

## 2

### O Sistema Elétrico Brasileiro

O Sistema Elétrico Brasileiro é constituído pelo Sistema Interligado Nacional (SIN), que detém cerca de 96,6% da capacidade total de produção de energia elétrica do país, e por sistemas independentes, localizados principalmente na Região Amazônica, que atendem a demanda residual. O SIN, por sua vez, é um sistema hidrotérmico de grande porte, com 85.950 MW de potência instalada, que conta com 26 agentes geradores cadastrados, cada qual operando múltiplas instalações hidrelétricas e termelétricas. Ademais, o SIN é um sistema predominantemente hidrelétrico, sendo que mais de 79% de sua capacidade total de oferta é advinda de geração hídrica<sup>1</sup>. Devido à magnitude deste sistema interligado e à existência de restrições físicas associadas à transmissão de energia elétrica por longas distâncias, o SIN foi dividido em quatro subsistemas, cada qual com seu respectivo mercado *spot* de energia: Sul, Sudeste/Centro-Oeste, Nordeste e Norte. Dentro de cada subsistema as restrições físicas ao transporte de energia elétrica são desprezíveis e, desta forma, cada submercado opera com um único preço *spot* de energia, que pode ou não diferir dos outros submercados dependendo das condições hidrológicas e de mercado.

No Sistema Elétrico Brasileiro, a decisão sobre o despacho e a transmissão de energia elétrica é feita de forma centralizada pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), baseada em um critério de custo mínimo de operação. Isto é, a decisão sobre a quantidade a ser ofertada de energia por cada usina, em cada instante do tempo, não cabe ao proprietário desta, e sim ao ONS que libera o despacho de cada usina seguindo uma ordem de mínimo custo marginal de operação até que a demanda seja plenamente atendida. No caso das termelétricas, a principal componente deste custo marginal de operação (CMO) é o gasto com o combustível a ser utilizado (gás natural, carvão, urânio, óleo combustível, diesel, biomassa, dentre outros). Além do gasto com combustível, os custos de depreciação do equipamento em uso, de operação e de manutenção também compõem o CMO. No caso das

---

<sup>1</sup> Plano Decenal de Expansão de Energia Elétrica 2006-2015 – disponível em <http://www.epe.gov.br>

hidrelétricas o CMO não é calculado de maneira tão trivial. Os custos associados à manutenção e operação das instalações hidrelétricas são considerados extremamente baixos, algo em torno de R\$ 7,00/MWh. O despacho das hidrelétricas, contudo, não pode ser feito apenas com base nestes custos operacionais, uma vez que se deve levar em conta o valor da água contida nos reservatórios. Devido ao fato de estes recursos hídricos não serem ilimitados, o despacho indiscriminado das hidrelétricas reduziria sobremaneira o nível dos reservatórios para o próximo período e, desta forma, acabaria levando o sistema como um todo a níveis críticos de risco de racionamento. Sendo assim, o despacho das hidrelétricas é realizado com base no custo de oportunidade esperado da água (valor da água) que é computado por complexos algoritmos de programação dinâmica estocástica de múltiplos estágios<sup>2</sup>, que levam em consideração uma série de variáveis representativas das atuais condições hidrológicas do sistema, bem como as condições da trajetória de demanda e de expansão física do sistema.

Neste sistema de despacho centralizado, não existe um “verdadeiro” preço *spot* de energia determinado em um ambiente de mercado, dado pela interação entre a oferta e a demanda de curto prazo. De fato, os custos marginais de curto prazo, que são calculados a partir das restrições impostas pelos multiplicadores de Lagrange do problema estocástico de otimização dinâmica, são utilizados como os preços no mercado à vista de eletricidade. Estes preços *spot* são atualizados uma única vez por semana e correspondem aos novos valores de CMO (um para cada subsistema) imputados pelo algoritmo de otimização a partir das novas informações disponíveis. A única diferença entre o preço à vista e o custo marginal do programa de otimização é que o preço à vista é limitado por um valor mínimo e um valor máximo estabelecidos pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) – para o ano de 2007 estes valores foram fixados em R\$ 17,60/MWh e R\$ 534,30/MWh, respectivamente, em todos os submercados – com o intuito de proteger os

---

<sup>2</sup> Modelo NEWAVE para planejamento de médio prazo (até 5 anos) com discretização mensal. O Modelo DECOMP para otimização a curto prazo (até 12 meses) com discretização semanal/mensal. E por fim, o Modelo DESSEM para otimização a curtíssimo prazo (até 1 semana) com discretização com intervalos de ½ hora.

participantes do mercado de flutuações excessivas dos preços. Estes limites mínimo e máximo atuam somente na liquidação financeira entre os participantes de mercado, mas os valores cheios dos preços continuam sendo utilizados para a otimização do despacho de energia do sistema interligado.

