

8 Resultados

8.1. Descrição dos exercícios

A análise de resultados do modelo apresentado é feita através da implementação de três exercícios ilustrativos. Os objetivos principais destes exercícios são a diferenciação entre probabilidade de “underfunding” e de insolvência, a influência de uma variação no capital inicial sob o estado de equilíbrio e a rentabilidade da carteira, análises comparativas da alocação inicial ótima sob diferentes requisitos de capital, além de uma análise detalhada da influência do método de controle de risco para um capital inicial.

O *Exercício 1* consiste na utilização do modelo para diferentes capitais iniciais a fim de analisar suas probabilidades de “underfunding” e insolvência. Este processo é feito para quatro casos distintos:

- Caso 1: O modelo de PE é utilizado com um requisito de capital nulo
- Caso 2: Processo iterativo
 - Etapa 1: Utilização do modelo de PE com um requisito de capital nulo para obter a distribuição da reserva através do bootstrap da rentabilidade da carteira
 - Etapa 2: O modelo de PE é utilizado com um requisito de capital igual à média da distribuição da reserva real obtida (R\$ 4.167.800,00)
- Caso 3: Processo iterativo
 - Etapa 1: Utilização do modelo de PE com um requisito de capital nulo para obter a distribuição da reserva através do bootstrap da rentabilidade da carteira
 - Etapa 2: O modelo de PE é utilizado com um requisito de capital igual à quantil de 1% da distribuição da reserva obtida (R\$ 4.355.500,00)

- Caso 4: O modelo de PE é utilizado com um requisito de capital igual a reserva real calculada segundo a legislação, com taxa de desconto real de 6% (R\$ 4.925.000,00)

O *Exercício 2* consiste na análise da alocação inicial ótima variando o capital inicial. Um estudo de sensibilidade é feito retirando a restrição que limita o investimento em renda variável. Esse exercício é feito para os diferentes casos:

- Caso 1: O modelo de PE é utilizado com um requisito de capital nulo
- Caso 2: Processo iterativo
 - Etapa 1: Utilização do modelo de PE com um requisito de capital nulo para obter a distribuição da reserva através do bootstrap da rentabilidade da carteira
 - Etapa 2: O modelo de PE é utilizado com um requisito de capital igual à média da distribuição da reserva real obtida (R\$ 4.167.800,00)
- Caso 3: Processo iterativo
 - Etapa 1: Utilização do modelo de PE com um requisito de capital nulo para obter da distribuição da reserva através do bootstrap da rentabilidade da carteira
 - Etapa 2: O modelo de PE é utilizado com um requisito de capital igual à quantil de 1% da distribuição da reserva obtida (R\$ 4.355.500,00)
- Caso 4: O modelo de PE é utilizado com um requisito de capital igual a reserva real calculada segundo a legislação, com taxa de desconto real de 6% (R\$ 4.925.000,00)

O *Exercício 3* consiste na análise detalhada de um exemplo com o capital inicial de R\$ 4.200.000,00. Os resultados analisados são: a alocação ótima esperada, a árvore de alocação, a riqueza final em termos reais, a distribuição do retorno real do portfólio, a distribuição da reserva técnica real e o valor da mesma determinado pela legislação, e por último a distribuição da probabilidade de insolvência. Esse exercício é feito para os diferentes casos:

- Caso 1: O modelo de PE é utilizado com um requisito de capital nulo
- Caso 3: Processo iterativo

- Etapa 1: Utilização do modelo de PE com um requisito de capital nulo para obter a distribuição da reserva através do bootstrap da rentabilidade da carteira
- Etapa 2: O modelo de PE é utilizado com um requisito de capital igual à quantil de 1% da distribuição da reserva obtida (R\$ 4.355.500,00)

8.2.

Exercício 1

Uma definição importante para a compreensão das análises feitas neste exercício é a diferença entre probabilidade de “underfunding” e de insolvência. Define-se probabilidade de underfunding como a proporção de cenários com déficit no final do horizonte de planejamento da PE. A probabilidade de insolvência, por sua vez, é a probabilidade do fundo, em algum instante entre 0 e ∞ , não honrar seus compromissos com seus beneficiários.

Os artigos da literatura de ALM via PE são capazes de medir somente a probabilidade de underfunding. Se o estado de um fundo é de underfunding então este estará insolvente. No entanto, um fundo insolvente pode ou não ter o estado de underfunding. Logo, conclui-se que a probabilidade de insolvência é sempre maior ou igual à de underfunding. A probabilidade de underfunding é uma aproximação subestimada do risco de equilíbrio do fundo. Com o método de bootstrap proposto torna-se possível a medição da probabilidade de insolvência e uma avaliação mais adequada sobre este o risco. Podemos observar comparação dessas probabilidades nos 4 casos:

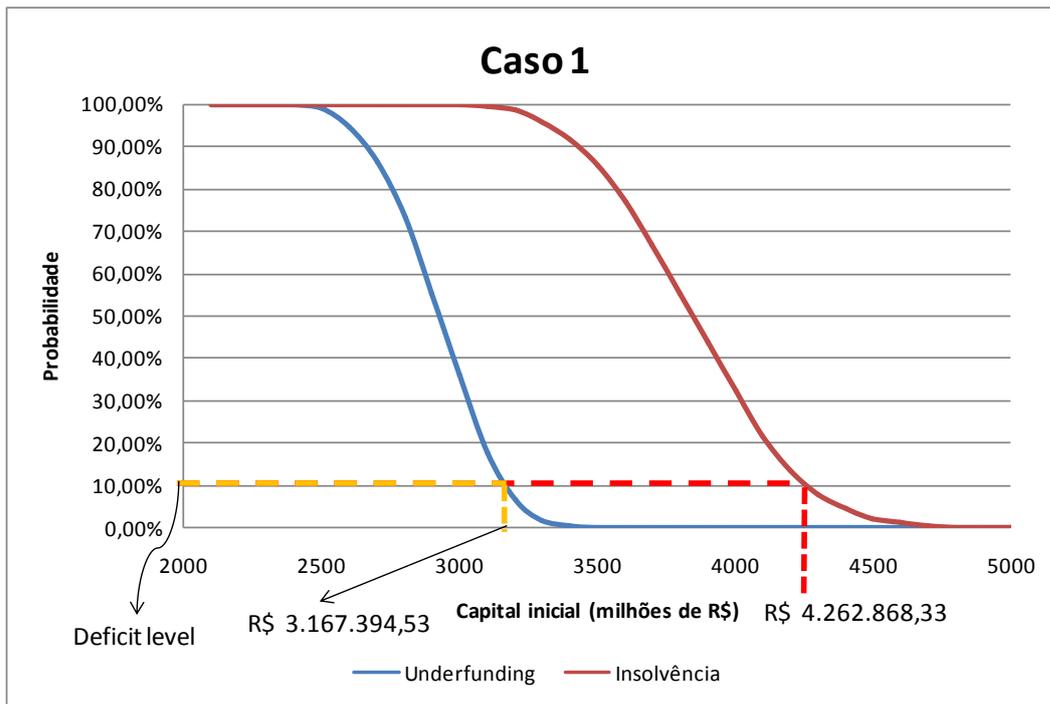


Figura 22. Ex. 1: Comparação das probabilidades para o caso 1

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0613143/CA

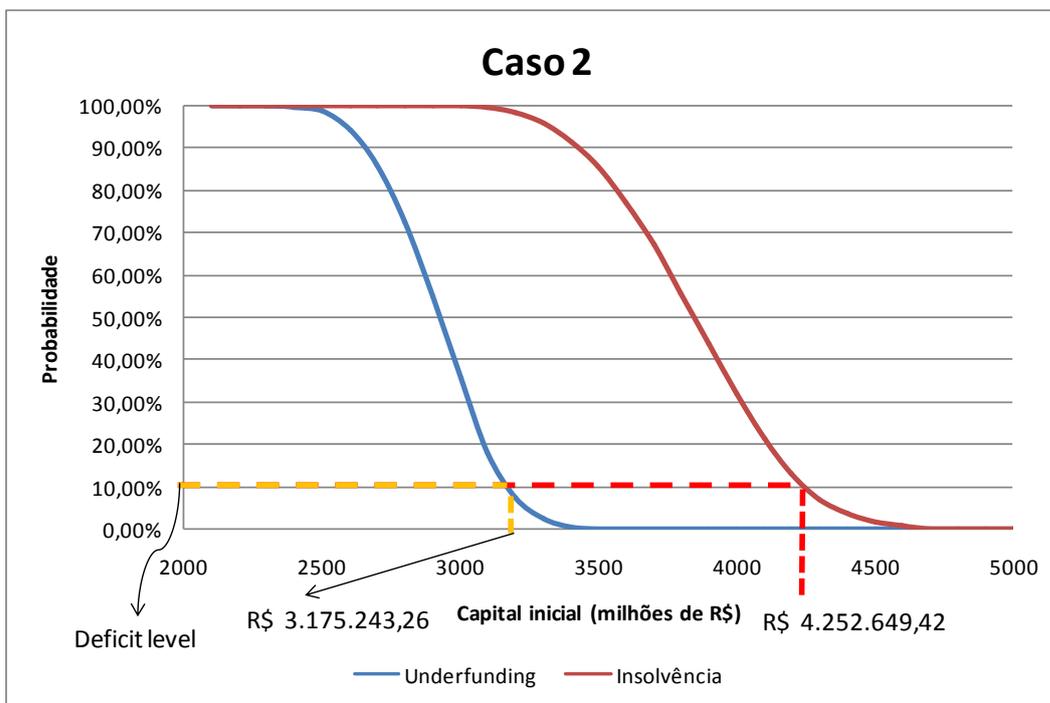


Figura 23. Ex. 1: Comparação das probabilidades para o caso 2

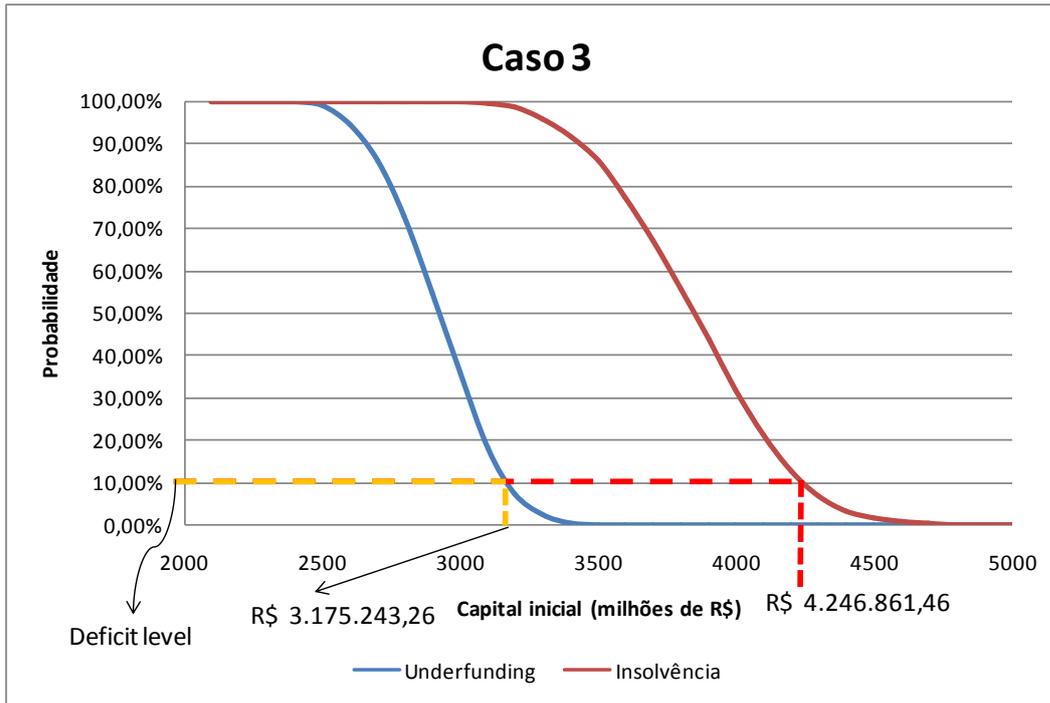


Figura 24. Ex. 1: Comparação das probabilidades para o caso 3

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0613143/CA

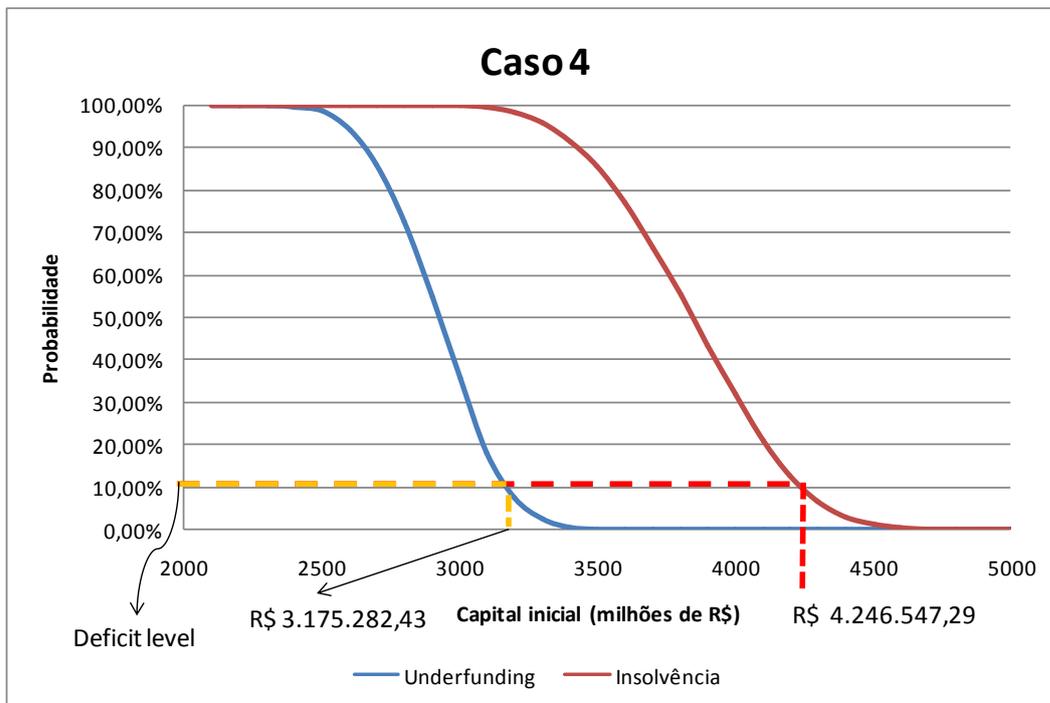


Figura 25. Ex. 1: Comparação das probabilidades para o caso 4

Os casos de 1 a 4 apresentam uma ordem crescente de requisito de capital. Sendo assim, é possível concluir que, apesar de uma diferença percentual pequena, o capital inicial necessário para atingir uma probabilidade de underfunding de 10% aumenta com o requisito de capital. Em sentido contrário, para uma probabilidade de insolvência de 10% o capital inicial diminui com o aumento do requisito de capital.

Este resultado pode ser interpretado como um trade-off entre os risco de “médio” (20 anos) e de longo prazo (extinção do fundo). Com o requisito de capital mais alto o modelo assume maiores riscos do médio prazo para evitar os riscos de insolvência, ou seja, de longo prazo.

Uma análise comparativa dos 4 casos para a probabilidade de underfunding mostra que as diferenças são quase imperceptíveis.

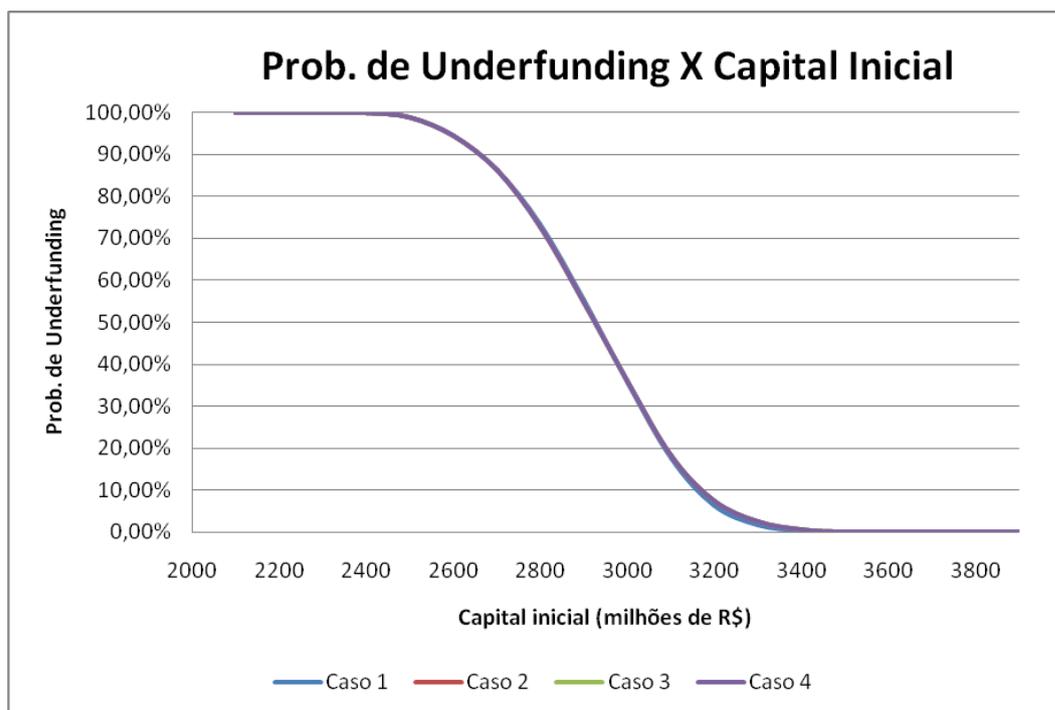


Figura 26. Ex. 1: Probabilidade de underfunding

Com o gráfico aproximado, é possível perceber que o caso de $RC = 0$ possui a menor probabilidade de underfunding, enquanto os outros casos são praticamente idênticos. Fica confirmado que a probabilidade de underfunding é diretamente proporcional ao requisito de capital solicitado.

