefícios privados de que se abre mão, $b\bar{D}$, pois $b > \alpha_0$ e, portanto, a estratégia não gera ganhos líquidos. A segunda estratégia consistiria em elevar o bloco para tentar reduzir a probabilidade de aquisição. Para descartar este desvio, supomos que os investidores rivais são rápidos o bastante para agirem antes de qualquer reestruturação por parte do empreendedor. ■

Prova da Proposição 2:

Prova: A estratégia da prova é descobrir o α_0 que gera um $\pi_I^{liq}(\alpha_0)$ justamente suficiente para cobrir a oferta do investidor ativo $\bar{\pi}_R$. Esse será o menor α_0 , pois a capacidade do empreendedor de pagar prêmios é crescente em α_0 .

Para descobrir o α_0 justamente suficiente para cobrir a oferta do investidor ativo $\bar{\pi}_R$, igualamos $\pi_I^{liq} = \bar{\pi}_R$ e isolamos α_0 :

$$\pi_I^{liq} = \frac{0,5(\mu_v - \bar{D})}{(0,5 - \alpha_0)} = \bar{\pi}_R \Rightarrow \alpha_0^* = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\mu_v - \bar{D}}{\bar{\pi}_R} \right)$$

Para mostrar que π_I^{liq} é crescente em α_0 , basta derivarmos sua expressão em relação a α_0 . ■

Prova da Proposição 3:

¹As outras são claramente dominadas. Diminuir o bloco depois da venda inicial é equivalente a uma venda inicial mais baixa. Pela otimalidade da escolha da fração a ser vendida de início, segue que uma venda consecutiva não pode ser ótima. Por outro lado, aumentar o bloco, sem que os interesses se alinhem, só aumenta o peso das ações da firma na carteira do comprador, reduzindo seu bem estar.

Prova: A estratégia da prova consiste em primeiro caracterizar o prêmio que deixa o empreendedor indiferente entre defender o controle e vender suas ações mediante uma oferta hostil - essa é a melhor estratégia de saída pois diversifica mais o risco e ainda se aproveita parcialmente do prêmio pago pelo investidor ativo. Chamamos esse prêmio de π_I . Depois, mostraremos que $\pi_I(\pi_R)$ é decrescente no prêmio do investidor ativo π_R . Usando esse fato avaliamos $\pi_I(\pi_R)$ no prêmio máximo que o investidor ativo está disposto a pagar $\bar{\pi}_R$, obtendo o prêmio mínimo que o empreendedor está disposto a pagar $\pi_I(\bar{\pi}_R)$. Por fim, mostramos que esse prêmio mínimo do empreendedor $\pi_I(\bar{\pi}_R)$ ainda é maior que o prêmio máximo do investidor ativo $\bar{\pi}_R$, o que implica que a utilidade do empreendedor é sempre maior se permanece no controle nesse estágio do jogo.

Começando pela caracterização de $\pi_I(\pi_R)$. A utilidade esperada do empreendedor caso permaneça no controle pagando $\pi + (\mu_v - \bar{D})$ por ação disputada é:

$$EU \left[(1 - \alpha_0)E[V - \bar{D}] + \alpha_0(V - \bar{D}) + b\bar{D} - \left(\frac{1}{2} - \alpha_0\right)\pi \right] \quad (\text{A-1})$$

Usando o fato de a utilidade ser CARA e os pagamentos normais, podemos escrever a A-1 como:

$$\mu_v - (1 - b)\bar{D} - \left(\frac{1}{2} - \alpha_0\right)\pi - r\frac{1}{4}\sigma_v^2 \quad (\text{A-2})$$

