

2 Controle Estatístico de Processos

Esse capítulo apresenta os principais gráficos de controle para variáveis, não tendo o objetivo de maior aprofundamento, sendo o assunto tratado de forma geral. Maior detalhamento da operacionalização de gráficos de controle pode ser encontrado em Costa et al. (2004) e Montgomery (1997).

Existem dois tipos gerais de gráficos de controle – gráficos de controle para atributos e gráficos de controle para variáveis. O campo de estudo desse trabalho está inserido em gráficos de controle para variáveis, portanto somente será apresentado os principais gráficos de controle para variáveis neste trabalho.

Os gráficos de controle para variáveis mais frequentemente utilizados para monitorar a média e a variabilidade do processo são os gráficos de Shewhart, os gráficos de soma cumulativa (CUSUM - *cumulative-sum*) e os gráficos de média móvel ponderado exponencialmente (EWMA - *exponentially weighted moving average*).

2.1. Gráficos de Controle de Shewhart

Shewhart desenvolveu o gráfico de controle com intuito de detectar a presença de causas especiais de variação em um dado processo. O gráfico de controle é baseado na idéia de que, caso o processo esteja em um estado de controle estatístico, as observações futuras podem ser previstas baseadas em observações anteriores. Isso é possível graças à construção de certos limites e o cálculo da probabilidade de observações futuras caírem dentro desses limites. Esses limites são calculados em função das variações aleatórias do processo e são conhecidos como limites de controle.

De forma geral, as observações que são utilizadas com o propósito de monitorar o processo geralmente são agrupadas temporalmente, e esse processo chama-se criação de subgrupos racionais. Nesses subgrupos é possível calcular as

estatísticas: média, amplitude ou desvio-padrão, conforme necessidade do gráfico escolhido. A seção 2.4 discute como criar tais subgrupos racionais.

Em sua forma original, o gráfico de controle é simplesmente uma representação gráfica de seqüência de uma dada estatística, dos subgrupos, plotada temporalmente. Os pontos plotados são comparados aos limites de controle previamente calculados. Um desses pontos fora dos limites de controle sinaliza que o processo pode ter saído do estado de controle estatístico, ou seja, o parâmetro de controle do processo se alterou.

Importante ressaltar que os limites de controle não podem ser confundidos com especificações ou tolerâncias de projeto, tais limites unicamente refletem as variações aleatórias do processo impostas pelas chamadas causas comuns² de variação, já as especificações ou tolerâncias referem-se a cálculos determinísticos de cunho de projeto.

Os gráficos de Shewhart foram e continuam sendo amplamente utilizados na prática, principalmente devido à sua simplicidade e facilidade de interpretação. Em um gráfico de Shewhart, por exemplo, no caso de se querer monitorar a média de uma característica de qualidade contínua X , as médias dos subgrupos (amostras) ou as observações individuais são plotadas em uma seqüência temporal. Suponha que essas observações sejam independentes e normalmente distribuídas e que seu valor esperado μ (comumente chamado de “média do processo”) e o seu desvio-padrão (σ) sejam conhecidos, então existirá uma probabilidade de 99,73% de que as observações plotadas estejam dentro dos limites de controle $\mu \pm 3\sigma$. Qualquer ponto fora dos limites de controle ($\mu \pm 3\sigma$) indica forte evidência de que pode ter ocorrido uma mudança na média do processo.

Conforme Montgomery (1997), o gráfico de Shewhart para médias foi projetado (considerando amostras de tamanho $n = 4, 5$ ou 6) para detectar mudanças de magnitudes de 2 desvios-padrão ou maiores. O gráfico de Shewhart não tem bom desempenho para detectar rapidamente pequenas mudanças no processo; para tais situações são indicados os gráficos de controle CUSUM, EWMA, bem como os gráficos de controle adaptativos (Reynolds et al., 1988;

² Causas comuns são causas aleatórias de variações no processo, são naturais ao processo e não podem ser eliminadas

Park & Reynolds, 1994, são alguns exemplos de bibliografia nessa área). Os gráficos de controle adaptativos não serão revisados nesta tese, uma vez que o trabalho proposto tem como foco gráficos de controle com parâmetros fixos.

Como observado, um dos objetivos de um gráfico de controle é testar se um processo está ou não em controle estatístico³. Este fato, segundo Montgomery (1997), faz que haja uma estreita relação entre gráficos de controle e teste de hipóteses. Um teste de hipóteses é utilizado quando se deseja verificar a validade de uma suposição a respeito de um parâmetro de uma população, utilizando dados de amostras. Define-se a hipótese a ser testada, chamada hipótese H_0 , que será considerada verdadeira a menos que os dados amostrais apresentem evidência significativa em contrário.

