

1

Introdução

Este trabalho propõe uma metodologia para a gestão de ativos e passivos (ALM) de uma instituição de previdência privada, conhecida como fundo de pensão. O foco é a obtenção de uma carteira ótima e uma medição de risco de insolvência do fundo. Para o melhor entendimento, serão desenvolvidos alguns conceitos básicos essenciais para utilização deste método.

1.1. Definição de ALM

A expressão *Asset and Liability Management* (ALM), ou *Gestão de Ativos e Passivos* como é conhecida em português, designa a prática de gerir um negócio onde as decisões tomadas consideram ativos e passivos de forma coordenada. O ALM é uma atividade crucial para qualquer organização que recebe e investe recursos com o objetivo de cumprir seus requisitos de capital (solvência) bem como sua demanda de caixa.

Segundo a Society of Actuaries, ALM pode ser definido como um processo contínuo de formulação, implementação, monitoramento e revisão das estratégias relacionadas com ativos, investimentos futuros e passivos para atingir os objetivos financeiros, necessidades de caixa e requisitos de capital dado a tolerância ao risco da organização e outras restrições.

O ALM pode ter aspectos significativamente diferentes de acordo com o contexto onde é desenvolvido. Os *traders* do mercado de derivativos, por exemplo, consideram ativos e passivos entidades similares. No entanto, um fundo de pensão corporativo (patrocinado por uma empresa) não pode, a não ser com muita dificuldade, mudar o seu passivo, tendo como consequência um ALM totalmente voltado para a política de investimentos.

Sendo assim, as diferentes ferramentas utilizadas para gerir ativos e passivos são escolhidas de acordo com a área de aplicação. Técnicas de imunização de

carteira, por exemplo, são utilizadas em aplicações atemporais, ou seja, onde a dimensão de tempo não é relevante, com o objetivo de diminuir a sensibilidade da carteira a flutuações no mercado através do casamento das “*durations*” do passivo e do ativo. Outra técnica é a otimização utilizando a média-variância de Markowitz que determina uma carteira ótima com proporções fixas de cada ativo. No entanto, para aplicações onde a evolução da carteira no tempo também é influente, modelos dinâmicos são os mais adequados. A programação estocástica é a técnica mais conhecida para encontrar um portfólio ótimo dinâmico, isto é, que se altera ao longo do tempo. Em um fundo de pensão, por exemplo, essa técnica é capaz de determinar uma política de investimentos diferente para cada ano do horizonte de planejamento.

A motivação para o acelerado desenvolvimento dos modelos ALM com programação estocástica foi baseada no fato de o principal fator determinante do desempenho da carteira ser a política de investimentos, ou seja, o valor investido em cada classe de ativos, (ações, renda fixa, imóveis,...). Análises de regressões de Brinson, Hood e Beebower (1986) testaram e confirmaram a influência desta política de investimentos sobre o desempenho financeiro de 91 fundos de pensão de grande porte, comparando com outros fatores relevantes como a escolha individual de ativos, “market timing” e custos.

Atualmente, a política de investimentos ótima de um fundo de pensão é uma das aplicações mais presentes na literatura dos modelos de programação estocástica. Kallberg, White e Ziemba (1982) publicaram o primeiro importante trabalho descrevendo um modelo de programação estocástica de recurso simples, ou seja, com dois estágios. Cada estágio do modelo representa um instante onde é permitida a escolha de uma nova política de investimentos do fundo. Desta forma, a carteira dinâmica proposta por este modelo pode descrever melhor alguns aspectos do problema permitindo, por exemplo, que a política de investimentos fosse dependente das contribuições e benefícios futuros dos participantes do fundo. Este trabalho considera como objeto de estudo a aplicação de um modelo de programação estocástica e um método de medição do risco de equilíbrio (solvência) de um fundo de pensão.

1.2.

ALM para fundos de pensão

A previdência privada tem como objetivo oferecer planos que complementem o benefício ou pensão da previdência pública. O participante contribui ao longo de sua vida ativa com a finalidade de acumular recursos para auxiliá-lo em sua aposentadoria através de pagamentos vitalícios, temporários ou pecúlio (montante pago de uma só vez). A previdência privada pode ser classificada em aberta ou fechada. A aberta está disponível a qualquer indivíduo, sendo este capaz de escolher os modelos adequados ao seu perfil e planejar sua aposentaria de acordo com as suas possibilidades. O PGBL e o VGBL são os produtos mais conhecidos de previdência aberta no Brasil. A previdência fechada, por sua vez, é restrita às pessoas vinculadas à empresa ou associação que ofereça o benefício. Este estudo será concentrado nos planos de benefício definido (BD) das instituições de previdência fechada conhecidas como fundos de pensão.

