

4

Otimização de Portfólio na Área de Refino – Modelo de Solução

4.1.

Introdução

Este capítulo visa apresentar um modelo simplificado de otimização de portfólio na área de petróleo e derivados com risco associado inerente às incertezas relacionadas à oferta e preço de petróleos, assim como demanda e preço de derivados. Através de um exemplo será mostrado o modelo de solução proposto para o problema de otimização de portfólio na área de petróleo e derivados.

Inicialmente é apresentado um modelo de programação linear de otimização sob incerteza de uma refinaria composta de uma unidade de destilação atmosférica fixa e outras unidades que representam opções de investimento. O objetivo do modelo é otimizar o Valor Presente Líquido (VPL) esperado considerando vários cenários diferentes. Por simplificação, o modelo considera apenas um período de duração e o VPL torna-se equivalente ao resultado operacional do período. Na seção 4.3, é apresentado um exemplo com valores numéricos associados (valores fictícios) e o resultado obtido sem considerar restrição de risco. Nas duas seções seguintes é apresentado o mesmo exemplo com a inclusão de restrição de risco utilizando CVaR e Minimax, respectivamente. Na última seção são colocadas as considerações finais.

4.2.

Modelo Simplificado de Otimização do Parque de Refino

Para ilustrar um modelo matemático para subsidiar a decisão de investimento na área de petróleo e derivados, viabilizando a maximização do resultado esperado, foi feito um estudo preliminar a partir de um modelo simplificado que considera apenas uma refinaria com algumas unidades. Este modelo simplificado pode ser representado no esquema abaixo:

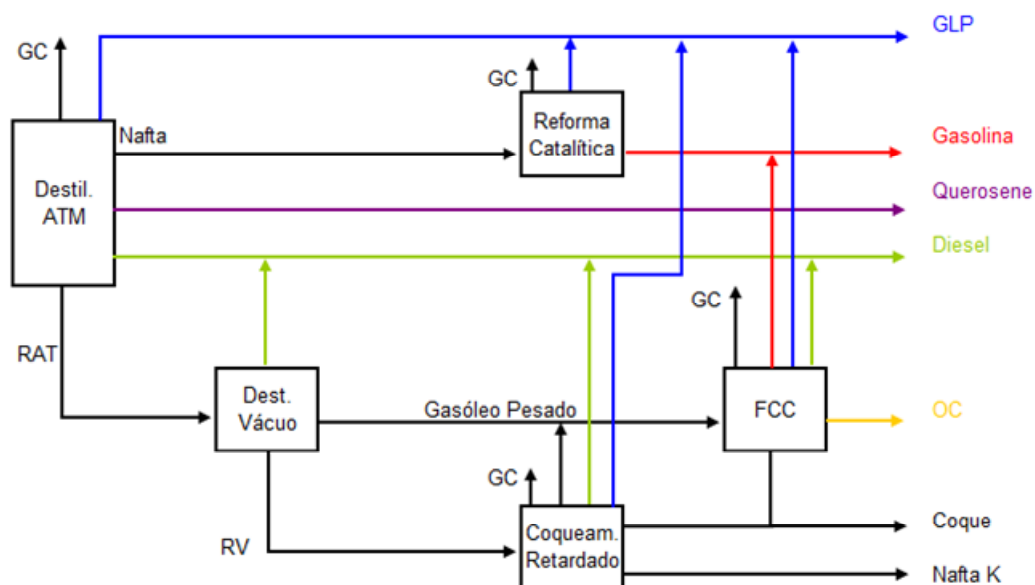


Figura 4.1 - Modelo Simplificado de um Esquema de Refino

Este modelo é uma representação simplificada de uma refinaria de petróleo. Nele é considerado que a unidade de destilação atmosférica é existente e fixa e as demais (Destilação a Vácuo, Reforma Catalítica, Coqueamento Retardado e Craqueamento Catalítico - FCC) são projetos candidatos. O modelo deve indicar de forma otimizada em quais destas unidades investir e a capacidade que deve ser instalada em cada uma delas.

A formulação matemática utilizada neste modelo de otimização sob incerteza considera os seguintes conjuntos:

- **Cenários (c)** – conjunto de cenários
- **Petróleo (i)** – conjunto de petróleos
- **Produto de Entrada (pe)** – qualquer produto (à exceção de petróleo) que sirva como carga numa unidade de processo.
- **Produto de Saída (ps)** – qualquer produto que seja produzido numa unidade de processo.
- **Unidade de Processo (u)** – conjunto de unidades de processo, exceto unidade de destilação atmosférica.

Observação: Os elementos dos grupos produto de saída e produto de entrada são comuns.

