

4 Modelo analítico

O objetivo desta seção é apresentar uma metodologia de cálculo que servirá de base comparativa aos resultados dos métodos de elementos finitos empregados na seção 5.

4.1. Descrição geral

O principal resultado das análises de elementos finitos é o da deformação longitudinal. Este valor é comparado aos limites apresentados pelas normas. A deformação longitudinal nominal refere-se ao valor calculado a partir de uma dada curvatura assumida pelo duto sem efeitos localizados de concentrações. Este valor pode ser calculado analiticamente no processo de enrolamento a partir do diâmetro nominal do duto e do diâmetro do carretel, como apresentado na Seção 4.2. Os valores de concentrações de deformações serão determináveis a partir do método de elementos finitos ou mesmo através de testes com modelos reais. No entanto, a deformação longitudinal nominal é necessária por ser o parâmetro comparativo em relação à posição do elemento concentrador que, neste trabalho são as sapatas de anodo.

No processo de enrolamento os dutos devem ser tracionados com o objetivo de definir um melhor ajuste da curvatura do duto com a curvatura do carretel. A redução da curvatura do duto diminui o crescimento de regiões com concentrações de deformações e conseqüentemente reduz a possibilidade do efeito de flambagem localizada. A determinação do valor da carga de tracionamento a ser aplicada no duto é dependente da capacidade do carretel e da resistência mecânica do duto. Através de um cálculo analítico como apresentado na Seção 4.3, é possível determinar um valor mínimo de carga longitudinal para que o duto apresente um valor de deformação na parede externa referente ao instante em que este atinge o seu limite elástico. A partir deste resultado são testados numericamente valores maiores de tensão que não ultrapassem a capacidade do carretel e não infrinjam a integridade estrutural do duto. Os valores atualmente empregados estão na faixa de 10t a 40t, para dutos com dimensões de 6" a 12".

Com o objetivo de verificar se o gradiente de deformação da seção transversal obtido nas análises de elementos finitos apresenta resultados confiáveis, é possível verificar analiticamente qual o limite elástico da seção. A formulação necessária está apresentada na Seção 4.4.

As seções seguintes apresentam os métodos analíticos para os valores acima descritos.

4.2.Cálculo da deformação longitudinal nominal em dutos no processo de enrolamento

O cálculo analítico da deformação longitudinal é baseado na formulação de deformações lineares, onde:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_i} = \frac{l_f - l_i}{l_i} \quad (30)$$

“ l_f ” e “ l_i ” são os valores relativos aos comprimentos inicial e final de um segmento linear qualquer. Analogamente observando a Figura 35 é possível aplicar a mesma definição a um duto sob efeito de flexão.

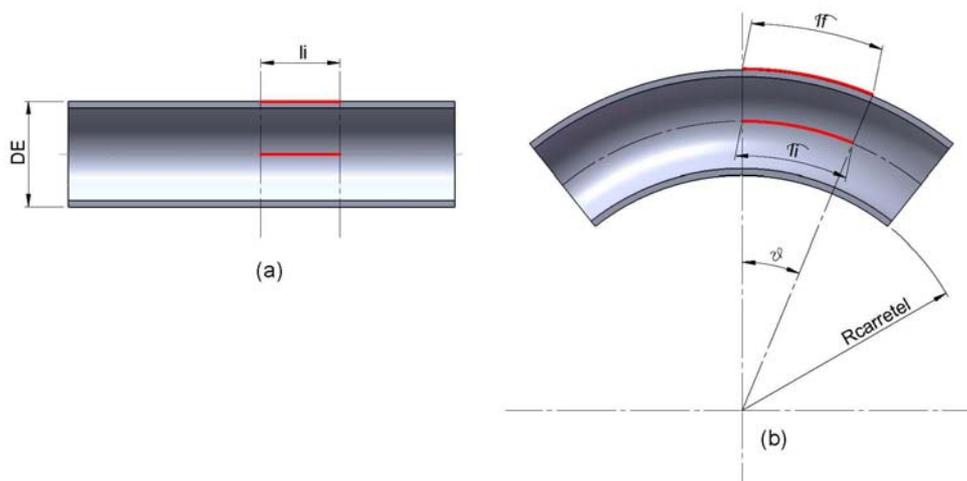


Figura 35 – (a) Duto antes do enrolamento (b) Duto após o enrolamento

Um determinado comprimento da linha neutra do duto é igual ao comprimento inicial “ l_i ”. Antes do enrolamento, a fibra mais externa do duto

possui o mesmo comprimento deste segmento da linha neutra (Figura 35-a). Quando o duto é curvado, o segmento da fibra mais externa é deformado atingindo um novo comprimento “ l_f ” (Figura 35-b). O segmento da fibra neutra continua com o mesmo comprimento “ l_i ”. Desta forma é possível determinar qual foi a deformação da fibra externa, que é o valor de interesse.

