

3 INCERTEZAS E VARIABILIDADE ESPACIAL DAS PROPRIEDADES DOS SOLOS

3.1. Introdução

Na geotecnia, existe uma incerteza inerente ao cálculo das propriedades médias dos solos, devido ao fato de que a quantidade de ensaios disponíveis para poder quantificar estas propriedades é sempre limitada, tanto no campo como no laboratório.

Incertezas são devidas também às conseqüências da perturbação do solo nos parâmetros de resistência, devido à instalação de instrumentação ou à extração de amostras. A mais importante fonte de incerteza são as condições geológicas, as quais estão relacionadas à variabilidade espacial das propriedades do solo.

A Figura 3.1 apresenta um perfil típico de um depósito glacial onde se pode notar a grande variabilidade espacial das características do solo, em especial a permeabilidade.

Na realidade as características dos solos apresentam uma estruturação espacial. As características podem ser similares em pontos próximos, mas podem modificar-se significativamente para pontos mais afastados. Existe, portanto, uma distância de autocorrelação que define a distância até onde as propriedades do solo mostram forte correlação.

Deve-se deixar claro que em geotecnia é mais importante se considerar a variação espacial de uma propriedade de trecho a outro, não importando a variação espacial de um ponto a outro.

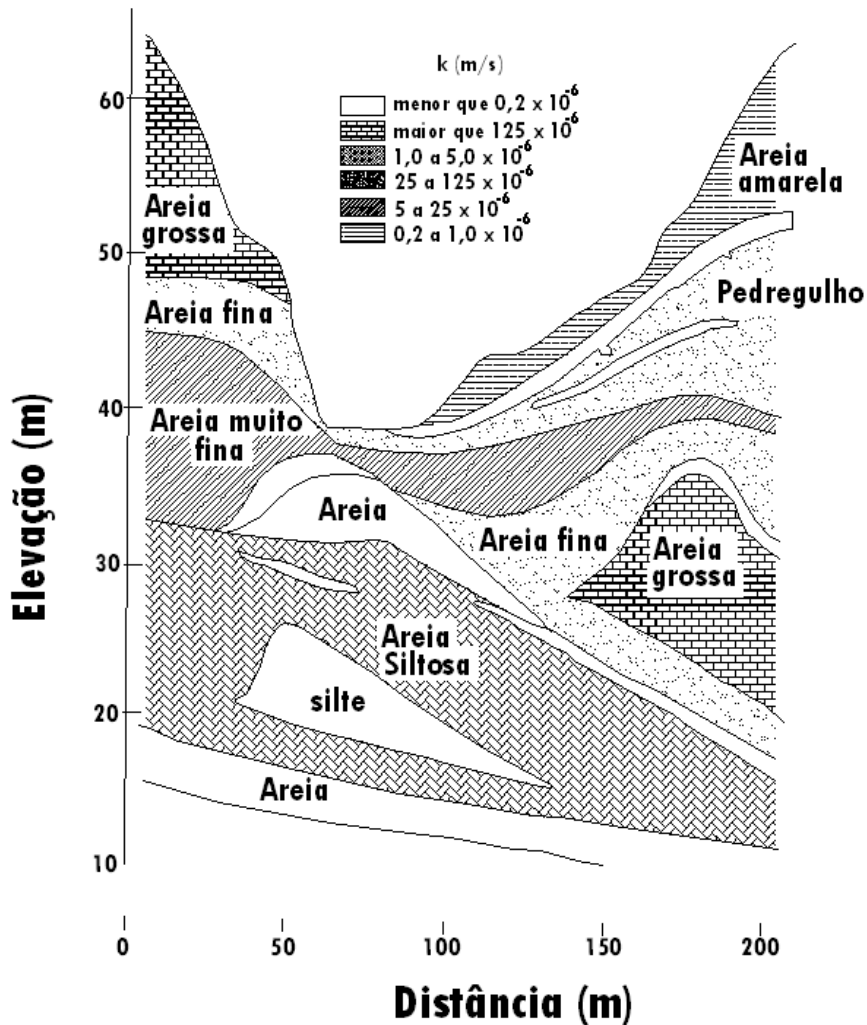


Figura 3.1 – Perfil da permeabilidade do solo de um depósito glacial, Terzaghi, Peck e Mesri (1996).

A seguir apresentam-se as principais fontes de incerteza. Cada uma delas é quantificada pela variância do parâmetro em torno de seu valor médio, e a soma de todas as incertezas é a variância total do parâmetro, a ser utilizada na análise probabilística.

3.2. Fontes de Incerteza

Vanmarcke (1977a) propõe que as fontes de incerteza na caracterização de estruturas de solo sejam divididas em três fontes. A primeira é devido à natural heterogeneidade ou variabilidade dos solos in-situ. A segunda diz respeito à limitação das informações disponíveis para a caracterização do solo. A terceira fonte de incerteza deve-se aos erros nas medições das propriedades dos solos.

Lacasse e Nadim (1996) dividiram as incertezas geotécnicas em dois grupos: inerente (ou natural) e devido à carência de conhecimento.

Morgenstern (1995) propõe separar a incerteza geotécnica em três distintas categorias: incerteza nos parâmetros, incerteza nos modelos e incerteza humana. Neste capítulo serão descritas brevemente as categorias propostas por Morgenstern.

3.2.1. Incerteza nos Parâmetros

Baecher (1987) atribui a incerteza dos parâmetros do solo a duas fontes: dispersão dos dados e erro sistemáticos. A dispersão dos dados é referida à dispersão ao redor da média, e pode ser subdividida em variabilidade espacial e erros aleatórios. Erros sistemáticos são referidos ao desvio na tendência medida, em relação à tendência verdadeira (não conhecida). Os erros sistemáticos por sua vez, se subdividem em erro estatístico e desvio (“*bias*”) nas medidas. A Figura 3.2 ilustra estas definições.

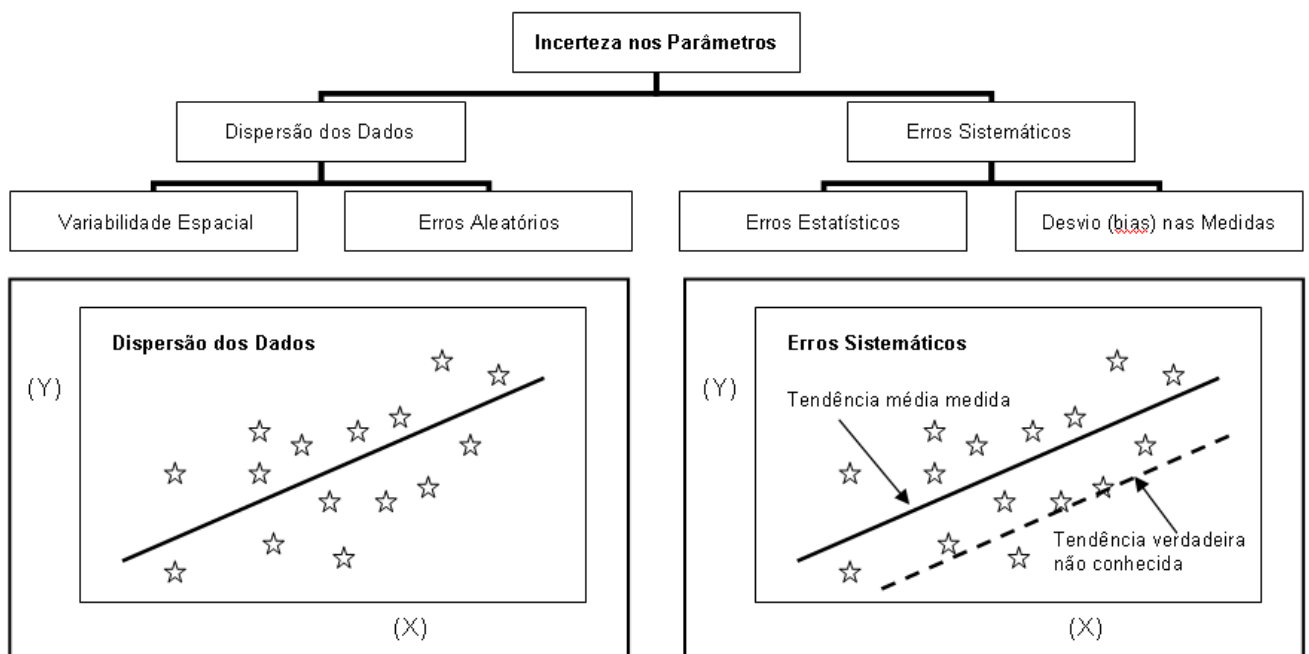


Figura 3.2 – Fontes de incerteza nos parâmetros, El-Ramly (2001).

3.2.1.1. Dispersão dos Dados: Variabilidade Espacial

A variabilidade espacial representa as variações inerentes que as propriedades do solo apresentam em regiões distintas, mesmo em depósitos homogêneos.