E pode ser descrita pelas equações abaixo:

$$\text{Maximizar } \sum_{c=1}^C \text{Pr } o_c \times \text{res}_c \quad (4.1)$$

s.a.

$$\begin{aligned} \text{res}_c = & \sum_{ps=1}^{PS} \text{vda}_{ps,c} \times \text{Pr } v_{ps,c} - \sum_{i=1}^I \text{com}_{i,c} \times \text{Pr } p_{i,c} - \\ & - \sum_{u=1}^U \left(\sum_{pe=1}^{PE} \text{cga}_{u,pe,c} \right) \times \text{Ctu}_u - \sum_{u=1}^U \text{inv}_u \times \text{Cti}_{u,c} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} c = 1, \dots, C \\ (4.2) \end{array}$$

$$\text{com}_{i,c} \leq \text{Ofe}_{i,c} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, I \\ c = 1, \dots, C \end{array} \quad (4.3)$$

$$\text{vda}_{ps,c} \leq \text{Dem}_{ps,c} \quad \begin{array}{l} ps = 1, \dots, PS \\ c = 1, \dots, C \end{array} \quad (4.4)$$

$$\sum_{pe=1}^{PE} \text{cga}_{u,pe,c} \leq \text{inv}_u \times \text{Cap}_{u,c} \quad \begin{array}{l} u = 1, \dots, U \\ c = 1, \dots, C \end{array} \quad (4.5)$$

$$\text{inv}_u \leq 1 \quad u = 1, \dots, U \quad (4.6)$$

$$\text{vda}_{ps,c} \leq \sum_{u=1}^U \left(\sum_{pe=1}^{PE} \text{cga}_{u,pe,c} \times \text{Rdu}_{u,pe,ps} \right) \quad \begin{array}{l} ps = 1, \dots, PS \\ c = 1, \dots, C \end{array} \quad (4.7)$$

$$+ \sum_{i=1}^I \text{com}_{i,c} \times \text{Rdd}_{i,ps} - \sum_{u=1}^U \text{cga}_{u,ps,c}$$

$$\text{res}_c \geq 0 \quad c = 1, \dots, C \quad (4.8)$$

$$\text{vda}_{jc} \geq 0 \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, J \\ c = 1, \dots, C \end{array} \quad (4.9)$$

$$\text{com}_{ic} \geq 0 \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, I \\ c = 1, \dots, C \end{array} \quad (4.10)$$

$$\text{cga}_{pe,u,c} \geq 0 \quad \begin{array}{l} pe = 1, \dots, PE \\ u = 1, \dots, U \\ c = 1, \dots, C \end{array} \quad (4.11)$$

$$inv_u \geq 0 \quad u = 1, \dots, U \quad (4.12)$$

onde:

Variáveis:

res_c - resultado operacional do cenário c

$vda_{ps,c}$ - quantidade vendida do produto ps no cenário c

$com_{i,c}$ - quantidade de petróleo i comprada no cenário c

$cga_{pe,u,c}$ - quantidade de produto pe usado como carga na unidade u no cenário c

inv_u - investimento na unidade u (em percentual)

Parâmetros:

$Pr o_c$ - probabilidade de ocorrência do cenário c

$Pr v_{ps,c}$ - preço unitário de venda do produto ps no cenário c

$Pr p_{i,c}$ - preço unitário do petróleo i no cenário c

Ctu_u - custo unitário de operação da unidade u

$Cti_{u,c}$ - custo de instalação da unidade u no cenário c

$Ofe_{i,c}$ - quantidade ofertada de petróleo i no cenário c

$Dem_{ps,c}$ - demanda produto ps no cenário c

$Cap_{u,c}$ - capacidade máxima da unidade u no cenário c

$Rdu_{u,pe,ps}$ - rendimento das unidades de processo expresso em percentual.

$Rdd_{i,ps}$ - rendimento do produto ps na destilação atmosférica a partir do petróleo i

A equação (4.1) representa a função objetivo que modela o valor esperado do resultado operacional, que se deseja maximizar. O resultado de cada cenário é detalhado na equação (4.2) e representa a receita obtida (1º termo da equação) subtraída do custo total realizado no cenário. O custo total é composto pelo gasto

na compra de petróleo; pelo custo operacional das unidades e pelo investimento nas unidades opcionais.

As restrições (4.3), (4.4) e (4.5) garantem que o petróleo i comprado seja menor ou igual à oferta deste petróleo, que a venda de produto ps seja menor ou igual à demanda daquele produto, que a carga que entra na unidade u seja no máximo a capacidade instalada desta unidade, respectivamente. A restrição (4.6) garante que o percentual a ser instalado na unidade u seja no máximo 100%. A restrição (4.7) representa o balanço de massa para cada produto ps em cada cenário c , ou seja, garante que a venda do produto ps seja menor ou igual à produção do mesmo. Finalmente, as equações (4.8) a (4.12) garantem que as variáveis sejam não negativas.