Onde a primeira parte é o valor da firma menos o custo total envolvido em diluir, menos o gasto com o prêmio pago pelas ações e a segunda parte é a perda por causa do risco da carteira com $1/2$ ações da empresa. Por outro lado, se perder a guerra pelo controle, o ótimo para o empreendedor é vender todas as suas ações da firma - por uma questão de diversificação - e inclusive vendendo algumas delas para o investidor ativo a fim de se aproveitar de um eventual prêmio que este esteja pagando. Desse modo sua utilidade esperada será dada por $\mu_v - \bar{D} + \frac{1}{2}\alpha_0\pi_R$, onde π_R é o prêmio que o investidor ativo pagou por ação no processo de usurpação do controle. Para descobrir o maior prêmio que o empreendedor está disposto a pagar em função do prêmio do investidor ativo, igualamos as duas e então segue:²

$$\pi_I(\pi_R) = \frac{1}{\frac{1}{2} - \alpha_0} \left\{ b\bar{D} - r\left(\frac{1}{2}\right)^2 \sigma_v^2 - \frac{1}{2}\alpha_0\pi_R \right\} \quad (\text{A-3})$$

²Os recursos ganhos com a venda de ações na abertura de capital não importam para a decisão de resisitir uma vez que o pagamento feito por elas já ocorreu. A nossa abordagem de não descartarmos desde o início está correta porque o valor das ações entra tanto na utilidade com guerra pelo controle quanto com paz, e portanto, tal valor se anula no computo do prêmio advindo da indiferença das duas.

Agora, vamos obter $\pi_I(\bar{\pi}_R)$, substituindo $\pi_R = \bar{\pi}_R$:

$$\pi_I(\bar{\pi}_R) = \frac{1}{\frac{1}{2} - \alpha_0} \left\{ (1 - \alpha_0) \left(b\bar{D} - r\frac{1}{4}\sigma_v^2 \right) + \alpha_0 C \right\} \quad (\text{A-4})$$

A ultima parte da prova envolve mostrar que o prêmio que empreendedor está disposto a pagar é sempre maior que aquele do investidor ativo, isto é, $\pi_I(\bar{\pi}_R) \geq \bar{\pi}_R$. Para isso vamos supor que $\pi_I(\bar{\pi}_R) < \bar{\pi}_R$ e mostrar que isso gera uma contradição.

$$\begin{aligned} \bar{\pi}_R &= 2 \left(b\bar{D} - r \left(\frac{1}{2} \right)^2 \sigma_v^2 - C \right) \\ &> \frac{1}{\frac{1}{2} - \alpha_0} \left\{ (1 - \alpha_0) \left(b\bar{D} - r\frac{1}{4}\sigma_v^2 \right) + \alpha_0 C \right\} \end{aligned} \quad (\text{A-5})$$

Depois de alguma álgebra, obtemos que A-5 implica:

$$\alpha_0 < -\frac{C}{b\bar{D} - r\frac{1}{4}\sigma_v^2 - C} \quad (\text{A-6})$$

O que é uma contradição com $\alpha_0 \geq 0$. ■

Prova ta Proposição 4:

Prova: No primeiro período o investidor ativo escolhe se entra ou não. No segundo período os dois agentes dão lances simultâneos pelas respectivas quantidades de ações que querem comprar. O maior lance vence e no caso de empate o rival vence.

A estratégia da prova é primeiro resolver o subjogo da disputa pelo controle no lema A.0.1 e depois usar os resultados do mesmo para obter a decisão do investidor ativo em 1.

Lemma A.0.1 *Se $1 - \alpha_0 \leq 1 - \alpha_0^*$ então $\min\{\bar{\pi}_R, \pi_I^{liq}\} = \bar{\pi}_R$ e então um equilíbrio de Nash do jogo é o incumbente escolher o lance $\bar{\pi}_R + (\mu_v - \bar{D})$ e o investidor ativo escolher $\bar{\pi}_R + (\mu_v - \bar{D})$.*

Prova: Se $\alpha_0 > \alpha^*$ o empreendedor perde $\frac{1}{2} - \alpha_0$ de utilidade por unidade de aumento de seu lance. Por outro lado, se reduzir o lance e seguir a estratégia de venda que maximiza seu retorno, isto é, oferecer suas ações - junto com os minoritários - ao rival, o empreendedor perde o controle que vale $\frac{\pi_I(\bar{\pi}_R) - \bar{\pi}_R}{2} > 0$, onde $\pi_I(\bar{\pi}_R)$ é definido na prova da proposição 3.

