3
Representação algébrica da metafísica natural

Vimos no capítulo primeiro que a física-matemática é um grau intermediário entre a física e a matemática, no qual o mecanismo formal (*formaliter*) de apropriação do objeto material, o real sensível ou móvel, são os objetos, relações e método matemáticos, constituindo-se numa ciência que os escolásticos chamavam de *scientia media*. A despeito do extraordinário êxito dessa ciência média, não obstante o fato irretorquível de que a mesma continuamente empurrou o limite de nosso conhecimento quantitativo do real às portas da fronteira metafísica[*], encontramo-nos ainda ante uma perspectiva antimetafísica disseminada no meio científico, caracterizando-se no que Wolfgang Smith chamou de *bifurcacionismo*:

> A idéia de bifurcação começou a tomar forma durante os séculos dezesseis e dezessete, associando-se desde o início com a nova física [...] Novamente as idéias de número e harmonia começaram a exercer sua força perene de atração. Nicolau Copérnico (1473-1543) sofreu influência direta dessa escola [platonismo] ainda enquanto era um estudante em Bolonha, e certamente o subseqüente triunfo de sua teoria astronômica só poderia por sua vez fortalecer o crescente entusiasmo pelas ciências matemáticas. Dotados de zelo surpreendente, os homens voltaram-se para a matemática como o protótipo e pré-requisito do conhecimento verdadeiro, e muito possivelmente, como a única fonte de certeza. Kepler parece falar pela época quando declarava que "tanto como o olho foi feito para ver as cores e o ouvido para escutar os sons, a mente humana foi feita para compreender, não o que quer lhe convém, mas a quantidade".[187] [...] Foi, no entanto, René Descartes (1596-1650) que deu à nova visão sua forma plenamente articulada. O matemático, físico e filósofo francês, incendiado pelas mesmas influências e sonhos de seu par italiano [Galileu], traz à cena uma poderosa direção metafísica [sic] da mente. Também percebe a matemática como o instrumento essencial do conhecimento científico, devotando-se com ardor à causa da mecânica universal. Empenha-se por estabelecer os fundamentos teóricos de uma rigorosa ciência mecânica, baseada em princípios matemáticos que seriam capazes de explicar as obras da Natureza,

[*] O que, a rigor, sempre fez. Contudo, referimo-nos mais propriamente ao desenvolvimento alcançado pela especulação científica do século XX, levado a cabo pela aplicação extensiva dos métodos próprios da matemática abstrata: análise, álgebra, topologia, conjuntos etc.

[187] KEPLER, J. *Opera Omnia*. Frankfurt and Erlagen, 1858, I, p. 31 apud SMITH, 1984, p. 26.

desde o movimento dos planetas até os movimentos finos associados com os corpos dos animais. Porém ele entende suficientemente bem que apenas um universo mecânico poderia ser compreendido em termos mecânicos.[188]

Para enfatizar este ponto crucial, Smith cita Descartes:

> Podemos facilmente conceber como o movimento de um corpo pode ser causado pelo de um outro, e diversificado segundo o tamanho, a figura e a situação de suas partes, porém somos completamente incapazes de conceber como essas mesmas coisas (tamanho, figura e movimento) podem produzir algo mais de uma natureza inteiramente distinta de si mesmas, como, por exemplo, aquelas formas substanciais e qualidades reais que muitos filósofos supõem estar nos corpos...[189]