Um dado parâmetro do solo mantém-se constante ou com pouca variação em posições adjacentes (numa distância r). Porém, com o incremento da distância (r), a variação deste parâmetro pode ser significativa. Assim a variabilidade espacial não é um processo aleatório, pois é controlado por alguma forma de correlação, relacionando os parâmetros do solo com a posição no espaço (EL-Ramly, 2001).

Os métodos usuais de avaliação probabilística da estabilidade de taludes não consideram este aspecto da variação da variabilidade espacial das propriedades do solo em uma distância r . Isto é relevante devido ao fato que a não consideração deste aspecto leva à super-estimativa da probabilidade de ruptura.

Lacasse e Nadim (1996) consideram que a variabilidade espacial dos solos pode ser causada por variações na composição mineralógica, história de tensões, processos físicos e mecânicos em sua decomposição e condições ambientais durante sua deposição ou formação.

3.2.1.2. Dispersão dos Dados: Erros Aleatórios

Os erros aleatórios (*“Random Testing Errors”*) são originados durante as medições feitas no campo ou no laboratório, devido a erros humanos ou deficiências no aparelho onde se determinou a propriedade do solo. Estes erros mudam de lugar onde foram determinadas as propriedades, e podem dar dados acima ou abaixo da média. Este tipo de erro pode ser minimizado assegurando que os procedimentos utilizados são corretos e de acordo com as normas internacionais, como ASTM, ABNT, etc.

Uma forma de determinar estes tipos de erro é fazendo uma série de ensaios com o mesmo equipamento, mesmo operador e mesma amostra. Na realidade, isto não é possível fazer na prática quando os ensaios são destrutivos. Limites de Atterberg (Limite de Liquidez e Limite de Plasticidade) são exemplos de ensaios não destrutivos cuja repetição permite determinar este tipo de erro. Erros aleatórios não constituem uma variação real das propriedades do solo e devem ser eliminados da análise.

3.2.1.3. Erros Sistemáticos: Erros Estatísticos

O cálculo do valor médio é função da quantidade de dados disponíveis para a análise. Quanto maior a quantidade de dados, menor é a incerteza no cálculo da média, mas como se cita na prática diária da engenharia, o cálculo do valor médio dos dados é sempre baseado em pequena quantidade de dados, que é somente uma estimativa do valor médio da população.

Este problema geralmente origina-se do fato de que os programas de investigação são sempre limitados e controlados pelo orçamento.

Resumindo, o erro estatístico é a incerteza na estimação da média, devido a uma quantidade limitada de dados, onde a verdadeira média representante da população pode ser outra (Figura 3.2).

3.2.1.4. Erros Sistemáticos: Desvio (“*bias*”) nas Medidas

O desvio (“*bias*”) nas medidas é relacionado ao fato de que as medidas do valor de um parâmetro podem ser superestimadas ou subestimadas nos ensaios de laboratório ou de campo, devido a amolgamento do solo, uso inadequado de um equipamento ou modelos (correlações) para interpretar os dados.

Os modelos de desvio (“*bias*”) de um parâmetro são em geral estimados empiricamente, comparando-se os valores medidos com previsões do parâmetro, em casos reais de obras geotécnicas, como por exemplo, uma ruptura por deslizamento.

Um dos exemplos mais clássicos e conhecidos de desvios (“*bias*”) nas medidas é o fator de correção (μ) proposta por Bjerrum (1972), ilustrada na (Figura 3.3). Ele observou que a resistência não drenada obtida em ensaios de palheta é superestimada em argilas altamente plásticas, sendo necessária sua correção pelo fator.

A determinação do parâmetro de correção foi realizada comparando os valores de S_u medidos com a palheta, com os resultados de S_u em retro análises de rupturas.

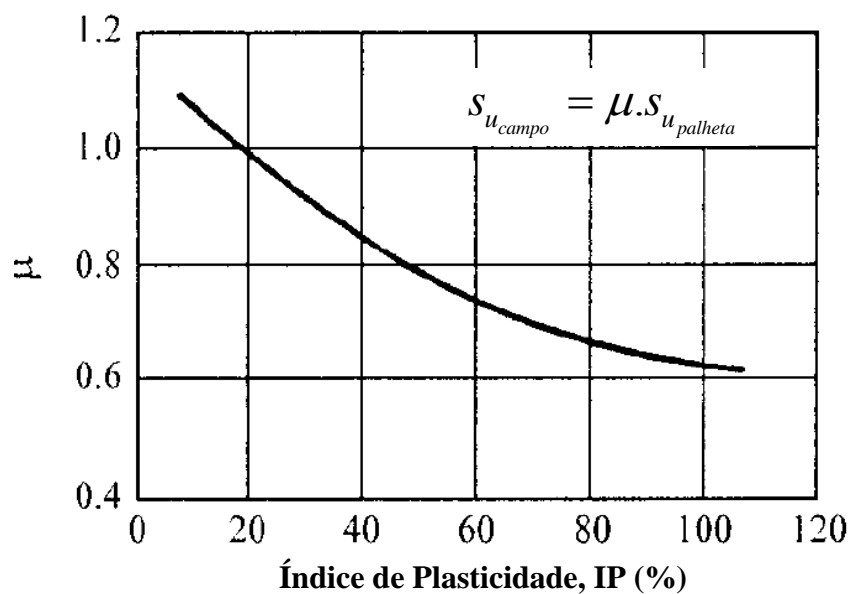


Figura 3.3 – Fator de correção da resistência não drenada S_u , Bjerrum (1972).

3.2.2. Incerteza nos Modelos

Um dos problemas do engenheiro é definir o melhor modelo para representar as condições reais, em uma determinada situação. Geralmente estes modelos apresentam simplificações e aproximações, e podem só capturar algumas das características da realidade. Assim, é preciso o julgamento do engenheiro para poder tomar a decisão de qual modelo deve ser utilizado.

A incerteza nos modelos é uma das maiores fontes de incerteza em engenharia geotécnica (Morgenstern, 1995; Whitman, 1996).

Em análises de probabilidade e confiabilidade, em especial no caso de estabilidade de taludes, a incerteza no modelo se relaciona com a distribuição de densidade de probabilidade a ser utilizada (Normal ou Lognormal), para melhor representar as variáveis aleatórias.

3.2.3. Incerteza Humana

A incerteza humana é devido à carência ou falta de conhecimento, ou à comunicação inapropriada entre as pessoas responsáveis pelo projeto. Este tipo de incerteza é freqüentemente aleatório e imprevisível.

De todas estas fontes de incertezas, as que podem ser quantificadas são as incertezas nos parâmetros. As incertezas no modelo e as incertezas humanas são de difícil quantificação e são geralmente desprezadas na prática.

3.3. Variabilidade Espacial dos Parâmetros dos Solos

As propriedades de todos os solos variam de um lugar a outro ainda se tenha um depósito homogêneo. Como mencionado anteriormente, a variabilidade é atribuída a variações mineralógicas, geológicas, história de tensões, representando a maior fonte de incerteza em uma análise.

Na realidade, as propriedades dos solos não variam aleatoriamente no espaço. As variações são graduais e seguem uma conduta que pode ser quantificada usando estruturas de correlações espaciais, onde as propriedades dos solos são tratadas como variáveis aleatórias (Elkated et al, 2003).

As propriedades dos solos têm uma forte correlação em locais adjacentes, sendo medido pela distância de autocorrelação ou distância em que as propriedades mostram forte dependência. Porém, quando a distância é incrementada esta correlação diminui até desaparecer. A distância de correlação é geralmente maior na direção horizontal do que na vertical, devido principalmente aos processos de formação dos solos.

El-Ramly (2001), através do uso do software geoestatístico GSLIB mostrou a distribuição de dois sistemas de dados artificiais numa superfície, que têm semelhantes histogramas, médias e desvio padrão (Figura 3.4). Pode-se observar que o gráfico superior (3.4.a) mostra uma errática distribuição com pequenas distâncias de correlação, enquanto que o gráfico inferior (3.4.b) mostra uma alta continuidade espacial, com maiores distâncias de autocorrelação.

O uso apenas da média e do desvio padrão (Capítulo 2) não é suficiente para quantificar a estrutura da variabilidade espacial, sendo necessárias ferramentas adicionais.

Uma grande distância de autocorrelação indica um material uniforme ou homogêneo, o qual pode ser caracterizado por alguns ensaios separados. Por outro lado, uma pequena distância de autocorrelação implica um material cujas

propriedades mudam rapidamente sobre pequenas distâncias (Christian et al 1992, 1994).

Baecher e Christian (2003) mostraram as medidas de propriedades executadas num dado comprimento (Figura 3.5) em dois diferentes tipos de solos, que têm uma mesma distribuição normal e valores iguais de média e desvio padrão. Pode-se notar que uma modelagem dos parâmetros só com a média e o desvio padrão não permite quantificar adequadamente as propriedades dos solos num ponto de interesse, requerendo, portanto, ferramentas adicionais.