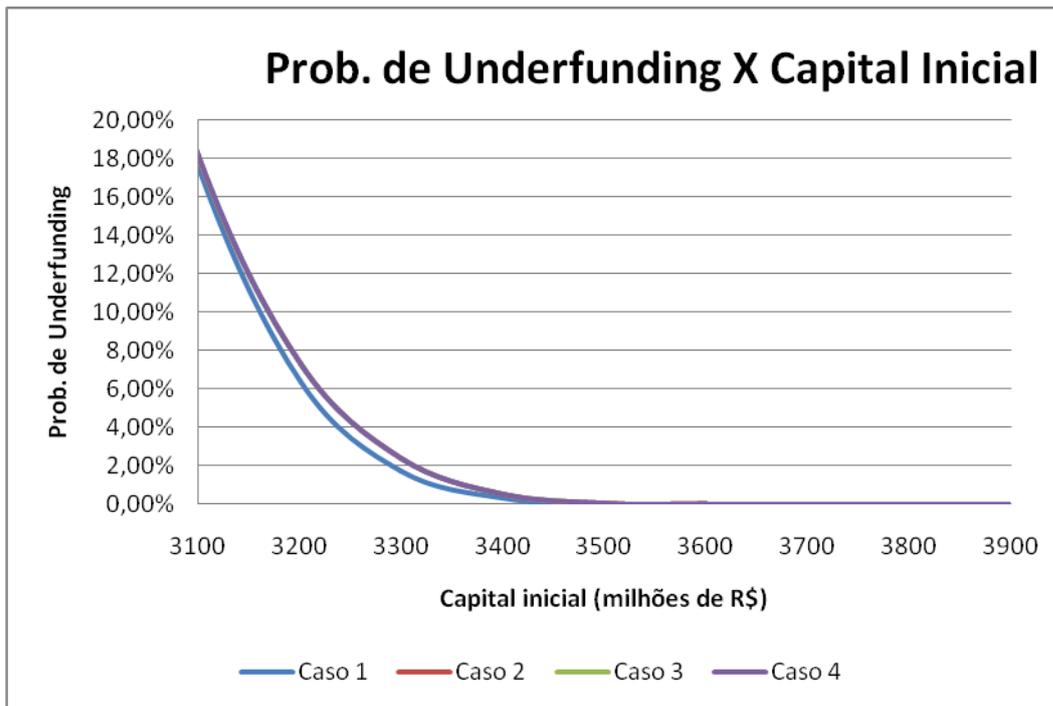


Figura 27. Ex. 1: Probabilidade de underfunding (zoom)

O mesmo acontece com a probabilidade de insolvência. Os quatro casos são praticamente idênticos e suas diferenças só são visualmente perceptíveis com o gráfico aproximado.

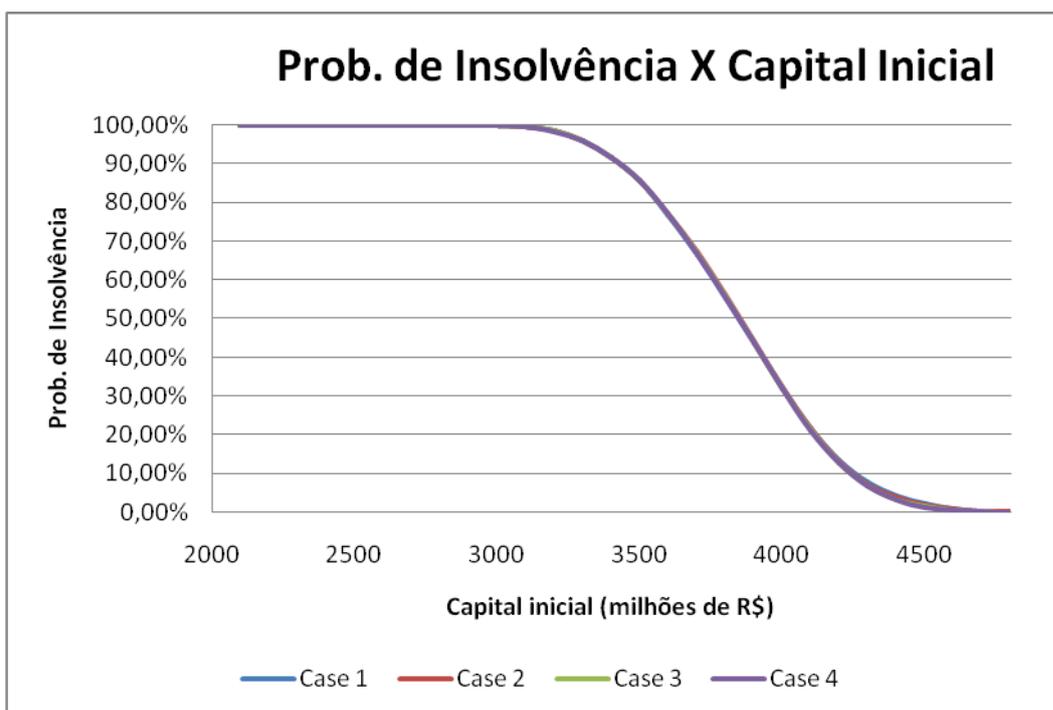


Figura 28. Ex. 1: Probabilidade de insolvência

O gráfico aproximado ratifica o fato de a probabilidade de insolvência ser inversamente proporcional ao requisito de capital solicitado.

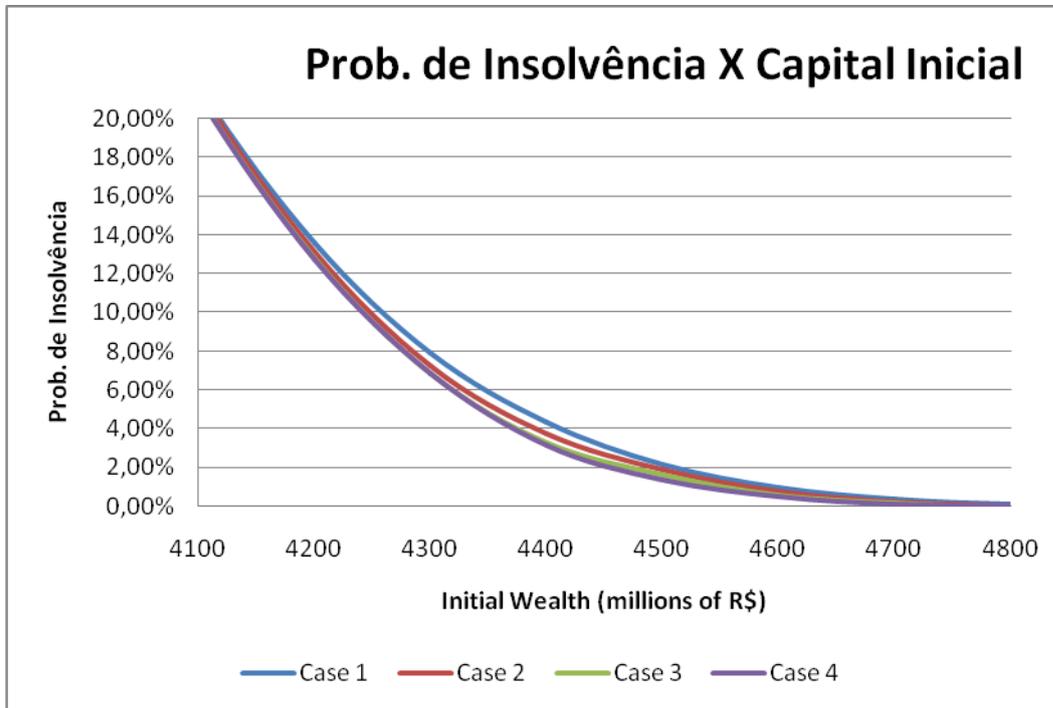


Figura 29. Ex. 1: Probabilidade de insolvência (zoom)

Esses resultados mostram que o método de medição de risco via bootstrap é bastante eficiente, permitindo uma avaliação mais adequada do estado de solvência do fundo. No entanto, o processo iterativo para o controle do risco de equilíbrio mostrou-se pouco influente dado as diferenças não significativas nas probabilidades de déficit (underfunding e insolvência).

Uma avaliação sobre a evolução de rentabilidade de carteira com o aumento de capital é feita através dos gráficos seguintes. As três linhas representam a média e o intervalo de confiança criado com mais ou menos 3 desvios-padrões.