Descartes expõe, então, com grande precisão a bifurcação: a possibilidade de uma mecânica universal depende da separação entre a *res extensa* ou matéria, a "matter" newtoniana cujo aporte epistemológico procuramos resumir no primeiro capítulo do trabalho, submetida a uma descrição em termos puramente mecânicos, e a *res cogitans*, ou substância pensante, fonte subjetiva das "qualidades" que reivindicamos, erroneamente segundo Descartes, estarem presentes nos entes reais. Este modelo tem orientado por mais de três séculos a ciência ocidental, e expulsado para o reino fantasmagórico das sombras qualquer abordagem metafísica da natureza. Vimos, no capítulo dois, as dificuldades e limitação que tal abordagem encerra. Por isso, neste capítulo, propomos a retomada da abordagem metafísica da natureza, ou *filosofia da natureza*, sob condições que permitam uma investigação e um diálogo frutífero entre ciência e metafísica. O ponto-chave consiste em apresentar, ainda que de forma incompleta, e um pouco limitada, uma interface algébrica que contemple tanto o método matemático presente nas ciências dos fenômenos -- em nosso caso mais especificamente a física --, como certos aspectos metafísicos da realidade natural que permitem um tratamento em linguagem matemática. A rigor, trata-se de expor uma linha intermediária investigativa entre metafísica e matemática, na qual o objeto material é dado por uma visualização abstrativa do terceiro grau (metafísica) sobre o primeiro (física), e o objeto formal são objetos e relações do segundo grau (matemática).

---

188 SMITH, op. cit., p. 28.
189 DESCARTES apud SMITH, op. cit., p. 28.

Cabe aqui definir escopo: Em primeiro lugar, tal linha intermediária de investigação consiste numa epistemologia da metafísica do primeiro grau, a saber, não se trata de reduzir aspectos metafísicos do real a uma abordagem puramente quantitativa, pois, neste caso, estaríamos incorrendo numa investigação própria às ciências médias, isto é, àquelas que se apropriam formalmente dos *aspectos quantitativos* do ser móvel da realidade por meio da matemática. Trata-se, ao contrário, de aplicar a *aspectos metafísicos* presentes na natureza certos algorítimos presentes na matemática; ou seja, tal investigação já pressupõe explicitamente a metafísica do real que lhe serve de objeto material. Isto não é necessário *explicitamente* na física-matemática, ainda que toda abordagem de aspectos quantitativos do real suponha uma metafísica implícita. Por isso, não é casual que, desde o nascimento da ciência moderna entre os séculos XVI e XVII, com o abandono da antiga cosmovisão, que incluía os aspectos metafísicos entrelaçados com uma explicação quantitativa de fato equivocada, todo grande contribuidor da ciência de base matemática e experimental acabe por utilizar-se de aspectos metafísicos *ad-hoc*. Dito de outro modo, uma epistemologia supõe uma ontologia, ainda que esta última possa tornar-se tão abstrusamente complicada e artificial que afaste a primeira. Não é igualmente casual que, em muitos casos, o cientista decida por si mesmo supor o que ele chama de ontologia, mas que ainda não é propriamente metafísica, mas certas hipóteses destinadas a ancorar ou fundamentar os aspectos epistêmicos presentes nas teorias propostas[*]. Não é este o nosso caso, pois não se trata de formular hipóteses que busquem sustentar ontologicamente o edifício epistêmico, mas, ao contrário, de formular hipóteses que já se sustentam numa sólida metafísica, nos moldes propostos pela tradição filosófica de quinze séculos de elaborações sucessivas que têm seu início em Aristóteles e atingem seu cume em Tomás de Aquino. Obviamente é uma metafísica que precisa passar por certos ajustes e adequações de natureza terminológica, de modo a compatibilizar-se com o importe epistêmico trazido pelas ciências experimentais; isto, no entanto, não significa uma revisão, posto que, no essencial, tal metafísica encontra-se plenamente sintonizada com a

[*] É o caso de Newton, por exemplo, ao supor espaço e tempo como entes independentes e absolutos, e ao postular a hipótese I do livro III dos *Principia* que "o centro do sistema do mundo é imóvel" (NEWTON, 1995, p. 13-14 et p. 337), e de David Bohm, ao supor que existe uma "ordem implicada" que desde fora do espaço-tempo preside os entes e processos espaço-temporais (ver BOHM, 1980a, p. 277-217).

demanda científica por ser uma metafísica espontânea da razão humana e por buscar conformar-se às exigências do real.

