PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0321239/CA

3
Filtro de Henderson

3.1
Preliminares

Chama-se de média móvel de coeficientes $\{\theta_k\}$ a

$$M(X_t) = \sum_{k=-p}^{f} \theta_k X_{t+k} \tag{3.1}$$

O valor da média móvel no instante t é calculado por uma média ponderada dos p valores passados da série, o valor atual e os f valores futuros da série. A ordem desta média móvel é $p+f+1$. Quando $p=f$, utilizam-se tantos valores passados como futuros e diz-se que a média móvel é centrada. Além disso, quando $\theta_k = \theta_{-k}$ para todo k, diz-se que a média móvel é simétrica.

Repare que é impossível calcular os p primeiros e os f últimos valores de uma média móvel de ordem $p+f+1$ calculada no instante t, com p valores passados e f valores futuros. Para evitar a perda de informação, no início e no fim da série empregam-se filtros assimétricos.

Conservação da tendência:

Uma das propriedades desejáveis em um filtro de médias móveis é que ele conserve pelo menos tendências simples como as tendências polinomiais.

Exemplo: Seja a média móvel definida como:

$$M(X_t) = \frac{X_{t-2} + X_{t-1} + X_t}{3}$$

Aplicando este filtro assimétrico a uma tendência linear: $X_t = at + b$,

tem-se:

$$M(X_t) = \sum_{k=-2}^{0} \frac{1}{3} X_{t+k} = \frac{1}{3}(a(t-2)+b) + \frac{1}{3}(a(t-1)+b) + \frac{1}{3}(at+b) =$$

$$M(X_t) = at - a + b = a(t-1) + b = X_{t-1}$$

Pode-se observar que esta média móvel, aplicada a uma série linear, não conserva a tendência.

A seguir, verificam-se as condições que levam um filtro de médias móveis a respeitar tendências constantes, lineares e quadráticas e, depois, generalizam-se estes resultados.

i) Para que uma média móvel conserve uma tendência constante $X_t = a$, é necessário que:

$$M(X_t) = \sum_{k=-p}^{f} \theta_k X_{t+k} = \sum_{k=-p}^{f} \theta_k a = a \sum_{k=-p}^{f} \theta_k = a$$

Portanto: $\sum_{k=-p}^{f} \theta_k = 1$

ii) Para que uma média móvel conserve uma tendência linear $X_t = at + b$ é necessário que:

$$M(X_t) = \sum_{k=-p}^{f} \theta_k X_{t+k} = \sum_{k=-p}^{f} \theta_k \left(a(t+k)+b\right) =$$

$$\sum_{k=-p}^{f} \theta_k at + \sum_{k=-p}^{f} \theta_k ak + \sum_{k=-p}^{f} \theta_k b = at + b$$

$$(at+b) \sum_{k=-p}^{f} \theta_k + a \sum_{k=-p}^{f} k\theta_k = at + b$$

Portanto: $\sum_{k=-p}^{f} \theta_k = 1$; $\sum_{k=-p}^{f} k\theta_k = 0$.

iii) Para que uma média móvel conserve uma tendência quadrática $X_t = at^2 + bt + c$, é necessário que:

$$M(X_t) = \sum_{k=-p}^{f} \theta_k X_{t+k} = \sum_{k=-p}^{f} \theta_k \left(a(t+k)^2 + b(t+k) + c\right) =$$

$$\sum_{k=-p}^{f} \theta_k \left(a(t^2 + k^2 + 2tk) + b(t+k) + c\right) =$$

$$\sum_{k=-p}^{f} \theta_k at^2 + \sum_{k=-p}^{f} \theta_k ak^2 + \sum_{k=-p}^{f} \theta_k 2atk + \sum_{k=-p}^{f} \theta_k bt +$$

$$\sum_{k=-p}^{f} \theta_k bk + \sum_{k=-p}^{f} \theta_k c = at^2 + bt + c$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0321239/CA

$$(at^2+bt+c)\sum_{k=-p}^{f}\theta_k + a\sum_{k=-p}^{f}k^2\theta_k + (2at+b)\sum_{k=-p}^{f}k\theta_k = at^2+bt+c$$

Portanto: $\sum_{k=-p}^{f}\theta_k = 1$, $\sum_{k=-p}^{f}k\theta_k = 0$; $\sum_{k=-p}^{f}k^2\theta_k = 0$.