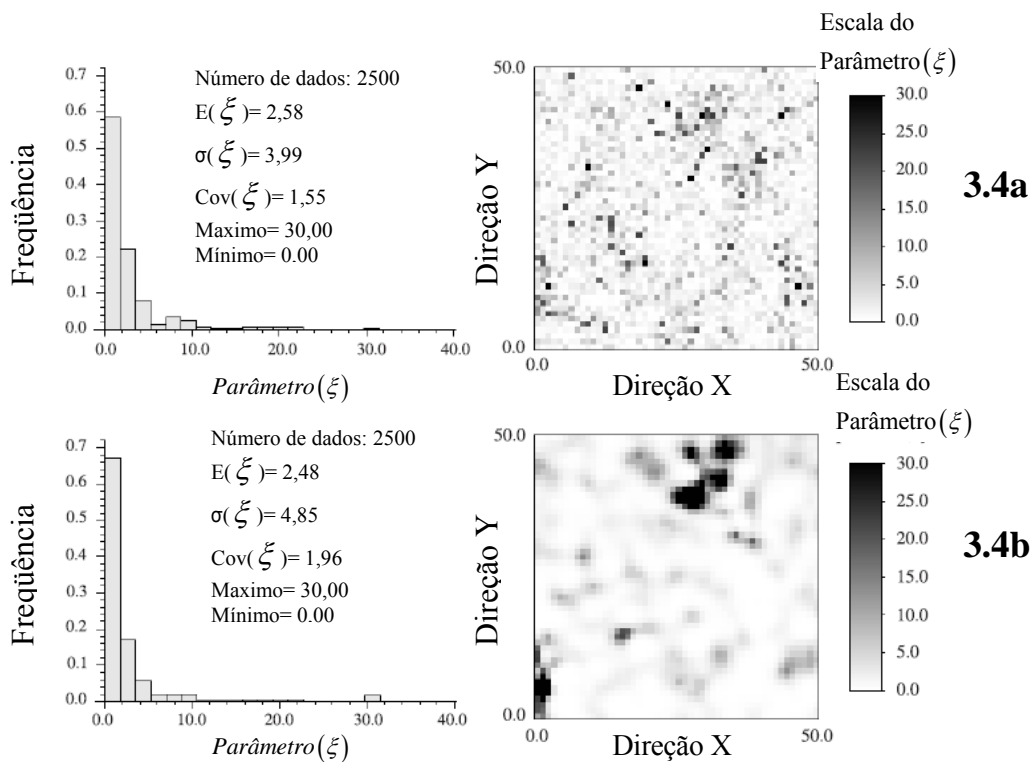


Figura 3.4 – Distribuição espacial em dois conjuntos de dados com histogramas semelhantes, El-Ramly (2001).

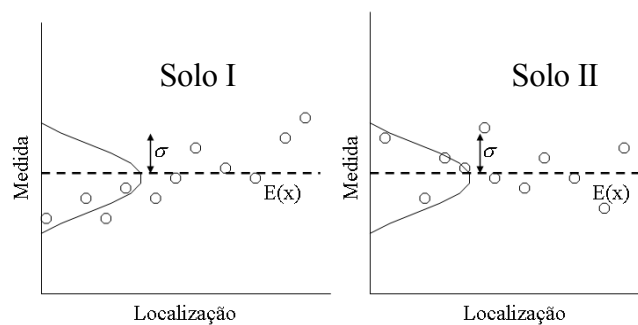


Figura 3.5 – Variação espacial das propriedades em dois solos, modificado de Baecher e Christian (2003)

3.3.1. Modelo Simplificado para a Quantificação da Variabilidade Espacial

Na engenharia, é preciso que a quantificação da variabilidade espacial seja prática para que a maioria dos engenheiros possa usar esta ferramenta na análise probabilística. Pioneiramente Vanmarcke (1977a) sugere um modelo simplificado, onde uma quantidade x_i medida numa posição i pode ser decomposta em duas parcelas: a componente da tendência t_i e a componente residual ε_i .

Baecher (1987), DeGroot e Baecher (1993), DeGroot (1996), Baecher e Christian (2003) sugerem também o uso de este modelo como método de aproximação. A Figura 3.6 mostra o modelo descrito pela seguinte equação:

$$x_i = t_i + \varepsilon_i \quad (3.1)$$

Onde $\varepsilon_i = \varepsilon_{ei} + \varepsilon_{vi}$. A componente residual (ε_i), por sua vez pode ser decomposta em duas parcelas: os erros aleatórios ε_{ei} e os erros provenientes da variabilidade inerente das propriedades dos solos ε_{vi} .

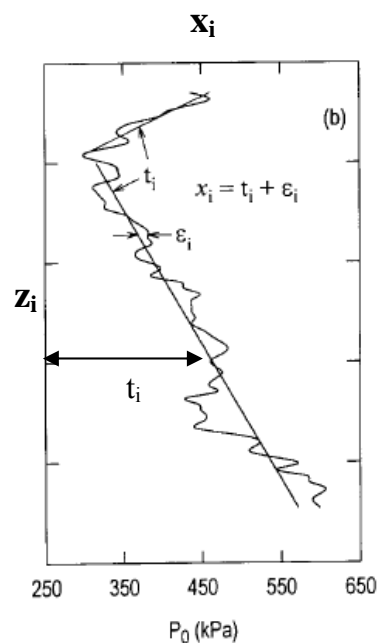


Figura 3.6 – Modelo de variabilidade espacial, aplicados a medidas de pressão de um dilatômetro, DeGroot (1996).

A quantificação da tendência é feita por métodos de regressão como os mínimos quadrados, sendo uma medida determinística. A quantificação da

componente residual é realizada estatisticamente, sendo assumido um valor médio igual a zero e um valor constante de desvio padrão, independente da posição.

Só serão quantificadas as incertezas provenientes dos parâmetros, já que é mais fácil de ser quantificada, onde a parcela dos erros aleatórios (“*Random Testing Error*”) também será desprezada e é recomendável seguir procedimentos adequados para poder diminuir a incerteza gerada. A parcela de incerteza dos erros sistemáticos é quantificada na tendência ou valor médio.

A Figura 3.6 mostra que a pressão vai aumentando com a profundidade, pelo que a tendência é obtida a partir de análise de regressão. Porém este não sempre é o caso, como mostra a Figura 3.7. Pode-se observar que não existe uma tendência com a profundidade. Existe apenas um valor médio sendo que a equação 3.1 pode ser reescrita como:

$$x_i = E(x) + \varepsilon_i \quad (3.2)$$

Onde $E(x)$ é o valor médio ou valor esperado, definido no capítulo 2.

Em resumo, só serão quantificadas as incertezas provenientes dos erros sistemáticos e da variabilidade espacial inerente aos dados.

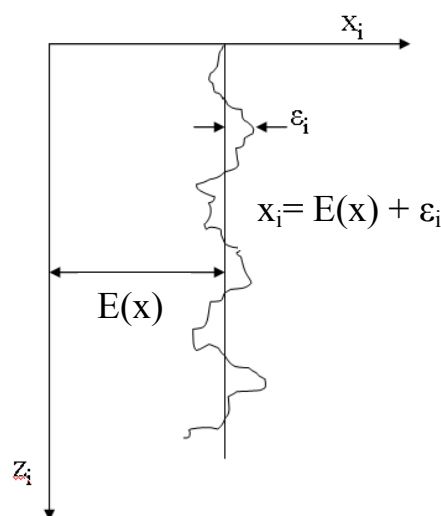


Figura 3.7 – Modelo de variabilidade espacial sem tendência.

As propriedades dos solos são em geral consideradas como variáveis aleatórias, com um valor médio ou uma tendência e uma variância. A tendência ou média é uma função da localização e é obtida deterministicamente. Na realidade, a média ou tendência não é uma variável aleatória e deve ser eliminada da análise.

A variância é estimada englobando a dispersão inerente dos dados dos solos ao redor da média ou tendência (componente residual), e é assumida como constante em todas as localizações. Esta componente é uma variável aleatória

Em geral a variabilidade espacial dos parâmetros é representada pela estrutura de correlação da componente residual e não pela tendência ou média. A componente residual é modelada como uma variável aleatória com média nula e uma variância ou desvio padrão constante.

A Figura 3.8 ilustra estes conceitos.