Em segundo lugar, porque precisamente se trata de uma formulação epistêmica, nós a consideramos a título de hipótese, isto é, trata-se de um modelo que busca, por meio da linguagem matemática, fazer certas aproximações investigativas acerca dos aspectos ontológicos da matéria, apresentados no capítulo segundo. Vem-nos, portanto, em auxílio, aquelas palavras inseridas à titulo de prefácio por Andreas Osiander (1498-1552) no tratado de Copérnico, *Sobre as revoluções dos orbes celestes*[190]:

> De fato, o objeto próprio do astrônomo consiste em coordenar a história dos movimentos celestes com a ajuda de observações diligente e habilidosamente conduzidas. Depois, como nenhum raciocínio lhe permite atingir as causas ou hipóteses verdadeiras [ou ontológicas] desses movimentos, ele concebe e imagina hipóteses [empiriológicas] quaisquer, de tal modo que, uma vez supostas tais hipóteses, esses mesmos movimentos possam ser calculados exatamente [ou preditos com a precisão requerida, mesmo que envolvam algorítimos de natureza estocástica], por meio dos princípios da Geometria [ou da Matemática], tanto para o passado quanto para o futuro... Não é necessário que essas hipóteses sejam verdadeiras [ontologicamente] [...] Que ninguém espere da Astronomia [da Ciência Experimental] qualquer ensinamento seguro sobre essas hipóteses; ela não poderia fornecê-lo.[191]

Em absoluto reivindicamos que nossa posição é a mesma de Osiander. O prefácio desse autor apenas sugere que sejamos prudentes na elaboração de hipóteses de natureza empiriológica. Como vimos em Maritain, no primeiro capítulo, o alcance empiriológico não nos desdobra a natureza ou os princípios metafísicos do real. Aponta-nos, no entanto, *diretamente* para suas dimensões quantitativas e *indiretamente* para seus aspectos qualitativos, compondo um quadro autêntico, ainda que não último ou completo do mesmo. Assim, com o devido cuidado, salientamos que a proposta que se segue busca fornecer um quadro autêntico, ainda que investigativo, e por isso incompleto, dos princípios algébricos da natureza (metafísica) da protomatéria. Contudo, entendemos que a investigação matemática de certos aspectos metafísicos do real vem em

[190] Cf. DUHEM, 1984, p. 63-105.
[191] DUHEM, op. cit., p. 63.

complemento à análise empiriológica das ciências experimentais, por meio de uma linguagem comum, a matemática, a ambos os domínios de conhecimento.

Nossa proposta não pretende, portanto, ser exaustiva nem ser extensível a todos os aspectos metafísicos do ser móvel ou sensível com respeito a sua estrutura metafísica integral, mas tão-somente apresentar certas diretivas algébricas relacionadas aos aspectos mais próximos à matéria. Da mesma forma, não reivindicamos que a analogia entre a protomatéria e o holomovimento, este último proposto por David Bohm[*], signifique que ambos sejam equivalentes: a protomatéria é um princípio metafísico real presente na essência dos entes naturais, como vimos, e o holomovimento é um conceito em si mesmo empiriológico, ou seja, é uma tentativa de reconstrução matemática ou simbólica de uma dinâmica presente na realidade que, ao nosso ver, está radicada na dinâmica da protomatéria; por conseguinte, certas aproximações sugeridas pela descrição do holomovimento devem ser plenamente justificáveis, segundo teremos oportunidade de apresentar.

Por fim, gostaríamos de expor nossa posição acerca do modelo algébrico a ser apresentado, salientando dois pontos relevantes. Em primeiro lugar, a álgebra proposta por Weyl surge no contexto da discussão de Dirac num artigo clássico acerca do spin do elétron[192], e foi pensada com vistas a resolver aspectos da representação de propriedades quânticas por meio de teoria dos grupos, tratando-se, pois, de uma álgebra de caráter bastante específico. Em segundo lugar, *por hipótese*, consideramos que os princípios metafísicos estão *hardwired* (embutidos) na álgebra[193]. Isto ocorre pela forma comum que pressupomos ser compartilhada entre os componentes e operações dessa específica álgebra e os princípios causais materiais que inerem à protomatéria. Claro, isto é uma hipótese de trabalho que esperamos dê resultados interessantes quanto a uma compreensão metafísica do real sensível, entre os quais expomos alguns no último capítulo. Nada impede também que a associação proposta nos conduza eventualmente a algum tipo de "lei ontológica", no sentido da física. Assim, supondo que se estabelece entre a específica álgebra de Weyl apresentada neste trabalho e as formas elementares e