Para calcular o valor da deformação longitudinal é necessário fazer algumas transformações algébricas. Um comprimento de arco é calculado como apresentado abaixo.

$$l = \theta \cdot r \quad (31)$$

“ l ” é um comprimento de arco, “ r ” é o raio do arco e “ θ ” é o ângulo de abertura do arco.

Substituindo a equação (31) na equação (30) são obtidas as seguintes equações.

$$l_f = \theta \cdot (r_{car} + 2 \cdot r_e) \quad (32)$$

$$l_i = \theta \cdot (r_{car} + r_e) \quad (33)$$

$$\varepsilon = \frac{l_f - l_i}{l_i} = \frac{\theta \cdot (r_{car} + 2 \cdot r_e) - \theta \cdot (r_{car} + r_e)}{\theta \cdot (r_{car} + r_e)} \quad (34)$$

Fazendo as simplificações necessárias na equação (34) e assumindo neste caso que a deformação “ ε ” é o valor da deformação longitudinal nominal analítica ($\varepsilon = \varepsilon_{analítico}$) obtém-se a equação final da deformação longitudinal nominal analítica.

$$\varepsilon_{analítica} = \frac{r_e}{r_{car} + r_e} \quad (35)$$

A equação (35) pode ser transcrita em função dos diâmetros como apresentado abaixo.

$$\varepsilon_{analitica} = \frac{DE}{D_{car} + DE} \quad (36)$$

Um exemplo de utilização da equação (36) é apresentado no APÊNDICE I – Cálculo das deformações admissíveis sob efeito de flambagem localizada utilizando a DNV OS-F101 (2000) e APÊNDICE II – Cálculo das deformações admissíveis sob efeito de flambagem utilizando os critérios da API RP 1111 (1999).

4.3.Cálculo da mínima carga para enrolamento (“back tension”)

Os cálculos apresentados nesta seção mostram como obter o valor da carga mínima de enrolamento denominada comumente no mercado de “back tension”. Quando o duto durante o enrolamento perde o contato com a superfície do carretel, este se torna sujeito a concentrações de deformações localizadas. Esta carga é necessária para a redução deste efeito, pois aproxima a curvatura do duto da curvatura do carretel. A figura seguinte apresenta um modelo simplificado da configuração de enrolamento.

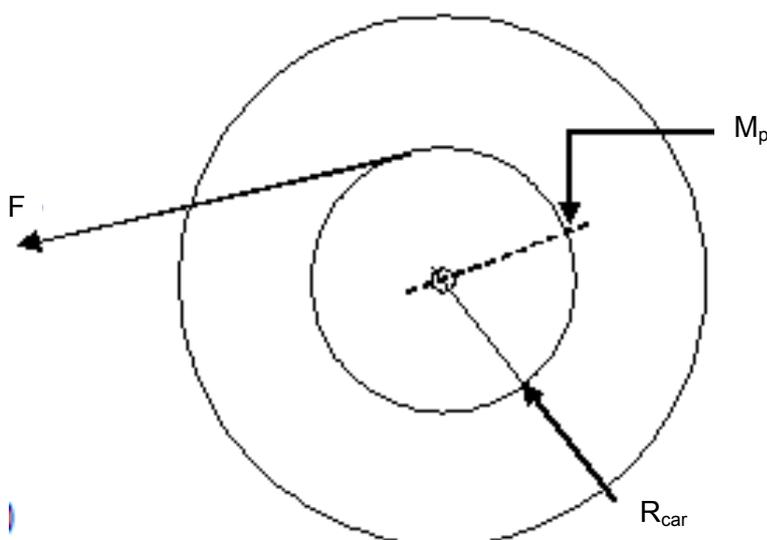


Figura 36 – Desenho esquemático de duto sendo enrolado em um carretel

Para o enrolamento, a carga de tracionamento no duto “F” deve ter uma magnitude suficiente para que o duto experimente um momento plástico “ M_p ” onde este seja tangente ao carretel. O valor de “ R_{car} ” é referente ao raio interno do carretel e este é o raio da menor curvatura que o duto poderá atingir no processo de enrolamento.