No caso da aplicação de uma média móvel assimétrica de três termos, como a definida anteriormente, pode-se observar que:

como $\sum_{k=-2}^{0}\theta_k = \frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3} = 1$ e

$$\sum_{k=-2}^{0}k\theta_k = \left(-2\times\frac{1}{3}\right)+\left(-1\times\frac{1}{3}\right)+\left(0\times\frac{1}{3}\right) = -1,$$

essa média conserva as constantes e não preserva as retas.

Generalizando-se, para que uma média móvel conserve um polinômio de grau d é necessário que seus coeficientes satisfaçam a:

i) $\sum_{k=-p}^{f}\theta_k = 1$; (3.2)

ii) $\sum_{k=-p}^{f}k^j\theta_k = 0 \quad j = 1,\cdots,d$ (3.3)

Neste contexto, é óbvio que as condições de ordem ímpar são sempre satisfeitas se os filtros forem simétricos. Vale observar que a simetria é suficiente, mas não necessária.

Em conseqüência de (3.2) e (3.3), se uma média móvel simétrica conservar uma tendência polinomial de grau 2p, ela conservará, também, uma tendência polinomial de grau 2p+1.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0321239/CA

3.2
Metodologia de cálculo

A seguir, descreve-se a construção dos filtros de Henderson proposta por Kenny e Durbin (1982).

Como apresentado anteriormente, os filtros de média móvel propostos por Henderson são adotados no processo de estimação da tendência proposto por Shiskin e outros (1967) para o procedimento X11. Henderson propôs a construção de filtros simétricos que preservassem tendência cúbica e fossem suaves, criando três critérios alternativos de amortecimento que conduziriam aos filtros e demonstrando a equivalência entre eles. Neste estudo, dois desses critérios são tratados:

Sejam θ_k , $k = -m, \cdots, m$, os coeficientes de uma média móvel simétrica de tamanho (2m+1).

$$\cdots + \theta_{-2} X_{t-2} + \theta_{-1} X_{t-1} + \theta_0 X_t + \theta_1 X_{t+1} + \theta_2 X_{t+2} + \cdots = \sum_{k=-m}^{m} \theta_k X_{t+k} \qquad (3.4)$$

Como a idéia de Henderson era construir filtros simétricos que conservassem a tendência cúbica, pelo exposto anteriormente basta que o filtro conserve a tendência quadrática. Há vários pesos que satisfazem isto.

Sejam a série original: X_t e a série amortecida: Z_t

Pode-se escrever: $Z_t = \sum_{k=-m}^{m} \theta_k X_{t+k}$ (3.5)

Os filtros simétricos que conservam a tendência cúbica, como mostrado anteriormente, devem satisfazer as condições:

i) Pesos simétricos: $\theta_k = \theta_{-k}$ (3.6)

ii) Tendência Cúbica. $\sum \theta_k = 1$ e $\sum k^2 \theta_k = 0$ (3.7)

Pode-se escrever: $X_t = p(t) + \varepsilon_t$ (3.8)

sendo:

$p(t)$ um polinômio de terceiro grau;

$E(\varepsilon_t) = 0$; $Var(\varepsilon_t) = \sigma^2$ e $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ se i ≠ j