Os planos BD são aqueles que o beneficiário sabe exatamente quanto vai receber depois de sua aposentadoria, sendo que a contribuição mensal é que varia. Os fundos de pensão vêm deixando de oferecer estes planos a novos participantes por conta dos riscos relacionados à dificuldade de modelagem dos fatores de risco envolvidos. Essas instituições ficam sujeitas a gastos maiores com o pagamento de benefícios caso os participantes vivam mais que o esperado e, além disso, correm o risco de mudanças nas condições do mercado impossibilitarem a obtenção da rentabilidade necessária para cumprir as metas atuariais de suas carteiras. A migração para os planos de contribuição definida (CD), ou seja, aqueles onde o benefício depende das contribuições acumuladas ao longo de tempo, está rapidamente mitigando os riscos do não cumprimento das obrigações contratadas. No entanto, os planos BD residuais ainda são um percentual significativo, em alguns casos, a maior parte da carteira dos grandes fundos do país.

Sabendo que o risco inerente aos planos BD é significativamente alto e que os fundos de pensão são entidades que movimentam milhões ou até bilhões de reais, os gestores desses fundos têm a importante tarefa de decidir em que ativos investir e o quanto de dinheiro deve ser alocado em cada um. Geralmente, os fundos de pensão possuem duas fontes de recursos para realizar seus

investimentos: a apreciação dos ativos somada às receitas provenientes dos mesmos, e as contribuições dos participantes e do patrocinador. É de responsabilidade do gestor do fundo balancear os ativos e os passivos de forma a cumprir as requisições de capital e garantir o pagamento dos benefícios prometidos aos participantes. Para isso, a alocação dos ativos deve garantir permanentemente duas condições: equilíbrio e liquidez – solvência de longo e curto prazo, respectivamente.

A condição de equilíbrio define que o valor dos ativos deve sempre ser o suficiente para pagar todos os benefícios até a extinção do plano. Isto significa que a diferença entre o valor total dos ativos e o valor presente líquido dos benefícios deve ser positiva. A condição de liquidez, por sua vez, define que o programa de investimentos deve fornecer caixa suficiente para pagar em dia os benefícios e as demais despesas. Isto significa que o caixa deve estar sempre positivo.

A ferramenta mais adequada para modelar e resolver este ALM sob suas condições de solvência é a programação estocástica multi-estágio. A solução deste problema de otimização representa uma decisão sob incerteza (decisão de hedge) estruturada em uma árvore de possibilidades que representa o futuro do fundo e da economia como um todo. Algumas restrições computacionais na escolha do horizonte de planejamento e do número de estágios dificultam a medição do risco de equilíbrio definido como a probabilidade do não cumprimento das obrigações do fundo (insolvência). Isto acontece porque a programação estocástica permite um horizonte de planejamento de algumas poucas décadas enquanto que as obrigações do fundo podem durar mais de cem anos. O presente trabalho sugere que esse problema pode ser resolvido através do método de medição e controle do risco de equilíbrio aqui proposto. Sendo assim, a implementação do processo como um todo depende da escolha de um modelo de programação estocástica refletindo as características do fundo, um modelo estocástico para os fatores de risco, um método para geração de cenários em árvore e um método de medição e controle do risco de equilíbrio.

1.3. Elementos de um ALM para fundos de pensão

Os modelos de gestão de ativos e passivos para um fundo de pensão são compostos por cinco grandes elementos:

- Modelo de programação estocástica
- Modelo estocástico para os fatores de risco econômico-financeiros
- Método de geração de cenários em árvore
- Modelo financeiro para os ativos
- Modelo financeiro para os passivos
- Método de medição e controle do risco de equilíbrio

Alguns modelos estudam detalhadamente um único elemento enquanto outros abordam de forma geral os cinco primeiros. O modelo de programação estocástica, que tem como objetivo a obtenção da política de investimentos ótima do fundo, utiliza como parâmetro de entrada uma árvore de cenários obtida pelos quatro elementos seguintes. Os modelos estocásticos são utilizados para a geração de uma árvore de cenários econômico-financeiros que, por sua vez, permitem o cálculo das rentabilidades dos ativos baseadas em um modelo financeiro para os mesmos. Já o modelo financeiro para os passivos, utiliza a árvore de cenários econômico-financeiros para gerar os desembolsos relativos aos benefícios líquidos do fundo. As rentabilidades dos ativos e os desembolsos dos passivos obtidos são utilizados como parâmetros de entrada do modelo de programação estocástica. O sexto elemento é a principal contribuição deste trabalho no desenvolvimento de modelos de ALM para fundos de pensão. O método de medição e controle do risco de equilíbrio utiliza a saída do modelo de programação estocástica para medir a probabilidade de insolvência do fundo e, através de um processo iterativo, buscar uma solução que a reduza o risco de insolvência caso este esteja acima do desejado.

