Referências bibliográficas

An introductory course on time series analysis. Australian Bureau of Statistics, 2001.

BLOEM A. M., Dippelsman R.J. and Maehle, N.O., "*Manual de cuentas nacionales trimestrales - Conceptos, fuentes de datos y compilación*" - Fondo Monetario Internacional, 2001

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. *Time series analysis*: forecasting and control. San Francisco: Holden-Day, [1970]. (Holden-Day series in time series analysis).

CHARNET, R. Análise de modelos de regressão linear com aplicações, Campinas, UNICAMP, 356 p., 1999

CHATTERJEE, S. Regression analysis by example. New York: Wiley, 228p., 1977

DAGUM, E. B. *The X11ARIMA seasonal adjustment method*. Ottawa: Time Series Research and Analysis Division, Statistics Canada, 1980.

——————. *The X11ARIMA/88 seasonal adjustment method*: foundations and user's manual. Ottawa: Time Series Research and Analysis Division, Statistics Canada, 1988.

DINIZ, P.S.R.; SILVA, E.A.B.; LIMA NETTO, S. *Processamento digital de sinais*: projeto e análise de sistemas. São Paulo: Bookman, 2004.

DOHERTY, M. Surrogate Henderson filters in X-11, New Zealand Dept of Statistics,1992 Technical Report.

DOHERTY, M. The surrogate Henderson filters in X11. *Australia & New Zealand Journal of Statistics*, Brisbane, v. 43, n. 4, p. 385-392, 2001. Technical Report.

DRAPER, N.R.; SMITH, H. Applied regression analysis. 2 ed. New York: Wiley,. 709p., 1981.

EUROSTAT. Manual de cuentas trimestrales. Santiago de Chile: CEPAL, 2000. (CEPAL-Serie Manuales; n. 9).

EUROSTAT. Seasonal Adjustment Methods. A Comparison for Industry Statistics. Luxembourg, October, 1998, revised version.

FINDLEY, D.F. et al. New capabilities and methods of X12-ARIMA Seasonal Adjustment Program. *Journal of Business and Economic Statistics*, Alexandria, VA, v. 16, n. 2, p. 127-177, 1998. Disponível em: <http://www.census.gov/ts/papers/jbes98.pdf>. Acesso em: 2 maio 2008.

FINDLEY, D.F. et al. *Toward X12-ARIMA*: research report number 88/7. Hagerstown, MD: Statistical Research Division, U.S. Census Bureau, 1988. Disponível em: <http://www.census.gov/srd/papers/pdf/rr88-27.pdf>. Acesso em: 2 maio 2008.

GOMEZ, V.; MARAVALL, A. *Programs TRAMO and SEATS*. Madrid: Banco de España, 1996. Documento de trabajo 9628.

GOUVÊA, V. *Ajuste sazonal de séries de tempo*. Rio de Janeiro: ENCE: IBGE, 1991. (Textos didáticos).

JEVONS, W. S. On the study of periodic commercial fluctuations. *Investigations in currency and finance*. London: Macmillan, 1884.

KENNY, P.B.; DURBIN, J. Local trend estimation and seasonal adjustment of economic and Social Time Series. *Journal of the Royal Statistical Society*, Malden, MA, n. 145, p. 1-41, 1982. Series A.

LADIRAY, D.; QUENNEVILLE, B. Desestacionalizar con el Método X11. *Revue des Techiniques, Méthodes et Instruments de Recherche em Sciences Humaines, Methodologia*, Bruxelles, n. 8-9, 2000-2001.

MONSELL, B.C.; ASTON, J.A.; KOOPMAN, S.J. *Toward X-13?*. Washington, DC: Census Bureau, 2003. ASA proceedings.

MUSGRAVE, J.C. A Set of EndWeights to End all EndWeights, Unpublished Working Paper, US Dept of Commerce, 1964a.

MUSGRAVE, J.C. Alternative Sets of Weights for Proposed, 1964b.

NETER, J.; WASSERMAN, W.; KUTNER, M.H. Applied linear statistical models. Homewood, Illinois: Richard. D. Irwin, Inc., 1181p.,1990.

NOURNEY, M. Umstellung der Zeitreihenanalyse. *Wirtschaft und Statistik*, Stuttgart, n. 11, p. 841-852, 1983.

PEARSONS, W.M. Indices of business conditions. *Review of Economic Statistics*, [S. l.], n. 1, p. 5-107, 1919.

PRIESTLEY, M.B. *Evolutionary Spectra and Nonstationary Processes.* Journal of Royal Statistical Society, Series B, 27, 204-237, 1965.

PRIESTLEY, M.B. *Spectral Analysis in time series.* Vol. 1 and 2. Academic Press, 1981.