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0321239/CA

Definindo-se o operador deslocamento E e o operador diferença Δ:

$$\mathrm{E}\, Z_t = Z_{t+1} \tag{3.9}$$

$$\Delta Z_t = Z_{t+1} - Z_t = (\mathrm{E}-1)\ Z_t\ , \tag{3.10}$$

pode-se escrever:

$$\Delta^3 Z_t = \Delta^3 \sum_{k=-m}^{m} \theta_k X_{t+k} = \sum_{k=-m}^{m} \Delta^3 \theta_k X_{t+k} =$$

$$= \sum_{k=-m}^{m} \Delta^3 \theta_k (p(t) + \varepsilon_{t+k}) = \underbrace{\sum_{k=-m}^{m} \Delta^3 \theta_k\, p(t)}_{\textit{diferença}\ \text{terceira de um polinômio cúbico}} + \sum_{k=-m}^{m} \Delta^3 \theta_k \varepsilon_{t+k} =$$

$$= \sum_{k=-m}^{m} \theta_k cte + \sum_{k=-m}^{m} \Delta^3 \theta_k \varepsilon_{t+k} =$$

$$= cte \sum_{k=-m}^{m} \theta_k + \sum_{k=-m}^{m} \Delta^3 \theta_k \varepsilon_{t+k} =$$

$$= cte + \sum_{k=-m}^{m} \Delta^3 \theta_k \varepsilon_{t+k}. \tag{3.11}$$

Um dos critérios adotados por Henderson é minimizar a variância de $\Delta^3 Z_t$

$$Var(\Delta^3 Z_t) = Var\left(cte + \sum_{k=-m}^{m} \Delta^3 \theta_k \varepsilon_{t+k} \right) = Var\left(\sum_{k=-m}^{m} \Delta^3 \theta_k \varepsilon_{t+k} \right)$$

$$Var\left(\sum_{k=-m}^{m} \Delta^3 \theta_k \varepsilon_{t+k} \right) = \sum_{k=-m}^{m} Var\left(\Delta^3 \theta_k \varepsilon_{t+k}\right) =$$

$$= \sum_{k=-m}^{m} \left(\Delta^3 \theta_k\right)^2 Var\left(\varepsilon_{t+k}\right) =$$

$$= \sum_{k=-m}^{m} \left(\Delta^3 \theta_k\right)^2 \sigma^2 = \sigma^2 \sum_{k=-m}^{m} \left(\Delta^3 \theta_k\right)^2 \tag{3.12}$$

Os coeficientes que minimizarão a variância da terceira diferença de Z_t são aqueles que minimizam a soma dos quadrados da terceira diferença dos próprios coeficientes, que é o segundo critério proposto por Henderson.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0321239/CA

Portanto, há dois modos equivalentes de caracterizar os filtros de Henderson:

i) simétricos,

ii) preservando tendências cúbicas e

iii) com mínima variância da diferença terceira da série depois de aplicada a média móvel;

ou, o que é equivalente:

i) e ii) como descrito acima e,

iii') com mínima soma dos quadrados da terceira diferença dos coeficientes da média móvel.

Conforme foi mostrado, esses dois critérios são equivalentes.

Portanto, determinam-se os pesos a partir de: $\theta_k = \theta_{-k}$ e $\sum \theta_k = 1$

$$\sum k^2 \theta_k = 0 \tag{3.13}$$

$$\sum_{k=-m}^{m} \left(\Delta^3 \theta_k\right)^2 \text{ é mínimo.} \tag{3.14}$$

Logo, precisa-se:

minimizar $\sum_{k=-m}^{m} \left(\Delta^3 \theta_k\right)^2$

sujeito às restrições $\sum_{k=-m}^{m} \theta_k = 1$ e $\sum_{k=-m}^{m} k^2 \theta_k = 0$, com $\theta_k = \theta_{-k}$.

Aplicando os multiplicadores de Lagrange:

$$L = \sum_{k=-m}^{m} \left(\Delta^3 \theta_k\right)^2 + \lambda_1 \left(\sum_{k=-m}^{m} \theta_k - 1 \right) + \lambda_2 \left(\sum_{k=-m}^{m} k^2 \theta_k \right) \tag{3.15}$$