1.3.1. Modelo de programação estocástica

Um modelo de programação estocástica (PE) deve representar, através de sua função objetivo, as preferências financeiras do fundo em estudo. Existem duas formas equivalentes de modelar as preferências de um fundo: maximizando sua riqueza ao final do horizonte ou minimizando o valor acumulado de suas contribuições ao longo do tempo. A aversão ao risco do fundo pode ser modelada através de uma penalização por uma riqueza final menor que algum requisito de capital ou por uma política de contribuição maior que um valor predeterminado. As características do fundo e de seu mercado são representadas pelas restrições do problema de otimização. São exemplos das de restrições da PE: limites de alocação para cada ativo, balanço de caixa do fundo incluindo os custos de transação por compra ou venda de títulos, restrições regulatórias, restrições de liquidez que limitam o volume transação de determinados ativos e um inventário de ativos que garante que a evolução do valor alocado em cada investimento dependa de sua rentabilidade e de suas transações realizadas.

Sabendo que a programação estocástica multi-estágio é baseada em uma árvore de decisão (Figura 1) que permite a realocação da carteira em cada estágio da estrutura, as restrições do problema de otimização são, de uma forma geral, pensadas como as relações entre dois nós consecutivos e interligados onde cada ligação entre eles representa uma realização dos fatores de risco envolvidos (retorno dos ativos, benefícios, contribuições,...). Sendo assim, a tomada de decisão é condicionada a cada nó da árvore, levando em consideração a informação até aquele ponto e o futuro relativo às suas ramificações.

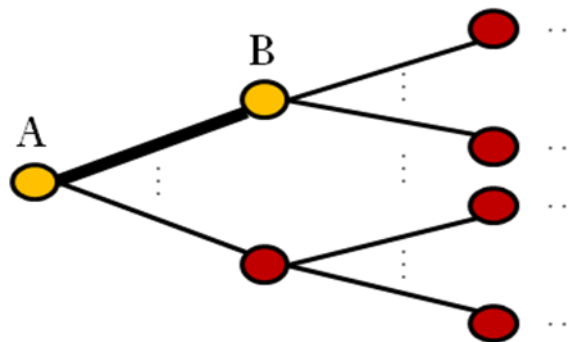


Figura 1. Árvore de decisão

É possível citar como exemplo de restrição do problema, a equação de inventário de ativos presente nos principais modelos existentes. Esta restrição diz ao problema que o valor alocado em um ativo no nó B será o valor do mesmo em A, rentabilizado pelo retorno do mesmo no período entre A e B somados às transações líquidas realizadas em B.

Estas e outras restrições, bem como a função objetivo do problema, são expressas através de *variáveis* a serem definidas, e por *parâmetros* previamente especificados pelo usuário. As variáveis do problema podem ser classificadas como *variáveis de decisão* ou *variáveis de estado*. As *variáveis de decisão* representam a solução ótima, enquanto que os valores atribuídos para as *variáveis de estado* são apenas conseqüências dos valores atribuídos para as primeiras. Estas duas variáveis definem por completo a situação o portfólio em um determinado nó da árvore de decisão.

Os parâmetros utilizados, por sua vez, podem ser fixos ou variantes com a posição relativa na árvore. Os fixos são conhecidos como *parâmetros determinísticos* e os variantes como *parâmetros estocásticos* ou *fatores de risco*.

Definidas as variáveis de *decisão* e de *estado* bem como os fatores de risco, um modelo de alocação dinâmica pode ser representado pela Figura 2. A *decisão* de realocação de ativos, dado o *estado inicial* do portfólio, é tomada observando a distribuição dos futuros fatores de risco (retornos e benefícios líquidos, por exemplo). Com isso, são obtidas as diversas carteiras possíveis tornando o *estado final* do portfólio probabilístico.

