

## 5 Modelo financeiro para os ativos

### 5.1. Premissas

A entrada de dados de uma programação estocástica é caracterizada como o valor que representa cada fator de risco durante o período de duração de cada estágio. No caso dos retornos dos ativos, suas representações na PE serão suas variações percentuais entre dois nós consecutivos da estrutura de árvore, com cotações anuais.

O retorno da classe 1- Ações será a variação percentual de uma cesta com proporções fixas de ações conhecida como Ibovespa. Isto corresponde a comprar títulos das empresas que melhor representam o índice. Este tipo de aproximação considera que o gestor deva rebalancear a carteira para manter as proporções originais de cada ação. Esta rentabilidade é calculada da seguinte maneira:

$$r_1(n_t) = \frac{(\text{índice IBOVESPA})_t}{(\text{índice IBOVESPA})_{t-1}} - 1$$

O retorno dos Imóveis (classe de ativos nº 2) normalmente é modelado por duas componentes: a rentabilidade 2a de compra e venda, e 2b dos aluguéis. A rentabilidade da componente de compra e venda é a valorização do imóvel no mercado. É obtida da seguinte forma:

$$r_{2a}(n_t) = \frac{(\text{preço do imóvel})_t}{(\text{preço do imóvel})_{t-1}} - 1$$

Enquanto que o retorno relativo aos aluguéis é relacionado com a entrada de caixa dos imóveis arrendados:

$$r_{2b}(n_t) = \frac{(\text{valor médio do aluguel})_t}{(\text{preço do imóvel})_t}$$

A soma das duas componentes  $r_{2a}(n_t)$  e  $r_{2b}(n_t)$  compõe a rentabilidade da classe de ativos imobiliária.

$$r_2(n_t) = r_{2a}(n_t) + r_{2b}(n_t)$$

A rentabilidade desta classe de ativos pode ser modelada somente pela componente de aluguel, já que esta representa a maior parte do retorno no investimento. No entanto, no Brasil, não existe um índice representativo dos preços dos imóveis tornando impossível o cálculo preciso desta rentabilidade. Para aproximar o retorno dos aluguéis, é utilizada a variação percentual da série da atividade de aluguéis da pesquisa do PIB.

$$r_2(n_t) \approx r_{2b}(n_t) \approx \frac{(\text{atividade de aluguéis do PIB})_t}{(\text{atividade de aluguéis do PIB})_{t-1}} - 1$$

O retorno dos investimentos da classe 3, Renda fixa, será aproximado pelo custo mínimo do dinheiro no mercado, o CDI, mais um spread fixo escolhido de acordo com a sensibilidade do gestor da carteira. A média do spread entre a taxa longa e curta da estrutura a termo da taxa de juros é uma possível escolha para esse parâmetro. O exemplo que será exposto utilizará um spread de 0,5%.

$$r_3(n_t) = CDI_t + \text{spread}$$

O retorno da classe 5, Caixa, é considerado, assim como na literatura, como a rentabilidade mensal de depósitos bancários de curto prazo modelados pelo CDI, o “custo mínimo do dinheiro”.

$$r_4(n_t) = CDI_t$$

## 5.2.

### Geração de cenários em árvore para os ativos

Segundo as premissas assumidas sobre a rentabilidade de cada classe de ativos, é possível calcular uma estrutura de árvore de cenários do retornos de cada investimento a partir da árvore de cenários econômico-financeiros.

Sabendo que  $y_{jq}^t$  é a variação percentual, cotada anualmente, do fator de risco  $j$  no trimestre  $q$  do estágio  $t$ , é possível calcular a variação relativa ao estágio  $t$  da seguinte forma:

$$\dot{y}_j^t = \left( \prod_{q=1}^{dur(t)} (1 + y_{jq}^t) \right)^{1/dur(t)} - 1$$

Dado pela definição das variáveis do modelo econométrico tem-se que:

$$x_{jq}^t = \ln(1 + y_{jq}^t)$$

É possível reescrever a equação dos fatores de risco da seguinte forma:

$$\ln(1 + \dot{y}_j^t) = \ln \left( \prod_{q=1}^{dur(t)} (1 + y_{jq}^t) \right)^{1/dur(t)} = \frac{1}{dur(t)} \cdot \sum_{q=1}^{dur(t)} \ln(1 + y_{jq}^t) = \frac{1}{dur(t)} \cdot \sum_{q=1}^{dur(t)} x_{jq}^t$$

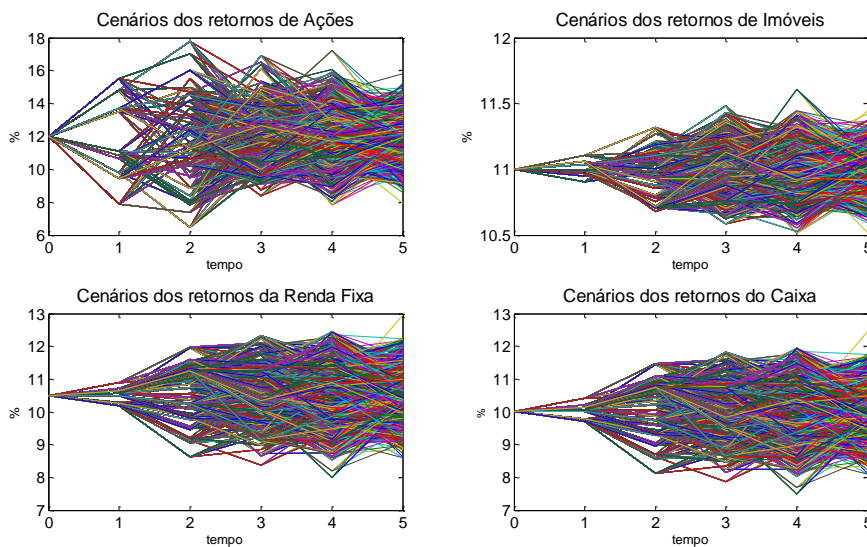
Logo,

$$\dot{y}_j^t = \exp \left( \frac{1}{dur(t)} \cdot \sum_{q=1}^{dur(t)} x_{jq}^t \right) - 1$$

