

3

Modelo estocástico para os fatores de risco

3.1.

Conceitos básicos

Um dos principais problemas de um ALM é a modelagem da incerteza sobre os valores futuros dos fatores de risco. Isso é feito através da geração de um número finito de cenários que representam de forma coerente as relações entre as variáveis econômicas e atuariais ao longo do horizonte de estudo. Sendo assim, um instante futuro é representado por um “estado da natureza” e este definido por um conjunto de valores como os retornos dos ativos, a inflação, os fluxos de desembolso do passivo, entre outros. Estes estados são computados de forma independente sendo imputados no modelo de otimização da carteira. Um caminho de estados consecutivos do início ao final do horizonte de estudo define um cenário.

Uma grande quantidade de cenários é utilizada para obter uma representação razoável de um futuro incerto. O modelo presume que o tomador de decisão não sabe a priori qual desses cenários realmente se realizará, preservando assim a incerteza do processo decisório. A estrutura de árvore de possibilidades é a melhor escolha para representar esses caminhos, pois assim os estados da natureza são representados por nós e as informações sobre as variáveis de interesse se revelam gradativamente ao longo do tempo. No instante $t = 0$ existe um único estado que pode ser observado, ou seja, os valores atuais dos fatores de risco. No instante seguinte novos nós são criados dado a existência de seu antecessor. De forma geral pode-se dizer que para cada nó existem alguns estados sucessores equiprováveis e apenas um antecessor, representando, respectivamente, a incerteza do ambiente futuro e o conhecimento de um passado único.

3.2.

Revisão da literatura

Os artigos dedicados à descrição de modelos estocásticos para a previsão dos fatores de risco utilizam variações da modelagem econométrica clássica. Kouwenberg (2001) descreve um modelo VAR usando o log-retorno dos ativos e o logaritmo de 1 mais a taxa de crescimento do salário dos participantes de um fundo de pensão como variáveis endógenas correlacionadas. A rentabilidade da classe de ativos “caixa” e o salário são modelados como um passeio aleatório enquanto que as outras classes (renda fixa, imóveis e ações) usam a modelagem de um ruído gaussiano com média não-nula.

O modelo de Kouwenberg que descreve os principais investimentos (renda fixa, imóveis e ações) tem como previsão determinística a média histórica dos retornos. Todos os cenários estocásticos são gerados em torno desta média com uma variância constante no tempo. Como a média e a variância do modelo são estimados com dados históricos, não seria possível uma análise de sensibilidade do gestor do fundo. Essa análise seria feita alterando externamente os parâmetros do modelo para observar a influência dos fatores de risco na solução ótima do problema. Além disso, para países emergentes como o Brasil onde somente os anos mais recentes refletem a evolução de uma economia estável, a estimação desses modelos é pode ser muito difícil no Brasil.

No entanto, é possível adaptar um modelo VAR para a economia brasileira utilizando como base o artigo Minella (2003) cujo foco é a análise da política monetária para diferentes períodos. No entanto, a utilização deste modelo para previsão macroeconômica não é muito eficiente. As previsões de indicadores macroeconômicos como juros e inflação baseadas somente em dados passados não refletiriam o futuro da economia. Uma previsão equivocada da rentabilidade dos títulos levaria a uma alocação ótima sem sentido.

Uma alternativa quando os dados passados não são suficientes para representar o futuro da economia é a utilização de modelos que determinam as relações de longo prazo entre as variáveis macroeconômicas. O modelo VEC de Koivu, Pennanen e Ranne (2004) aplicado para a Finlândia permite escolher as médias de longo prazo da taxa básica de juros, do spread longo-curto da estrutura a termo, o retorno de dividendos (ações) e aluguéis (imóveis). Um segundo

modelo de Aderson, Hoffman e Rasche (1998) proposto para a economia americana descreve como relações de longo prazo a equação de demanda por moeda, a relação de Fisher e o spread longo-curto da estrutura a termo da taxa de juros.

A simplicidade do modelo de reversão à média descrito por Dert (1998) é uma boa opção para o caso brasileiro. Uma quantidade menor de parâmetros para estimação e a possibilidade de se escolher as médias de convergências dos retornos permite um melhor ajuste do modelo mantendo o seu propósito de retratar a realidade futura da economia segundo a visão do gestor.