No caso de controle de processos, é como se fosse feito a cada amostra um teste da hipótese H_0 de que o processo está em controle estatístico para a variável considerada. Esta hipótese equivale a dizer que a média da distribuição da variável permanece constante ao longo do tempo, em um valor μ_0 . Os limites de controle irão equivaler aos valores que delimitam a região de aceitação do teste. Portanto, se o valor de uma estatística computada a partir de uma amostra estiver entre os limites de controle, a hipótese de controle estatístico não será rejeitada e, aceita-se a hipótese de que o processo está em controle. Se, no entanto, o valor dessa estatística estiver fora dos limites de controle, rejeita-se a hipótese de controle estatístico, admite-se que o processo esteja fora de controle e deve-se buscar se de fato houve a ocorrência de uma causa especial.

Analogamente ao teste de hipóteses, os erros possíveis ao se utilizar gráficos de controle são: interpretar que o processo está fora de controle quando na verdade ele está em controle (erro do tipo I, chamado de alarme falso, probabilidade deste erro denotada por α) e interpretar que o processo está em controle quando na verdade ele está fora de controle (erro do tipo II, probabilidade deste erro denotada por β).

³ Segundo Costa et. al. (2004), entende-se que um dado processo esteja no estado de controle estatístico, quando esse processo apresenta apenas variações aleatórias ou variações naturais do processo.

A medida de desempenho mais comumente utilizada nos gráficos de controle é o NMA (número médio de amostras até um sinal)⁴, que consiste no número médio de observações até ocorrer um ponto fora dos limites de controle. Para um processo em controle estatístico, o NMA_0 (também chamado NMA em controle) expressa o número médio de observações analisadas até a primeira ocorrência de um alarme falso. Intuitivamente, observa-se que o NMA deve ser inversamente proporcional à probabilidade de ocorrência do alarme falso, pois quanto maior a probabilidade para este tipo de alarme, espera-se um número menor de observações até que ele aconteça. De fato, como as amostras são independentes, sendo α a probabilidade de alarme falso, o número de amostras até um alarme falso segue uma distribuição geométrica de parâmetro α , de modo que sua média (NMA_0) é efetivamente igual a $1/\alpha$. Para o caso de um processo fora de controle, o NMA_1 (ou NMA fora de controle) consiste no número médio de observações desde a ocorrência de uma causa especial até a detecção da mesma. O conceito para NMA em controle e fora de controle é o mesmo, porém a situação e os objetivos são diferentes. No caso de o processo estar em controle estatístico, deseja-se que o NMA_0 seja o maior possível, para que os alarmes falsos não sejam frequentes. Porém, na situação de falta de controle, a intenção é detectar o problema o mais rapidamente possível e, sendo assim, é interessante que o NMA_1 seja o menor possível.

Os gráficos de controle de Shewhart para variáveis são:

- Gráfico \bar{X} , gráfico de média: neste gráfico as médias amostrais da variável de interesse são “plotadas” de maneira a controlar o valor médio de um dado processo.
- Gráfico R, gráfico da amplitude: neste gráfico as amplitudes da variável de interesse de cada amostra (diferença entre o maior e o menor valor da amostra) são plotadas de maneira a controlar a variabilidade do processo; devido à simplicidade de construção, o gráfico R tornou-se muito popular, mas em alguns casos não é o mais indicado para descrever a variabilidade do processo.

⁴ Na literatura em língua inglesa o NMA é conhecido por ARL, *Average Run Length*

- Gráfico S^2 , gráfico da variância: o gráfico da variância serve para detectar alterações na dispersão do processo; é um gráfico com um desempenho melhor do que o da amplitude.

2.2. Gráficos de Controle EWMA

O gráfico de controle EWMA é um gráfico alternativo ao gráfico de Shewhart se o objetivo é detectar pequenos deslocamentos na média do processo.