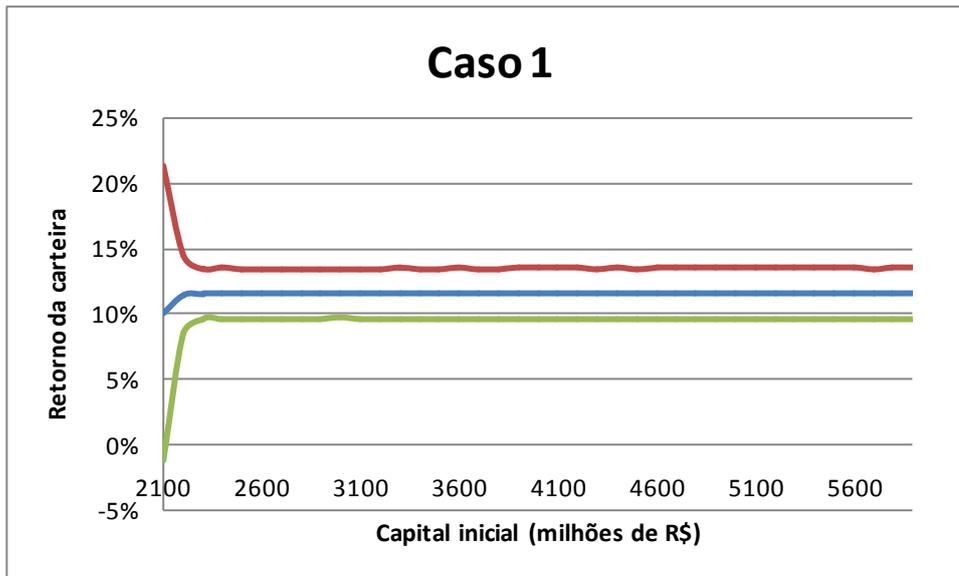


Figura 30. Ex. 1: Rentabilidade da carteira para o caso 1

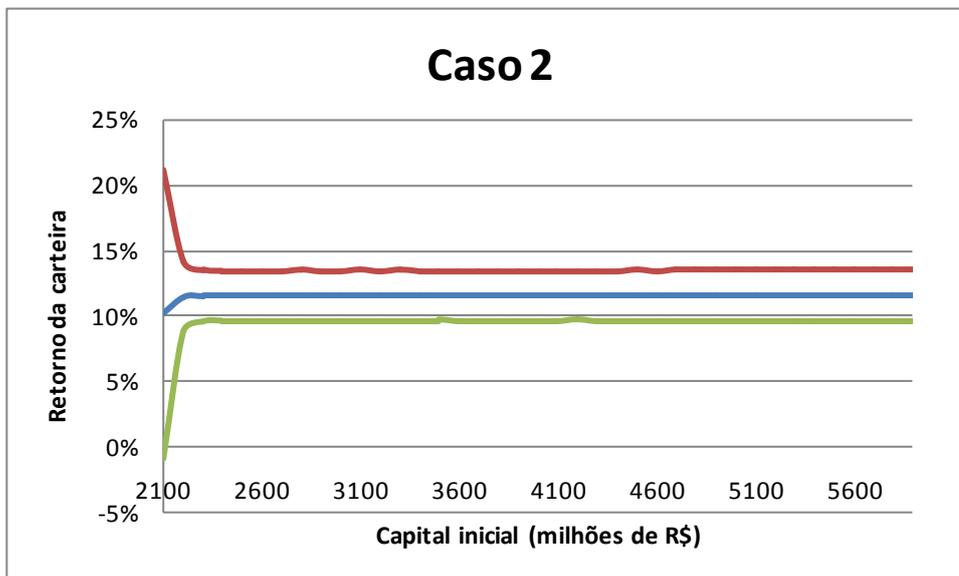


Figura 31. Ex. 1: Rentabilidade da carteira para o caso 2

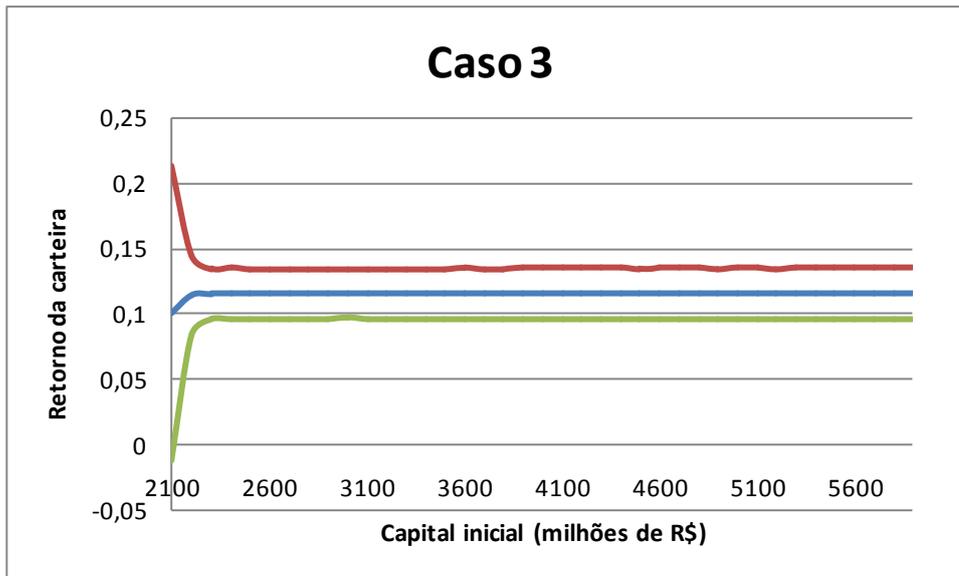


Figura 32. Ex. 1: Rentabilidade da carteira para o caso 3

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0613143/CA

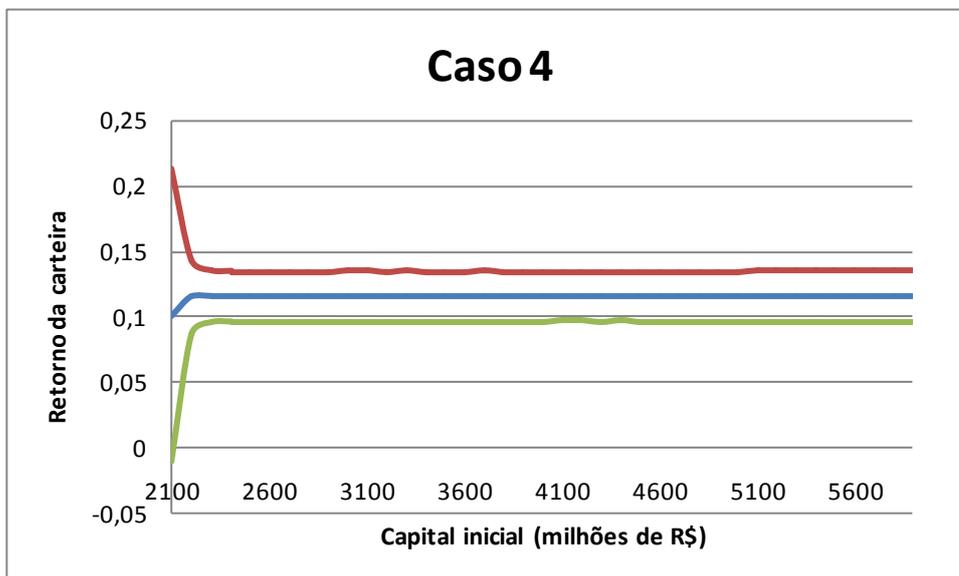


Figura 33. Ex. 1: Rentabilidade da carteira para o caso 4

A pouca variabilidade da rentabilidade da carteira quanto ao aumento do capital inicial pode ser explicada pela escolha de um modelo de reversão a média para os fatores de risco cuja volatilidade estimada é bem baixa. Eventos extremos são pouco prováveis nesse modelo, pois os fatores sempre retornam para a média de longo prazo definida no modelo.

Os valores mais baixos de capital inicial apresentam uma queda na média e um aumento na volatilidade do retorno do portfólio. Isto ocorre porque o capital baixo tem como consequência um aumento nas dívidas reduzindo a rentabilidade média da carteira e aumentando o seu desvio padrão.

8.3. Exercício 2

A análise comparativa da alocação inicial ótima dos quatro casos é feita para os seguintes valores de capital inicial: 2,7; 3,7; 4,1; 4,2 e 4,4 bilhões de reais. Estes valores representam aproximadamente 100%, 67%, 21%, 13%, 7% e 4% de probabilidade de insolvência.

Para o menor capital inicial, de 2,7 bilhões, a relação entre as alocações ótimas iniciais de cada caso apresenta-se diferente das demais. Com 100% dos cenários insolventes, o aumento do requisito de capital representa um aumento no retorno e no risco da carteira. Isto acontece porque um aumento no retorno da carteira é a única solução para um fundo que já não tem nada a perder.