Já o lance do investidor ativo não influencia seus pagamentos se menor ou igual a $\bar{\pi}_R$ e, se maior, lhe garante o controle, que significa uma perda estrita já que este vale no máximo $\frac{\bar{\pi}_R}{2}$ - e, portanto, implica num prejuízo se o prêmio for maior que $\bar{\pi}_R$. ■

Dado o resultado do lemma A.0.1, o investidor ativo antecipa um ganho nulo e decide não entrar no primeiro período, portanto, sua estratégia é $\{\text{Não Entra}, \text{lance} = \bar{\pi}_R + (\mu_v - \bar{D})\}$. Se desviar e entrar, dando o lance que se propõe, o investidor tem ganho nulo, logo não há desvio lucrativo. ■

Prova da Proposição 5

Prova:

Dada a probabilidade de aquisição p e o resultado de que o empreendedor está disposto a usar todos os recursos que disponíveis na defesa do controle, o novo prêmio que consegue financiar é dado por:

$$\pi^{liq}(\alpha_0) = \frac{0,5(\mu_v - \bar{D})}{(0,5 - \alpha_0)} + p \frac{1 - \alpha_0}{0,5 - \alpha_0} \frac{1}{2} \min(\pi^{liq}, \bar{\pi}_R) \quad (\text{A-7})$$

Onde a primeira parte é o prêmio factível quando $p = 0$ e a segunda parte é o incremento de quanto prêmio se pode pagar graças ao aumento do valor das ações, devido aos ganhos de capital esperados. O segundo termo faz com que o prêmio factível de ser pago seja uma função dele mesmo. Quanto maior o prêmio que o empreendedor pode sustentar, maior a valorização das ações e vice versa - sendo que o prêmio máximo contemplado na valoração inicial das ações $\bar{\pi}_R$.

Com estratégias puras, ou $p = 0$ - equilíbrio sem aquisição - ou $p = 1$. Neste segundo caso, como $p \frac{1 - \alpha_0}{0,5 - \alpha_0} \frac{1}{2} \geq 1$ e, o empreendedor está disposto a usar toda sua riqueza para defender o controle:

$$\pi^{liq}(\alpha_0) = \frac{0,5(\mu_v - \bar{D})}{(0,5 - \alpha_0)} + p \frac{1 - \alpha_0}{0,5 - \alpha_0} \frac{1}{2} \bar{\pi}_R > \bar{\pi}_R \quad (\text{A-8})$$

O que significa que o empreendedor dispõe de toda liquidez que necessita para defender o controle, o que é inconsistente com a ocorrência de aquisições. ■

Prova da Proposição 6

Prova:

A estratégia da prova é avaliar a lucratividade dos desvios do equilíbrio sugerido. Começamos avaliando o equilíbrio do jogo no segundo estágio. O empreendedor não pode desviar para cima dando um lance maior, pois está restrito em liquidez, já que $\alpha_0 < \alpha_0^*$ e $p(\alpha_0)$ fora escolhido de tal modo. Assim, o único desvio que lhe resta é diminuir seu lance, o que não afeta os seus pagamentos. Quanto ao investidor ativo, ele pode reduzir seu lance, o que implica na perda da disputa pelo controle o que reduz sua utilidade em $\frac{\pi_R - \pi_I^{liq}}{2}$ (onde $\pi_I(\bar{\pi}_R)$ é definido na prova da proposição 3), ou aumentar o seu lance, o que reduz sua utilidade em $\frac{1}{2}$ por unidade de aumento. Assim, nenhum dos jogadores tem desvios lucrativos neste estágio do jogo.

No primeiro período, o investidor ativo é indiferente entre entrar e não entrar, logo desvios da estratégia de entrar uma fração p das vezes não são lucrativos também.

p é então escolhido para fazer valer $\pi^{liq} = \bar{\pi}_R$ consistentemente com o proposto no equilíbrio, o que implica que é definido implicitamente por $\bar{\pi}_R = \frac{0,5(\mu_v - \bar{D})}{(0,5 - \alpha_0)} + p \frac{1 - \alpha_0}{0,5 - \alpha_0} \frac{1}{2} \bar{\pi}_R$ que depois de alguma álgebra gera o p como descrito.

