

## 5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

### 5.1. Conclusões

Os resultados obtidos através de elementos finitos com funções “spline”, nos exemplos do capítulo quatro, convergem mais rapidamente comparados com aqueles que utilizam elementos com funções convencionais. Essa vantagem é mais importante à medida que uma dimensão do elemento torna-se maior que as outras.

O elemento finito com funções “spline” utiliza pontos fora do contínuo para interpolar o campo de deslocamentos, característica do método de diferenças finitas. Portanto, pode-se esperar que assuma algumas vantagens e desvantagens desse método, por exemplo convergência mais rápida e necessidade de continuidade das propriedades do material ao longo do eixo das funções “spline”.

O primeiro exemplo estático apresenta um método para determinar a constante de rigidez ao efeito “drilling”. Este método, que foi usado como exemplo para avaliar um outro tipo de elemento finito [19], é uma alternativa que pode ser utilizada como base para o cálculo da constante, ainda que outros exemplos tridimensionais sejam necessários para obter um valor mais apurado.

Assumir as hipóteses de Mindlin permite a junção de placas em problemas tridimensionais porque as rotações são interpoladas de forma independente dos deslocamentos, e também admite análise de placas finas e espessas levando em conta o efeito das deformações de cisalhamento. No exemplo de placa espessa, a comparação entre resultados obtidos com funções “spline” e o elemento “*Thick Shell*” do *SAP 2000* mostra uma diferença de 0,5% em deslocamento e 8,6% em rotação no extremo da seção central da placa. O cálculo da deformação de cisalhamento na formulação do *SAP 2000* seria o motivo responsável, pois esta diferença é mais acentuada em elementos de maior espessura. Na formulação do elemento finito com funções “spline” e do elemento “*8node93*” do *ANSYS*, a deformação de cisalhamento é calculada em função de pequenos deslocamentos com as fórmulas da elasticidade. Já no elemento do *SAP 2000* a deformação de cisalhamento é função dos graus de

liberdade nodais e da rotação no ponto central, chegando inclusive a ter valor constante para placas retangulares ortogonais aos eixos.

No gráfico que relaciona o deslocamento do ponto central da placa fina com o número de divisões longitudinais, observa-se que os resultados com funções “spline” convergem mais rápido que o *SAP 2000* para a solução esperada. No entanto, no caso particular de quatro divisões o valor do deslocamento tem menor precisão que o resultado do *SAP 2000*. Isto ocorre devido ao fato observado por Cook [1]: com elementos baseados estritamente na teoria de Mindlin não é possível chegar a resultados satisfatórios com poucas divisões pois as cargas nodais consistentes não levam em conta a contribuição dos momentos.

Nos exemplos dinâmicos a análise foi feita considerando ou não a inércia rotacional. Para placa espessa a diferença entre freqüências naturais foi de aproximadamente 5% no terceiro modo que corresponde a um modo de torção da placa. As diferenças entre resultados com funções “spline” e *SAP 2000* são explicadas novamente pela forma de calcular a deformação cisalhante. Os gráficos que apresentam as freqüências naturais em função do número de divisões longitudinais, para o primeiro e quarto modos, permitem ver que existe uma rápida convergência dos resultados com funções “spline” para o primeiro modo, porém isto não se observa no caso do quarto modo, para número de divisões menor que oito. Observando a forma deste modo de vibração vemos que tem três ondas longitudinais; como cada uma delas deve ser aproximada por três parâmetros de deslocamento para não haver interferência entre ondas, a precisão melhora somente a partir de oito divisões.

Em problemas tridimensionais o efeito do grau de liberdade “drilling” é maior, como se pode notar no segundo exemplo dinâmico. Um valor da constante de rigidez  $\Phi = 5.00$ , que no primeiro exemplo estático aproxima melhor o grau de liberdade de rotação com o resultado teórico, conduz a freqüências mais altas, o que confirma que além do método indicado para determinar a constante devemos conferir seu valor com problemas tridimensionais.

Os problemas de instabilidade permitem observar a importância que se deve dar à análise destes problemas em três dimensões, devido a que as condições de contorno da estrutura podem influir significativamente na determinação da carga crítica. Considerando condições de apoio que tentam reproduzir as hipóteses assumidas por Timoshenko para calcular a carga crítica de uma viga em balanço, obtêm-se valores próximos aos teóricos. Os resultados

são aproximados porque os elementos com funções “spline” levam em conta a deformação cisalhante, além do fato das condições de contorno nunca serem iguais às teóricas.

## 5.2. Sugestões para Trabalhos Futuros

Entre as sugestões para trabalhos futuros podemos citar:

- Realizar um estudo sobre elementos isoparamétricos com funções “spline”, pois com estes elementos se poderiam modelar estruturas com eixos curvos.
- Ampliar o estudo a problemas com não-linearidade geométrica e de material. No último caso o elemento subparamétrico pode ser aplicado, mas no primeiro se precisará atualizar a geometria do elemento e então um elemento isoparamétrico com funções “spline” deveria ser utilizado.
- Adicionar forças provenientes de cabos protendidos no programa implementado. Estas forças poderiam incluir efeitos de retração do concreto e fluência do aço além das perdas por atrito e acomodação da ancoragem [13].
- Estudar elementos que aproximem o campo de deslocamentos com funções “spline” em duas direções. Desta forma se conseguiria modelar placas retangulares além das estruturas alongadas, conservando as vantagens implícitas do uso das funções “spline”.