O cálculo desta carga é baseado no valor do maior diâmetro externo de fabricação do duto. Portanto considerando um tubo produzido pela Vallourec-Mannesmann, onde as tolerâncias de fabricação da espessura de parede variam de -8% a +18%, o valor máximo do diâmetro externo do duto é apresentado pela seguinte equação.

$$D_{max\,tol} = DI + 2 \cdot (1.18 \cdot t) \quad (37)$$

Para o cálculo do momento de iniciação do escoamento é necessário definir o módulo de seção “Z” para o início da plastificação e a tensão referente ao instante em que o duto plastifica, ou seja, o valor de SMYS. O valor de “Z” é calculado de acordo com a equação apresentada abaixo.

$$Z = \frac{I}{c} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot \left[\left(\frac{D_{max\,tol}}{2} \right)^4 - \left(\frac{DI}{2} \right)^4 \right]}{\frac{D_{max\,tol}}{2}} \quad (38)$$

“I” é o momento de inércia da seção do duto e “c” é a distância da linha de centro do duto até a fibra mais externa.

Para assegurar que o valor mínimo de carga de tracionamento seja aplicado é necessário considerar o valor máximo de SMYS, pois este pode ser maior que o esperado devido às tolerâncias de fabricação. Caso a carga seja dimensionada pelo valor nominal de SMYS, o duto pode não escoar como previsto. O valor máximo da SMYS é calculado de acordo com a equação apresentada abaixo.

$$SMYS_{\max} = SMYS + SMYS_{tol} \quad (39)$$

O valor de “SMYS_{tol}” depende do material utilizado. Com os valores obtidos através das equações (38) e (39) será determinado o valor do momento para início da plastificação, a partir da equação de determinação de tensões de flexão. Portanto, o valor de “M_y” é obtido através da equação seguinte.

$$M_y = Z \cdot SMYS_{\max} \quad (40)$$

A partir do momento “M_y” calculado será obtido o valor da força “F_{min}” considerando como “alavanca” o raio do carretel “r_{car}”. A equação do cálculo da força mínima esta de acordo com a equação a seguir.

$$F_{\min} = \frac{M_y}{r_{car}} \quad (41)$$

Um exemplo de cálculo da força mínima está apresentado no Apêndice III deste trabalho para dutos tipo Mannesmann.

4.4.Cálculo do limite da zona elástica ao longo da seção transversal sob esforços de flexão

A seção transversal de um duto rígido quando enrolado passa gradualmente do comportamento elástico para o comportamento plástico. Ao final do enrolamento a seção estará parte com características elásticas e parte com características plásticas.

Para um melhor entendimento do comportamento elastoplástico do duto é necessário adotar um modelo simplificado, como por exemplo, o de um material elástico perfeitamente plástico ou de um material elastoplástico com encruamento linear, conforme os materiais de baixo encruamento apresentados na Figura 37.

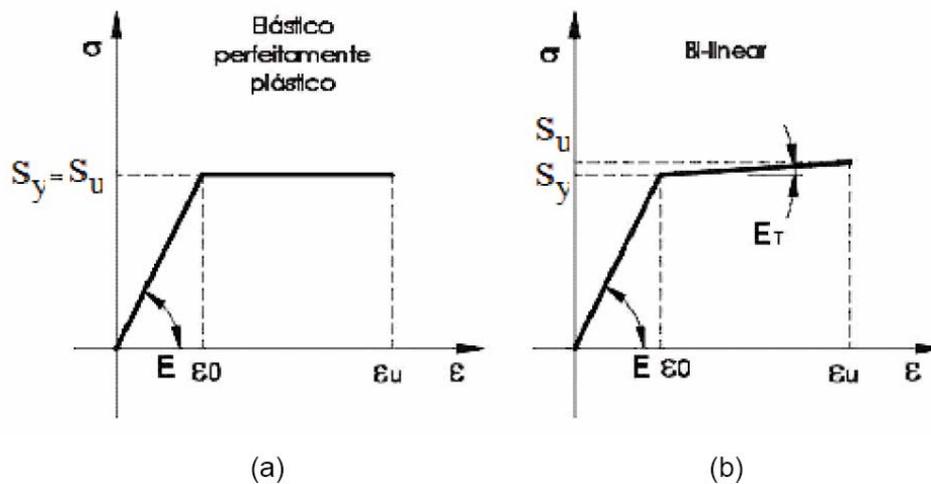


Figura 37 – (a) Modelo elástico perfeitamente elástico (b) modelo elastoplástico com endurecimento linear

Para o estudo analítico da seção transversal adota-se o comportamento do material apresentado na Figura 37-a. Durante o enrolamento, enquanto as tensões no ponto considerado no duto não excederem a tensão de escoamento “ S_y ”, o material apresenta um comportamento elástico obedecendo a Lei de Hooke apresentada na equação (42). Neste modelo, quando o valor de “ S_y ” é excedido, o material inicia o escoamento e se deforma plasticamente sob um valor de tensão constante, não apresentando endurecimento.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (42)$$

O limite de escoamento “ S_y ” dos aços é caracterizado tipicamente por uma deformação plástica “ ε_{pl} ” de 0.2%. A definição do limite de escoamento pode ser entendida a partir da Figura 38 que apresenta uma curva de ensaio de tração demonstrando o comportamento típico uniaxial de metais com comportamento plástico com endurecimento.