SHISKIN, J.; YOUNG, A. H.; MUSGRAVE, J. C. *The X11 Variant of the Census Method II Seasonal Adjustment Program*. Washington, DC: US Dept. of Commerce, Bureau of the Census, 1967. Technical Paper no. 15.

SISTEMA de contas nacionais do Brasil. Rio de Janeiro: IBGE, 2004. (Série relatórios metodológicos; v. 24).

SYSTEM of National Accounts 1993: revision 4. New York: Unites Nations, 2003. Disponível em: <http://unstats.un.org/unsd/sna1993/introduction.asp>. Acesso em: outubro 2003.

TRENCH, W. *Spectral evolution of a one parameter extension of a real symmetric Toeplitz matrix,* SIAM J. Matrix Anal., 1990.

TYRTYSHNIKOV, E.E., "Influence of matrix operations on the distribution of eigenvalues and singular values of Toeplitz matrices," Linear Algebra and its Applications, Vol. 207, pp. 225–249, 1994.

X12-ARIMA: reference manual version 0.2. Washington, DC: U. S. Bureau of Census, 1998.

Anexo 1
Modelo de detecção e correção dos valores atípicos

Calcula-se o desvio-padrão móvel de 5 anos da estimativa da componente irregular. Considere a média teórica da componente irregular igual a 100 (caso multiplicativo) ou 0 (caso aditivo). A utilização da média teórica 100, em vez da média das observações da componente irregular, justifica-se por ser a média observada influenciada pelos valores atípicos, que distorceriam o desvio padrão. Cada desvio padrão é associado ao ano central do intervalo. Os valores da componente irregular que superam mais do que 2,5 vezes o desvio padrão (em valor absoluto do seu desvio em relação à média teórica 100 da componente irregular) são considerados atípicos e a estes valores são dados pesos nulos.

$$\sigma = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} (I_t - 100)^2}{n} \right]^{1/2}$$

Quando valores atípicos são detectados, o desvio padrão móvel é calculado novamente, desconsiderando estes valores, o que permite uma estimação mais robusta destes desvios padrões. Para os dois primeiros anos, empregam-se os desvios padrões associados ao terceiro ano. De forma análoga, para os dois últimos anos, consideram-se os desvios padrões associados ao penúltimo ano. Os valores da componente irregular que superam, em valor absoluto, 2,5 desvios padrões levam peso zero; os que, em valor absoluto, se situam entre 1,5 desvio padrão e 2,5 desvios padrões são considerados moderadamente atípicos e devem ser amortecidos, levando um peso que varia linearmente entre 0 e 1, em função de suas posições; os que, em valor absoluto, são menores que 1,5 desvio padrão recebem peso 1.

$$peso(\cdot) = \frac{2{,}5\sigma - |irreg - 100|}{2{,}5\sigma - 1{,}5\sigma}$$

A correção e substituição de valores é realizada para todos os valores da componente sazonal-irregular cuja componente irregular não tenha recebido peso 1.

A imputação faz-se por uma média ponderada de cinco valores correspondentes ao mesmo mês (ou trimestre):

- o próprio valor ponderado pelo seu peso;
- dois valores anteriores a ele que tenham recebido ponderação 1;
- dois valores posteriores a ele que tenham recebido ponderação 1.

Modelo de regressão utilizado para detectar o efeito dos dias trabalhados:

Utilizando a notação proposta por Findley [7] e seguida por outros autores, suponha que o j-ésimo dia da semana produza o efeito α_j, $j=1$ correspondendo ao número de segundas-feiras, $j=2$ ao número de terças-feiras..., $j=7$ ao número de domingos.

Seja D_{jt} o número de ocorrências do dia j no mês t.

$$\underbrace{\sum_{j=1}^{7}\alpha_j D_{jt}}_{\text{efeito acumulado para o mês t}} = \sum_{j=1}^{7}\left[\left(\alpha_j-\overline{\alpha}\right)D_{jt}+\overline{\alpha}D_{jt}\right]=\sum_{j=1}^{7}\left(\alpha_j-\overline{\alpha}\right)D_{jt}+\sum_{j=1}^{7}\overline{\alpha}D_{jt}=$$

$$=\overline{\alpha}\mathrm{N}_t+\sum_{j=1}^{7}\left[\left(\alpha_j-\overline{\alpha}\right)\left(\mathrm{D}_{jt}-\mathrm{D}_{7t}\right)+\left(\alpha_j-\overline{\alpha}\right)\mathrm{D}_{7t}\right]=$$

$$=\overline{\alpha}N_t+\sum_{j=1}^{6}\left(\alpha_j-\overline{\alpha}\right)\left(D_{jt}-D_{7t}\right)+D_{7t}\underbrace{\sum_{j=1}^{7}\left(\alpha_j-\overline{\alpha}\right)}_{=0}=$$

$$=\underbrace{\overline{\alpha}N_t}_{\text{reflete o efeito do tamanho do mês}}+\underbrace{\sum_{j=1}^{6}\left(\alpha_j-\overline{\alpha}\right)\left(D_{jt}-D_{7t}\right)}_{\text{reflete os efeitos dos dias da semana}} \qquad (1.1)$$