4.3. Exemplo Quantitativo do Modelo Simplificado de Otimização do Parque de Refino

Nesta seção será apresentado um exemplo numérico do modelo descrito anteriormente. Inicialmente, os valores considerados para os parâmetros que independem de cenários são expostos. Em seguida, são mostrados os cenários considerados e os resultados obtidos sem considerar restrição de risco.

4.3.1. Valores Numéricos Considerados

Os parâmetros que não variam entre os cenários são os seguintes:

- Petróleos disponíveis para compra e respectivos rendimentos na destilação atmosférica;
- Unidades consideradas e rendimentos associados;
- Custo operacional de cada unidade;
- Investimento requerido e capacidade máxima de instalação de cada unidade.

Vale ressaltar que todos os valores considerados neste capítulo são meramente para exemplificar a solução do modelo, ou seja, são valores fictícios.

São considerados cinco tipos de petróleos disponíveis para compra. Estes tipos de petróleo podem ser observados na Tabela 4.1 com seus respectivos rendimentos na destilação atmosférica:

Tabela 4.1 - Rendimentos dos Petróleos a partir da Destilação Atmosférica

	RENDIMENTOS				
	GLP	Nafta	Querosene	Diesel	RAT
Petróleo A	0,1	0,15	0,15	0,1	0,5
Petróleo B	0,2	0,1	0,2	0,1	0,4
Petróleo C	0,3	0,15	0,15	0,1	0,3
Petróleo D	0,4	0,1	0,1	0,2	0,2
Petróleo E	0,5	0,15	0,1	0,2	0,05

Os percentuais contidos na Tabela 4.1 representam o valor de $Rdd_{i,ps}$, ou seja, o rendimento do produto ps na destilação atmosférica a partir do petróleo i.

Os dois primeiros tipos de petróleo, A e B, são óleos pesados com um rendimento alto de Resíduo Atmosférico (RAT), 50% e 40%, respectivamente. O petróleo C já é um petróleo médio com rendimento de 30% de RAT. Os dois últimos tipos de petróleo são óleos mais leves com maior rendimento de derivados nobres, como GLP e Diesel. Nesse contexto, o preço de compra dos petróleos deverá ser crescente do mais pesado para o mais leve.

A quantidade ofertada e o preço de cada petróleo vão variar de acordo com o cenário descrito. O valor considerado destes parâmetros será apresentado na próxima seção.

Além da destilação atmosférica, as unidades que estão sendo consideradas no modelo são: Destilação a Vácuo, Reforma Catalítica, Coqueamento Retardado e Craqueamento Catalítico – FCC. O rendimento de cada uma delas está apresentado na Tabela 4.2:

Tabela 4.2 - Rendimentos das Unidades de Processo

Produto de Saída (ps)	Destilação a Vácuo	Craqueamento Catalítico (FCC)	Coqueamento Retardado	Reforma Catalítica
GLP	-	0,24	0,04	0,12
Nafta	-	-	0,11	-
Querosene	-	-	-	-
Diesel	0,42	0,10	0,43	-
RAT	-	-	-	-
Gasoleo (FCC)	0,29	-	0,17	-
RV	0,29	-	-	-
Gasolina	-	0,44	-	0,12
OC	-	0,07	-	-
Coque	-	0,07	0,20	-
Gás Comb.	-	0,08	0,05	0,54
Produto de Entrada (pe)	RAT	Gasóleo	RV	Nafta

Os percentuais contidos na Tabela 4.2 representam o valor de $Rdu_{u,pe,ps}$, ou seja, o rendimento do produto de saída ps na unidade u a partir da carga (produto de entrada) pe. Para efeitos de simplificação, foi considerado que cada unidade só possui um tipo de produto (pe) que pode entrar como carga, conforme a última linha da Tabela 4.2. Para as demais combinações de produto de entrada com unidade de processo, o rendimento de todos os produtos de saída (ps) é zero.

Além dos derivados listados na Tabela 4.2, algumas das unidades consideradas produzem outros sub-produtos como Hidrogênio e Enxofre, que não serão considerados no modelo. Estas unidades são chamadas de fundo de barril e têm capacidade de produzir derivados nobres a partir de parcelas pesadas do petróleo.

O custo unitário de operação considerado em cada unidade está mostrado na Tabela 4.3:

Tabela 4.3 – Custo Operacional por Unidade

	Destilação a Vácuo	Craqueamento Catalítico (FCC)	Coqueamento Retardado	Reforma Catalítica
Custo Oper. (\$/ m3)	1,00	2,00	2,00	1,00

Outros custos operacionais não foram considerados no modelo, como o da destilação atmosférica.