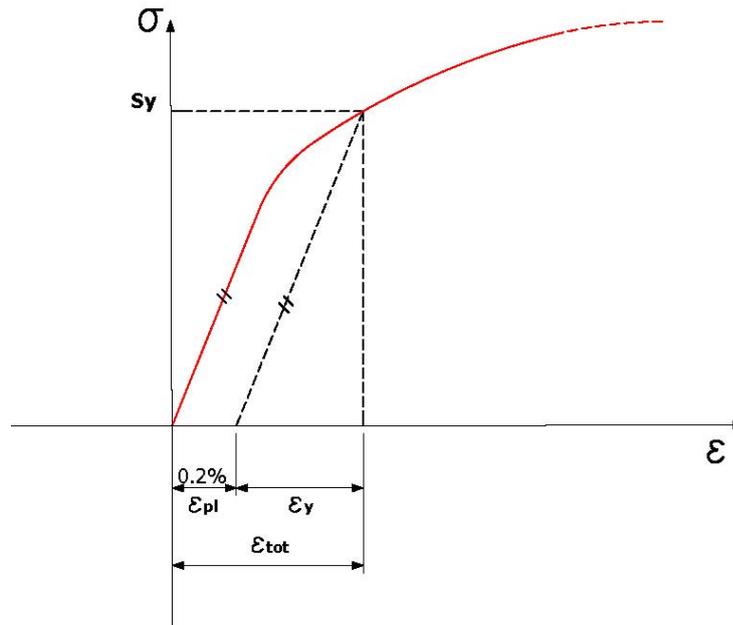


Figura 38 – Componentes elástica e plástica de uma deformação total

A deformação total “ ϵ_{tot} ” de um material é definida como a soma de uma parcela de deformação elástica com uma parcela plástica. Na Figura 38 as parcelas da deformação total são apresentadas graficamente. O valor de “ S_y ” por definição é obtido através do traçado de uma linha com inclinação “E” e origem no valor de deformação de 0.2%. O ponto onde esta linha cruza a curva do material define o valor de “ S_y ” como apresentado. Observa-se a partir da Figura 38 que a parcela de deformação elástica “ ϵ_y ” pode ser definida a partir da equação (43) baseada na parte linear do gráfico que reflete a equação (42).

$$\epsilon_y = \frac{S_y}{E} \quad (43)$$

A Figura 39 apresenta quatro casos de distribuição de tensões em um duto sob efeito de flexão, considerando um modelo de material elástico perfeitamente plástico. A Figura 39-a e a Figura 39-b apresentam uma distribuição de tensões completamente elástica, porém no caso (b) o material atingiu a deformação elástica máxima. A Figura 39-c mostra a seção parcialmente plastificada. Os dutos durante o enrolamento apresentam esta configuração de tensões. A Figura 39-d apresenta a seção completamente plastificada.

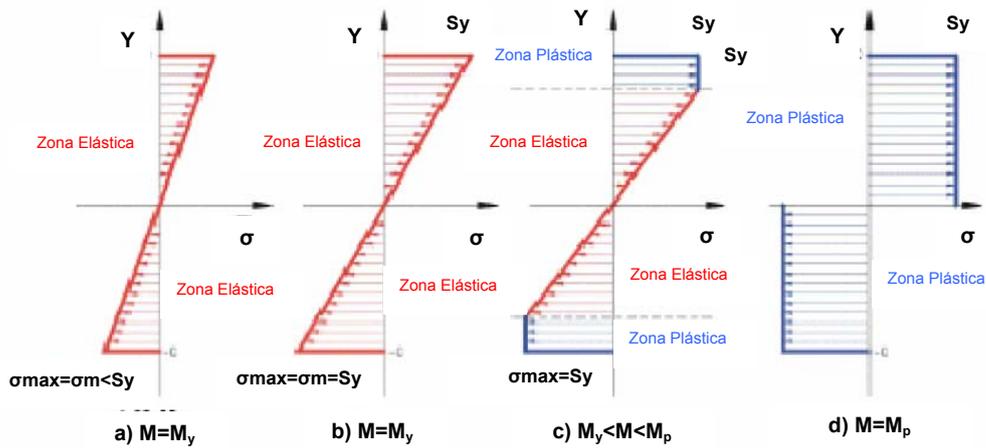


Figura 39 – Distribuição e tensões na seção transversal de uma viga sob efeito de flexão. (a) $M=M_y$ (b) $M=M_y$ (c) $M_y < M < M_p$ (d) $M=M_p$