Como:

$$\begin{aligned} \Delta^3 \theta_k &= \left(E - 1\right)^3 \theta_k = \left(E^3 - 3E^2 + 3E - 1\right) \theta_k = \\ &= \theta_{k+3} - 3 \cdot \theta_{k+2} + 3 \cdot \theta_{k+1} - \theta_k \end{aligned} \tag{3.16}$$

$$\begin{aligned} \left(\Delta^3 \theta_k\right)^2 = {} & \theta_{k+3}^2 + 9 \cdot \theta_{k+2}^2 + 9 \cdot \theta_{k+1}^2 + \theta_k^2 - 6 \cdot \theta_{k+2}\theta_{k+3} + 6 \cdot \theta_{k+1}\theta_{k+3} + \\ & - 2 \cdot \theta_k \theta_{k+3} - 18 \cdot \theta_{k+1}\theta_{k+2} + 6 \cdot \theta_k \theta_{k+2} - 6 \cdot \theta_k \theta_{k+1} \end{aligned} \tag{3.17}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0321239/CA

Logo:

$$L=\sum_{k=-m}^{m}\left(\theta_{k+3}^2+9\cdot\theta_{k+2}^2+9\cdot\theta_{k+1}^2+\theta_k^2\right)+\sum_{k=-m}^{m}\left(-6\cdot\theta_{k+2}\theta_{k+3}+6\cdot\theta_{k+1}\theta_{k+3}-2\cdot\theta_k\theta_{k+3}\right)+$$
$$+\sum_{k=-m}^{m}\left(-18\cdot\theta_{k+1}\theta_{k+2}+6\cdot\theta_k\theta_{k+2}-6\cdot\theta_k\theta_{k+1}\right)+\lambda_1\left(\sum_{k=-m}^{m}\theta_k-1\right)+\lambda_2\left(\sum_{k=-m}^{m}k^2\theta_k\right) \tag{3.18}$$

Derivando (3.18) em relação a θ_j, então:

$$\frac{\partial L}{\partial\theta_j}=2\theta_j+18\theta_j+18\theta_j+2\theta_j+6\theta_{j+2}+6\theta_{j-2}-6\theta_{j+1}-6\theta_{j-1}-2\theta_{j+3}-2\theta_{j-3}+$$
$$+6\theta_{j+2}+6\theta_{j-2}-18\theta_{j+1}-18\theta_{j-1}-6\theta_{j+1}-6\theta_{j-1}+\lambda_1+\lambda_2 j^2=0 \tag{3.19}$$

sendo: $\left(0\le j\le m\right)$

que resulta em:

$$2\theta_{j+3}-12\theta_{j+2}+30\theta_{j+1}-40\theta_j+30\theta_{j-1}-12\theta_{j-2}+2\theta_{j-3}=\lambda_1+\lambda_2 j^2 \tag{3.20}$$

Dividindo-se a equação (3.20) por 2, fica:

$$\theta_{j+3}-6\theta_{j+2}+15\theta_{j+1}-20\theta_j+15\theta_{j-1}-6\theta_{j-2}+\theta_{j-3}=\frac{\lambda_1}{2}+\frac{\lambda_2}{2}j^2 \tag{3.21}$$

Representando a equação (3.21) pelo operador E

$$\left[E^6-6E^5+15E^4-20E^3+15E^2-6E+1\right]\theta_{j-3}=\frac{\lambda_1}{2}+\frac{\lambda_2}{2}j^2 \tag{3.22}$$

Comparando os coeficientes da equação acima com os coeficientes do triângulo aritmético:

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0321239/CA

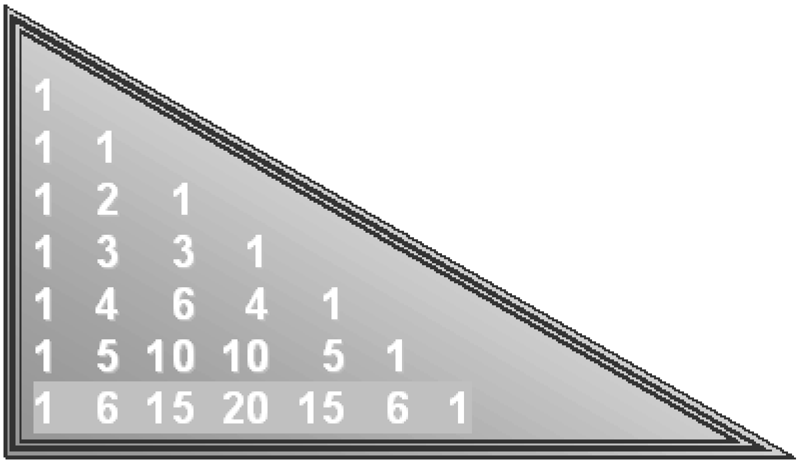

Figura 3.1 – Triângulo aritmético.