O Investimento requerido e capacidade máxima de instalação de cada unidade estão ilustrados na Tabela 4.4:

Tabela 4.4 - Capacidade de Investimento por Unidade

	Destilação a Vácuo	Craqueamento Catalítico (FCC)	Coqueamento Retardado	Reforma Catalítica
Capacidade (m3/dia)	1.000	400	300	300
Investimento (mil \$/ano)	1.278	1.460	1.643	548

Foram apresentados valores numéricos associados ao modelo (4.1) que são válidos para todos os cenários.

4.3.2. Apresentação dos Cenários

Para representar os cenários no modelo simplificado, foram consideradas três curvas de petróleo (oferta de petróleo) e duas possibilidades de demanda de derivados com quantidade e preço associados. Cruzando as possibilidades de curva de petróleo com as de demanda de derivados com probabilidades discretas, chegou-se a um horizonte de seis cenários.

As possíveis curvas de petróleo consideradas são apresentadas a seguir na Tabela 4.5:

Tabela 4.5 – Cenários – Curva de Petróleo

	Ofertas Possíveis (m3/dia)			Preço (\$/m3)
	Pesado	Médio	Leve	
Petróleo A - Muito Pesado	2.000	1.000	250	70
Petróleo B - Pesado	2.000	1.000	250	80
Petróleo C - Médio	500	1.000	500	90
Petróleo D - Leve	250	1.000	2.000	95
Petróleo E - Muito Leve	250	1.000	2.000	100

O primeiro caso, chamado de Pesado, é um cenário de oferta alta de petróleo pesado e oferta baixa de petróleo leve. No segundo caso, Médio, existe

uma oferta equivalente para todos os tipos de petróleo. No terceiro e último caso, Leve, a oferta de petróleos leves é alta em comparação a oferta de pesados.

As possíveis demandas de derivados com respectivos preços são apresentadas na Tabela 4.6:

Tabela 4.6 – Cenários - Derivados

	Otimista		Pessimista	
	Demanda (m3 /dia)	Preço (\$/m3)	Demanda (m3/dia)	Preço (\$/m3)
GLP	2.000	180	750	120
Nafta	1.000	30	500	30
Querosene	500	150	500	90
Diesel	1.500	180	500	120
Gasolina	1.500	180	750	120
Óleo Combustível	250	30	250	30
Coque	250	40	250	40

O primeiro caso é a representação de uma situação favorável, chamada de Otimista. Nesta situação a demanda dos derivados é alta, assim como o preço de mercado. O segundo caso já representa uma situação oposta, onde existe uma demanda retraída com preço baixo de mercado.

A Figura 4.2 ilustra os cenários e suas respectivas probabilidades de ocorrência a partir do cruzamento das situações descritas acima.