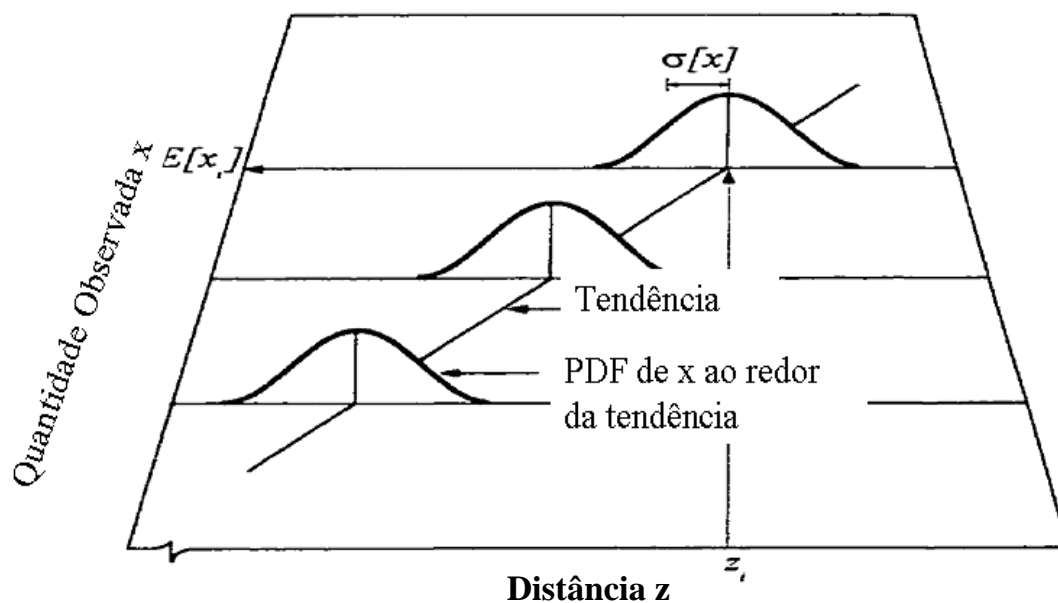


Figura 3.8 - Modelo de variabilidade do solo, Neter et al (1990).

3.3.1.1. Estimação da Tendência

Geralmente as propriedades dos solos mostram alguma tendência nas direções vertical ou horizontal, como está apresentado nas figuras 3.6 ou 3.7.

Esta tendência pode ser ajustada a uma função linear, polinomial ou qualquer outro tipo de função. Quanto maior é a ordem do polinômio (quadrática, cúbica), menor é a componente residual e a tendência é mais aproximada aos dados (Figura 3.9). Segundo Baecher e Christian (2003), a ordem do polinômio que representa a tendência deveria ser um número menor que a quantidade de dados representados. A Figura 3.9 mostra uma função linear e quadrática de um mesmo sistema de dados. Pode-se observar a menor componente residual da função quadrática.

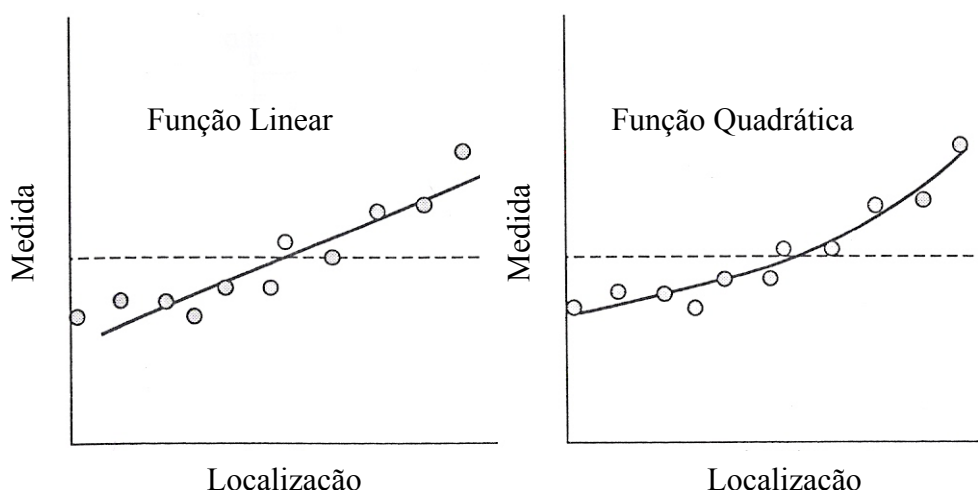


Figura 3.9 - Funções usuais de uma tendência, Baecher e Christian (2003).

Segundo Baecher e Christian (2003), a seleção de uma tendência linear ou polinomial é uma decisão que corresponde à quantidade de dados a serem modelados como uma função determinística, e à quantidade de dados a serem tratados estatisticamente.

A função recomendável é aquela que tem menos coeficientes, como a linear. As demais são mais complicadas para uso na prática, devido ao limitado sistema de dados para a determinação de seus coeficientes.

Segundo El-Ramly (2001), quanto maior for o número de parâmetros na função de tendência, maior será a incerteza associada na determinação destes parâmetros.

Usando a função linear e métodos de regressão linear, tais como os mínimos quadrados, a tendência é obtida através de:

$$t_i = a_0 + a_1 z_i \quad (3.3)$$

A equação 3.1 pode ser reescrita como:

$$x_i = a_0 + a_1 z_i + \varepsilon_i \quad (3.4)$$

Onde a_0 e a_1 são coeficientes de regressão que representam o intercepto e a inclinação da linha, respectivamente, e z_i é uma variável independente (profundidade).

$$a_1 = \frac{\sum (z_i - E(z))(x_i - E(x))}{\sum (z_i - E(z))^2} \quad a_0 = E(x) - a_1 E(z) \quad (3.5)$$

No caso que o modelo linear tenha um intercepto na origem, a quantidade a_0 é igual a zero e a quantidade a_1 pode ser reescrita como:

$$a_1 = \frac{\sum (z_i x_i)}{\sum z_i^2} \quad (3.6)$$

Em qualquer dos casos, a variância de observações ao redor da tendência ou média pode ser calculado como:

$$V(x) = \frac{\sum (x_i - t_i)^2}{n - 2} \quad (3.7)$$

A equação 3.7 descreve a variação de x devido à inerente variabilidade espacial (ε_i). A componente residual ε_i é assumida com média nula, e uma variância constante, que pode ser determinada por esta mesma equação (El-Ramly 2001).

Uma equação similar à 3.7 foi proposta por Phoon e Kulhawy (1999a), com a diferença que a componente residual ε_i é dividida por $n-1$, e não por $n-2$, como mostrado na seguinte equação:

$$V(x) = \frac{\sum \varepsilon_i^2}{n-1} \quad (3.8)$$

Segundo Christian, Ladd e Baecher (1992, 1994), a equação 3.7, para o caso de médias (sem tendência, Figura 3.7) pode ser reescrita como:

$$V(x) = \frac{\sum (x_i - E(x))^2}{n-1} \quad (3.9)$$

3.3.2. Correlação Espacial entre Componentes Residuais

A componente residual é a que muda de uma zona a outra. Uma vez que seja quantificada a tendência ou média, a variabilidade espacial descreve a correlação entre medidas de componentes residuais de solos no espaço. Uma das melhores formas para quantificar esta variabilidade espacial é através de autocovariância e semivariograma.

3.3.2.1. Autocovariância

A autocovariância $C_x(r)$ mede o grau de similitude ou correlação entre duas componentes residuais do mesmo tipo, separados por uma distância r , podendo ser expressa como:

$$C_x(r) = E[(x_i - t_i)(x_{i+r} - t_{i+r})] \quad (3.10)$$

Nesta equação, x_i e t_i são valores medidos na posição i , enquanto x_{i+r} e t_{i+r} são dados medidos numa posição $i+r$.

Em pequenas distâncias de separação, o material mostra forte correlação e a função de autocovariância é alta. À medida que a distância de separação entre os dois pontos é incrementada, a função de autocovariância decai até zero, não mostrando nenhuma correlação entre os dados, ou mostrando dados independentes.

A relação entre $C_x(r)$ e r é referida como função de autocovariância, que descreve a continuidade espacial das variáveis com respeito à distância.

A função de autocovariância pode ser definida como:

$$C_x(r) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - t_i) \cdot (x_{i+r} - t_{i+r}) \quad (3.11)$$

Na equação 3.11, para $r=0$, os residuais são os mesmos e a autocovariância se reduz à variância dos dados $V(x)$. De acordo com o modelo proposto na equação 3.1, a componente residual é decomposta em erros aleatórios ε_{ei} e na inerente variabilidade espacial ε_{vi} , pelo que a autocovariância da componente residual pode ser reescrita como a soma das duas autocovariâncias.

$$C_x(r) = C_{ei}(r) + C_{vi}(r) \quad (3.13)$$

Onde $C_{ei}(r)$ é referido à função de autocovariância resultado dos erros aleatórios e $C_{vi}(r)$ é referido à função de autocovariância da variabilidade espacial inerente dos dados. Quando $C_{ei}(r)$ e $C_{vi}(r)$ são calculados para $r=0$, obtém-se a variância dos erros aleatórios $V_{ei}(x)$, e a variância da inerente variabilidade espacial $V_{vi}(x)$. Estes conceitos são ilustrados na figura 3.10. Pode-se notar que $C_{ei}(r)$ é zero para qualquer valor de r , diferente de zero.