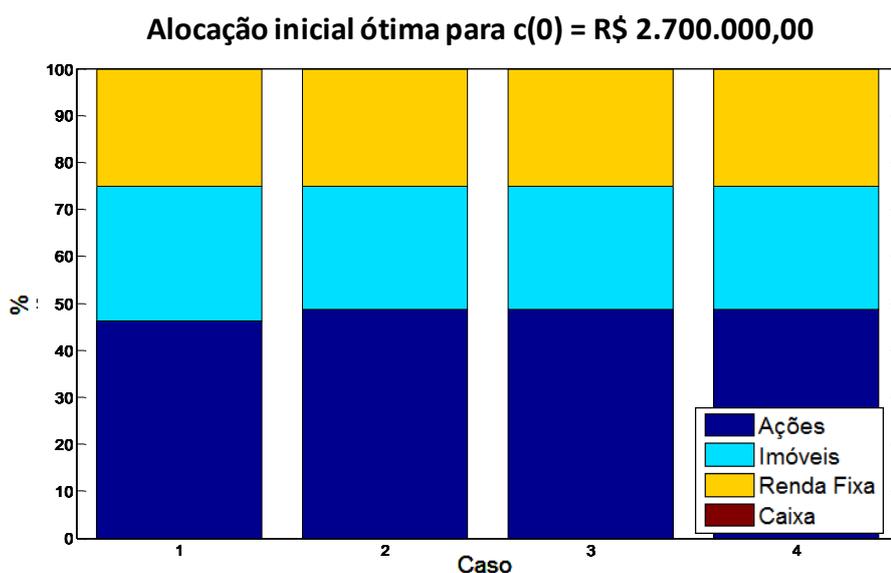


Figura 34. Ex. 2: Alocação inicial ótima para $c(0) = 2.7$ bi

Para os outros casos a lógica se inverte. Com o aumento do requisito de capital a aversão ao risco do fundo aumenta. Isto ocorre porque a penalização na função objetivo atua em mais cenários quando o requisito de capital é maior.

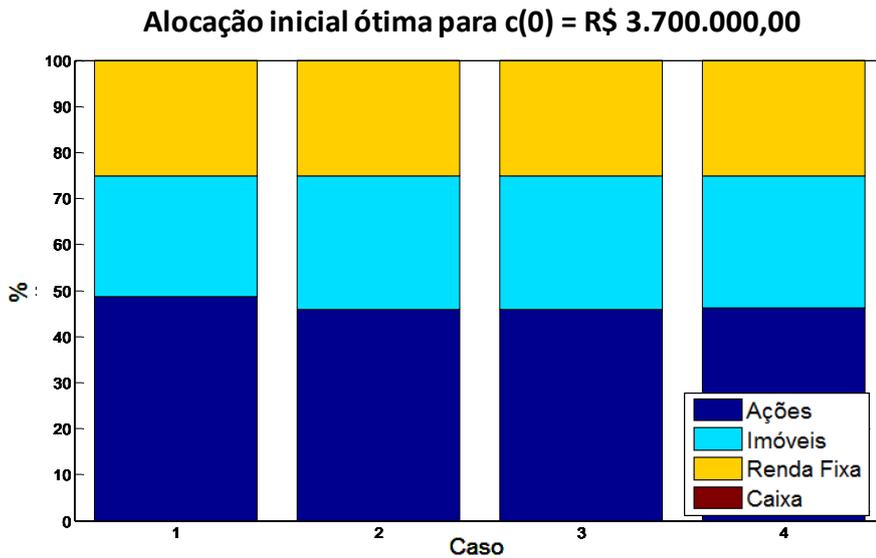


Figura 35. Ex. 2: Alocação inicial ótima para $c(0) = 3.7$ bi

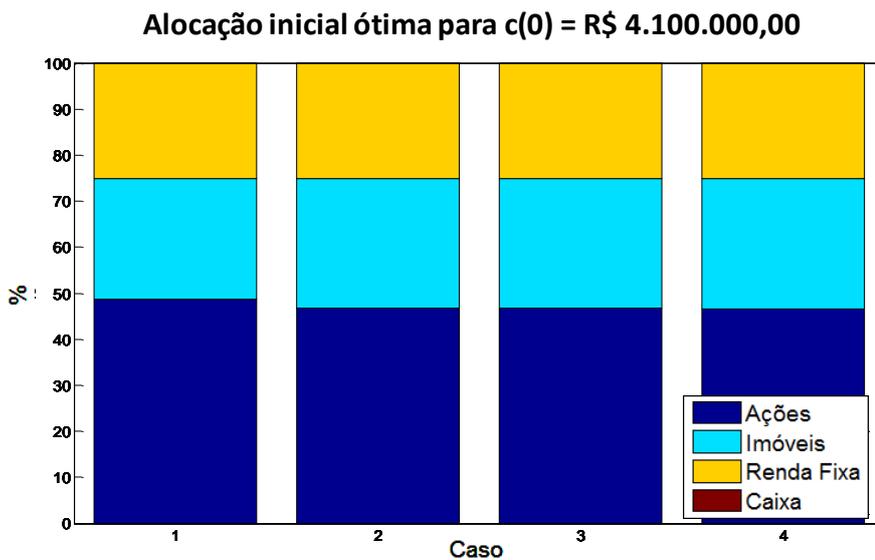


Figura 36. Ex. 2: Alocação inicial ótima para $c(0) = 4.1$ bi

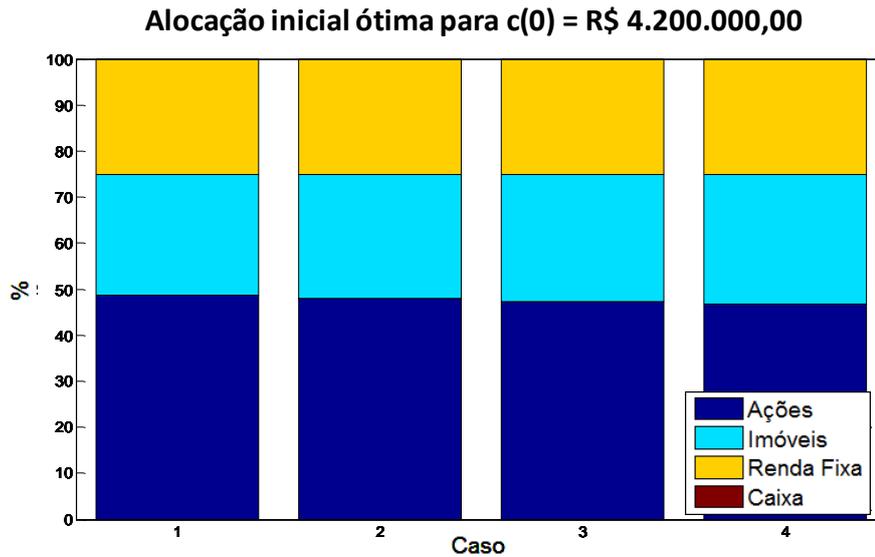


Figura 37. Ex. 2: Alocação inicial ótima para $c(0) = 4.2$ bi

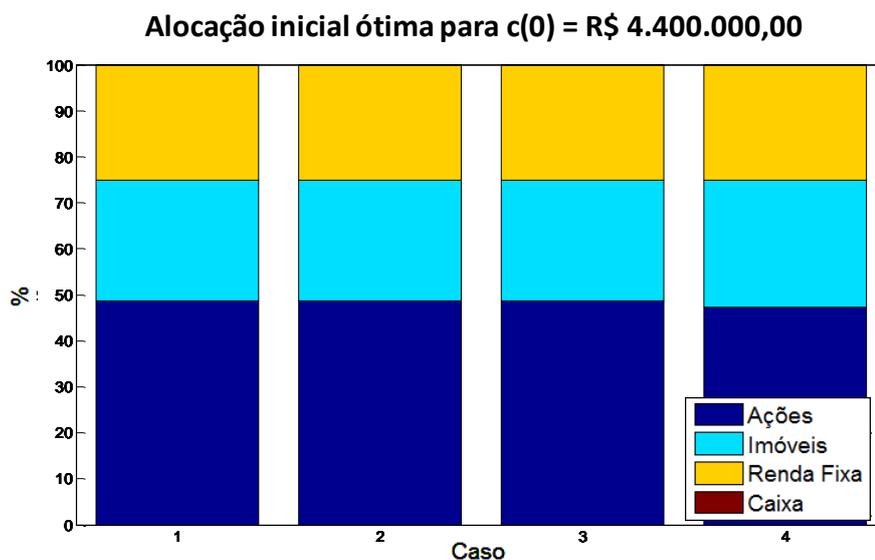


Figura 38. Ex. 2: Alocação inicial ótima para $c(0) = 4.4$ bi

Apesar das diferenças pouco significativas, observa-se um resultado bastante intuitivo comparando, caso a caso, a alocação inicial para os quatro diferentes $c(0)$: quanto maior o capital inicial mais arriscada será a alocação ótima. Este resultado é mais facilmente percebido se repetirmos o exercício sem a

restrição de máximo de alocação de 50% em ações determinada por lei, usando os capitais iniciais de 3,7 e 4,4 bilhões de reais. Esta restrição mostra-se bastante conservadora com relação à participação dos fundos brasileiros nos mercados financeiros.