O modelo de Dert (1998) usa como variáveis endógenas o log-retorno das classes de ativos (ações, imóveis, renda fixa e caixa) além do crescimento contínuo da inflação, do produto e dos salários dos participantes do fundo. As médias dos retornos dos ativos são tais que a maior rentabilidade média é das ações seguido por imóveis, renda fixa e caixa. As volatilidades, por sua vez, apresentam a mesma ordem decrescente havendo apenas uma única mudança: a renda fixa é mais volátil que os imóveis.

3.3. Modelo proposto

Seguindo a metodologia de Dert (1998), as séries históricas dos fatores de risco são modeladas por um Vetor Auto-Regressivo (VAR) com reversão à média. Essas séries são escolhidas de forma a modelar adequadamente os retornos dos ativos descritos. A média destas séries será imputada externamente, pois dessa forma o gestor o fundo terá uma maior sensibilidade com relação à resposta do modelo à variação dos fatores de risco, além de permitir análises econômicas externas para a determinação de tais parâmetros. O modelo utilizado apresenta a formulação onde o tradicional índice t (utilizado aqui para representar os estágios) é substituído por q :

$$X_q = \mu + \alpha(X_{q-1} - \mu) + \varepsilon_q, \quad \varepsilon_q \sim N(0, \Sigma)$$

Onde,

$$X_q = \begin{bmatrix} x_{1q} \\ x_{2q} \\ x_{3q} \\ x_{4q} \\ x_{5q} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{aligned} x_{jq} &= \ln(1 + y_{jq}), \quad \forall j = 1, \dots, 5 \\ y_{jq} &= \text{variável econômica} \end{aligned}$$

As variáveis econômicas y_{iq} são dadas por:

$$y_{iq} = \begin{cases} \text{crescimento (\%)} \text{ do PIB} \\ \text{variação (\%)} \text{ dos aluguéis} \\ \text{variação (\%)} \text{ do IGP-M} \\ \text{CDI (\%)} \\ \text{variação (\%)} \text{ do Ibovespa} \end{cases}$$

3.3.1.

Estimação do modelo

A estimação dos parâmetros α e Σ é feita com dados passados através método de mínimos quadrados ordinários, enquanto que a média μ é determinada externamente. Os dados da amostra têm frequência trimestral começando em abril de 1996 e terminando em abril de 2007.

Foi acrescentada uma variável dummy D_q dicotômica para modelar os efeitos da alta dos juros do início da amostra até o terceiro trimestre de 1999. Essa variável assume o valor 1 neste período de alta e 0 nos demais.

$$X_q = \mu + \alpha(X_{q-1} - \mu) + D_q + \varepsilon_q, \quad \varepsilon_q \sim N(0, \Sigma)$$

O modelo VAR considera a premissa que as variáveis utilizadas devam ser estacionárias. Sendo assim, são feitos testes de raiz unitária ADF de todas as componentes do vetor X_q (Tabela 1).

Teste de raiz unitária: Augmented Dickey-Fuller			
Hipótese nula: x_i tem uma raiz unitária			
	Estatística t	p-valor*	Exógenas
x_{1q}	5,44323	0,00%	Nenhuma
x_{2q}	4,40789	0,00%	Nenhuma
x_{3q}	3,01184	0,34%	Nenhuma
x_{4q}	3,41062	6,49%	Intercepto e tendência linear
x_{5q}	5,73548	0,00%	Nenhuma

*MacKinnon (1996) p-valores unilaterais.

Tabela 1. Testes de raiz unitária

Analisando os testes supracitados, é possível afirmar que a única variável com p-valor acima de 5% é a relacionada ao CDI. Podemos considerar um nível de significância de 10% e ratificar a estacionariedade desta série com alguns argumentos econômicos. O início da amostra é de um período conturbado com algumas crises internacionais relevantes e alguns resquícios do processo de hiperinflação brasileiro (ver figura abaixo). Como pode ser percebido pela Figura 8, em 1996 os juros ainda eram altos devido à reação do banco central a hiperinflação no início do plano real em 1994. As crises da Ásia e da Rússia, em 97 e 98 respectivamente, seguidas da mudança do regime de câmbio fixo para flutuante em 99, também respondem por novas altas na taxa básica de juros, e conseqüentemente no CDI. Em 2002, mais um sobressalto nos juros é marcado pela crise eleitoral. Considerando que para um futuro em estado de equilíbrio, a série do CDI será estacionária retornando a sua média de longo prazo, já que choques na taxa básica da economia não são permanentes.