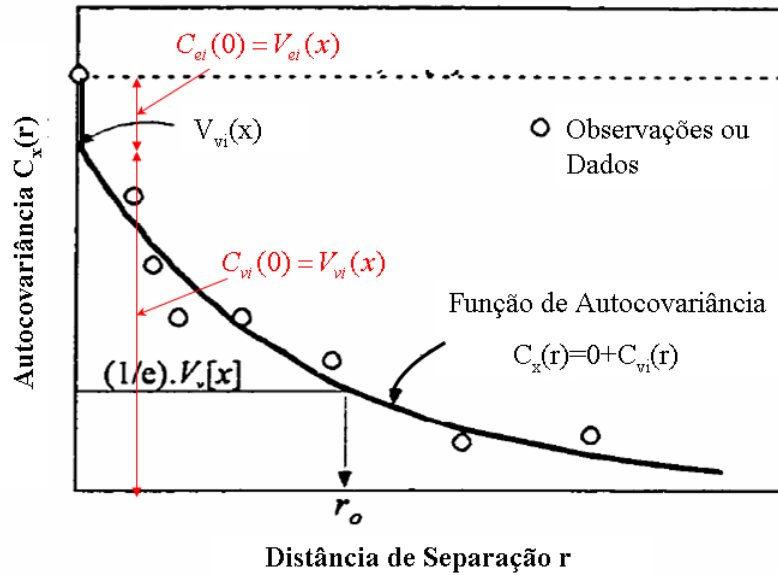


Figura 3.10 – Componentes da função de autocovariância, DeGroot (1996).

Segundo DeGroot (1993), a função de autocovariância poderia ser expressa através de expressões numéricas. Dentro de estas expressões numéricas, existem várias funções que descrevem o decaimento da função de autocovariância com respeito ao incremento da distância r . As mais usadas em engenharia geotécnica são as funções exponencial, esférica e exponencial quadrática Lacasse e Nadim (1996).

$$C_x(r) = V(x)e^{-r/r_0} \rightarrow \text{Exponencial} \quad (3.14)$$

$$C_x(r) = V(x)e^{\left(-r/r_0\right)^2} \rightarrow \text{Exponencial - Quadrado} \quad (3.15)$$

$$C_x(r) = V(x) \left[1 - \frac{3r}{2r_0} + \frac{r^3}{2r_0^3} \right] \rightarrow \text{Esférica} \quad (3.16)$$

De todas estas funções, a função exponencial ou gaussiana é a mais usada, de acordo com Lacasse e Nadim (1996), Vanmarcke (1977a), Christian et al (1994). Da função exponencial (Figura 3.10), pode-se obter a distância de autocorrelação r_0 , que é a distância em que $C_x(r)$ decai até $\frac{1}{e}$ (ou seja, 37%) da variância da inerente variabilidade espacial $V_{vi}(x)$.

3.3.2.2. Semivariograma

O semivariograma, junto com a autocovariância, define o grau de correlação ou similitude entre dados separados por uma distância r . Enquanto a autocovariância é definida como o valor esperado de um produto de duas observações, o semivariograma é usualmente definido como o valor esperado do quadrado das diferenças entre duas observações, conforme indicado na equação 3.17 e ilustrado na Figura 3.11.

$$\gamma_x(r) = \frac{1}{2} E [z(x_i) - z(x_j)]^2 \quad (3.17)$$

Segundo Baecher (1987) o semivariograma requer menos hipóteses ou restrições estatísticas em estacionaridade que a autocovariância. Porém uso do semivariograma é mais difícil de ser usado em aplicações de engenharia, e, portanto a autocovariância deve ser preferida.

Segundo El-Ramly (2001), o uso do semivariograma no estudo da variabilidade espacial só deve ser usado em casos onde os dados mostram só uma média ou onde a tendência pode ser eliminada das observações.

Mais informações sobre o uso do semivariograma para aplicação nas propriedades de solos podem ser encontradas em Elkateb et al (2003).

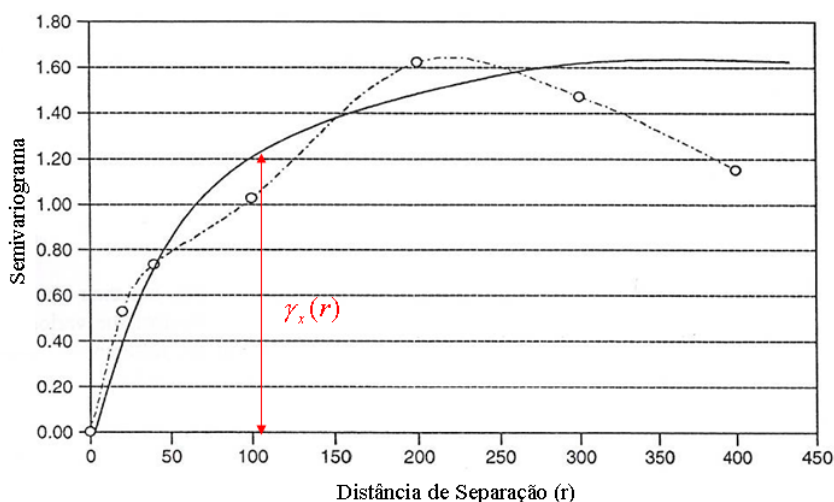


Figura 3.11 – Semivariograma de dados de palheta, Baecher e Christian (2003).

3.4. Estimativa dos Erros Sistemáticos

Estes erros são divididos em erros estatísticos e desvio (“*bias*”) nas medidas.

3.4.1. Erros Estatísticos na Tendência ou Média

Como mencionado na seção 3.2.1.3. este erro é devido à limitação do número de observações (Ensaio de laboratório ou de campo), para a determinação da verdadeira tendência ou média das propriedades dos solos.

A tendência ou média é considerada como uma só variável (média), não mostrando uma variância. Isto é correto somente quando o número de observações (n) é maior. Quando é limitado, a tendência ou média obtida talvez não seja representativa de toda a população, sendo preciso considerar a variância devido à pequena quantidade de observações.

A tendência, segundo a equação 3.1, mostra dois componentes: a_0 e a_1 . A variância da tendência é devido à variância destes dois componentes, sendo definidos como:

$$V(a_1) = \frac{V(x)}{\sum (z_i - E(z))^2} \quad V(a_0) = V(x) \left\{ \frac{1}{n} + \frac{E(z)^2}{\sum (z_i - E(z))^2} \right\} \quad (3.18)$$

Quando a tendência passa pela origem, a_0 é zero, e a outra parcela pode ser reescrita como:

$$V(a_1) = \frac{V(x)}{\sum z_i^2} \quad (3.19)$$

Quando os parâmetros não mostram uma tendência, os dados podem ser representados por uma média como visto na Figura 3.7. O modelo pode ser representado segundo a equação 3.2, e a variância da média é obtida como:

$$V[E(x)] = \frac{1}{n^2} \sum_i^n \sum_j^n C_{ij}(r) \quad (3.20)$$

Onde $C_{ij}(r)$ é a função autocovariância, para uma distância r entre duas posições i e j (Baecher, 1987).

Baecher (1987) sugere que a equação 3.20 pode ser simplificada segundo a equação 3.21, e só deve ser utilizada quando as observações estão bastante espaçadas. Esta condição se aplica muito bem às verdadeiras condições encontradas no campo ou no laboratório.

$$V[E(x)] = \frac{V(x)}{n} \quad (3.21)$$

Nesta equação, n representa o número de observações.

3.4.2. Desvios (“*bias*”) nas Medidas

Os desvios nas medidas são calculados através de retro análises, onde são comparados os valores medidos em ensaios de campo e laboratório contra aqueles obtidos de deslizamentos ocorridos.

El-Ramly (2001) sugere a modificação das equações 3.1 ou 3.2 para a consideração do desvio (B) no valor médio. Segundo ele, poderiam ser utilizadas 3 combinações:

$$x_i B = t_i + \varepsilon_{vi} + \varepsilon_{ei} \quad (3.22)$$

$$x_i + B = t_i + \varepsilon_{vi} + \varepsilon_{ei} \quad (3.23)$$

$$x_i = B(t_i + \varepsilon_{vi} + \varepsilon_{ei}) \quad (3.24)$$

3.5.

Uso da Média Espacial na Quantificação da Variabilidade Espacial dos Solos

Uma das maiores contribuições para a quantificação da variabilidade espacial das propriedades dos solos foi realizada por Vanmarcke (1977a, 1977b, 1983). Segundo ele uma das melhores formas de lidar com a variabilidade espacial dentro de uma massa de solo “estatisticamente homogênea”, é mediante o uso de médias espaciais (“*Spatial Averages*”) de comprimentos, superfícies ou volumes. Diz-se que um solo é estatisticamente homogêneo em relação a um parâmetro, se seus valores médios e dispersão não se alteram ao longo de uma dada direção, e se a correlação entre os desvios em duas diferentes localizações é uma função só da distância de separação e não de sua posição absoluta.

Tipicamente, os ensaios no laboratório e no campo são realizados com amostras de solo de volumes pequenos comparados com o volume total de solo a representar. Assim, os valores obtidos podem ser considerados pontuais, sendo a variância e o desvio padrão obtidos do conjunto de todos os dados pontuais da área de estudo.

Em engenharia geotécnica é mais importante a representação das propriedades dos solos sobre comprimentos, superfícies ou volumes maiores, que possam representar melhor suas características. O funcionamento de uma estrutura é mais influenciado por suas propriedades médias de todo o comprimento, superfície ou volume, e não pelas características pontuais.