Incerteza dos Fatores de risco tornam o próximo estado probabilístico

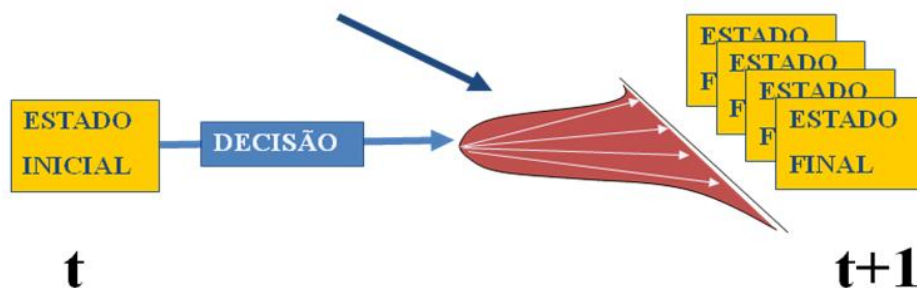


Figura 2. Modelo de alocação dinâmica

Conclui-se então que a modelagem dessas relações bem como a escolha de uma função objetivo adequada às características de cada fundo é essencial para

uma resposta coerente do programa. No entanto, mesmo com uma modelagem adequada, a seleção de cenários representativos ainda é crucial para a obtenção de bons resultados. Os cenários normalmente são definidos por modelos estocásticos para os fatores de risco e por um método de geração de cenários em árvore.

1.3.2.

Modelos estocásticos para os fatores de risco econômico-financeiros

As decisões ótimas obtidas por um modelo de programação estocástica só serão coerentes com a realidade se os fatores de risco envolvidos forem representados adequadamente por um número finito de cenários de suas realizações futuras. Normalmente, esses fatores de risco incluem variáveis macroeconômicas e atuariais relativas à evolução da economia e à realidade do fundo, respectivamente. Uma das formas de se obter cenários para os fatores de risco é utilizar opiniões de especialistas (economistas e atuários) como aproximação para os seus valores futuros. No entanto, a dificuldade de se especificar uma quantidade muito grande de cenários manualmente motiva o desenvolvimento de modelos estocásticos que permitem a obtenção de cenários para os fatores de risco através de simulações. A opinião de especialistas ainda é bastante relevante devido à necessidade de se especificar externamente alguns parâmetros desses modelos, como por exemplo, médias de longo prazo para variáveis macroeconômicas como juros e inflação.

Diversos modelos estocásticos são apresentados na literatura. São eles: Passeio aleatório (“Random Walk”), Modelos VAR (“Vector Auto-Regressive Model”), Modelos de reversão à média e Modelos VEC (“Vector Error-Correction Model”). Os dois primeiros são modelos estimados utilizando somente os dados históricos dos fatores enquanto que os dois últimos utilizam, além dos dados históricos, expectativas de mercado (dadas por especialistas) das médias para onde os fatores de risco deveriam convergir. Os dois últimos modelos se diferenciam entre si pela velocidade de reversão, ou seja, no modelo VEC o parâmetro especificado é a média de “longo prazo” sugerindo uma reversão mais lenta que o modelo de reversão a média comum. No caso de uma economia como o Brasil em que os dados passados refletem várias crises internacionais e mudanças de regime,

os modelos que se utilizam de opiniões de especialistas para a previsão dos fatores são mais adequados para representar uma economia em equilíbrio.

Definidos os modelos estocásticos atuariais e econômicos, o próximo passo é definir um método de geração de cenários que respeite a estrutura de árvore de possibilidades exigida para a implementação do modelo de programação estocástica.

1.3.3. Método de geração de cenários em árvore

A programação estocástica é baseada em cenários para os fatores de risco estruturados em uma árvore de possibilidades, onde novas realizações são geradas dada a existência de um nó antecessor. Este tipo de geração é diferente de uma simulação Monte Carlo, pois esta gera cenários independentes (Figura 3) enquanto que os cenários em árvore (Figura 4) são condicionados a um nó já existente.

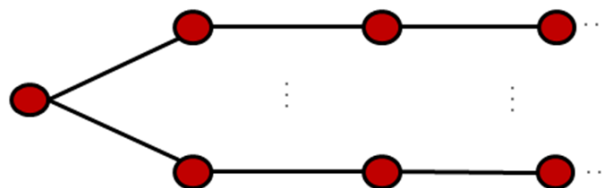


Figura 3. Cenários independentes

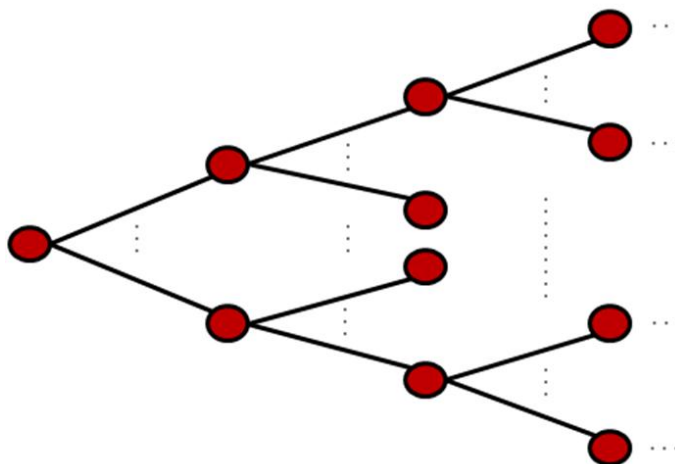


Figura 4. Cenários em árvore

Os métodos de geração de cenários em árvore conhecidos utilizam a distribuição dos modelos estocásticos estimadas previamente como base para