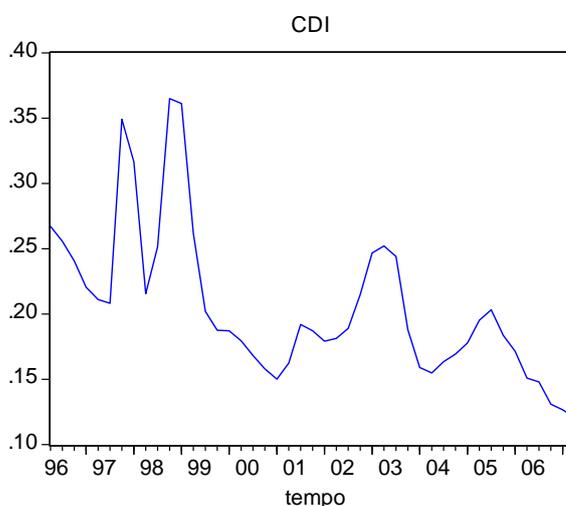


Figura 8. CDI

A estimação do modelo depende da escolha do vetor de médias μ . Sabendo que $y \approx \ln(1+y)$ para valores pequenos de y , são escolhidas as médias representando diretamente os valores das variáveis econômicas y_{jq} . Para efeitos de simulação o vetor de médias é ajustado para que o retorno médio das ações seja o mais alto seguido pelos imóveis, títulos de renda fixa e, por último, caixa. Além disso, as médias do crescimento do PIB, da inflação e a taxa de juros levam em consideração as projeções obtidas no Relatório de Mercado – Focus do Banco Central do Brasil. O vetor de médias μ é dado por:

$$\mu = [4\% \ 11\% \ 4\% \ 10\% \ 12\%]'$$

Definidas as médias de cada componente e a estrutura de defasagens do modelo (ratificada pelo critério SC de informação de Schwarz), testes de diagnóstico são realizados para verificar se o modelo está ou não ajustado. Testes de normalidade são realizados e aceitam, para um nível de significância de 10%, a hipótese nula de que os resíduos são normais. Além disso, para confirmar o ajuste do modelo, o teste LM para correlação serial dos resíduos aceita, para um nível de significância de 0,5%, a hipótese nula de que não há correlação serial dos resíduos. Além disso, pode ser observado que para este segundo teste que uma única defasagem que apresenta um p-valor menor que 1%. E como último diagnóstico, o correlograma não compromete o ajuste do modelo apesar da existência de alguns pontos aberrantes. Os resultados detalhados dos testes de diagnóstico são apresentados no Apêndice A.

Com um modelo ajustado, os coeficientes α e Σ estimados serão utilizados para a geração de cenários preditivos de cada componente do modelo. Os coeficientes estimados são:

$$\alpha = \begin{bmatrix} -0,148696 & -0,185559 & -0,045314 & -0,229618 & 0,086285 \\ -0,422790 & 0,114880 & 0,064160 & -0,919097 & 0,030370 \\ 0,040368 & -0,176425 & 0,418518 & 0,176557 & -0,174167 \\ -0,008872 & -0,078176 & 0,067767 & 0,657944 & -0,088930 \\ -0,431145 & 0,612786 & -0,139294 & 0,066837 & 0,140459 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0,0018855 & 0,0003465 & 0,0008809 & 0,0002845 & 0,0000837 \\ 0,0003465 & 0,0019268 & 0,0015547 & 0,0000203 & 0,0001228 \\ 0,0008809 & 0,0015547 & 0,0081728 & 0,0000263 & 0,0032965 \\ 0,0002845 & 0,0000203 & 0,0000263 & 0,0006825 & 0,0005307 \\ 0,0000837 & 0,0001228 & 0,0032965 & 0,0005307 & 0,0360307 \end{bmatrix}$$