No caso especial de estabilidade de taludes, a resistência do solo é controlada pela resistência média de toda a massa de solo e não pela resistência média do solo numa particular localização dentro da superfície de deslizamento, exceto nos casos de ruptura progressiva.

Com o aumento do comprimento ou superfície ou volume sobre os quais são tiradas as médias espaciais, as flutuações dos parâmetros tendem a se compensar, causando uma redução do desvio padrão das médias espaciais com respeito ao desvio padrão dos dados de campo (os quais são considerados pontuais). Os

valores médios, porém, permanecem constantes. A figura 3.12 ilustra este conceito, em comprimentos z_i :

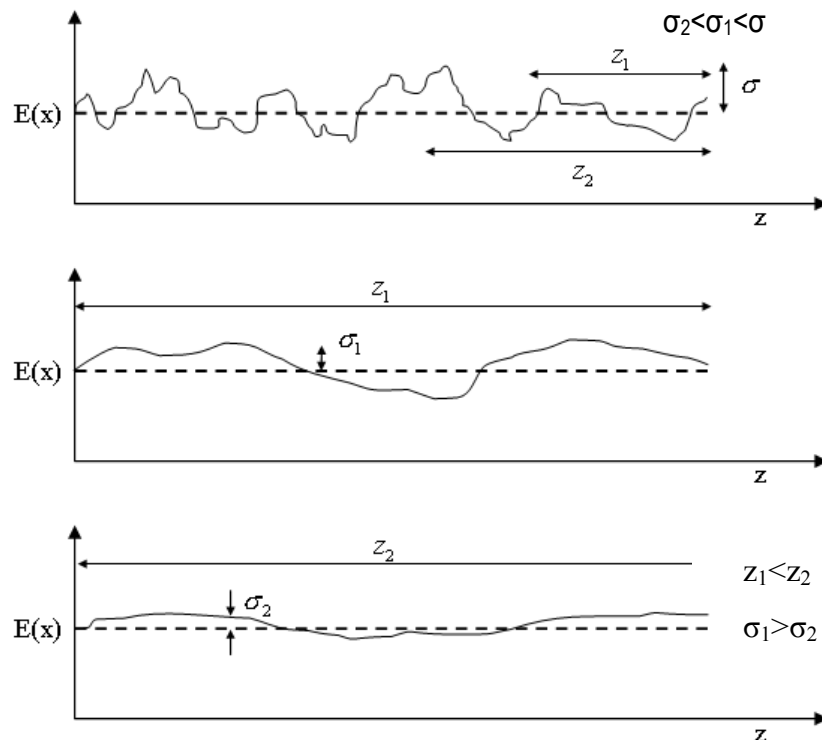


Figura 3.12 – Redução do desvio padrão produto de incrementos de z_i , modificado de Vanmarcke (1983).

Em resumo, a consideração de todos os ensaios de campo e laboratório que representam a variância ou desvio padrão total da zona em estudo e que são iguais em qualquer ponto da zona em estudo, exagera o desvio padrão que é encontrado em comprimentos, superfícies ou volumes médios.

Do modelo proposto no item 3.3.1 para a quantificação da variabilidade espacial é preciso adicionar o parâmetro (δ), denominado escala de flutuações (Figura 3.13). Este define a distância até onde as propriedades do solo mostram forte correlação ou dependência, e pode estar acima ou por abaixo da média.

A escala de flutuações (δ) e a distância de autocorrelação r_0 têm o mesmo significado, mas diferem em quantidade.

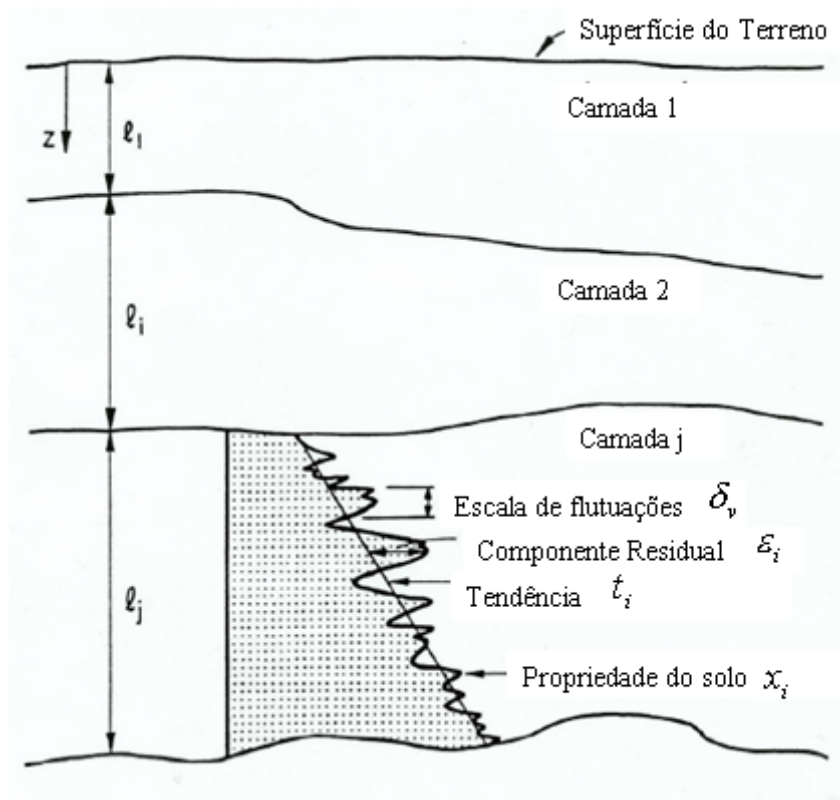


Figura 3.13 - Variabilidade espacial inerente do solo, Phoon e Kulhawy (1999a).

3.5.1. Fator de Redução na Variância

O fator de redução na variância (Γ) mede o decaimento da variância total da zona de análise (ou pontual) de volume de solo ($V(x)$), sobre um volume de solo médio ($V_{\Delta V}(x)$) e é definido como:

$$\Gamma_{\Delta V} = \frac{V_{\Delta V}(x)}{V(x)} \quad (3.25)$$

Para análises bidimensionais, como em estabilidades de taludes, a variância média de volume de solo ($V_{\Delta V}(x)$) pode ser mudada por $V_{LV}(x)$ que é a variância média de um comprimento, e pode ser expresso em função dos desvios padrões como:

$$\Gamma_{(\Delta z)} = \frac{\sigma_{\Delta z}}{\sigma} \quad (3.26)$$

A equação 3.26 descreve o decaimento do desvio padrão num comprimento, produto das médias espaciais, como mostrado na Figura 3.14. Nesta figura a média do intervalo Δz é igual à média de todo o comprimento (z). Porém, o desvio padrão σ_z é menor que o desvio padrão de todo o comprimento σ , e diminui à medida que a distância Δz se incrementa.

Quando o comprimento Δz é zero, o valor $\sigma_{\Delta z}$ é igual a (σ) e o fator de redução torna-se igual a 1,0. A equação 3.25 pode ser generalizada a superfícies ou volumes de solos.

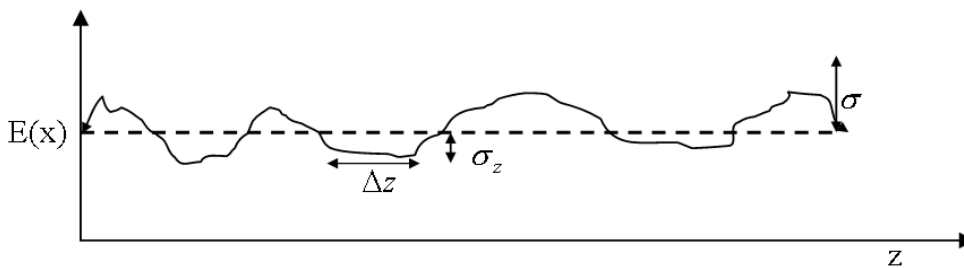


Figura 3.14 – Definição de fator de redução da variância, Vanmarcke (1983).

Vanmarcke (1977a) e Baecher (1987) sugerem que no caso de taludes o fator de redução da variância pode ser aproximado como a proporção entre a distância de autocorrelação r_0 e o comprimento de deslizamento unidimensional (L) na camada do solo, descrita pela equação 3.27.

$$f = \frac{2r_0}{L} \quad (3.27)$$

Vários autores usaram a equação 3.27 em análises de confiabilidade e probabilidade de ruptura de taludes pelos métodos descritos no capítulo 4 (Vanmarcke 1977b, Lacasse e Nadim 1996, Christian et al 1994), com o intento de avaliar a redução da variância da variabilidade espacial das propriedades dos solos, resultante das médias espaciais.

Segundo Vanmarcke (1977a) uma maneira útil de interpretar a equação 3.27 é considerar $2r_0$ como a distância elementar (mínima) que pode ser usada para medir L.

Quando a equação 3.26 é elevada ao quadrado, resulta numa função de variância $\Gamma_{(\Delta z)}^2$ que descreve o decaimento da variância das médias espaciais com o aumento do intervalo de medição Δz (Figura 3.15).