Sendo assim, os retornos dos ativos no nó  $n_t$  do estágio  $t$  são:

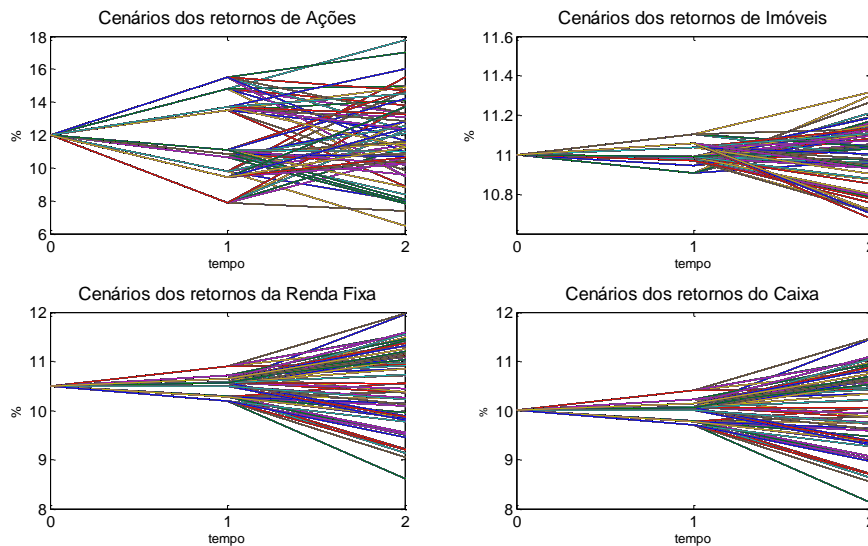
1. Ações:  $r_1(n_t) = \dot{y}_5^t = \exp\left(\frac{1}{dur(t)} \cdot \sum_{q=1}^{dur(t)} x_{5q}^t\right) - 1$
2. Imóveis:  $r_2(n_t) = \dot{y}_2^t = \exp\left(\frac{1}{dur(t)} \cdot \sum_{q=1}^{dur(t)} x_{2q}^t\right) - 1$
3. Renda fixa:  $r_3(n_t) = \left[ \dot{y}_4^t = \exp\left(\frac{1}{dur(t)} \cdot \sum_{q=1}^{dur(t)} x_{4q}^t\right) - 1 \right] + spread$
4. Caixa:  $r_4(n_t) = \dot{y}_4^t = \exp\left(\frac{1}{dur(t)} \cdot \sum_{q=1}^{dur(t)} x_{4q}^t\right) - 1$

Uma representação gráfica das rentabilidades sob a forma de árvore de possibilidades permite uma melhor avaliação da evolução desses fatores ao longo do horizonte de planejamento.



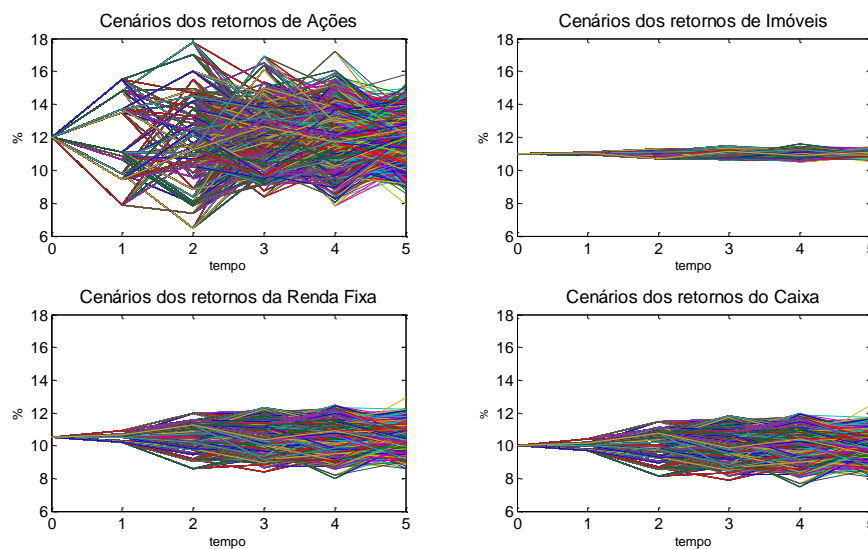
**Figura 15. Cenários para os retornos de todos os ativos**

A estrutura de árvore de possibilidades é melhor percebida quando os gráficos são observados para os dois primeiros estágios.



**Figura 16. Cenários para os retornos de todos os ativos (zoom)**

A análise de risco-retorno das 4 classes de investimentos é mais precisa se usarmos todos os gráficos na mesma escala. O maior retorno médio são ações seguidas por imóveis, renda fixa e caixa. A maior volatilidade também é representada pela renda variável seguida por renda fixa e caixa, e por último os investimentos imobiliários.



**Figura 17. Cenários para os retornos em diferentes escalas**