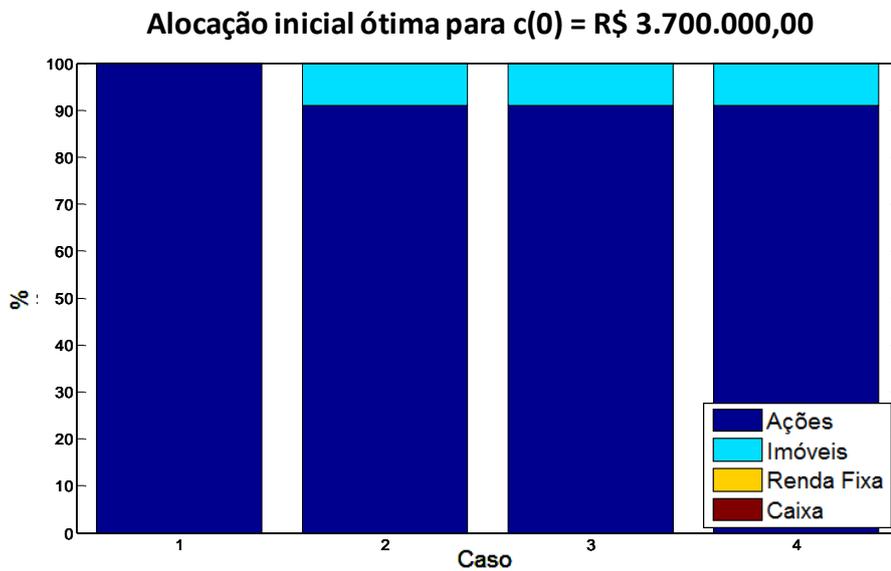


Figura 39. Ex. 2: Alocação inicial ótima irrestrita para $c(0) = 3.7$ bi

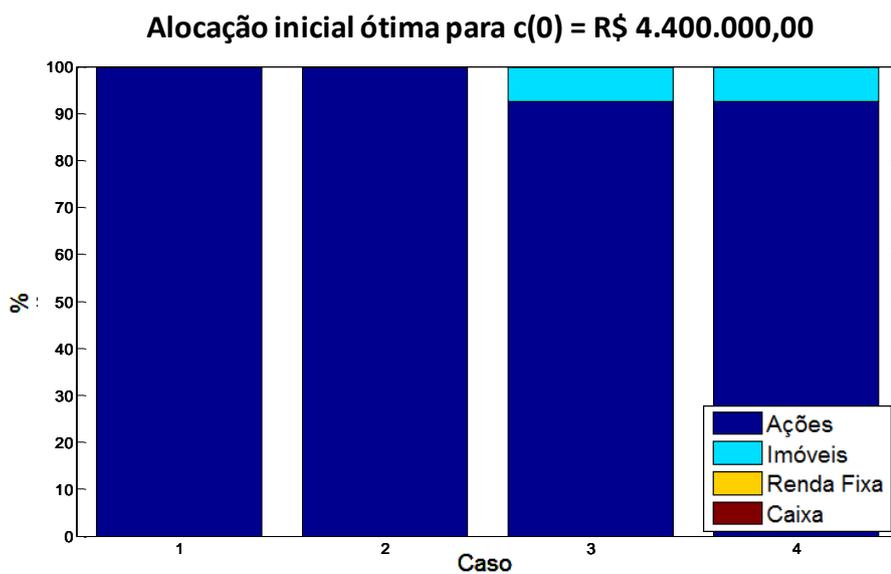


Figura 40. Ex. 2: Alocação inicial ótima irrestrita para $c(0) = 4.4$ bi

8.4.
Exercício 3

O exercício 3 tem como objetivo comparar o efeito da iteração proposta no método de controle do risco de equilíbrio sob as diferentes saídas do modelo de programação estocástica. Para isto são analisados os casos 1 e 3, ou seja, um RC nulo e um processo iterativo usando o quantil de 1% de distribuição da reserva matemática como requisito de capital.

A primeira análise é feita sobre a alocação ótima esperada. São calculadas as médias percentuais da alocação da carteira para cada estágio da árvore de decisão. A diferença entre os dois casos é pequena, porém demonstra uma tendência maior do Caso 3 de evitar a presença de novos cenários insolventes. Este caso adota uma carteira mais conservadora com um percentual menor de ações e maior de títulos de renda fixa.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0613143/CA

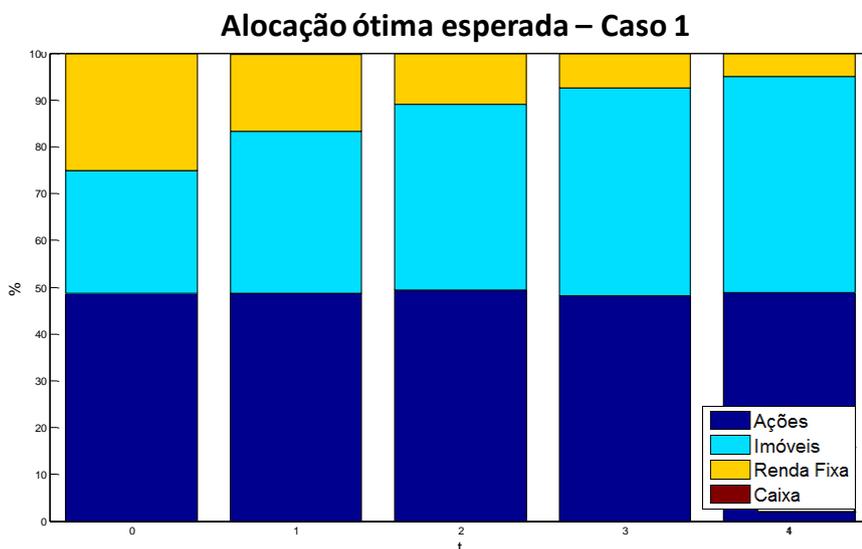


Figura 41. Ex. 3: Alocação ótima esperada para o caso 1

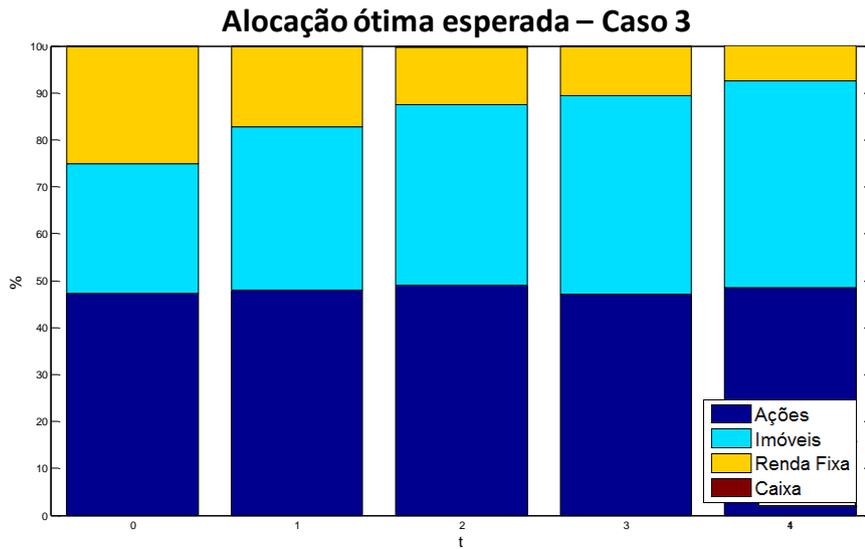


Figura 42. Ex. 3: Alocação ótima esperada para o caso 3

Este resultado pode ser melhor observado na árvore de alocação. Essa estrutura representa a alocação estratégica em cada nó decisório deixando clara a dispersão da carteira segundo os vários cenários condicionados. A diferença entre os casos pode ser percebida com um número maior de cenários com grande concentração em investimentos de renda fixa e pouca em renda variável para o Caso 3.