O gráfico de controle EWMA baseia-se na estatística EWMA, que é definida como segue:

$$Y_i = \lambda x_i + (1 - \lambda)Y_{i-1}, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

onde Y_i é o valor da estatística EWMA, x_i é a medida no instante i (médias amostrais ou valores individuais) de um processo e λ ($0 < \lambda < 1$) é uma constante. O valor inicial Y_0 pode ser o valor desejado para o processo ou uma média de dados preliminares. Recursivamente em (1) pode-se notar que a estatística EWMA é uma média ponderada de todas as observações anteriores, com pesos que decrescem exponencialmente conforme equação abaixo:

$$Y_i = \lambda \sum_{k=0}^{i-1} (1 - \lambda)^k x_{i-k} + (1 - \lambda)^i Y_0 \quad (2)$$

A variância da variável Y_i é dada como segue:

$$\sigma_{Y_i}^2 = \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) \left(1 - (1 - \lambda)^{2i} \right) \quad (3)$$

onde σ^2 é a variância da variável X . Assim, os limites de controle são assim determinados:

$$\begin{aligned} LSC &= \mu_0 + k\sigma_0 \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) \left(1 - (1 - \lambda)^2 \right)} \\ LM &= \mu_0 \\ LIC &= \mu_0 - k\sigma_0 \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) \left(1 - (1 - \lambda)^2 \right)} \end{aligned} \quad (4)$$

onde σ_0 é o desvio-padrão do processo quando em controle, μ_0 é o valor médio em controle de X e k é o afastamento em desvio-padrão de μ_0 , determinado em função da probabilidade de alarme falso (α).

2.3. Gráficos de Controle de CUSUM

Os gráficos de controle de soma acumulada (CUSUM) são alternativas viáveis aos gráficos de controle de Shewhart. Estes gráficos guardam informações acumuladas de toda a seqüência de pontos e por isso, são mais sensíveis para detectar pequenos desvios da média de um processo com um número médio de amostras menor do que fariam os tradicionais gráficos de Shewhart.

O gráfico de controle CUSUM é uma ferramenta estatística que acumula informações das amostras de um processo ponderando-as igualmente, isto é, as amostras têm o mesmo peso. O procedimento para a utilização do gráfico de Soma Acumulada baseia-se na coleta sucessiva de amostras de tamanho n na qual é obtida a estatística da soma acumulada.

Conforme anteriormente dito, o gráfico de controle CUSUM utiliza informações de diversas amostras para decidir acerca do estado do processo. Quando as amostras são obtidas, os desvios de \bar{X} em relação ao valor-alvo ξ_0 são acumulados, resultando a estatística C_k :

$$C_k = \sum_{j=1}^k (\bar{X}_j - \xi_0) \quad (5)$$

onde \bar{X}_j é a média da j -ésima amostra de tamanho $n \geq 1$.

Enquanto não houver alterações na média do processo, os desvios positivos ($\bar{X} > \xi_0$) serão compensados pelos desvios negativos ($\bar{X} < \xi_0$), fazendo com que a estatística C_k oscile de forma aleatória em torno do valor zero. Caso a média do processo aumente (ou diminua), a estatística C_k crescerá (ou decrescerá) indefinidamente.

O algoritmo CUSUM é como segue:

$$\begin{aligned} CO_k^+ &= \max\{0, CO_{k-1}^+ + (X_k - \xi_0 - r\sigma_Y)\} \\ CO_k^- &= \min\{0, CO_{k-1}^- + (X_k - \xi_0 - r\sigma_Y)\} \end{aligned} \quad (6)$$

Onde X_k é a i -ésima observação do processo, $r \geq 0$ é uma constante e conhecido como valor de referência, e o $C_0^+ = C_0^- = 0$. O algoritmo CUSUM produz um sinal sempre que C_k^+ ou C_k^- for maior que $c\sigma_Y$, onde c é uma constante.

Maiores detalhes da fundamentação teórica e construção do gráfico de CUSUM podem ser encontrados em Montgomery (1997) e Costa et al. (2004).

2.4. Subgrupos Racionais

A forma com que as observações são amostradas e agrupadas pode ter um grande efeito sobre o comportamento do gráfico de controle. Por exemplo, se as observações apresentarem uma correlação serial positiva, os limites de controle serão mais próximos um do outro, conduzindo ao aumento de alarmes falsos. A criação de subgrupos deve ser feita com cuidado, especialmente em situações onde as observações são autocorrelacionadas.

O conceito de subgrupos racionais introduzido por Shewhart teve por finalidade indicar a forma de se construir subgrupos com as observações coletadas. Um subgrupo racional é uma amostra nos quais todos os itens foram produzidos sob condições onde somente causas comuns são responsáveis pela variação de um dado processo. Causas especiais de variações não devem ocorrer dentro de um subgrupo racional, somente entre subgrupos. Caso as observações possam ser agrupadas de acordo com essas condições, então limites de controle apropriados poderão ser calculados e, a partir daí, determinar estado de controle estatístico ou não.