Sendo: $N_t=\sum_{j=1}^{7}D_{jt}$

Pode-se decompor o efeito acumulado do mês em duas componentes: um efeito diretamente ligado ao tamanho do mês e um efeito devido à composição dos dias da semana no mês.

Cabe ressaltar que, na realidade, a segunda parcela será significativa somente para os dias da semana que aparecem 5 vezes, pois todo mês tem 4 semanas completas mais 1, 2 ou 3 dias que influenciam no número de dias úteis no mês.

Formulação do modelo de regressão:

A equação (1.1) deve ser corrigida dos efeitos de sazonalidade e de tendência, já que a componente irregular, por construção, não possui tais efeitos.

O termo $\bar{\alpha}N_t$ desta equação contém sazonalidade, já que ele corresponde ao tamanho do mês. O número de dias no mês, N_t, é uma variável periódica de período 48 meses (4 anos). Podem-se decompor estes efeitos em:

$$\bar{\alpha}N_t = \bar{\alpha}N_t^* + \bar{\alpha}\left(N_t - N_t^*\right) \tag{1.2}$$

sendo N_t^* o tamanho médio do mês em um período de 4 anos. O que significa que: N_t^* é igual a 30 ou 31 , se o mês considerado não é o mês de fevereiro e igual a 28,25 caso contrário.

Nesta expressão o segundo termo se anula, com exceção do mês de fevereiro.

O segundo termo da equação (1.1) apresenta o efeito de cada dia da semana j dentro do mês t. Estas variáveis são periódicas de período 336 meses (28 anos)[12] e de médias iguais para um mês dado. Para um mês de 31 dias, esta média é igual a 4,428574; para um mês de 30 dias é igual a 4,285714 e para o mês de fevereiro é igual a 4,035714. Neste termo da equação surge a diferença $D_{jt} - D_{7t}$ e como todas estas variáveis têm todas o mesmo comportamento, nesta diferença

---

[12] Para uma data fixada, o dia da semana correspondente sofre uma defasagem temporal: se o primeiro de janeiro de um ano não bissexto é um domingo, no ano seguinte será segunda e se o ano for bissexto, o primeiro de janeiro corresponderá a uma terça. Para encontrar o mesmo tipo de estrutura em um calendário deve-se esperar $(4 \times 7) = 28$ anos.

não há nem sazonalidade nem tendência. A maneira de se corrigir a equação (1.1) destes efeitos depende do esquema de composição adotado:

Para um esquema multiplicativo: Eliminam-se os efeitos sazonais e a tendência dividindo-se a equação $(X.1)$ por $\overline{\alpha} N_t^*$.

$$\frac{\sum_{j=1}^{7} \alpha_j D_{jt}}{\overline{\alpha} N_t^*} = \frac{\overline{\alpha} N_t + \sum_{j=1}^{6} (\alpha_j - \overline{\alpha})(D_{jt} - D_{7t})}{\overline{\alpha} N_t^*}$$

$$\frac{1}{N_t^*} \sum_{j=1}^{7} \frac{\alpha_j}{\overline{\alpha}} D_{jt} = \frac{N_t}{N_t^*} + \frac{\sum_{j=1}^{6} (\alpha_j - \overline{\alpha})(D_{jt} - D_{7t})}{\overline{\alpha} N_t^*}$$

$$\frac{1}{N_t^*} \sum_{j=1}^{7} \frac{\alpha_j}{\overline{\alpha}} D_{jt} = \frac{N_t}{N_t^*} + \sum_{j=1}^{6} \frac{(\alpha_j - \overline{\alpha})}{\overline{\alpha}} \frac{(D_{jt} - D_{7t})}{N_t^*}$$

$$\frac{1}{N_t^*} \sum_{j=1}^{7} (\beta_j + 1) D_{jt} = \frac{N_t}{N_t^*} + \sum_{j=1}^{6} \beta_j \frac{(D_{jt} - D_{7t})}{N_t^*} \qquad (1.3)$$

sendo: $\beta_j = \frac{(\alpha_j - \overline{\alpha})}{\overline{\alpha}}$

Como a estimativa da componente irregular denominamos de I_t.