Além disso, a ANEEL é a responsável pelo estabelecimento dos limites de risco do sistema. Atualmente, o nível de risco sistêmico determinado pela agência reguladora é de no máximo 5% em cada um dos subsistemas, isto é, o ONS coordena os despachos das usinas hidrelétricas e termelétricas de tal forma a assegurar que a demanda seja plenamente atendida em pelo menos 95% dos cenários hidrológicos. Ademais, a agência reguladora estipula um outro parâmetro importante: o custo do déficit de energia no SIN. Este custo varia em função do montante de carga não atendida. No ano de 2007, ele variou de R\$ 886,00/MWh, em caso de redução de carga de até 5%, até R\$ 4.538,94/MWh, nas ocasiões em que o déficit for superior a 20% da carga de energia.

## **2.1 Modelo simplificado de geração hidro-térmica com despacho centralizado**

Tal como exposto, o algoritmo de otimização dinâmica do SIN é bastante complexo, envolvendo uma ampla gama de variáveis e distintos parâmetros pré-estabelecidos pela ANEEL, tais como os diversos patamares de custo de déficit do sistema mencionados anteriormente. Esta seção visa construir um modelo simplificado nos moldes de Matsumura (2003) ou de Moreira *et al.* (2004) que ignora uma série de características do sistema elétrico brasileiro, mas que ilustra seus aspectos mais relevantes, principalmente, no que diz respeito ao despacho centralizado orientado pela minimização do custo esperado do sistema, assim como as regras que regem a entrada em operação das usinas termelétricas.

Este modelo consiste em um sistema hidrotérmico simples. Devido à existência

de externalidades positivas no gerenciamento dos reservatórios de uma mesma bacia (Moita, 2006) e à necessidade associada em se ajustar o programa de otimização diante de tais externalidades, optou-se por agregar, para efeito de simplificação, todas as hidrelétricas em uma única hidrelétrica representativa (H), cujo custo de operação e manutenção é suposto igual a zero, de tal forma que o único custo relevante é o custo de oportunidade da água. Também supõe-se que a hidrelétrica seja dotada de um reservatório cuja capacidade máxima é  $\bar{K}$  e que no período  $t$  esteja produzindo  $q_t^H$  unidades de energia e armazenando  $K_t$  unidades de energia (por simplificação, supõe-se que a hidrelétrica transforme água em energia de forma linear, de tal sorte que a quantidade de água nos reservatórios possa ser medida em seu equivalente de energia). A escolha ótima  $q_t^{H*}$  de quantidade de produção hídrica deve, em cada período, respeitar a restrição dinâmica imposta pelo influxo corrente de água  $f_t$  e a variação do estoque de água de um período para outro:

$$K_{t+1} \leq K_t + f_t - q_t^H, \quad \forall t \quad (2.1)$$

O sinal de desigualdade acima é utilizado devido à possibilidade de transbordamento do reservatório quando o volume de água ultrapassar sua capacidade máxima  $\bar{K}$ .

As usinas termelétricas, por sua vez, foram separadas e agregadas em duas classes de ativos representativos: as termelétricas de base (TB) e as termelétricas complementares (TC). As termelétricas de base operam normalmente utilizando gás natural, carvão mineral, biomassa ou energia nuclear. São usinas cujo custo marginal de operação é substancialmente mais baixo se comparado com as térmicas complementares, porém, exigem investimentos iniciais em capital mais elevados e demandam também um maior tempo para construção. Já as térmicas complementares demandam menores investimentos para a construção e utilizam combustíveis mais caros, usualmente óleo combustível ou óleo diesel e, ao contrário das térmicas de base, ficam inoperantes na maior parte do tempo e não auxiliam no armazenamento dos reservatórios. As térmicas complementares são usinas emergenciais e pouco

contribuem para a redução do risco de déficit no médio e longo prazo. Cada usina térmica do sistema declara seu custo marginal de operação para a agência reguladora e para o ONS. Este custo é chamado de custo variável (CV) e é único por usina, não variando, portanto, de acordo com a quantidade produzida. Porém, como as usinas declaram distintos custos variáveis ao ONS, ao se agregar todas as térmicas de base do sistema na usina representativa TB, pode-se supor, por simplificação, a existência de uma função custo  $c_t^{TB}(q_t^{TB})$  crescente ( $c_t^{TB\prime}(q_t^{TB}) > 0$ ) e estritamente convexa ( $c_t^{TB\prime\prime}(q_t^{TB}) > 0$ ). De maneira análoga, pode-se construir a função custo  $c_t^{TC}(q_t^{TC})$  crescente e estritamente convexa da usina representativa TC.