[*] As semelhanças entre protomatéria e holomovimento serão tratadas no capítulo seguinte.
[192] Cf. WEYL, 1950, p 270-274.
[193] Na verdade, essa estratégia também foi considerada por Hiley para a descrição do holomovimento. Cf. HILEY apud SAUNDERS & BROWN, 1991, p. 234-246.

suas operações uma forma comum, buscamos compreender melhor, por meio dessa álgebra, a natureza mesma da matéria primeira, bem como tirar proveito da natural conexão que a álgebra oferece com certas propriedades e simetrias presentes na realidade natural.[194]

[194] Para um exercício mais específico dessa conexão natural, ver DAVIES, 1981.

3.1
Teoria hilemórfica

Nos oito livros da *Física* Aristóteles expõe sua cosmologia: uma intrincada construção de ciência experimental e de princípios metafísicos da realidade natural, que foi praticamente abandonada a partir dos séculos XVI e XVII, com o nascimento da ciência moderna. Entre os princípios metafísicos da realidade natural, expostos na Física, constitui-se de enorme importância a composição dos entes naturais de dois co-princípios absolutamente complementares e interdependentes, que são *forma* e *matéria*, estruturação que é conhecida por composição hilemórfica, do grego *hylé*, "aquilo de que algo é feito" ou, em latim, *materia*, e do grego *morphé*, "aquilo que algo é" ou, em latim, *forma*[195]. O princípio material a que se refere Aristóteles é a matéria primeira ou, como estamos denominando, protomatéria, cuja ontologia foi exposta no segundo capítulo deste trabalho. Por sua vez, a forma a que se refere Aristóteles é a forma substancial. Dado que existem exposições corretas e em conformidade com o espírito aristotélico, escolhemos basear-nos em três dessas exposições para apresentar muito sucintamente os aspectos principais da teoria hilemórfica, prescindindo, no entanto, de algum tipo de exegese histórica[196]. Trata-se, pois, de compreender que estrutura inteligível dá aos entes naturais sua capacidade de mover-se, de se transmutarem uns nos outros, como quando uma semente desabrocha num arbusto ou numa árvore, ou quando uma crisálida se transforma numa borboleta; que aspectos da realidade natural são responsáveis pela atividade física, pelas interações recíprocas dos entes, pela conformação espaço-temporal e, acima de tudo, pelo *devir*. Ora, se os seres naturais devêm, então há que se buscar entender quais os metafísicos princípios que sustentam esse devir. Por outro lado, forma e matéria estão entre si correlacionados como "aquilo que determina" ou "o determinante" ou, na linguagem da metafísica aristotélica, o *ato* e "aquilo que é por si mesmo indeterminado"[197] ou "o determinável" ou, em linguagem metafísica, a *potência*. Igualmente se constituem numa autêntica unidade, pois

---

[195] Cf. ARISTÓTELES, *The Physics*, II c2 194a 10-25.
[196] Cf. ARTIGAS, 2005, p. 204-206. Cf. SELVAGGI, 1988, p. 398-411, p. 419-424; STEIN, 2002, p. 152-219, p.469-486.
[197] Cf. ARISTÓTELES, *The Physics*, IVc2 209b 5-10.

expressam dois aspectos correlatos da realidade natural: a *interioridade* e a *exterioridade*. Não estão unidos como se fossem componentes físicos, apenas se referem ao *modo de ser* da essência dos entes naturais, a qual se compõe de certas determinações formais, dadas pela forma substancial, e certas condições materiais, dadas pela protomatéria; portanto, matéria e forma coexistem, não se unem, não são realidades diferentes que se encontram relacionadas, não exigem um elo de união[198], não são componentes ao modo de partes fisicamente separadas.[199]

