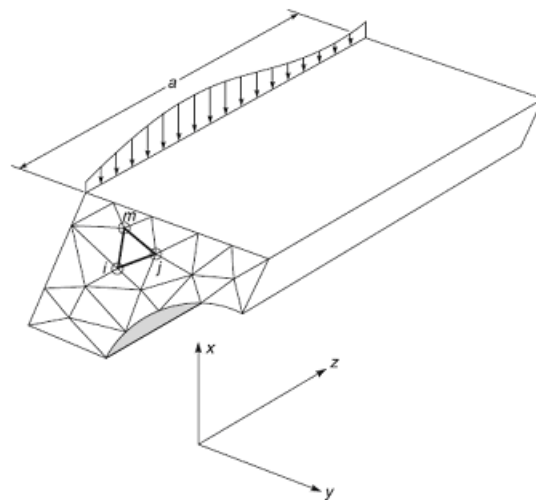


# 1 INTRODUÇÃO

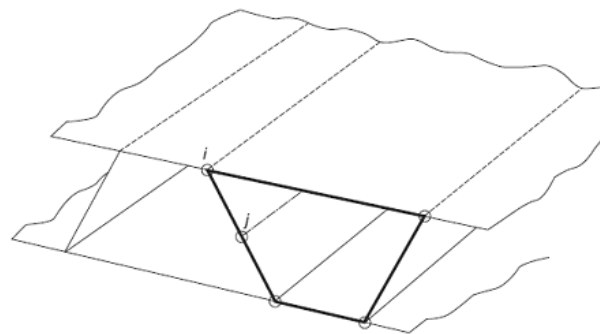
Na atualidade contamos com elementos finitos muito eficientes, incluídos em programas computacionais que conseguem modelar diversos sistemas estruturais como vigas caixão, placas e cascas tridimensionais. No entanto, para aplicações mais específicas, podemos adotar um elemento que, perdendo em generalidade, apresente outras vantagens como maior precisão com malhas menos refinadas, reduzindo significativamente o esforço no pré- e pós-processamento de dados. Ainda mais, tal elemento poderia ser utilizado em programas de otimização que precisam de várias entradas de dados, para uso em projetos preliminares, ou como superelementos em pesquisa de estruturas que tenham um número de graus de liberdade considerável. Os elementos com funções adicionais e as faixas finitas são exemplos desse tipo de elemento, sendo que o elemento finito com funções “spline” combina algumas características de ambos. O contínuo é dividido em um número finito de partes, e por cada uma delas passam várias funções que aproximam o campo de deslocamentos, resultando o somatório de todas as funções em uma função contínua do grau requerido em todo o domínio.

As funções “spline” geralmente são usadas para interpolar o deslocamento ao longo de um eixo do espaço. Em estruturas modeladas por elementos tridimensionais o plano perpendicular a esse eixo é dividido em elementos finitos triangulares ou retangulares. Quando o sistema é modelado bidimensionalmente, como no caso de placas, em uma direção temos funções “spline” enquanto que a outra dimensão pode ser dividida como se tivéssemos elementos finitos unidimensionais. Ambos os casos estão representados na Figura 1.1.

Pelo fato de o contínuo precisar de menor número de divisões no eixo onde se encontram as funções “spline”, este tipo de elementos finitos são mais efetivos para análise de estruturas alongadas como vigas-caixão para pontes e perfis metálicos em geral. Além disso, ao se conseguir continuidade de maior ordem da função deslocamento, as propriedades do material ao longo deste eixo devem ser constantes em todo o elemento para não ter mudanças bruscas nas tensões. Caso tivéssemos materiais diferentes, teríamos que dividir a estrutura em mais de um elemento.



(a)



(b)

Figura 1.1. (a) Modelagem tridimensional reduzida a uma serie de soluções de elemento finito bidimensional. (b) Redução a serie de soluções de elemento finito unidimensional [3].

### 1.1. Revisão Bibliográfica

Em 1936 Leonid Kantorovich [9] publica um método para resolução de problemas variacionais que era uma modificação ao método de Ritz. Em lugar de multiplicar as funções das variáveis independentes por constantes a serem determinadas, multiplica-as por uma função contínua em uma das variáveis independentes.