Além disso, define-se uma função  $\gamma(r_t)$  que representa o custo social de uma dada quantidade de energia racionada  $r_t$ . Sendo assim, neste modelo, o operador do sistema escolhe a seqüência ótima de produção  $\{q_t^{H*}, q_t^{TB*}, q_t^{TC*}, r_t^*\}$  que minimiza o somatório do custo esperado, descontado por um fator  $\rho$ , das usinas termelétricas TB, TC e do custo social do déficit de energia (uma vez que o custo operacional da usina hidrelétrica H é nulo). Para tanto, o operador do sistema deve observar as restrições impostas pelo volume de água armazenada nos reservatórios, a restrição de pleno atendimento da demanda  $D_t$ <sup>3</sup>, as condições de não negatividade da produção de cada usina e da quantidade racionada e, por fim, a restrição sobre a capacidade máxima do reservatório da usina H.

$$\{q_t^H, q_t^{TB}, q_t^{TC}, r_t\} \underset{\text{Min}}{E_{t_0}} \left[ \sum_{t=t_0}^{\infty} \rho^{t-t_0} \left( c_t^{TB}(q_t^{TB}) + c_t^{TC}(q_t^{TC}) + \gamma(r_t) \right) \right]$$

<sup>3</sup> Como a quantidade racionada é uma variável de escolha do operador do sistema, pode-se supor que a demanda  $D_t$  seja plenamente atendida em todos os períodos. A escolha da “produção” de energia  $r_t$  ocorrerá sempre que a quantidade racionada for a fonte mais barata de produção dentre as alternativas disponíveis.

$$s.a \left\{ \begin{array}{ll} q_t^H + K_{t+1} - K_t - f_t \leq 0 & (\phi_t) \\ q_t^H + q_t^{TB} + q_t^{TC} + r_t = D_t & (\lambda_t) \\ K_{t+1} \geq 0 & (\mu_{kt+1}) \quad \forall t \\ K_{t+1} \leq \bar{K} & (\mu_{kk+1}) \\ q_t^H \geq 0, q_t^{TB} \geq 0, q_t^{TC} \geq 0, r_t \geq 0 & (\mu_t^H), (\mu_t^{TB}), (\mu_t^{TC}), (\mu_t^R) \end{array} \right.$$

Este problema de minimização pode ser mais facilmente resolvido utilizando-se a técnica de programação dinâmica, a qual redefine um problema de otimização em sua forma análoga recursiva. Substituindo-se a segunda restrição na primeira para  $q_t^H$  e reescrevendo-se o problema de minimização como um problema de maximização recursivo obtém-se:

$$V(K_t + f_t) = \underset{\{q_t^H, q_t^{TB}, q_t^{TC}, r_t\}}{\text{Max}} - \left[ c_t^{TB}(q_t^{TB}) + c_t^{TC}(q_t^{TC}) + \gamma(r_t) \right] + \rho E_t[V(K_{t+1} + f_{t+1})]$$

$$s.a \left\{ \begin{array}{ll} D_t - q_t^{TB} - q_t^{TC} - r_t + K_{t+1} - K_t - f_t \leq 0 & (\phi_t) \\ K_{t+1} \geq 0 & (\mu_{kt+1}) \quad \forall t \\ K_{t+1} \leq \bar{K} & (\mu_{kk+1}) \\ q_t^H \geq 0, q_t^{TB} \geq 0, q_t^{TC} \geq 0, r_t \geq 0 & (\mu_t^H), (\mu_t^{TB}), (\mu_t^{TC}), (\mu_t^R) \end{array} \right.$$

onde  $V(K_t + f_t)$  é a função valor do problema do operador. Isto é,  $V(K_t + f_t)$  é o maior *payoff* factível esperado em t, quando o estado da natureza é  $(K_t + f_t)$ . As CPOs do problema são as seguintes:

$$q_t^{Ti} : -c_t^{Ti} \cdot (q_t^{Ti}) + \phi_t + u_t^{Ti} = 0 \quad i \in (B, C) \quad (1)$$