$$(E-1)^6\theta_{j-3} = \Delta^6\theta_{j-3} = \frac{\lambda_1}{2} + \frac{\lambda_2}{2} j^2 \,,\ \left(0 \le j \le m\right). \tag{3.23}$$

Como a diferença sexta é um polinômio de segundo grau, θ_j é um polinômio de 8º grau em j.

Repare que: $\theta_k = 0$, se $k < -m$ ou $k > m$.

Ou seja, θ_k vale 0 para $k = \pm(m+1), \pm(m+2), \pm(m+3)$.

$$\theta_k = \left[k-(m+1)\right]\left[k+(m+1)\right]\left[k-(m+2)\right]\left[k+(m+2)\right]\left[k-(m+3)\right]\left[k+(m+3)\right]\cdot \underbrace{S(k)}_{segundo\ grau} \tag{3.24}$$

$$\theta_k = \left[k^2-(m+1)^2\right]\left[k^2-(m+2)^2\right]\left[k^2-(m+3)^2\right]S(k) \tag{3.25}$$

Como, pela simetria, $\theta_k = \theta_{-k}$, θ , como função de k , é uma função par. Portanto $S(k)$ em (3.25) não pode ter termos de grau ímpar.

A equação acima pode ser escrita como:

$$\theta_k = \left[k^2-(m+1)^2\right]\left[k^2-(m+2)^2\right]\left[k^2-(m+3)^2\right]\cdot\left(a+bk^2\right) \tag{3.26}$$

Os somatórios que serão utilizados na determinação dos valores de θ_k estão no anexo 2.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0321239/CA

Como:

$$\theta_k = \underbrace{\left[k^2-(m+1)^2\right]\left[k^2-(m+2)^2\right]\left[k^2-(m+3)^2\right]}_{P(k)}\cdot\left(a+bk^2\right) \qquad (3.27)$$

e

$$\begin{cases}\sum_{k=-m}^{m}\theta_k = 1 \\ \sum_{k=-m}^{m}k^2\theta_k = 0\end{cases}, \qquad (3.28)$$

tem-se:

$$P(k) = k^6-(3m^2+12m+14)k^4+(3m^4+24m^3+72m^2+96m+49)k^2-(m+1)^2(m+2)^2(m+3)^2\cdot 1 \qquad (3.29)$$

e $$\begin{cases}a\sum_{k=-m}^{m}P(k) \quad +b\sum_{k=-m}^{m}k^2P(k)=1 \\ a\sum_{k=-m}^{m}k^2P(k)+b\sum_{k=-m}^{m}k^4P(k)=0\end{cases}. \qquad (3.30)$$

Mas:

$$\sum_{k=-m}^{m}P(k) = -\frac{2}{35}(m+1)(m+2)(m+3)(2m+1)(2m+3)(2m+5)(2m+7) \qquad (3.31)$$

$$\sum_{k=-m}^{m}k^2P(k) = -\frac{2}{315}m(m+1)(m+2)(m+3)(m+4)(2m+1)(2m+3)(2m+5)(2m+7) \qquad (3.32)$$

$$\sum_{k=-m}^{m}k^4P(k) = -\frac{2}{3465}m(m+1)(m+2)(m+3)(m+4)(2m+1)(2m+3)(2m+5)(2m+7)(3m^2+12m-4) \qquad (3.33)$$

Resolvendo o sistema,

$$\Delta_a = \begin{vmatrix}1 & \sum k^2P(k) \\ 0 & \sum k^4P(k)\end{vmatrix}$$

$$\Delta_a = \sum k^4P(k) \qquad (3.34)$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0321239/CA