Um gráfico de controle precisa ser sensível o bastante para detectar o efeito das causas especiais de variação, mas, também, não deve gerar quantidade elevada de alarmes falsos. Um balanceamento desses dois extremos conduz a um melhor desempenho do gráfico de controle.

A construção de gráficos de controle envolve duas fases distintas, uma fase de ajustamento do gráfico de controle e, posteriormente, uma fase de monitoramento do processo. Observações passadas são necessárias para parametrizar um gráfico de controle, essa etapa de ajustamento é conhecida na literatura como Fase I, onde a magnitude da variação imposta por causas comuns é calculada e os limites de controle determinados. Já a chamada Fase II, conhecida

como fase de monitoramento, amostras são disponibilizadas sequencialmente no tempo para monitorar e identificar causas especiais de variação no processo.

2.5. Controle Estatístico de Processos com Observações Autocorrelacionadas

Quando existem somente causas comuns de variação presente em um processo de produção, as observações do processo geralmente se assemelham às observações das figuras 1, 2, 3 e 4.

A Figura 1 representa o caso onde sucessivas observações são não correlatadas. Não existe memória nos dados, observações prévias não influenciam observações futuras. O processo varia aleatoriamente em torno de um valor médio. Na maior parte das aplicações de gráficos de controle, assume-se esse tipo de comportamento das observações.

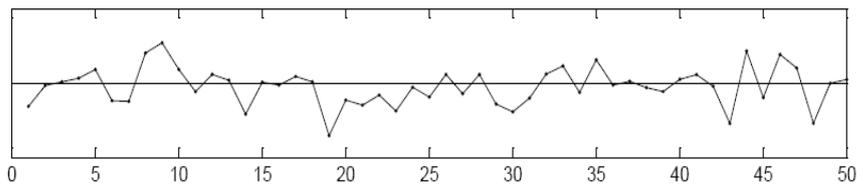


Figura 1 – observações não correlatadas

A Figura 2 mostra sucessivas observações que apresentam uma autocorrelação negativa, isto é, uma observação abaixo do valor médio tende a ser seguida por uma observação acima do valor médio e vice-versa.

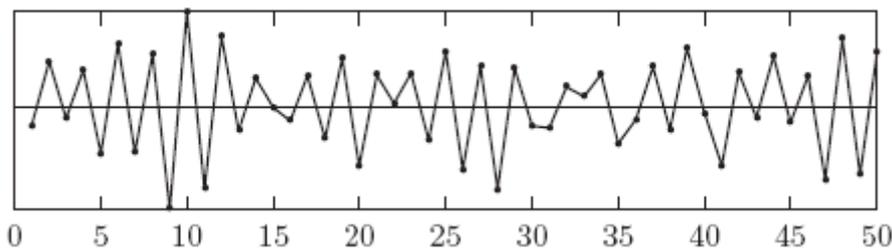


Figura 2 – observações autocorrelatadas negativamente

Os dados da Figura 3 mostram uma forte autocorrelação positiva, onde se a observação atual está de um dos lados da média, a próxima observação muito provavelmente estará desse mesmo lado.

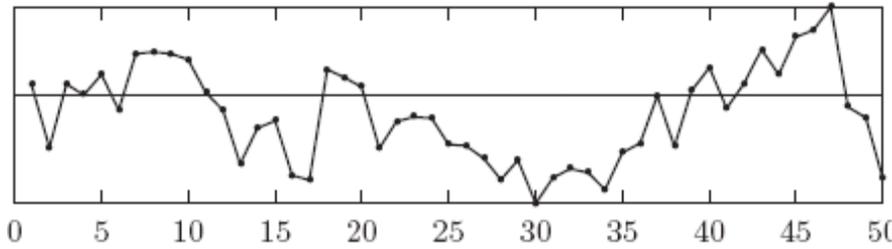


Figura 3 – observações autocorrelatadas positivamente

As Figuras 1 a 3 mostram observações que variam em torno de um valor médio que, idealmente coincide com o valor-alvo para a média do processo e que permanecem dessa maneira ao longo do tempo. A Figura 4 mostra uma situação diferente das demais, onde as observações tendem a se afastar do valor-alvo ao longo do tempo; sendo assim, esse processo é dito não estacionário, enquanto os demais são ditos estacionários.