A função da variância $\Gamma_{(\Delta z)}^2$ está relacionada à função de correlação $\rho(r)$, onde r é a separação de dados de solos:

$$\Gamma_{(\Delta z)}^2 = \frac{2}{\Delta z} \int_0^{\Delta z} \left(1 - \frac{r}{\Delta z}\right) \rho(r) dr \quad (3.28)$$

As funções de correlação comumente usadas na prática são: Exponencial, Exponencial Quadrática, como descritas na seção 3.3.2.1 e definidas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Funções de correlação e variância.

Função de correlação	Função de variância
<p>Exponencial</p> $\rho(r) = e^{-\frac{r}{a}} \rightarrow a = \frac{\delta}{2}$	$\Gamma_{(\Delta z)}^2 = 2 \left(\frac{a}{\Delta z}\right)^2 \left(\frac{\Delta z}{a} - 1 + e^{-\frac{\Delta z}{a}}\right)$
<p>Exponencial Quadrática (Gaussiana)</p> $\rho(r) = e^{-\left(\frac{r}{b}\right)^2} \rightarrow b = \frac{\delta}{\sqrt{\pi}}$	$\Gamma_{\Delta z}^2 = \left(\frac{b}{\Delta z}\right)^2 \left[\sqrt{\pi} \frac{\Delta z}{b} E\left(\frac{\Delta z}{b}\right) + e^{-\left(\frac{\Delta z}{b}\right)^2} - 1 \right]$

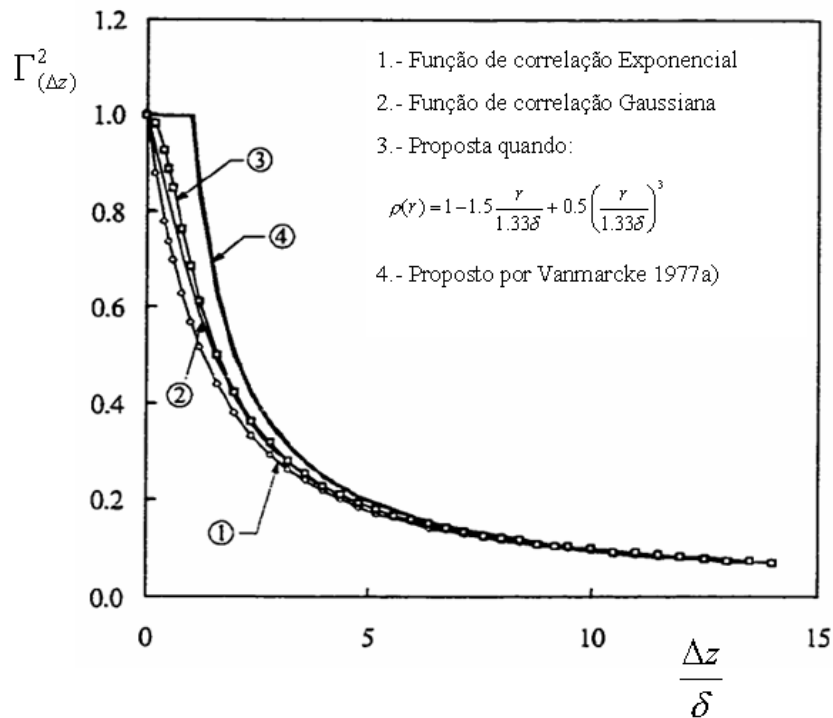


Figura 3.15 – Função de variância versus a média de intervalos Δz , normalizados com respeito à escala de flutuações, Vanmarcke (1983).

Segundo Vanmarcke (1983), a função de variância pode ser aproximada por uma única função (Função 4, Figura 3.15), indicando nenhuma redução na variância $\Gamma_{(\Delta z)}^2 = 1$, devido a médias locais Δz , quando a escala de flutuações (δ) é menor ou igual a Δz , indicando uma correlação perfeita $\rho(r) = 1$. Segundo o autor lidar com médias locais (Δz) menores que a distância de flutuações (δ) é pouco prático e desnecessário, devido ao fato que, nas aplicações práticas as distância de observação são maiores.

Em resumo o modelo de Vanmarcke (1977a) é descrito como:

$$\Gamma_{(\Delta z)}^2 = \begin{cases} 1 \rightarrow \Delta z \leq \delta \\ \frac{\delta}{\Delta z} \rightarrow \Delta z \geq \delta \end{cases} \quad (3.29)$$

Vanmarcke (1983) propõe uma expressão para obter o coeficiente de correlação entre dois pares de médias locais $(\Delta z_1, \Delta z_2)$, separados uma distância (z_0) . O esquema, e é definido pela equação 3.30 e ilustrado na Figura 3.16.

$$\rho(\Delta z_1, \Delta z_2) = \frac{z_0^2 \Gamma(z_0) - z_3^2 \Gamma(z_3) + z_4^2 \Gamma(z_4) - z_5^2 \Gamma(z_5)}{2\Delta z_1 \Delta z_2 (\Gamma(\Delta z_1) \Gamma(\Delta z_2))^{0.5}} \quad (3.30)$$

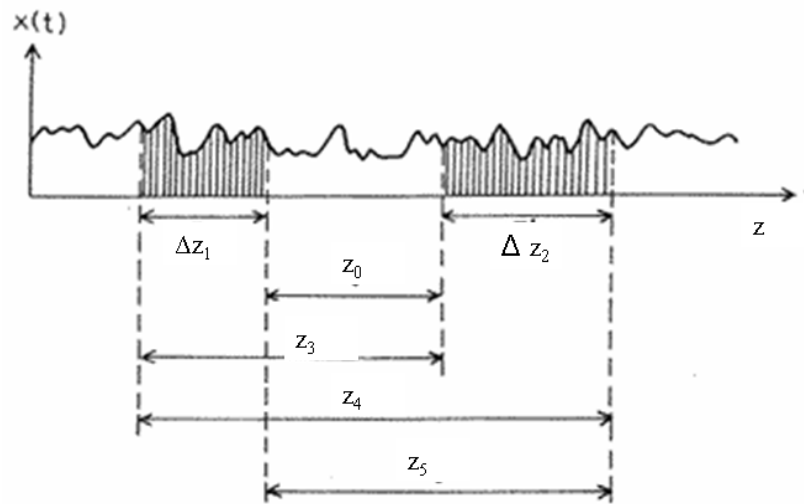


Figura 3.16 – Coeficiente de correlação entre dois pares de médias locais $(\Delta z_1, \Delta z_2)$, modificado de Vanmarcke (1983).

Estes últimos conceitos foram à base para o desenvolvimento do método de probabilidade de ruptura de taludes, considerando a variabilidade espacial dos parâmetros dos solos, e o uso da técnica de Monte Carlo. Este método, proposto por El-Ramly (2001), está explicado no capítulo 4.

3.5.2. Distância de Autocorrelação (r_0)

A distância de autocorrelação é a distância até onde as propriedades dos solos mostram forte correlação ou persistência. É difícil de ser obtida devido à limitação do número de observações feitas no campo ou no laboratório. Assim é preciso fazer aproximações com o intento de poder quantificar a variabilidade espacial dos parâmetros de incerteza.

As distâncias de autocorrelação não são iguais nas direções horizontal e vertical, sendo na realidade anisotrópicas. Como foi dito a distância horizontal é sempre maior que a vertical, devido a processos geológicos. Na prática, é comum considerar distâncias de autocorrelação horizontais e verticais.

Journel e Huijbregts (1978) representam numa elipse (Figura 3.17) as distâncias de autocorrelação verticais e horizontais (r_{0v} , r_{0h}).

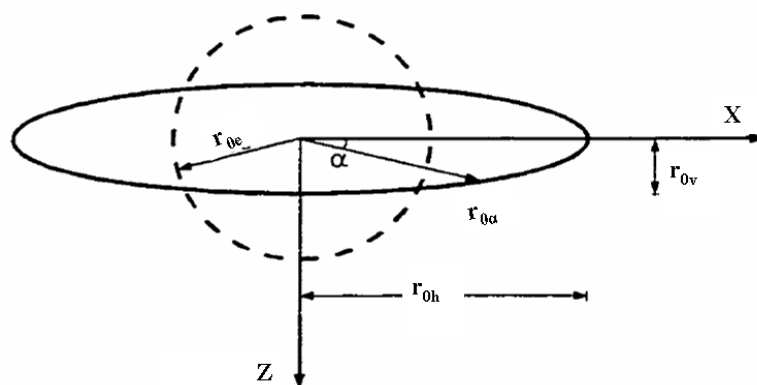


Figura 3.17 – Distância de autocorrelação horizontal ou vertical, El-Ramly (2001).