Y.K. Cheung desenvolve um elemento denominado por ele como faixa finita [7]. Sob a formulação de elementos finitos aproxima o campo de deslocamentos utilizando funções contínuas ao longo de um eixo e funções discretas nas outras direções. As funções longitudinais mais usadas foram as trigonométricas e as funções base ou auto-funções de uma viga. Os problemas

analisados foram de esforço plano, flexão e a combinação dessas solicitações, principalmente em placas aplicadas em pontes, incluindo também análise dinâmica e instabilidade desses elementos. A principal desvantagem encontrava-se na aplicação das condições de contorno porque elas dependiam da função contínua utilizada. O próprio Cheung elimina essa limitação usando funções “spline” [3], que permitem analisar problemas estruturais com diferentes condições de contorno, ainda que as matrizes de rigidez, geométrica e de massa tenham termos mais acoplados.

Posteriormente Cheung e Au estudam elementos isoparamétricos com funções “spline” para análise estática [10], dinâmica e de instabilidade [11, 12]. Nesse caso a geometria do elemento no sentido longitudinal é também definida através de funções “spline”, o que permite modelar diversos tipos de estruturas que vão desde vigas caixão curvas, cascas cilíndricas até parabolóides hiperbólicos. Porém, devido ao fenômeno de “shear locking”, têm que usar integração seletiva e reduzida.

Choi, Kim e Hong utilizam elementos finitos com funções “spline” não periódicas na modelagem de pontes de concreto protendido [13], em que o uso dessas funções evitaria a transformação de matrizes no processo de aplicação de condições de contorno. O cálculo das forças de protensão leva em conta perdas por atrito, acomodação da ancoragem e influência do procedimento de protendido. Um programa de otimização para pontes e estruturas compostas por placas protendidas é apresentado por Bergamini e Biondini aproveitando a rapidez no pré-processamento de dados e atualização das variáveis no processo de otimização [14].

Lau, Cheung e Cheng propõem o uso de elementos com funções “spline” no estudo tridimensional de “flutter” em pontes [15]. Embora não se conte com suficientes dados experimentais, utilizam as expressões para elementos unidimensionais de Scanlan e Tomko e distribuem estas forças na seção transversal. Uma distribuição que considera a forma espacial da ponte deveria melhorar os resultados.

## 1.2. Objetivos

Implementar um programa de elementos finitos com funções “spline” que possa ser utilizado para cálculo estático, dinâmico e de instabilidade de estruturas como placas, vigas de parede fina, vigas caixão, e em geral, em elementos alongados que tenham uma dimensão maior que as duas restantes.

Estudar as alternativas para a inclusão do grau de liberdade “drilling” que deve ser introduzido no elemento para que este possa ser capaz de entrar em uma análise tridimensional, determinando a constante de rotação que aparece na formulação da matriz de rigidez devido a esse efeito.

Analisar exemplos conhecidos com o programa implementado, comparar com soluções teóricas ou resultados de outros programas estruturais, e avaliar as possibilidades e limitações da modelagem com elementos finitos subparamétricos com funções “spline”.

Em problemas de estática, dinâmica e de instabilidade, analisar o comportamento da solução aproximada com reduzido número de divisões longitudinais da estrutura, o que justificaria o uso de funções “spline” em estudos de pré-projeto ou otimização de estruturas.

### **1.3.Organização do Texto**

O capítulo 2 proporciona a base teórica que serve como fundamento para o capítulo seguinte referente à implementação do elemento finito, apresentando as características das funções “spline” e uma revisão das fórmulas usadas em elementos finitos. No capítulo 3, temos um detalhe das fórmulas básicas utilizadas na implementação e se discutem alguns problemas que surgiram na formulação do elemento finito subparamétrico com funções “spline”.

O capítulo 4 apresenta exemplos de problemas estáticos, dinâmicos e de instabilidade fazendo comparações com outras soluções. As conclusões deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros apresentam-se no capítulo 5.

Dois apêndices são incluídos ao final, o primeiro com indicações de entrada e saída de dados no programa e o segundo apresentando a listagem do programa implementado.