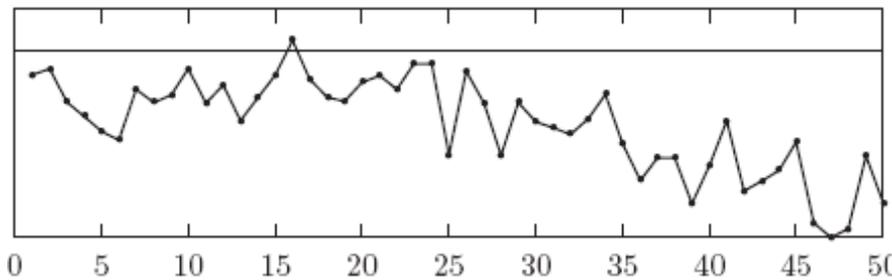


Figura 4 – processo não estacionário

Uma medida para avaliar o grau de dependência a k passos é através do coeficiente de autocorrelação de *lag* k , definido como:

$$\rho_k = \frac{E[(X_i - \mu)(X_{i-k} - \mu)]}{\sigma_x^2} \quad (7)$$

que será estimado pelo coeficiente de autocorrelação amostral de *lag* k :

$$r_k = \frac{\sum_{i=k+1}^n (x_i - \bar{X})(x_{i-k} - \bar{X})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} \quad (8)$$

onde \bar{X} é a média amostra.

A relação do valor de r_k com os tipos de processo representados pelas Figuras 1, 2, 3 e 4 é como segue:

Figura 1: $r_k = 0$ para qualquer k .

Figura 2: $-1 < r_1 < 0$, sendo r_1 mais próximo de -1 que de 0.

Figura 3: $0 < r_1 < 1$, e r_1 mais próximo de 1 que de 0.

Figura 4: diferenças são autocorrelacionadas.

Em um ambiente manufatureiro, a forma de se monitorar um processo estacionário que se comporta como as Figuras 1, 2 e 3 é substancialmente diferente da forma de monitoramento de processos não estacionários como da Figura 4; esse último precisa ser ajustado regularmente, sendo necessário a utilização de algum tipo de controle, por exemplo, um controle automático, que permita que o processo volte ao seu valor-alvo. Esse tipo de controle se encontra no campo de APC (*automated process control*) ou EPC (*engineering process control*). Tal tipo de controle transforma um processo, que sem ele seria não estacionário, em um processo estacionário. Existem estudos de utilização de CEP combinados com EPC como o de Box & Luceño (1997).

As considerações básicas para se utilizar um gráfico de Shewhart são que os dados gerados pelo processo sejam independentes e igualmente distribuídos (*iid*). Como dito anteriormente, Montgomery (1997) afirma que a hipótese mais importante em relação a gráficos de controle convencionais é a da independência das observações (conforme Figura 1). Quando a hipótese de independência das observações é violada, isto é, quando o processo é autocorrelacionado, mesmo que em grau relativamente pequeno, a utilização de gráficos de controle convencionais resultará em um significativo aumento de alarmes falsos, fator indesejado que, além de aumentar o custo de controle, induzirá a conclusões erradas e a conseqüente perda de credibilidade nos gráficos de controle por parte do operador (COSTA et al., 2004).

Vários autores, entre eles Stoumbos et al. (2000), Woodall & Montgomery (1999) e Faltin et al. (1997), relatam que em muitos casos reais a hipótese de independência dos dados não é satisfeita. Eles afirmam que dados autocorrelacionados (ou “com correlação serial”) estão presentes em muitas aplicações, particularmente nos casos onde os dados são gerados em pequenos intervalos de tempo. Por exemplo, Montgomery (1997) afirma que nas indústrias químicas a maior parte dos processos utiliza tanques, reatores e fluxo de material, fazendo com que várias características de qualidade apresentem inércia, isto é, mesmo que o fluxo de um dos materiais que estão sendo misturados num tanque

seja bruscamente cortado, a proporção dos materiais no tanque (característica de qualidade) variará gradualmente. Geralmente, nesses casos, quando o intervalo de tempo entre amostras consecutivas torna-se relativamente pequeno, a seqüência de observações do processo será autocorrelacionada. Montgomery (1997, p. 375) apresenta uma demonstração analítica para esse fenômeno.