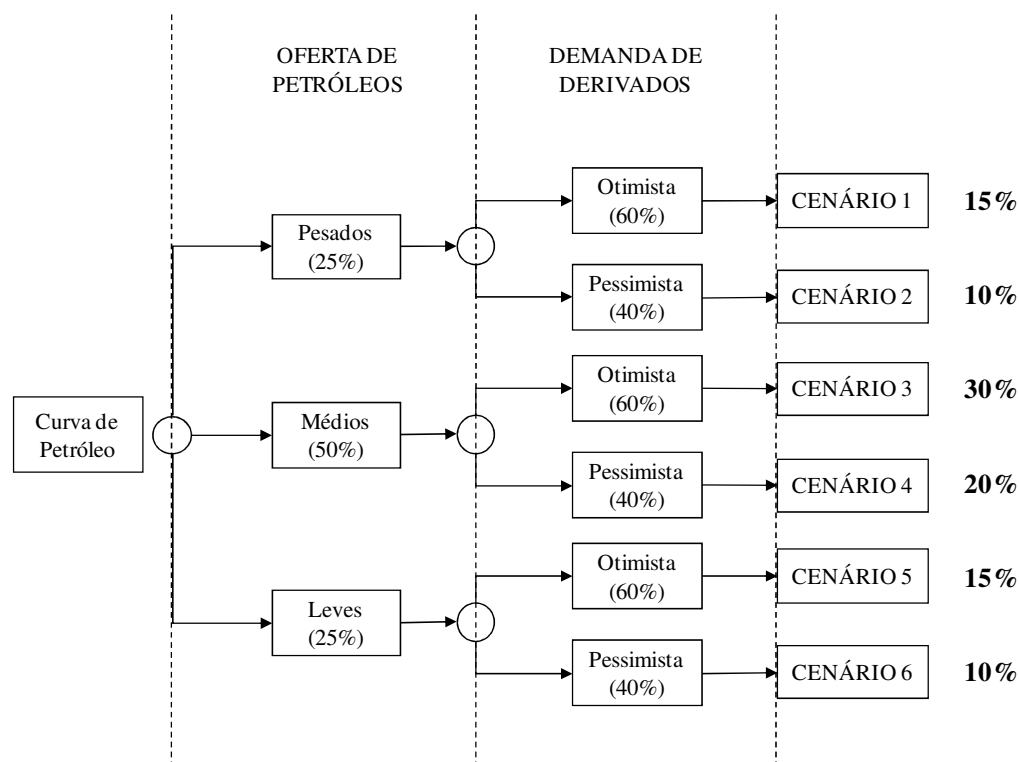


Figura 4.2 - Cenários

4.3.3. Resultados Obtidos

Foram utilizados a ferramenta Solver do Excel e o sistema de modelagem AIMMS para modelagem e otimização do modelo descrito nos itens anteriores e assim obter resultado de decisão de investimento sem considerar restrição de risco. Foram simuladas rodadas isoladas para cada cenário gerando 6 resultados diferentes além daquele referente à otimização global dos cenários, com respectivas probabilidades ilustradas na Figura 4.2. A Tabela 4.7 resume as 7 simulações realizadas:

Tabela 4.7 - Simulações

	Pro ₁ (Cenário 1)	Pro ₂ (Cenário 2)	Pro ₃ (Cenário 3)	Pro ₄ (Cenário 4)	Pro ₅ (Cenário 5)	Pro ₆ (Cenário 6)
1	100%	0%	0%	0%	0%	0%
2	0%	100%	0%	0%	0%	0%
3	0%	0%	100%	0%	0%	0%
4	0%	0%	0%	100%	0%	0%
5	0%	0%	0%	0%	100%	0%
6	0%	0%	0%	0%	0%	100%
7	15,0%	10,0%	30,0%	20,0%	15,0%	10,0%

Os resultados obtidos podem ser visualizados na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 - Resultados

Simulação	Dest. Vácuo	FCC	Coqueam. Retardado	Reforma Catalítica	Função Objetivo (FO)
1	100,0%	84,8%	96,7%	100,0%	175.245
2	64,2%	54,5%	62,1%	0,0%	21.803
3	100,0%	84,8%	96,7%	100,0%	220.470
4	63,4%	53,7%	61,2%	0,0%	21.311
5	76,5%	64,9%	74,0%	0,0%	248.805
6	41,5%	35,2%	40,1%	0,0%	10.579
7	100,0%	84,8%	96,7%	100,0%	134.348

Os valores apresentados na Tabela 4.8 representam a indicação do modelo de que percentual deve ser investido em cada unidade para cada uma das simulações. Pode-se observar que nas rodadas 2, 4, 5 e 6, onde são considerados os cenários 2, 4, 5 e 6 isoladamente, o modelo indica investimento parcial nas

unidades de Destilação a Vácuo, Coqueamento Retardado e Craqueamento Catalítico e nenhum investimento na unidade de Reforma Catalítica.

Já na simulação 7, onde é considerada a otimização global dos cenários, o modelo indica investimento nas quatro unidades com praticamente a capacidade máxima de cada uma delas. Nesta situação a função objetivo assume o valor de \$ 134.348/dia, o que representa a média ponderada dos resultados obtidos em cada um dos cenários. Esses resultados variam de \$ 3.122/dia, resultado no cenário 6 até o valor máximo de \$ 245.615/dia, resultado no cenário 5, como pode ser visto na Tabela 4.9.

Tabela 4.9 - Resultado por Cenário – Simulação 7

	Cenários (c)						FO
	1	2	3	4	5	6	
Res_c	175.245	16.279	220.470	15.691	245.615	3.122	134.348
Pro_c	15%	10%	30%	20%	15%	10%	

Pode ser observado que os resultados dos cenários 2, 4, 5 e 6 na otimização sob incerteza (simulação 7) foram menores que aqueles obtidos nas simulações dos mesmos cenários isolados. Já os cenários 1 e 3 obtiveram o mesmo resultado na otimização sob incerteza e nas simulações isoladas para os mesmos. Ou seja, o perfil de investimento ótimo dos cenários 1 e 3 na decisão sob medida é o mesmo da otimização sob incerteza.

Este exemplo ilustrou a otimização do modelo considerando flutuações na curva de petróleo e nos preços dos derivados, assim como na demanda dos derivados. Para isso foram considerados seis cenários discretos com probabilidades associadas. O modelo indicou um resultado a partir da otimização global de todos os cenários.

Nesta seção foi apresentado um exemplo quantitativo de otimização sob incerteza na área de refino sem considerar restrição de risco. O resultado encontrado mostra que a indicação de decisão de investimento varia com o cenário considerado. Dessa forma uma otimização determinística nem sempre representa uma boa solução.

4.4. Exemplo Quantitativo Utilizando Abordagem CVaR

Neste exemplo utiliza-se uma abordagem na qual a decisão é tomada de modo a maximizar o resultado operacional da refinaria, condicionado ao atendimento de um resultado mínimo requerido com dado nível de confiança. Para isso, é adotado o CVaR como medida de risco.