Avaliando o desenvolvimento do valor do momento aplicado para este comportamento elástico perfeitamente plástico, enquanto o valor do momento for menor que o momento elástico máximo, o material continua na sua fase elástica. Quando o valor do momento aplicado aumenta, a tensão do material aumenta até atingir o valor de escoamento como descrito na Seção 3.5 O incremento do momento aplicado acima do valor elástico plastifica as regiões das fibras mais externas, porém o núcleo da seção permanece elástico e a tensão varia linearmente com a distância “yy” relativa a linha neutra. A Figura 40 apresenta a seção de um duto parcialmente plastificada.

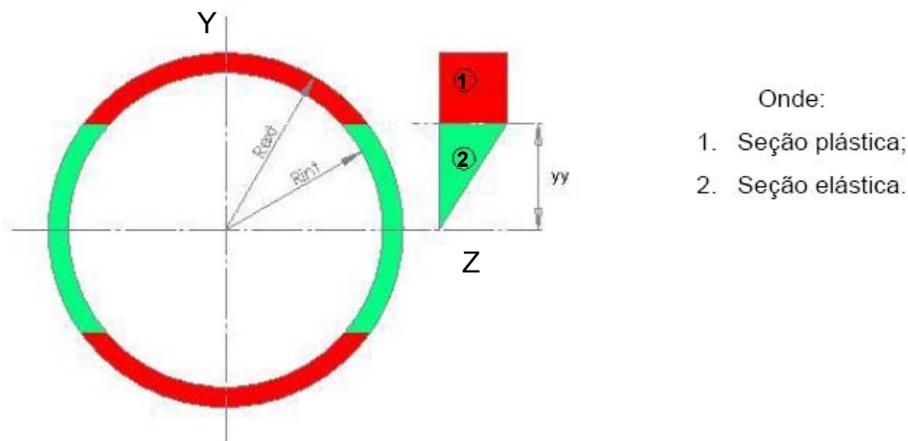


Figura 40 – Desenho esquemático da seção de um duto parcialmente plastificada

Observando a Figura 40 conclui-se que se o valor de “yy” for igual a zero, a seção encontra-se completamente plastificada. Se “yy” for igual ao raio externo do duto, a seção encontra-se ainda completamente elástica. A plastificação total de uma seção, para um material elasto-plástico ideal, corresponde ao “colapso plástico” da mesma e a formação de uma rótula plástica.

Após a apresentação do comportamento elástico perfeitamente plástico da seção do duto sob efeito dos esforços de flexão será possível calcular o valor de “yy” definindo o limite da zona elástica quando um duto está completamente acomodado sobre o carretel da embarcação.

Para o cálculo de “yy” é necessário definir os raios de curvatura da linha neutra de acordo com equação apresentada abaixo e a Figura 35-b.

$$r_{LN} = r_{plast} = r_{ext} + \frac{D_{car}}{2} \quad (44)$$

O raio de curvatura da linha neutra é igual ao raio de curvatura plástico, uma vez que na posição calculada, o duto está completamente acomodado sobre o carretel.

Reorganizando a equação (35), referente ao cálculo da deformação longitudinal, é possível determinar qual o raio externo de um duto para atingir uma determinada deformação.

$$r_{ext} = \varepsilon \cdot (r_{ext} + r_{car}) \quad (45)$$

Substituindo o valor de “r_{plast}” da equação (44) na equação (45) é obtida a equação abaixo.

$$r_{ext} = \varepsilon \cdot r_{plast} \quad (46)$$

Na equação (46), caso seja considerado que o raio externo do duto determina o limite da zona elástica (“ r_{ext} ” = “ r_y ”) e que este ponto ocorrerá quando a deformação “ ϵ ” for igual a “ ϵ_y ”, definido na equação (43), será possível determinar o limite da zona elástica “ r_y ”, como apresentado na equação abaixo.

$$r_y = \epsilon_y \cdot r_{plast} \quad (47)$$

O Apêndice IV apresenta um exemplo de cálculo do limite da zona elástica.