Para ilustrar, Montgomery (1997) mostra um gráfico de controle convencional (de Shewhart) para observações individuais da medida da viscosidade de um processo químico tomadas a cada hora. Observa-se que, de 100 observações, 19 ficaram fora dos limites de controle. Devido à natureza do processo e ao comportamento das medidas de viscosidade “plotadas” no gráfico, existiu uma grande suspeita de que essas estivessem autocorrelacionadas. Utilizando um *software* para análise de dados estatísticos, verificou-se uma forte autocorrelação positiva de *lag* 1, suficiente para distorcer enormemente o desempenho de um gráfico de controle de Shewhart, pois correlação positiva aumenta significativamente a frequência de alarmes falsos de gráficos de controle convencionais (com limites calculados pelas fórmulas usuais, ignorando a autocorrelação). Utilizando um modelo apropriado de séries temporais para remover a autocorrelação dos dados (essa metodologia será comentada de forma mais detalhada mais adiante) e aplicando gráficos de controle aos resíduos, notou-se que nenhum ponto estava mais fora dos limites de controle, em contraste com o gráfico de controle convencional anteriormente aplicado, que apresentava 19 pontos fora dos limites de controle. Concluiu-se que esse processo estava em controle estatístico, e não fora de controle como indicado pelos gráficos convencionais.

Guimarães & Epprecht (2000) exemplificam uma outra situação. Citam que o supervisor de uma linha de montagem de pneus de uma grande indústria na Região Sudeste do Brasil se queixava do número elevado de alarmes falsos no gráfico de \bar{X} . Como esse excesso de alarmes era rotineiro nessa linha de montagem, o supervisor não mais investigava as causas dos pontos fora dos limites, pois dizia que o processo sempre retornava ao valor-alvo e que apresentava folga de capacidade. Entretanto, os autores afirmam que, numa série de amostras de pressão de pneus no mês de fevereiro de 2000, existiram alarmes verdadeiros no gráfico de R e, além disso, um dos valores individuais de uma amostra chegava a estar fora das especificações. Nota-se claramente que nesse

caso a utilização dos gráficos de controle tinha caído no descrédito e a sua utilização era por observância “burocrática” às regras da empresa. O diagnóstico dado pelos autores para a causa do excesso de alarmes falsos foi que as amostras não eram independentes e sim correlacionadas no tempo.

Costa et al. (2004) afirmam que o gráfico de Shewhart foi criado no contexto da indústria de partes discretas, “com nenhum ou quase nenhum grau de automação” (p.160), sendo a hipótese de independência das observações satisfatória. Segundo Costa et al. (2004), esse quadro não é mais realidade atualmente, onde “processos contínuos e por batelada são extremamente freqüentes,..., tais processos raramente produzem observações independentes, de modo que não podem ser monitorados pelos gráficos convencionais” (p.160-161).

2.6.

Principais Abordagens para CEP de processos autocorrelacionados

O objetivo desse tópico é apresentar os principais trabalhos encontrados na literatura que lidam com a questão da autocorrelação das observações em CEP.

Nesse ponto é importante destacar dois aspectos referentes à autocorrelação e à utilização de gráficos de controle, são eles: a autocorrelação inerente e a não inerente ao processo. Crowder et al. (1997) afirmam que a causa da autocorrelação deveria ser verificada antes de os dados serem analisados e interpretados. A causa da autocorrelação ditará qual(is) ação(ões), se alguma, será(ão) necessária(s). Segundo os autores acima referenciados, se um processo gera dados que são inerentemente autocorrelacionados, devido à dinâmica natural do processo, as tradicionais técnicas de CEP não deverão ser utilizadas. Em tais situações, os autores argumentam que tais técnicas de CEP seriam apropriadas para monitorar resíduos de um modelo de série temporal adequado. Para os casos onde a autocorrelação não é inerente ao processo, esta deverá ser identificada como causa especial de variação e retirada do processo. Esse trabalho lida com ambos os casos, isto é, a autocorrelação inerente e a não-inerente ao processo.