$I_t = \frac{N_t}{N_t^*} + \sum_{j=1}^{6} \beta_j \frac{(D_{jt} - D_{7t})}{N_t^*}$, e então:

$$N_t^* I_t - N_t = \sum_{j=1}^{6} \beta_j (D_{jt} - D_{7t}) + e_t$$

Este modelo é o modelo proposto por Young [13]

Para o esquema aditivo, o modelo é obtido subtraindo $\overline{\alpha} N_t^*$ da equação (1.1).

Estimação dos parâmetros:

O modelo de regressão pode ser escrito como:

$$\underbrace{N_t^* I_t - N_t}_{Y_t} = \sum_{j=1}^{6} \beta_j (D_{jt} - D_{7t}) + e_t$$

$$Y_t = \sum_{j=1}^{6} \beta_j \underbrace{\left(D_{jt} - D_{7t}\right)}_{Z_{jt}} + e_t$$

$$Y_t = \sum_{j=1}^{6} \beta_j Z_{jt} + e_t$$

Desta forma, utilizando o método dos mínimos quadrados:

$$\hat{\beta} = \left(Z^{'}Z\right)^{-1} Z^{'}Y$$

$$Var\left(\hat{\beta}_j\right) = \hat{\sigma}^2 \left(Z^{'}Z\right)_{jj}^{-1}$$

O coeficiente $\hat{\beta}_7$ é estimado fazendo-se: $\hat{\beta}_7 = -\sum_{j=1}^{6} \hat{\beta}_j$ e,

$$Var\left(\hat{\beta}_7\right) = \hat{\sigma}^2 \sum_{i=1}^{6} \sum_{j=1}^{6} \left(Z^{'}Z\right)_{ij}^{-1}$$

sendo: $\hat{\sigma}^2 = \dfrac{\hat{e}^{'}\hat{e}}{(n-6)}$ e, $\hat{e}$ os resíduos da regressão.

Cabe ressaltar que, embora o X11 utilize um modelo de regressão linear para estimar os dias trabalhados, esta estimação é feita sem validar as hipóteses do modelo, como por exemplo a hipótese de independência da variável dependente.

Conforme observado anteriormente, a estimativa do coeficiente de domingo é derivada das demais.

O coeficiente $\hat{\beta}_7$ é estimado fazendo-se: $\hat{\beta}_7 = -\sum_{j=1}^{6} \hat{\beta}_j$ e,

$$Var\left(\hat{\beta}_7\right) = \hat{\sigma}^2 \sum_{i=1}^{6} \sum_{j=1}^{6} \left(Z^{'}Z\right)_{ij}^{-1}$$

Os coeficiente mensais M_t de ajuste de dias trabalhados se deduzem diretamente das estimações da regressão, utilizando a equação (1.3).

$$M_t = \frac{1}{N_t^*} \sum_{j=1}^{7} \left(\beta_j + 1\right) D_{jt} \tag{1.4}$$

Lembrando que N_t^* é igual a 31, 30 ou 28,25, se o mês tiver 31, 30 ou se trata do mês de fevereiro, respectivamente.

No caso multiplicativo, como pode ser observado, agrega-se 1 às estimativas obtidas pela regressão e dividi-se este resultado por N_t^*. Caso haja pesos diários indicados a priori, na etapa A,

A componente irregular é então corrigida destes efeitos de calendário, esta correção é feita simplesmente dividindo-se os valores pelos coeficientes fornecidos.

Os programas não permitem editar esta tabela.

Anexo 2
Valores dos somatórios empregados na dedução

$$\sum_{k=-m}^{m} 1 = 2m+1$$

$$\sum_{k=-m}^{m} k^2 = 2\sum_{k=1}^{m} k^2 = \frac{m(m+1)(2m+1)}{3}$$

$$\sum_{k=-m}^{m} k^4 = 2\sum_{k=1}^{m} k^4 = \frac{m(m+1)(2m+1)}{15}\left(3m^2+3m-1\right)$$

$$\sum_{k=-m}^{m} k^6 = 2\sum_{k=1}^{m} k^6 = \frac{m(m+1)(2m+1)}{21}\left(3m^4+6m^3-3m+1\right)$$

$$\sum_{k=-m}^{m} k^8 = 2\sum_{k=1}^{m} k^8 = \frac{m(m+1)(2m+1)}{45}\left(5m^6+15m^5+5m^4-15m^3-m^2+9m-3\right)$$

$$\sum_{k=-m}^{m} k^{10} = 2\sum_{k=1}^{m} k^{10} = \frac{m(m+1)(2m+1)}{33}\left(3m^8+12m^7+8m^6-18m^5-10m^4+24m^3+2m^2-15m+5\right)$$

Fonte: <http://mathworld.wolfram.com/FaulhabersFormula.html>. Acesso em: agosto 2008.