obter os valores futuros dos fatores de risco. A grande maioria desses métodos tem como objetivo criar cenários que reproduzam algumas propriedades estatísticas, como média e variância, dos modelos estocásticos estimados.

1.3.4.

Modelo financeiro para os ativos

Os modelos de ALM têm como objetivo a escolha de um portfólio estratégico onde os recursos são alocados em classes de ativos. Normalmente, o retorno dessas classes de ativos é aproximado por índices que representem as características de cada classe de investimento. Por exemplo, a rentabilidade do índice Ibovespa pode representar a rentabilidade de um investimento em renda variável.

Desta forma, as rentabilidades de cada classe de ativos são funções de índices econômicos adequadamente escolhidos como as séries temporais que representam as variáveis do modelo estocástico escolhido.

1.3.5.

Modelo financeiro para os passivos

O passivo de um fundo de pensão está relacionado à evolução da vida dos participantes do fundo. Os estados de cada participante, isto é, se este está vivo ou morto, se está ativo ou aposentado e se foi ou não promovido, podem ser modelados como processos Markovianos independentes, ou seja, por processos onde o estado futuro depende única e exclusivamente do estado atual. Para modelar a morte de um indivíduo através de um processo estocástico Markoviano é possível utilizar probabilidades conhecidas, retiradas das tábuas de mortalidade disponíveis no mercado. Quanto aos outros processos, como a data de aposentaria e a evolução de carreira dos participantes, a estimação das probabilidades que representam a cadeia de Markov pode ser bastante subjetiva. É comum encontrar nesses casos uma modelagem simplificada através de uma escolha determinística como, por exemplo, uma idade de aposentadoria fixa ou uma evolução de carreira pré-determinada.

Uma vez modelada a evolução dos estados dos participantes, é possível calcular os desembolsos reais relativos aos benefícios líquidos ao longo do tempo.

Utilizando a inflação obtida na árvore de cenários econômico-financeiros esses desembolsos reais são transformados em nominais para serem usados como dados de entrada do modelo de programação estocástica.

1.3.6.

Método de medição e controle do risco de equilíbrio

O risco de equilíbrio é definido como a probabilidade de insolvência de um fundo de pensão, ou seja, a probabilidade que este não seja capaz de cumprir com as suas obrigações até a data de extinção do plano. Diferentemente dos outros artigos da literatura que são capazes de calcular a probabilidade de “underfunding”, ou seja, a probabilidade do patrimônio estar negativo ao final do horizonte da programação estocástica, o método de medição e controle do risco de equilíbrio aqui proposto consegue estimar a probabilidade de insolvência, isto é, aquela relativa ao horizonte das obrigações do fundo (mais longo que o da programação estocástica).

O risco de equilíbrio, isto é, a probabilidade de insolvência, é definido pela proporção de cenários onde o valor total dos ativos for menor que o valor presente líquido (VPL) do passivo. No entanto, para calcular o VPL do passivo seria preciso utilizar as rentabilidades futuras – portanto desconhecidas – da carteira como taxa de desconto, de forma a refletir o verdadeiro custo de oportunidade da instituição. Como uma aproximação deste efeito, cenários dos retornos financeiros da carteira embutidos na programação estocástica serão utilizados como uma amostra dos retornos futuros além do horizonte de planejamento. Os retornos futuros serão obtidos com a técnica de bootstrap utilizando as observações da amostra obtida. Dessa forma, é possível obter uma distribuição de probabilidade aproximada para a rentabilidade da carteira do fundo. Com esta distribuição aproximada, é possível calcular a probabilidade de insolvência do fundo.

A aceitação da política de investimentos ótima será feita comparando a probabilidade de insolvência calculada com o nível de tolerância ao risco escolhido pelo gestor. No caso de uma probabilidade de insolvência insatisfatória, o processo será feito penalizando os cenários insolventes. Em seguida, uma nova política de investimentos mais conservadora é obtida melhorando o equilíbrio do fundo.