> Assim como tudo o que existe em potência pode ser chamado *matéria*, também tudo o que tem existência, qualquer que seja a existência, substancial ou acidental, pode chamar-se *forma*. [...] E porque a forma torna o ser em ato, eis a razão de se afirmar que a forma é ato. A *forma substancial*, porém, é aquela que faz existir em ato um ser substancial; a *forma acidental* é aquela que faz existir em ato um ser acidental. [...] E porque a geração envolve uma certa mudança do não ente para o ente, ao contrário a corrupção envolve a passagem do ser para o não ser, mas de não ente que é em potência, tal como a estátua feita de cobre existe em potência e não em ato. [...] Portanto, para haver geração requerem-se três coisas: o ser em potência, que é a *matéria*; o não ser em ato, que é a *privação*; e aquilo mediante o qual se torna em ato, que é a *forma*.[200]

É importante frisar que matéria e forma são conceitos correlativos, a saber, algo é matéria com respeito a uma forma e algo é forma com respeito a uma matéria[201]. Assim, na realidade natural, no mundo físico, não há matéria sem forma, pois teríamos que apontar certas condições materiais, como extensão, duração e movimento que não estariam atreladas a nenhum ente natural, isto é, existiriam separadamente, enquanto tais, o que é impossível; em contrapartida, não há forma sem matéria no mundo natural, pois um ente puramente imaterial não pertenceria ao universo físico.

São três as dimensões relativas à materialidade: extensão, duração e mutabilidade. À extensão, isto é, à distensão tridimensional, podemos associar várias magnitudes (volume, massa, tensões e pressões[*], etc.); portanto, a matéria

---

[198] Cf. TOMÁS DE AQUINO, *O Ente e a Essência*, c2 n.16: "O ser da substância composta [ente] não é só da forma, nem é só da matéria, mas é o próprio ser do composto".
[199] Cf. ARISTÓTELES, *The Physics*, IVc2 209b 20-25. Ver também ARTIGAS, 2005, p.207.
[200] TOMÁS DE AQUINO, *De Principiis Naturae*, n.3-6.
[201] Cf. ARISTÓTELES, *The Physics*, II c2 194b 5-9: "Material é relativo, pois a diferentes materiais é dado receber distintas formas". Portanto, matéria não pode estar separada de uma forma apropriada.
[*] Ver capítulo segundo, seção 2.1 (o enfoque epistêmico da matéria), sobre o tensor energia-momentum.

extensa seria potencialmente divisível, indefinidamente, dado que as dimensões métricas associadas à espaço-temporalidade são usualmente tratadas como contínuas. Não obstante sua divisibilidade potencial ao infinito (continuum), a física teórica tem proposto que há, em termos reais (sob a ótica experimental, diga-se de passagem, e não como algum aporte ontológico) -- naquelas extensões mínimas, cujas distâncias são inferiores ao chamado "comprimento de Planck", ou 10^{-33} *cm* -- descontinuidades na malha espaço-temporal do mundo[*]. À duração, isto é, à distensão temporal, podemos associar especialmente uma magnitude, o seqüenciamento temporal, também de natureza divisível e usualmente considerada como uma grandeza contínua, ainda que, em intervalos de tempo mínimos, ou seja, naqueles inferiores para percorrer o comprimento de Planck à velocidade da luz, ou 10^{-43} *s*, seja também possível haver as mencionadas descontinuidades. Por fim, matéria implica mutabilidade, isto é, qualquer ente da natureza pode mudar, sob aspectos acidentais, ou seja, sob aspectos que modificam a exterioridade (mudanças *acidentais*), mas não a interioridade como quando, por exemplo, um camaleão troca de cor, expondo seu mimetismo natural, ele continua a ser o mesmo camaleão, mesmo tendo sofrido alterações; no entanto, há mudanças que modificam a interioridade (mudanças *substanciais*) como quando, por exemplo, uma semente de abacate torna-se um abacateiro. À mutabilidade dos entes naturais chamamos de *devir* ou *vir-a-ser*, que associamos usualmente aos processos naturais. A mutabilidade sempre acarreta algum tipo de movimento local.