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} \sum P(k) & 1 \\ \sum k^2 P(k) & 0 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_b = -\sum k^2 P(k) \tag{3.35}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sum P(k) & \sum k^2 P(k) \\ \sum k^2 P(k) & \sum k^4 P(k) \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \sum k^4 P(k) \sum P(k) - \left(\sum k^2 P(k) \right)^2 =$$

$$= \frac{4^2}{315^2 \cdot 11} m(m+1)^2 (m+2)^2 (m+3)^2 (m+4)\ (2m+1)^2 (2m+3)^2 (2m+5)^2 (2m+7)^2 (4m^2+16m-9) \tag{3.36}$$

Fazendo-se (3.34) dividido por (3.36), têm-se:

$$a = -\frac{315}{8} \frac{(3m^2+12m-4)}{(m+1)(m+2)(m+3)(2m+1)(2m+3)(2m+5)(2m+7)(4m^2+16m-9)} \tag{3.37}$$

Fazendo-se (3.35) dividido por (3.36), têm-se:

$$b = \frac{315 \cdot 11}{8} \frac{1}{(m+1)(m+2)(m+3)(2m+1)(2m+3)(2m+5)(2m+7)(4m^2+16m-9)} \tag{3.38}$$

Chamando $m+2$ de p,

$$a = -\frac{315}{8} \frac{3p^2-16}{p(p^2-1)(4p^2-1)(4p^2-9)(4p^2-25)} \tag{3.39}$$

$$b = \frac{11 \cdot 315}{8} \frac{1}{p(p^2-1)(4p^2-1)(4p^2-9)(4p^2-25)} \tag{3.40}$$

Utilizando-se (3.27) obtêm-se:

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0321239/CA

$$\theta_k = 315 \frac{\left[k^2-(p-1)^2\right]\left[k^2-p^2\right]\left[k^2-(p+1)^2\right]\left[16-3p^2+11k^2\right]}{8p(p^2-1)(4p^2-1)(4p^2-9)(4p^2-25)}, \qquad (3.41)$$

sendo $p = m+2$.

O quadro a seguir mostra os pesos, calculados pelas fórmulas que deduzimos, que são utilizados no X11.

Quadro 3.1 – Coeficientes de Henderson para diversos tamanhos de médias móveis.

k	23	13	9	7	5
-11	-0,004278258				
-10	-0,010918114				
-9	-0,015686946				
-8	-0,014527476				
-7	-0,004947898				
-6	0,013430010	-0,019349845			
-5	0,038932891	-0,027863777			
-4	0,068303317	0,000000000	-0,040723982		
-3	0,097395471	0,065491784	-0,009872480	-0,058741259	
-2	0,121948951	0,147356513	0,118469766	0,058741259	-0,073426573
-1	0,138317938	0,214336747	0,266556972	0,293706294	0,293706294
0	0,144060228	0,240057156	0,331139449	0,412587413	0,559440559
1	0,138317938	0,214336747	0,266556972	0,293706294	0,293706294
2	0,121948951	0,147356513	0,118469766	0,058741259	-0,073426573
3	0,097395471	0,065491784	-0,009872480	-0,058741259	
4	0,068303317	0,000000000	-0,040723982		
5	0,038932891	-0,027863777			
6	0,013430010	-0,019349845			
7	-0,004947898				
8	-0,014527476				
9	-0,015686946				
10	-0,010918114				
11	-0,004278258				

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0321239/CA

3.3
A escolha do tamanho dos filtros de Henderson no X11

Dentro do procedimento X11, a média móvel de Henderson é utilizada para extrair a tendência da série sazonalmente ajustada. A escolha do tamanho dessa média móvel é baseada no grau de irregularidade da série a ser amortecida. No caso da série mensal, usa-se uma média móvel de Henderson de 9, 13 ou 23 termos. A escolha automática depende da razão $\bar{I}/\bar{T}$, sendo $\bar{I}$ e $\bar{T}$ definidos a seguir. Ou seja, a escolha é determinada pelo tamanho da componente irregular na série: quanto maior é a amplitude da irregularidade da série, maior é o tamanho da média móvel escolhida.