Conforme já mencionado no capítulo 2, CVaR é a perda média excedida do Value-at-risk (VaR) (Palmquist et al, 1999). Por exemplo, para $\beta = 95\%$, o CVaR é dado pela média das 5% maiores perdas.

As equações (2.27) a (2.32) foram adaptadas e incluídas no modelo abordado neste capítulo para modelar a restrição de risco. O termo g_c de (2.30) representa o resultado operacional associado ao c -ésimo cenário.

As equações de (4.13), (4.14) e (4.15) modelam a restrição do CVaR do portfólio a nível de confiança $\beta\%$. Vale ressaltar que foi feita uma adaptação de (2.28) para o caso em que os cenários não são equiprováveis. Por isso a restrição (4.13) contém o termo Pro_c (probabilidade de ocorrência do cenário C) ao invés de $1/C$.

$$\alpha + \frac{1}{(1-\beta)} \sum_{c=1}^C Pro_c \times U_c \geq K \quad (4.13)$$

$$U_c \leq 0 \quad c = 1, \dots, C \quad (4.14)$$

$$U_c \leq res_c - \alpha \quad c = 1, \dots, C \quad (4.15)$$

onde:

α - variável que fornece o VaR do portfólio a nível de confiança $\beta\%$

β - nível de confiança para o cálculo do VaR e do CVaR

Pro_c - probabilidade de ocorrência do cenário C

U_c - variável auxiliar para o cálculo do CVaR

K - limite no CVaR do portfólio (valor requerido pelo investidor)

res_c - resultado operacional do cenário C

Para analisar o impacto do CVaR no modelo quantitativo considerado, foram feitas simulações variando-se o valor de K que representa o limite mínimo aceito pelo investidor. Quanto menor o valor associado ao K, maior será o risco assumido pelo investidor. O nível de confiança β foi considerado 95% para as simulações iniciais.

O valor esperado do resultado operacional obtido em cada simulação está apresentado na Figura 4.3. Esta Figura representa a fronteira eficiente do portfólio de investimentos no refino com utilização de CVaR para o exemplo estudado neste capítulo.

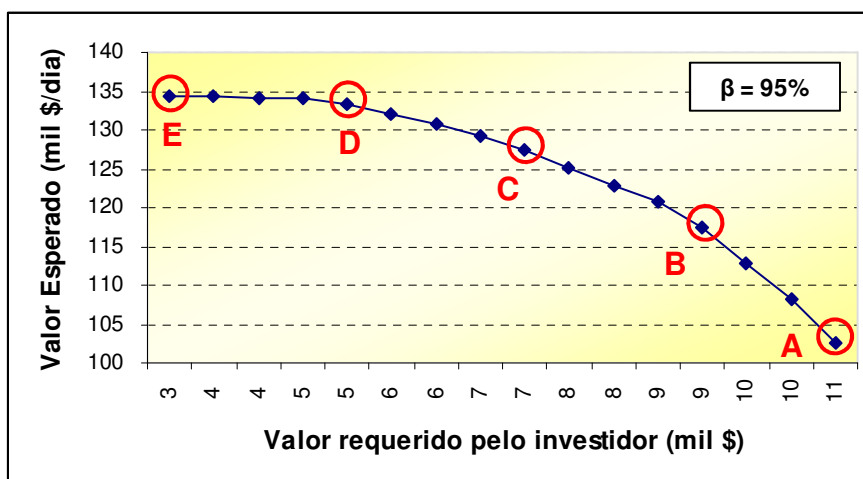


Figura 4.3 – Fronteira Eficiente do Portfólio com Uso de CVaR

Pode-se observar que o valor da função objetivo, ou seja, o valor esperado, aumenta com o risco. O ponto A representa o ponto de menor risco e menor valor esperado, enquanto que o ponto E representa o ponto de maior risco e valor esperado.

O ponto E é equivalente à simulação realizada no item 4.3. Nessa situação, ao se igualar K a 3.000, a solução apresentada pelo modelo é a mesma que a simulação sem restrição de risco, uma vez que o resultado do pior cenário é no caso sem restrição de risco é \$ 3.122/dia (maior que o valor de K=3.000).

Vale ressaltar que em todas as simulações iniciais o resultado do pior cenário não foi menor que o valor de K, ou seja, nenhum cenário violou o valor requerido pelo investidor. Isto se deve ao fato de terem sido considerados poucos

cenários (apenas 6), conseqüentemente, com probabilidade de ocorrência relativamente alta (acima de 10%) no exemplo e o nível de confiança ser 95%.

Na Figura 4.4, são apresentados os percentuais ótimos de instalação de cada unidade associados aos cinco pontos assinalados na figura 4.3.