■

Prova da Proposição 7

Prova:

A prova é por contradição. Supomos que a solução sem perda de controle é dominada e derivamos uma incosistência.

Sejam $\tilde{p}$ e $\tilde{\alpha}$ aqueles que maximizam a utilidade do empreendedor sujeito a $\tilde{p} \neq 0$, e 1_{tk} uma variável indicadora para aquisição. Para que a dupla $(\tilde{p}, \tilde{\alpha})$ gere mais utilidade que a utilidade da solução com probabilidade zero de perda do controle, é preciso que:

$$EU \left[1_{tk} b \bar{D} + (1 - \tilde{\alpha}_0) \left(\mu_v - \bar{D} + \tilde{p} \bar{\pi}_R \frac{1}{2} \right) + \tilde{\alpha}_0 1_{tk} \left(\mu_v - \bar{D} + \bar{\pi}_R \frac{1}{2} \right) + \alpha_0 (1 - 1_{tk}) (V - \bar{D}) \right] > EU [b \bar{D} + \alpha_0^* (V - \bar{D}) + (1 - \alpha_0^*) (\mu_v - \bar{D})]$$

Reescrevendo a utilidade de $(\tilde{p}, \tilde{\alpha})$ e usando o fato de $1_{tk} \perp V$:

$$(1 - \tilde{p}) EU|_{1_{tk}=1} \left[b \bar{D} + \tilde{\alpha}_0 (V - \bar{D}) + (1 - \tilde{\alpha}_0) \left(\mu_v - \bar{D} + \tilde{p} \bar{\pi}_R \frac{1}{2} \right) \right] + \tilde{p} EU|_{1_{tk}=0} \left[\tilde{\alpha}_0 (V - \bar{D} + \bar{\pi}_R \frac{1}{2}) + (1 - \tilde{\alpha}_0) \left(\mu_v - \bar{D} + \tilde{p} \bar{\pi}_R \frac{1}{2} \right) \right]$$

Usando o fato de os pagamentos dentro de cada termo da utilidade esperada serem normais e a função utilidade ser CARA podemos escrever a utilidade de $(\tilde{p}, \tilde{\alpha})$ como:

$$(1 - \tilde{p}) \left(b \bar{D} + \mu_v - \bar{D} - r \tilde{\alpha}_0^2 \sigma_v^2 + (1 - \tilde{\alpha}_0) \tilde{p} \bar{\pi}_R \frac{1}{2} \right) + \tilde{p} \left(\mu_v - \bar{D} + \tilde{\alpha}_0 \bar{\pi}_R \frac{1}{2} + (1 - \tilde{\alpha}_0) \tilde{p} \bar{\pi}_R \frac{1}{2} \right) \quad (\text{A-9})$$

Simplificando:

$$(1 - \tilde{p}) (b \bar{D} + \mu_v - \bar{D} - r \tilde{\alpha}_0^2 \sigma_v^2) + \tilde{p} (\mu_v - \bar{D}) + (1 - \tilde{p}) (1 - \tilde{\alpha}_0) \tilde{p} \bar{\pi}_R \frac{1}{2} + \tilde{p} \tilde{\alpha}_0 \bar{\pi}_R \frac{1}{2} + \tilde{p} (1 - \tilde{\alpha}_0) \tilde{p} \bar{\pi}_R \frac{1}{2} \quad (\text{A-10})$$

De novo,

$$(1 - \tilde{p}) (b\bar{D} + \mu_v - \bar{D} - r\tilde{\alpha}_0^2 \sigma_v^2) + \tilde{p} (\mu_v - \bar{D}) + \tilde{p}\tilde{\alpha}_0 \bar{\pi}_R \frac{1}{2} + \tilde{p}(1 - \tilde{\alpha}_0) \bar{\pi}_R \frac{1}{2} \quad (\text{A-11})$$