A literatura de controle estatístico de processos (CEP) com dados autocorrelacionados está em crescente evolução, muitos artigos foram produzidos nos últimos anos com diferentes propostas, porém, Stoumbos et al. (2000) afirmam que geralmente duas abordagens no estudo de CEP são utilizadas para

lidar com a autocorrelação. Uma utiliza os dados originais em gráfico de controle convencional, mas ajusta os limites de controle para levarem em consideração o efeito da autocorrelação. A segunda abordagem ajusta um modelo de série temporal adequado às observações e então aplica um gráfico de controle convencional aos resíduos desse modelo. Guimarães & Epprecht (2000) citam que há vários modelos e variações dessa segunda abordagem; como exemplo, são citados os trabalhos de Alwan & Roberts (1988), Box & Luceño (1997), Harris & Ross (1991), Hunter (1998), Montgomery & Mastrangelo (1991), Montgomery (1992) e Vander Wiel (1996). O método proposto por Yang & Hancock (1990) é um exemplo da primeira abordagem. Além dessas duas abordagens, Moreira Junior (2005) inclui outras, tais como: uso de controle automático, redes neurais, intervalo de amostragem variável e gráfico de médias de grupos.

Neuhardt (1987) aponta para o fato de que quando existir uma correlação positiva entre amostras, os limites de controle para o gráfico de \bar{X} que produzem uma taxa média de alarmes falsos igual a 0,0027 (para os limites de 3σ) serão substancialmente mais afastados do que os limites tradicionais de 3σ calculados com base na dispersão intra-amostral (usando a amplitude amostral, R, ou o desvio-padrão amostral, S). Isso ocorre pelo fato do $\sigma_{\bar{x}}$ ter sido subestimado na presença de correlação positiva entre amostras. Yang & Hancock (1990) estenderam o trabalho de Neuhardt, realizando simulações para determinar o efeito da autocorrelação nos gráficos de \bar{X} , R, S e S^2 . Concluíram que se uma correlação positiva está presente, mas não é detectada, a probabilidade do erro tipo I do gráfico de \bar{X} será significativamente maior do que a assumida, então eles propuseram outras formas de configurar os limites de controle desse tipo de gráfico. Já em relação aos gráficos de R, S e S^2 , afirmam que a não-deteção de uma correlação positiva também aumentará a probabilidade do erro tipo I, porém não de forma substancial, não acarretando necessidade de revisar os limites de controle desses gráficos. Uma vantagem clara dessa abordagem é a simplicidade, decorrente da utilização das próprias observações do processo para a construção do gráfico de controle, nos moldes de operação do gráfico de Shewhart convencional, onde apenas o cálculo do limites é que é ajustado.

Wheeler (1995) declara que o efeito da autocorrelação nos limites de controle para dados individuais não é significativo se a autocorrelação de lag 1 for

menor do que 0,7. Essa afirmação é contestada por outros autores que afirmam que a presença de autocorrelação, mesmo em pequena intensidade, já induzirá o aumento da frequência de alarmes falsos em gráficos convencionais. Como exemplo, Maragah & Woodall (1992), citados por Woodall (2000), mostram que níveis muito menores do que 0,7 de autocorrelação podem ter um efeito substancial sobre o desempenho estatístico do gráfico.

Montgomery (1992) afirma que é possível ajustar um modelo apropriado de série temporal a um conjunto de observações e então aplicar gráficos de controle aos resíduos desse modelo. Segundo Montgomery (1992), a maior parte dos pesquisadores utiliza um modelo ARIMA (*autoregressive integrated moving average*) para obtenção dos resíduos:

$$\Phi_p(B)\nabla^d x_t = \Theta_q(B)\varepsilon_t \quad (9)$$

onde

$$\Phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) \quad (10)$$

é um polinômio auto-regressivo de ordem p ,

$$\Theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \quad (11)$$

é um polinômio de média móvel de ordem q , ∇ é o operador de diferença (tal que $\nabla^d x_t = x_t - x_{t-d}$), B é o operador de retardo (tal que $B^k x_t = x_{t-k}$ e $B^k \varepsilon_t = \varepsilon_{t-k}$), ε_t é uma seqüência de ruídos independentemente e identicamente distribuída (i.i.d.) e $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$.

Sendo \hat{y}_t o valor previsto para o instante t por um modelo ARIMA apropriado, então $e_t = y_t - \hat{y}_t$ será o resíduo e se comportará como uma variável aleatória independente e identicamente distribuída. Portanto, os gráficos de controle convencionais podem ser aplicados a essa série de resíduos.

De acordo com Box e Jenkins (1976), a modelagem ARIMA deve seguir três passos básicos antes de se proceder aos cálculos das previsões para a variável y_t : a) identificação/seleção do modelo, b) estimação e c) verificação. O passo mais importante é o primeiro, em que se determinam os valores apropriados de p , d e q .