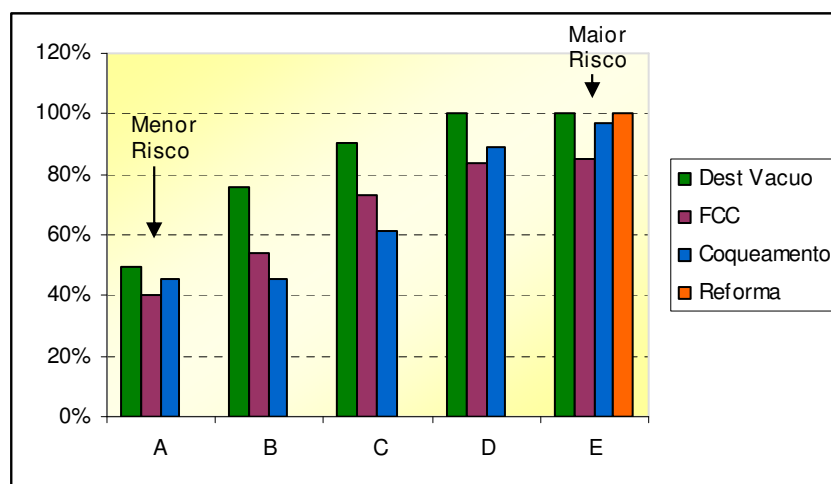


Figura 4.4 - Percentuais Ótimos de Instalação

A partir da figura 4.4, pode-se observar que o modelo indica investimentos maiores nas unidades de Destilação a Vácuo, Coqueamento Retardado e Craqueamento Catalítico (FCC) conforme vai aumentando o risco. O modelo só indica investimento na unidade de Reforma Catalítica no ponto E, ou seja, no caso onde o investidor assume um risco alto. Os resultados deste exemplo mostram que a decisão otimizada de investimento na área de refino varia com o nível de risco que se pretende assumir.

Ao variar o nível de confiança β , a fronteira eficiente do portfólio em questão assumiu uma nova forma para valores de β menores que 90%. Isto porque o cenário menos provável do exemplo tem probabilidade de ocorrência igual a 10%. A figura 4.5 mostra a comparação entre a fronteira eficiente obtida com a aplicação do modelo CVaR para três diferentes níveis de confiança.

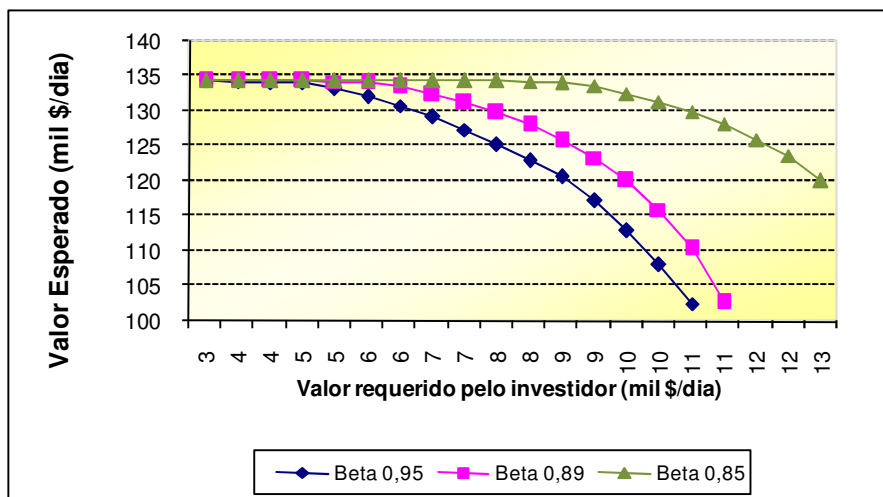


Figura 4.5 – Fronteira Eficiente do Portfólio com Uso de CVaR

Pode-se observar que quanto menor o valor de β , maior é o valor esperado do resultado operacional para o mesmo K (valor requerido pelo investidor). Ou seja, considerando um menor nível de confiança, o modelo indica uma configuração de investimento que resulta em um maior valor esperado global, porém com um ou mais cenários podendo possuir resultados menores que o valor requerido pelo investidor (K).

4.5. Exemplo Quantitativo Utilizando Abordagem Minimax

A segunda abordagem utilizada para restringir o risco do modelo-exemplo de otimização do parque de refino foi o modelo Minimax. Conforme visto no Capítulo 2, este modelo maximiza o retorno do pior cenário, sujeito a um nível de retorno esperado. Ou, de forma alternativa, maximiza o retorno esperado, sujeito ao atendimento de um retorno mínimo em cada um dos cenários. A formulação matemática do modelo Minimax foi apresentada no Capítulo 2 pelas equações (2.10) a (2.13). No modelo Minimax apresentado, o termo $\sum_{i=1}^N x_i r_{i,c}$ representa o retorno de cada cenário que deve ser maior ou igual a um valor H definido pelo investidor.