E mais uma vez:

$$(1 - \tilde{p}) (b\bar{D} + \mu_v - \bar{D} - r\tilde{\alpha}_0^2 \sigma_v^2) + \tilde{p} (\mu_v - \bar{D}) + \tilde{p}\bar{\pi}_R \frac{1}{2} \quad (\text{A-12})$$

Usando o fato de que $\bar{\pi}_R = 2(b\bar{D} - \frac{r}{4}\sigma_v^2 - C)$ e aplicando-a a expressão A-12 obtemos:

$$(1 - \tilde{p}) (b\bar{D} + \mu_v - \bar{D} - r\tilde{\alpha}_0^2 \sigma_v^2) + \tilde{p} \left(\mu_v - \bar{D} + b\bar{D} - r\frac{1}{4}\sigma_v^2 - C \right) \quad (\text{A-13})$$

E mais uma rodada de simplificação nos dá:

$$b\bar{D} + \mu_v - \bar{D} - r\tilde{\alpha}_0^2 \sigma_v^2 - \tilde{p} \left(r\left(\frac{1}{4} - \tilde{\alpha}_0^2\right) \sigma_v^2 - C \right) \quad (\text{A-14})$$

Para que $(\tilde{p}, \tilde{\alpha})$ domine é preciso que a expressão A-9 seja maior que $b\bar{D} + \mu_v - \bar{D} - r\sigma_v^2(\alpha_0^*)^2$. Dessa condição sai que:

$$p < \frac{r((\alpha_0^*)^2 - \tilde{\alpha}^2) \sigma_v^2}{r(1/4 - \tilde{\alpha}^2) \sigma_v^2 + C} \quad (\text{A-15})$$

Substituindo $p = \frac{2(\alpha_0^* - \alpha)}{1 - \alpha}$, isolando C e usando alguns produtos notáveis, chegamos a:

$$C < r\sigma_v^2 \left((\alpha_0^* + \tilde{\alpha}) \frac{(1 - \tilde{\alpha})}{2} - \left(\frac{1}{4} - \tilde{\alpha}^2 \right) \right) \quad (\text{A-16})$$

O que é uma contradição com a hipótese 3.3.1. ■

Prova da Proposição 8:

Prova: A estratégia da prova consiste em primeiro resolver para o tamanho ótimo da venda de ações ignorando o risco de perda de controle. Para isso, dada a estrutura linear dos benefícios privados, separamos os casos entre aquele onde os blocos são menores que a produtividade da diluição e, portanto, há a extração de benefícios privados em equilíbrio e o outro caso, onde o bloco é maior que a produtividade da diluição - sem benefícios privados em equilíbrio. Depois disso, resolvemos o problema completo adicionando a restrição de que as vendas tem de garantir liquidez suficiente para o empreendedor resisitir a uma tentativa de aquisição.

A primeira parte da prova é feita no lemma A.0.2.

Lemma A.0.2 *Se $(1 - b)\bar{D} < rb^2\sigma_v^2$, isto é, se o custo total envolvido em diluir for menor que os ganhos de diversificação propiciados pela solução sem comprometimento, a solução com bloco minoritário dominará a com bloco majoritário quando não existe risco de perda controle.*

Prova: O problema do empreendedor quando não há risco de perda de controle é dado por:

$$\max_{\alpha_0} EU [(1 - \alpha_0)E[V - \bar{D}] + \alpha_0(V - \bar{D}) + b\bar{D}] \quad (\text{A-17})$$

Antes de prosseguir vamos separar os casos onde $\alpha_0 < b$ e $\alpha_0 \geq b$.

– $\alpha_0 < b$:

Nesse caso, $D(\alpha_0) = \bar{D}$ e o problema do empreendedor vira:

$$\max_{\alpha_0} [(1 - \alpha_0)E[(V - \bar{D}) + \alpha_0(V - \bar{D}) + b\bar{D}]] \quad (\text{A-18})$$

Usando o fato de a utilidade ser CARA e o pagamento normal, podemos escrever a otimização A-18 como:

$$\mu_v - (1 - b)\bar{D} - r\alpha_0^2\sigma_v^2 \quad (\text{A-19})$$

Cuja CPO é $-r2\alpha_0\sigma_v^2 = 0$, da onde se obtém $\alpha_0 = 0$. E a utilidade é $\mu_v - (1 - b)\bar{D}$.