São três as dimensões relativas à forma: configuração, consistência e sinergia. À configuração corresponde a estruturação espacial, a disposição das partes componentes e a figura espacial. Os entes naturais não estão dispostos ao acaso, mas segundo configurações que lhes são próprias, características. Um exemplo usual de configuração é a estrutura cristalina de várias substâncias. A configuração é uma dimensão formal que se entrelaça com a extensão quantitativa, complementando-a e produzindo padrões espaciais, cujo reconhecimento é fundamental para a ciência experimental· À consistência corresponde a estabilidade temporal dos sistemas naturais, a sua coesão interna ou

[*] Em nossa dissertação este é um aspecto relevante, haja vista que o modelo algébrico a ser proposto adiante propõe uma álgebra finita, discreta, e se isso não pudesse ter algum fundamento real, a hipótese de um espaço discreto para o modelo pareceria profundamente arbitrário.

a mútua conexão estável de seus componentes. Sendo a coesão interna ou sua conexão instável ou tênue, a estabilidade do ente fica comprometida, sua persistência espaço-temporal torna-se efêmera[*]. Cabe ressaltar que não se pode atribuir aos entes naturais uma estabilidade absoluta, afinal tudo na realidade natural está sujeito a mudanças, ao desgaste, às interações recíprocas que causam transformações, ao aumento e à diminuição, à corrupção. A consistência é uma dimensão formal que se entrelaça com a duração quantitativa, provendo a estabilidade necessária à permanência espaço-temporal de um ente, quer por um intervalo próprio de séculos ou de apenas uns poucos microssegundos[†]. À sinergia corresponde a organização espaço-temporal do ente, a interação espaço-temporal dos componentes, sua mútua integração e cooperação, responsável por sua unidade funcional. Tanto mais elevada a cooperação quanto maior a cooperação das partes componentes e seus processos associados. A sinergia é uma dimensão formal que corresponde à mutabilidade quantitativa. Com efeito, cooperação supõe o desdobramento de atividades, o que implica movimento. Trata-se de uma dimensão que se nos apresenta de maneira mais óbvia, patente, nos seres vivos, ainda que modestamente, ou imperceptivelmente, nas unidades mais elementares da realidade natural.

Considerações prévias ao modelo algébrico. Neste ponto, antes de apresentarmos o modelo algébrico, devemos fazer algumas considerações adicionais sobre a teoria hilemórfica que auxiliarão na compreensão metafísica desse modelo. Em primeiro lugar, do previamente exposto até aqui, segue-se que as formas elementares não são puras formas, mas são elas mesmas hilemórficas, ou seja, à medida que expressam um caráter entitativo mínimo, pois "são imperfeitíssimas justamente por estarem, por natureza, mais próximas da natureza

---

[*] Algumas partículas elementares possuem vida média de poucos nanossegundos, como é o caso, por exemplo, do pósitron de baixa energia no chumbo, cujo intervalo de "vida" é de um décimo de nanossegundo (10^{-10} s).

[†] O intervalo próprio relativístico é dado por uma linha espaço-temporal e é a razão entre dois "absolutos", o intervalo espaço-temporal associado a um dado ente, isto é, à medida relativística *ds*, tomada entre dois eventos intrínsecos do indivíduo -- por exemplo, seu nascimento e morte ou seu aparecimento e seu desaparecimento no espaço-tempo, ou entre dois eventos quaisquer em sua linha do universo -- e a velocidade da luz, *c*. Isto é, o intervalo próprio é dado pela integração da trajetória (ou linha do universo) espaço-temporal entre dois eventos *a* e *b* associados ao indivíduo,

$$\int_a^b ds / c$$

Trata-se da razão, como já dissemos, entre dois absolutos relativísticos, *ds* e *c*.