No modelo abordado neste capítulo, este termo representa o resultado operacional associado ao c -ésimo cenário. Dessa forma, para considerar o mínimo

da distribuição como medida de risco no modelo (4.1), foi incluída a seguinte restrição ao modelo:

$$\sum_{c=1}^C res_c \geq H \quad c = 1, \dots, C \quad (4.16)$$

onde:

res_c - resultado operacional do cenário C

H – nível mínimo para o valor esperado do retorno em cada cenário C

Para avaliar o impacto do retorno mínimo, utilizado como medida de risco no modelo considerado, foram feitas simulações variando-se o valor de H que representa o nível mínimo requerido para o retorno de cada cenário. Quanto menor o valor associado ao H, maior será o risco assumido pelo investidor.

O valor esperado do resultado operacional obtido em cada simulação está apresentado na Figura 4.6. Esta Figura representa a fronteira eficiente do Portfólio de Investimentos no Refino com utilização de retorno mínimo para o exemplo estudado neste capítulo.

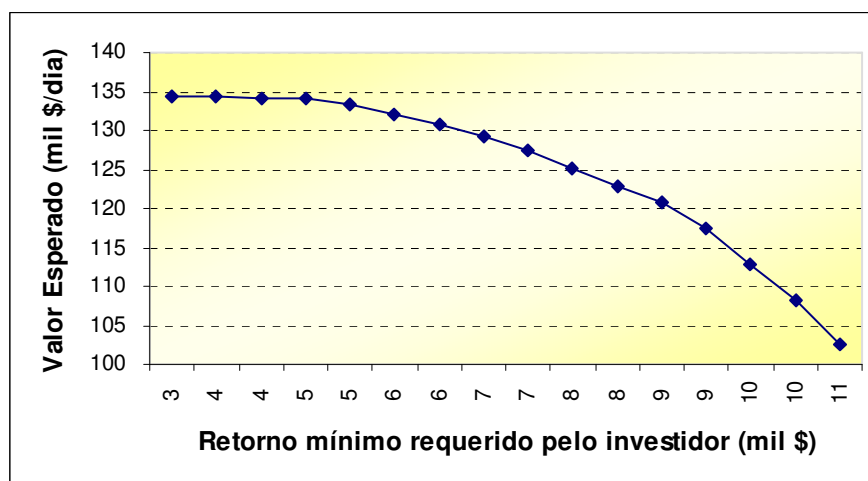


Figura 4.6 – Fronteira Eficiente do Portfólio com Uso de Retorno Mínimo

Pode-se observar que a curva mostrada na Figura (4.6) que representa a fronteira eficiente do portfólio com uso de retorno mínimo como medida de risco se equivale à curva da Figura (4.3) que utiliza o CVaR como medida de risco com

$\beta = 95\%$. Em ambos os casos, o valor da função objetivo, ou seja, o valor esperado aumenta com o risco.

4.6. Considerações Finais

Neste capítulo foi apresentado um exemplo de modelo de otimização sob incerteza na área de petróleo e derivados. Foram definidos cenários discretos com probabilidades associadas para representar possíveis ambientes de mercado. Inicialmente foram apurados resultados para o exemplo sem considerar restrição de risco. Em seguida o mesmo o exemplo foi estudado com restrição de risco através da aplicação de duas abordagens diferentes: CVaR e modelo Minimax. Os modelos foram rodados em duas ferramentas: Solver do Excel e AIMMS. Ambos os resultados foram comparados e validados, com obtenção dos mesmos valores.

O modelo Minimax é mais conservador que o modelo com uso do CVaR, pois o primeiro exige que todos os cenários tenham um retorno mínimo, enquanto que o CVaR permite certa flexibilidade ao definir um limite para a média das perdas de um portfólio a um nível de confiança. Porém, ao comparar os resultados obtidos com uso do CVaR a um nível de confiança 95% e com abordagem Minimax, verifica-se que os modelos se equivalem neste caso. Isto já era de se esperar, pois o exemplo considerado possui poucos cenários com probabilidades relativamente altas. Neste exemplo, apenas para modelos com uso de CVaR a nível de confiança abaixo de 90% pôde ser verificada diferença na fronteira eficiente do portfólio, pois, neste caso, o cenário menos provável tem probabilidade de ocorrência igual a 10%.

Quando se trabalha com muitos cenários, o modelo com uso do CVaR permite que os piores cenários com probabilidades baixas de ocorrência apresentem resultados menores que o valor requerido pelo investidor. Já o modelo Minimax adota um critério mais rigoroso, exigindo que todos os cenários considerados tenham resultado maior ou igual ao valor requerido pelo investidor. Isto pode fazer com que cenários altamente improváveis influenciem a tomada de decisão.