– $\alpha_0 \geq b$:

Nesse caso, $D(\alpha_0) = 0$ e o problema do empreendedor vira:

$$\max_{\alpha_0} [(1 - \alpha_0)E[V] + \alpha_0V] \quad (\text{A-20})$$

Usando o fato de a utilidade ser CARA e o pagamento normal, podemos escrever a otimização A-20 como:

$$\max_{\alpha_0} \mu_v - r\{\alpha_0^2\sigma_v^2\}$$

Sujeito a $\alpha_0 \geq b$

Cuja solução de canto é $\alpha_0 = b$, que gera utilidade $\mu_v - rb^2\sigma_v^2$.

Por fim, para que a opção desconcentrada seja dominante é preciso que:

$$\mu_v - (1 - b)\bar{D} > \mu_v - rb^2\sigma_v^2$$

O que pode ser simplificado para $(1 - b)\bar{D} < rb^2\sigma_v^2$.

Para o caso que $\bar{D} \leq \left\{ \frac{\mu_v + \frac{r\sigma_v^2}{4} + C}{1+b}, \frac{\frac{r\sigma_v^2}{4} + C}{b} \right\}$, ou $0 > \alpha_0^*$ a restrição de liquidez nunca é ativa, pois ou $\pi_R \leq 0$ e uma aquisição nunca é atraente ou $\alpha_0^* < 0$ e o montante arrecadado na abertura de capital satisfaz com folga as necessidades do controlador. Nessas condições, a solução é idêntica a do lema A.0.2, pois o risco de controle é imaterial. Quando $\bar{D} > \left\{ \frac{\mu_v + \frac{r\sigma_v^2}{4} + C}{1+b}, \frac{\frac{r\sigma_v^2}{4} + C}{b} \right\}$, ou $0 > \alpha_0^*$, a tentativa de solução com $\alpha_0 \geq b$, não é afetada. Por outro lado, a solução com $\alpha_0 < b$ é afetada, tendo de incorporar a restrição adicional que $\alpha \geq \alpha_0^*$ e o problema do empreendedor nesse caso torna-se:

$$\begin{aligned} \mu_v - (1-b)\bar{D} - r\alpha_0^2\sigma_v^2 \\ \text{Sujeito a } \alpha_0 \geq \alpha_0^* \end{aligned} \quad (\text{A-21})$$

Cuja solução é $\alpha_0 = \alpha_0^*$ e gera utilidade $\mu_v - (1-b)\bar{D} - r(\alpha_0^*)^2\sigma_v^2$, que deve ser comparada com $\mu_v - rb^2\sigma_v^2$, completando a caracterização da venda ótima.

Prova da Proposição 9:

Prova:

Das condições da proposição 9 segue da proposição 8 que estamos na solução:

$$\alpha_0 = \alpha_0^* = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\mu_v - \bar{D}}{\pi_R} \right)$$

Como a $\bar{D} > \left\{ \frac{\mu_v + \frac{r\sigma_v^2}{4} + C}{1+b}, \frac{\frac{r\sigma_v^2}{4} + C}{b} \right\}$, ou $0 > \alpha_0^*$ valem estritamente podemos diferenciar e obter as derivadas.

Prova da Proposição 10:

Prova:

A prova segue diretamente da proposição 8 avaliada nas condições descritas na 10.

Se $\bar{D} \in \left(\max \left\{ \frac{\mu_v + \frac{r\sigma_v^2}{4} + C}{1+b}, \frac{\frac{r\sigma_v^2}{4} + C}{b} \right\}, \frac{r(b^2 - (\alpha_0^*)^2)\sigma_v^2}{1-b} \right]$ segue da proposição 8 que $\alpha_0 = \alpha_0^*$.

Do fato que depois da queda em b vale $\bar{D} > \frac{r(b^2 - (\alpha_0^*)^2)\sigma_v^2}{(1-b)}$, segue da proposição 8 que $\alpha'_0 = b'$.