Árvore de alocação – Caso 1

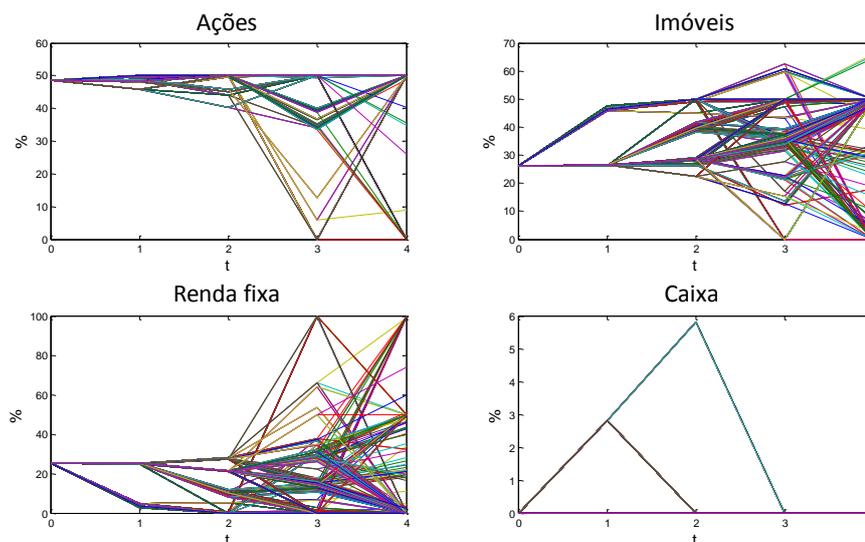


Figura 43. Ex.3: Árvore de alocação para o caso 1

Árvore de alocação – Caso 3

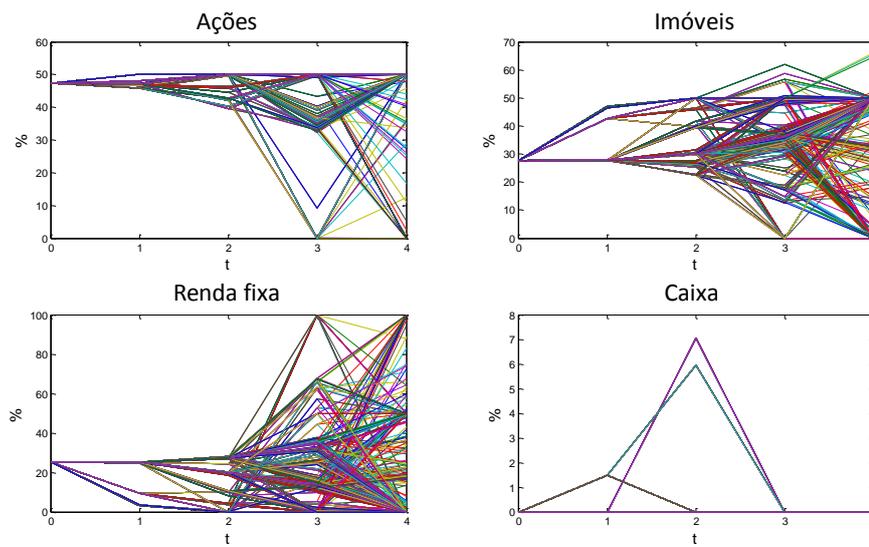


Figura 44. Ex.3: Árvore de alocação para o caso 3

O resultado seguinte é a distribuição da riqueza final em valores reais. Esta distribuição é aproximada pelo histograma da riqueza real dos nós terminais dada por:

$$riqueza_real(n_T) = \frac{1}{1 + inf_acum(n_T, 20)} (y(n_T) - w(n_T) + L^*)$$

Riqueza final em valores reais – Caso 1

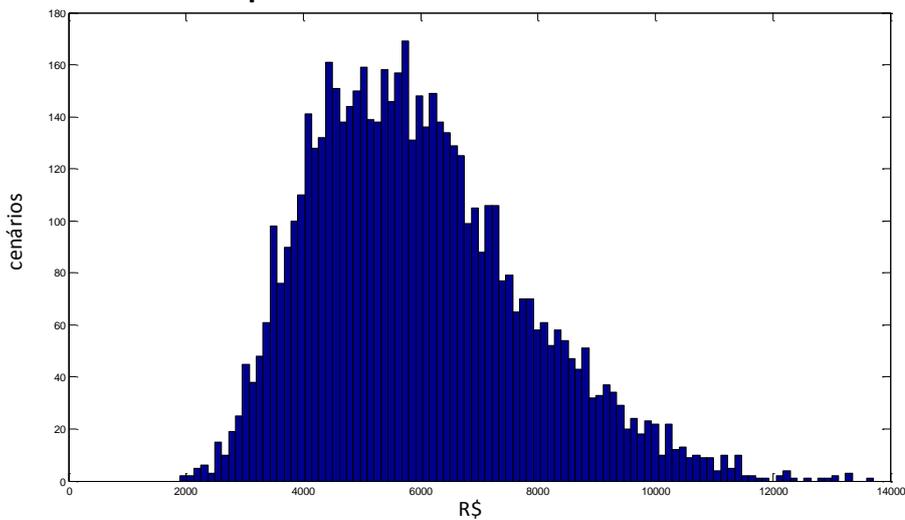


Figura 45. Ex. 3: Distribuição da riqueza final real para o caso 1

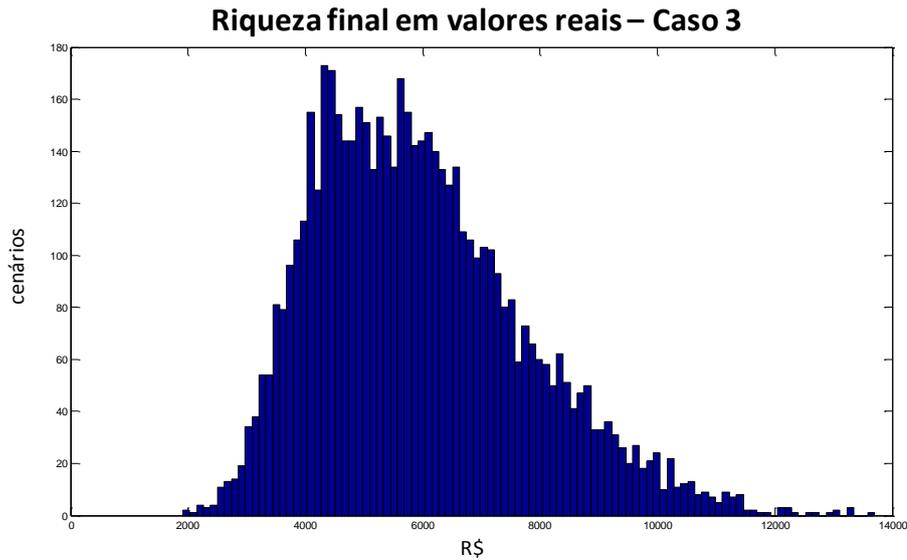


Figura 46. Ex. 3: Distribuição da riqueza final real para o caso 3

Não existem diferenças significantes entre as riquezas finais para os casos 1 e 3. Esse resultado ratifica a baixa influência da iteração na probabilidade de underfunding (riqueza final negativa).

Da mesma forma a distribuição da rentabilidade da carteira e, conseqüentemente, da reserva matemática também se mostram indiferentes à iteração de controle do risco de equilíbrio.