Montgomery (1992) afirma que existem pelo menos duas dificuldades na implementação dessa abordagem. A primeira é que o engenheiro de controle

precisará identificar e ajustar um modelo ARIMA apropriado para o processo. Um modelo inapropriado, identificado incorretamente, comprometerá o desempenho do método, e a identificação não é uma tarefa trivialmente livre de erros; essa também é a opinião de outros autores, tais como Zhang (1998) e Guimarães & Epprecht (2000). A segunda dificuldade é que quando uma mudança ocorre o modelo de série temporal tentará se adaptar a essa mudança e o tamanho do resíduo tenderá a ser menor nos períodos subseqüentes. Então, enquanto essa abordagem consegue resolver o problema dos alarmes falsos, ela pode não detectar mudanças muito rapidamente.

Dentro dessa abordagem, uma outra possibilidade, mais simples, é o ajuste de um modelo EWMA em vez de ARIMA à série, e o monitoramento dos resíduos. Tal abordagem simplifica o processo de modelagem da série, porém continua a apresentar o problema de lentidão de detecção.

Zhang (1998) propõe um gráfico de controle estatístico para dados de um processo estacionário, que ele chama de gráfico EWMAST, ou seja, um gráfico de controle EWMA para processos estacionários. Afirma que os limites do gráfico EWMAST são diferentes dos limites do gráfico EWMA tradicional e quando o processo é positivamente autocorrelacionado os limites do gráfico EWMAST são mais afastados do que do gráfico EWMA. Conclui que o gráfico EWMAST possui um desempenho superior ao do gráfico de resíduos e ao do gráfico proposto por Montgomery & Mastrangelo (1991) quando a autocorrelação do processo não é fortemente positiva e quando a mudança da média é relativamente pequena a moderada. Ainda, recomenda utilizar um gráfico EWMAST com limites 3σ e $\lambda = 0.2$ para monitorar a média do processo.

Como principal vantagem do gráfico EWMAST, Zhang (1998) afirma, está a facilidade de implementação do mesmo e, além disso, deste gráfico não exigir a construção de um modelo de série temporal como exige o gráfico de resíduos. Quando o processo é não estacionário ou próximo da não-estacionariedade, com forte autocorrelação positiva, gráficos de resíduos podem ser utilizados. (ZHANG, 1998, p.36).

Um novo tipo de gráfico de controle, o gráfico ARMA (*autoregressive moving average*), foi proposto por Jiang et al. (2000). Eles mostram que os gráficos SCC (*special cause chart*), também conhecidos como gráficos de resíduos, de Alwan & Roberts (1988) e os gráficos EWMAST de Zhang (1998)

são casos especiais do gráfico ARMA. Estudos feitos pelos autores mostram que o gráfico ARMA é tão competitivo quanto o gráfico EWMA para observações IID e apresenta um desempenho superior aos gráficos SCC e EWMAST para observações autocorrelacionadas. Segundo Jiang et al. (2000), a idéia do gráfico ARMA é transformar o processo autocorrelacionado original em um novo processo estacionário de tal forma que uma mudança particular na média possa ser facilmente detectada quando ela ocorre.

Uma outra abordagem, citada por Pyzdek (1992), Guimarães & Epprecht (2000) e Costa et al. (2004), para o caso de observações individuais, é adotar um intervalo de tempo entre observações consecutivas suficientemente longo para que o efeito da autocorrelação seja minimizado. Apesar de esse procedimento ser simples em termos operacionais, apresenta uma grande desvantagem, citada pelos autores dos dois últimos trabalhos, é a necessidade de esperar muito tempo entre duas amostras, retardando a detecção de possíveis descontroles.

Outra proposta para lidar com dados autocorrelacionados foi feita por Runger & Willemain (1996). Enquanto alguns autores defendem a idéia de monitorar as médias de pequenos subgrupos separados por um tempo suficientemente longo para reduzir o efeito da autocorrelação, Runger & Willemain (1996) mostram que é mais efetivo utilizar um tamanho grande de subgrupo do que fazer uma separação de tempo longo entre subgrupos, exceto para detectar mudanças muito grandes na média do processo. Lu & Reynolds (2001), fazem uma análise de desempenho comparando diversas alternativas de gráficos: Cusum, EWMA e Shewhart, tanto para as observações quanto para os resíduos.

Novas idéias aparecem constantemente na literatura. Um exemplo é a utilização de redes neurais no reconhecimento de padrões em gráficos de controle. Zorriassatine et al. (2002) citam que recentemente redes neurais têm sido aplicadas com bastante sucesso para interpretar gráficos de CEP.