Para calcular esta razão – aqui exemplifica-se no caso de um modelo multiplicativo –, que será responsável pela escolha do tamanho da média móvel utilizada para estimar a tendência, é necessário utilizar a série corrigida de sazonalidade. A média móvel de Henderson de 13 termos é utilizada para a estimativa inicial da tendência. Nesta fase, não é necessária a preocupação com os seis pontos iniciais nem com os seis pontos finais. Dividindo-se a série ajustada sazonalmente por esta estimativa da tendência, obteremos uma estimativa preliminar da componente irregular.

Deste modo, tanto para a série estimada da tendência (T) como para a série estimada da componente irregular(I), calcula-se a média do valor absoluto das taxas de crescimento mensais, $\bar{T}$ e $\bar{I}$, respectivamente.

$$\bar{T} = \frac{1}{n-1}\sum_{t=2}^{n}\left|\frac{T_t}{T_{t-1}} - 1\right| \tag{3.42}$$

$$\bar{I} = \frac{1}{n-1}\sum_{t=2}^{n}\left|\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1\right| \tag{3.43}$$

Com estes dados é possível calcular a razão $\bar{I}/\bar{T}$ e o critério de escolha é:

se $\bar{I}/\bar{T} \leq 1 \Rightarrow$ escolhe-se uma média móvel de Henderson de 9 termos;

se $1 < \bar{I}/\bar{T} \leq 3{,}49 \Rightarrow$ escolhe-se uma média móvel de Henderson de 13 termos;

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0321239/CA

nos demais casos; escolhe-se uma média móvel de Henderson de 23 termos.

Para os pontos iniciais e finais da série, a média móvel simétrica de Henderson não pode ser empregada. Neste ponto os artigos sobre os filtros assimétricos necessários para estimar os valores iniciais e finais da série de tendência fazem sempre referência a um trabalho não publicado de Musgrave (1964a,1964b). Doherty (2001) propõe-se, pela primeira vez, a explicar estes filtros assimétricos.

> "…Até que a versão não publicada do presente trabalho fosse disponibilizada (Doherty, 1992), a origem e a explicação desses filtros assimétricos continuavam sendo um mistério para muitos que trabalham com ajuste sazonais. Os filtros, na verdade, derivam de trabalhos não publicados feitos no Bureau of Census na década de 1960 por Musgrave (1964a, b). Nesse trabalho faço com que grande parte do trabalho de Musgrave esteja disponível pela primeira vez. Reviso e sintetizo o seu trabalho, relacionando-o ao trabalho subsequente de interpretação da previsão devido à extensão de filtro e à interpretação sugerida por Kenny & Durbin (1982) e ofereço sugestões para explicar por que o trabalho de Musgrave foi bem sucedido. Tenho tentado passar para o papel aquilo que eu gostaria de ter tido em mãos quando comecei a tentar resolver as tabelas de filtros assimétricos de Henderson no manual X-11…"[8]

Mike Doherty em The Surrogate Henderson filters in X11, 2001.

Estes filtros assimétricos eram responsáveis por grande instabilidade no início e no fim da série. Com o aprimoramento do método X11 para o X11-ARIMA, as séries são estendidas para a frente e para trás e o efeito destes filtros assimétricos é minimizado.

---

[8] Originalmente em inglês: "... Until the preprint version of the present paper was circulated (Doherty, 1992), the origin and explanation of these asymmetric filters remained a mystery to many working on seasonal adjustment. The filters, in fact, derive from unpublished work done at the Bureau of the Census in the 1960s by Musgrave (1964a, b). In this paper I make Musgrave's work generally available for the first time. I review and synthesize his work, relating it to subsequent work on the predictor interpretation of filter extension, and to an interpretation suggested by Kenny & Durbin (1982) and I offer suggestions to explain why Musgrave's work has been successful. I have tried to write the paper would have liked to have had available to me when I first started to puzzle over the tables of asymmetric Henderson filters in the X-11 manual. ..."

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0321239/CA