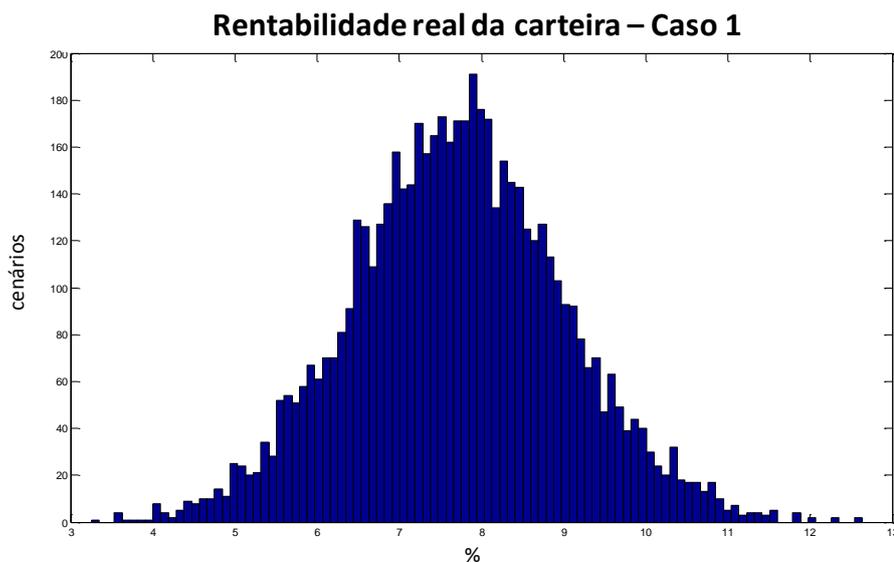


Figura 47. Ex. 3: Distr. da rentabilidade real da carteira para o caso 1

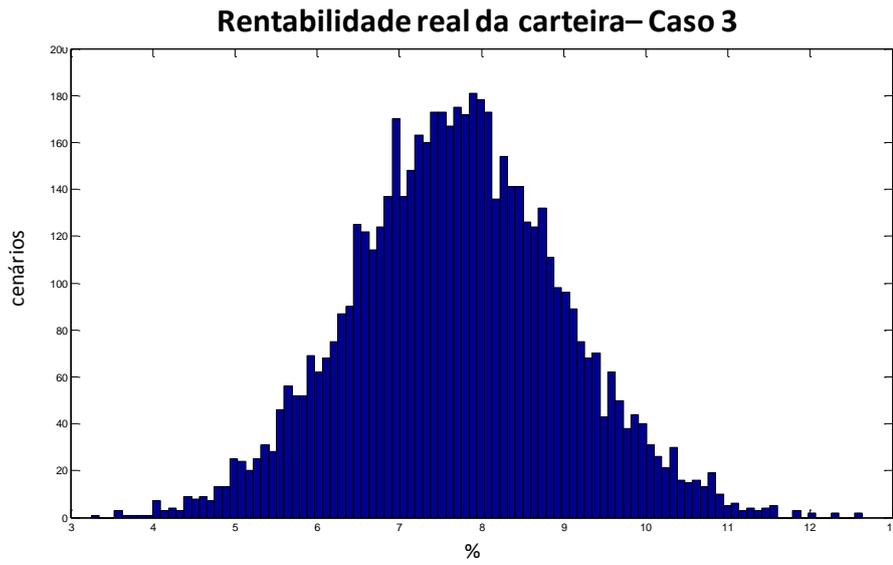


Figura 48 Ex. 3: Distr. da rentabilidade real da carteira para o caso 3

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0613143/CA

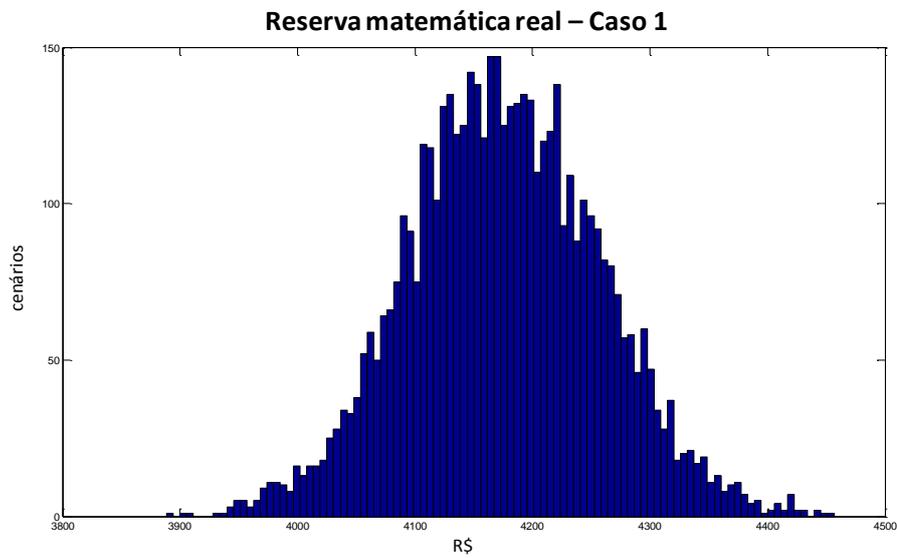


Figura 49. Ex. 3: Distribuição da reserva matemática real par o caso 1

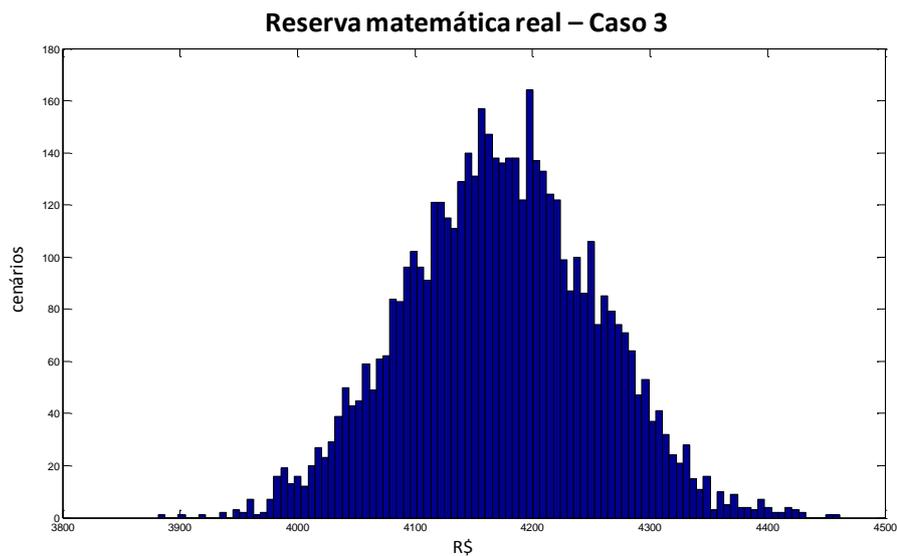


Figura 50. Ex. 3: Distribuição da reserva matemática real par o caso 3

É importante observar que o valor da reserva legal de R\$ 4.925.000,00 (calculada com a taxa de desconto real de 6%) é maior do que todos os cenários da distribuição aproximada da reserva matemática. Esta barreira legal é desnecessariamente restritiva ao desempenho financeiro do fundo.

Como último resultado, a distribuição da probabilidade de insolvência é levemente afetada pelos efeitos da iteração. É possível perceber uma redução do número de cenários de probabilidade 1 e um aumento das probabilidades nulas. Observa-se também que a grande maioria dos cenários tem 0 ou 1 como probabilidade de insolvência. Isto pode ser explicado pela baixa volatilidade do retorno da carteira e da reserva matemática, fazendo com que o patrimônio ao final de 20 anos seja maior ou menor que todas as observações da reserva gerada.

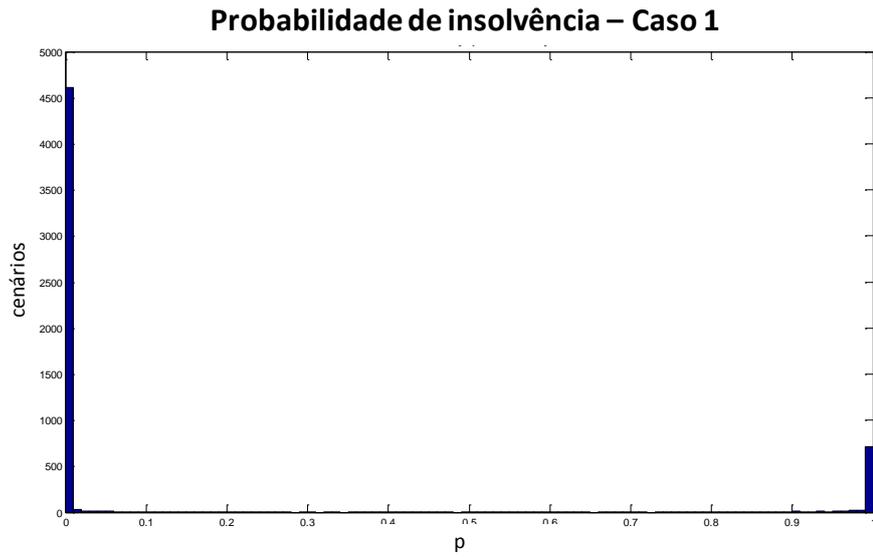


Figura 51. Ex. 3: Distr. da probabilidade de insolvência para o caso 1

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0613143/CA

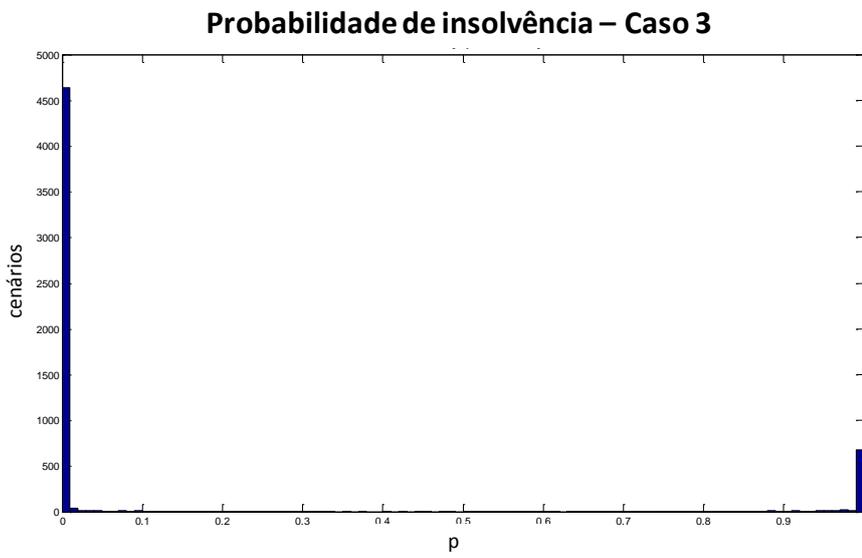


Figura 52. Ex. 3: Distr. da probabilidade de insolvência para o caso 3