Segundo El-Ramly (2001), é preciso determinar que distância de autocorrelação é mais importante na análise. No caso de estruturas de retenção, onde a pressão de terra está controlada pela variabilidade do solo com a profundidade (z), o uso da distância de autocorrelação vertical é muito mais importante que a horizontal. No caso em que a distância de autocorrelação horizontal e vertical for importantes na análise, a variabilidade das propriedades dos solos pode ser obtida aproximadamente por uma estrutura espacial isotrópica

mediante uma distância de autocorrelação isotrópica equivalente (r_{0-e}), definida como:

$$r_{0-e} = \sqrt{r_{0h}r_{0v}} \quad (3.31)$$

El-Ramly (2001) resumiu as principais distâncias de autocorrelação encontradas na literatura na Tabela 3.3. Ele sugere o uso destes dados como uma boa aproximação para a quantificação da variabilidade espacial dos solos, mas também sugere análises de sensibilidade das distâncias de autocorrelação. Onde estas distâncias de autocorrelação influírem muito nas análises, é recomendável a determinação de distâncias de autocorrelações locais, mediante um programa de exploração da zona considerada.

A escala de flutuações e a distância de autocorrelações estão relacionadas mediante a função de correlação descrita na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Relação entre distância de autocorrelação e escala de flutuações.

Função de Correlação	Escala de Flutuações δ
Exponencial	$2r_0$
Gaussiana	$\sqrt{\pi}r_0$

A distância de autocorrelação r_0 é definida como a distância em que a função de autocorrelação ou a função de autocovariância, descritas no item 3.3.2.1, diminui 37% da variância da data ($V(x)$) em qualquer destas duas funções.

Segundo Christian et al (1992), a função de autocovariância vertical para determinar a distância de autocorrelação vertical (r_{0v}), deve ser quantificada utilizando a informação de uma mesma sonda. Para obter a função de autocovariância horizontal, são usados dados de diferentes sondas a uma mesma cota de terreno, para se obter a distância de autocorrelação horizontal (r_{0h}).

Tabela 3.3 – Distâncias de autocorrelações r_{ov} , El-Ramly (2001).

Ensaio de Medição	Tipo de Solo	r_{ov} (m)	r_{oh} (m)	Fonte
Palheta	Argila orgânica mole	1,21 – 3,11	-	Asaoka e A-Grivas, 1982
	Argila Sensitiva	3,0	30,0	Soulie et al, 1990
	Argila muito mole	1,05	22,10	Bergado et al, 1994
	Argila Sensitiva	2,0	-	Chiasson et al, 1995
Compressão não confinada	Argila de Chicago	0,4	-	Wu, 1974
	Argila Mole	2,0	40,0	Honjo e Kuroda, 1991
Laboratório	Triaxial	3,57	-	Keaveny et al, 1989
	Cisalhamento direto	1,39	-	Keaveny et al. 1989
Piezocone (CPT)	Argila do Mar	-	30,0	Tang, 1979
	Areia limpa	1,56	-	Kulatilake et al, 1988
	Solo de Mar	-	13,89	Keaveny et al, 1989
	Solo de Mar	-	37,51	Keaveny et al, 1989
	Argila siltosa	1,0	-	Lacasse e Lamballerie, 1995
	Argila Sensitiva	2,0	-	Chiasson et al, 1995
	Argila Laminada	-	9,6	Lacasse e Nadim, 1996
	Arena Densa	-	37,5	Lacasse e Nadim, 1996
Dilatômetro	Argila estratificada	1,03	-	DeGroot, 1996

Segundo El-Ramly (2001), do observado na Tabela 3.3 em resumo a distância de autocorrelação vertical varia entre 1-3m, e as distâncias de autocorrelação horizontal variam entre 20-40m. E segundo o sumario feito na Tabela 3.4, a escala de flutuações vertical em média estão num intervalo de 1-6m, e a escala de flutuações horizontal estão entre 40-60m e em média $\delta \approx 2r_0$.

Segundo Vanmarcke (1977b) a escala de flutuações verticais pode ser até 5m e a escala de flutuações horizontais até 46m, segundo Phoon e Kulhawy (1999a) a escala de flutuações verticais para diferentes propriedades de solos se encontra entre 1 e 6, e a escala de flutuações horizontal entre 40 e 50m. Segundo Giasi, Masi e Cherubini (2003) a escala de flutuações vertical, se encontra entre 0.5 a 2.0m e a escala de flutuações horizontais entre 30 e 60m.

Em geral, para quantificar melhor os intervalos de distância de autocorrelação a serem considerados, é preciso o conhecimento geológico do solo. Solos marinhos e solos lacustres tendem a apresentar estrutura homogênea, com maiores distâncias de autocorrelação. Por outro lado, solos residuais e solos fluviais têm estruturas mais erráticas e menores distâncias de autocorrelação (Baecher e Christian 2003).

3.5.3. Escala de Flutuações

A escala de flutuações δ (Figura 3.18) é definida como a distância em que a propriedade do solo mostra forte correlação ou persistência e se pode encontrar acima ou abaixo da média. A escala de flutuações e a distância de autocorrelação têm o mesmo significado, mas diferem em magnitude.

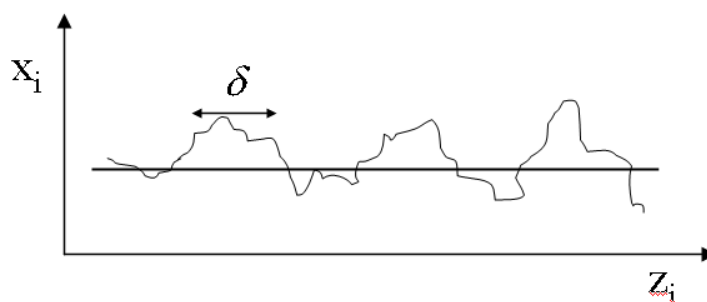


Figura 3.18 – Definição de escala de flutuações.

Vanmarcke (1977a) define vários métodos práticos para poder determinar esta escala de flutuações. O mais usual é $\delta_v \approx 0.8\bar{d}$, onde \bar{d} é uma distância média definida como:

$$\bar{d} = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 d_i \quad (3.32)$$

A Figura 3.19 mostra a aplicação deste método:

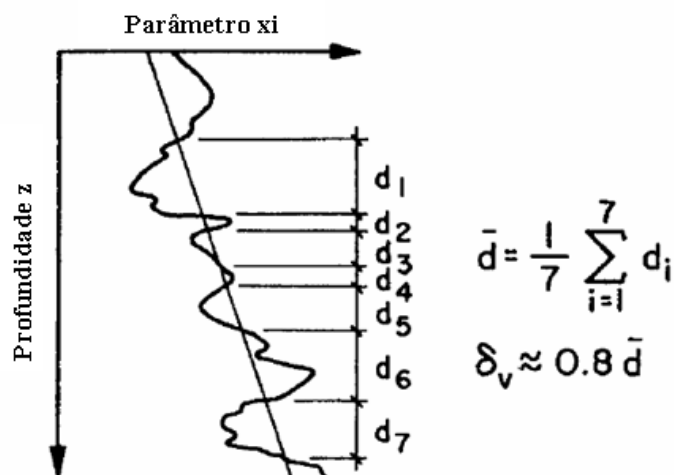


Figura 3.19 – Determinação de escala de flutuações vertical, Phoon e Kulhawy (1999a).

A Tabela 3.4 mostra escalas de flutuações reportadas na literatura.

Tabela 3.4 – Valores de escala de flutuações reportadas na literatura.

Fonte	Solo	Direção	Parâmetro	δ (m)
Alonso (1976)	Areia	Vertical	Resistência de ponta (ensaio de cone)	2,2
		Vertical	Razão de atrito (ensaio de cone)	1,3
	Argila	Vertical	Resistência de ponta (ensaio de cone)	1,1
	Silte Argiloso	-	Teor de umidade	12,7
		-	Fração argila	8,7
		-	Fração silte	6,5
		-	Peso específico	7,9
		-	Índice de vazios	10,5
		-	Limite de liquidez	8,7
	Cascalho	-	Porosidade	14,7

Continuação da Tabela 3.4

Baecher et al. (1987)	Areia	Vertical	Resistência de ponta (ensaio de cone)	5,0
	Argila	Horizontal	Peso específico seco	5,0
	Areia	-	N_{SPT}	20,0
	Argila plástica	Vertical	Peso específico seco	1,3
	Areia	Vertical	Resistência de ponta (ensaio de cone)	0,36
	Argila	Vertical	Resistência de ponta (ensaio de cone)	1,91
	Silte argiloso	-	Teor de umidade	0,16
Ladd (1983)	Argila	Vertical	Resistência não drenada	1,0
Vanmarcke (1977a)	Argila	Vertical	Resistência de ponta (ensaio de cone)	1,2
	Areia	Vertical	Teor de umidade	2,7
		Vertical	Índice de vazios	3,0
		Vertical	Índice de compressibilidade	2,4
Horizontal		55,0		
Phoon et al. (1995)	Areia Argila	Vertical	Piezocone (Resistência à penetração)	0,9
	Areia Argila	Horizontal		47,9
	Argila	Vertical	Palheta	3,8
	Argila	Horizontal		50,7
	Argila	Vertical	Resistência ao não Drenada (laboratório)	2,5