$$K_{t+1} : \rho E_t[V'(K_{t+1} + f_{t+1})] - \phi_t + \mu_{kt+1} - \mu_{kkt+1} = 0 \quad (2)$$

$$r_t : -\gamma'(r_t) + \phi_t + u_t^R = 0 \quad (3)$$

$$u_t^{Ti} \cdot q_t^{Ti} = 0 \quad (4)$$

$$\mu_t^R \cdot r_t = 0 \quad (5)$$

$$\mu_{kt+1} \cdot K_{t+1} = 0 \quad (6) \quad + \text{as restrições de desigualdade}$$

$$\mu_{kkt+1} \cdot [K_{t+1} - \bar{K}] = 0 \quad (7)$$

Reescrevendo (1) e (2) de maneira apropriada obtém-se:

$$c_t^{Ti} \cdot (q_t^{Ti}) = \phi_t + \mu_t^{Ti} \quad (1')$$

$$\rho E_t[V'(K_{t+1} + f_{t+1})] = \phi_t - \mu_{kt+1} + \mu_{kkt+1} \quad (2')$$

Do Teorema do Envelope segue que:  $V'(K_t + f_t) = \phi_t \Rightarrow V'(K_{t+1} + f_{t+1}) = \phi_{t+1}$

E substituindo-se em (2') temos:  $\rho E_t[\phi_{t+1}] = \phi_t - \mu_{kt+1} + \mu_{kkt+1} \quad (*)$

A equação (1') em t+1 revela que:  $c_{t+1}^{Ti} \cdot (q_{t+1}^{Ti}) - \mu_{t+1}^{Ti} = \phi_{t+1} \quad (**)$

Substituindo-se (\*\*) e (1') em (\*) segue:

$$c_t^{Ti} \cdot (q_t^{Ti}) - \mu_t^{Ti} - \mu_{kt+1} + \mu_{kkt+1} = \rho E_t[c_{t+1}^{Ti} \cdot (q_{t+1}^{Ti}) - \mu_{t+1}^{Ti}] \quad (***)$$

Uma solução simplificada do problema ocorre quando  $q_t^{TB}$  e  $q_t^{TC}$  são positivos para todo  $t$  e quando  $0 \leq K_{t+1} \leq \bar{K}$ , isto é, o reservatório opera sempre com quantidade positiva de água, embora nunca exceda sua capacidade máxima. Neste caso, a solução é dada por:

$$\begin{cases} c_t^{Ti} \prime(q_t^{Ti}) = \rho E_t[c_{t+1}^{Ti} \prime(q_{t+1}^{Ti})] & (1'') \\ c_t^{TB} \prime(q_t^{TB}) = c_t^{TC} \prime(q_t^{TC}) = \phi_t & (2'') \\ \gamma \prime(r_t) = \phi_t + u_t^R & (3'') \end{cases}$$

$$q_t^{TB} + q_t^{TC} + q_t^H + r_t = D_t \quad (4'')$$

$$K_{t+1} \leq K_t + f_t - q_t^H \quad (5'')$$

$$\mu_t^R \cdot r_t = 0 \quad (6'')$$

$$q_t^H \geq 0, q_t^{TB} > 0, q_t^{TC} > 0, r_t \geq 0 \quad (7'')$$

$$0 < K_{t+1} < \bar{K} \quad (8'')$$

Desta maneira, o procedimento de despacho do ONS estabelece a igualdade entre os custos marginais das usinas, bem como sua igualdade com a constante  $\phi_t$ .

Tal como consta nas derivações do modelo,  $\phi_t = \frac{\partial V(K_t + f_t)}{\partial K_t}$ , isto é,  $\phi_t$  é igual ao

valor incremental de uma unidade adicional de água nos reservatórios. Sendo assim, as termelétricas são acionadas sempre que tiverem custo marginal de geração inferior ao valor da água contida nos reservatórios. No ótimo, o ONS estabelece a igualdade entre os custos marginais das termelétricas com o custo marginal do fornecimento de uma unidade incremental de água, isto é, com o valor da água. Portanto, este custo de oportunidade da água – calculado pelo programa de otimização do ONS – é exatamente igual ao custo marginal da termelétrica mais cara em operação, e por isso, é também equivalente ao custo marginal de operação do sistema. Este custo marginal, por sua vez, é o próprio preço *spot* da eletricidade a menos das limitações estipuladas pela ANEEL de preço máximo e de preço mínimo.