da matéria primeira"[202]; logo, são formas na matéria e, portanto têm ser e essência, esta última dada pelas estruturas quantitativas mais simples que acionam a potência da matéria. Aliás, Tomás de Aquino afirma que corresponde a este peculiar modo de ser das formas elementares "sua atividade como elementos corpóreos".[203] Às estruturas quantitativas simplíssimas que acionam a matéria chamaremos de *holoquarks*, isto é, trata-se das estruturas mais básicas, imersas na potência da matéria, acionando-a por meio das qualidades ativas e passivas de sua essência (α-estado). Tais qualidades ativas e passivas são representadas, em nosso modelo, por um par dual, q_0^1 e q_1^0, de holoquarks primitivos[†]. Cabe também a analogia de proporcionalidade do ser aplicada às formas dos elementos, isto é,

<u>Ser da Forma Elementar (ou α-estado)</u> como <u>Ser 'em potência' da Protomatéria</u>
Essência da Forma Elementar Essência da Protomatéria

Portanto, podemos propor que a forma substancial ou específica de qualquer ente natural possui entrelaçadas em sua unidade entitativa três estruturas *formais* pelas quais o ser é comunicado à essência: primeiramente, uma *estrutura quantitativa* que é o princípio essencial básico, imerso (*in-qua*) na matéria; em segundo lugar, uma *estrutura qualitativa*, que é o princípio essencial *stricto sensu*, pelo qual algo recebe sua determinabilidade *específica*, como vimos acima; por fim, uma *meta-estrutura quantitativa*, que é o princípio essencial que permite o acesso da estrutura qualitativa à estrutura quantitativa imersa na matéria, isto é, trata-se de uma camada intermédia entre o qualitativo e o quantitativo, pela qual estes encontram-se entrelaçados nos entes naturais, mesmo nos mais elementares como prótons, elétrons etc., que são particularmente o tipo de ente em que estamos interessados neste trabalho.

[202] TOMÁS DE AQUINO, *De Mixtione Elementorum*, n. 9.
[203] TOMÁS DE AQUINO, *De Potentia Dei*, q3 a11 respondeo.
[†] Chamamos de primitivos esses holoquarks com vistas à compatibilidade, não apenas, mas também terminológica, com o modelo algébrico, como teremos oportunidade de mostrar.

3.2
Conceitos algébricos: álgebras de Clifford e de Weyl

3.2.1
Definições gerais*

Neste item, suporemos conhecidas as noções e operações elementares de conjuntos, relações e aplicações (funções). Seja uma aplicação φ: $S \times S \rightarrow S$. A partir de um par de elementos $a,b \in S$ formamos um novo elemento $\varphi(a,b)=a.b=ab \in S$ chamado de *produto de a e b*, ou estabelecemos uma ou mais leis de composição, inclusive aquelas entre membros de diferentes conjuntos, isto é, φ: $S \times T \rightarrow S$. Uma composição é comutativa se $ab = ba$. A composição é associativa se, dados $a,b,c \in S$, $a(bc) = (ab)c$.

Um *grupo* é um conjunto S de elementos, dotado de uma operação que funciona como uma lei de composição que associa a cada par de elementos s_1, s_2 de S um elemento s_1s_2 de S chamado de *produto* de s_1 e s_2, e satisfaz às seguintes condições:

(i) Vale a *lei associativa*, $s_1(s_2s_3) = (s_1s_2)s_3$

(ii) Existe um elemento do conjunto, $e \in S$, tal que $es = se = s, \forall s \in S$

(iii) Todo elemento $s \in S$ possui um inverso $s^{-1} \in S$ tal que $s^{-1}s = ss^{-1} = e$

Também denominamos de *fechamento* à propriedade que afirma que o produto de dois elementos quaisquer de um grupo é outro elemento do grupo. Um grupo S é chamado de *abeliano*, ou *comutativo*, se a lei de composição é comutativa, isto é, para todo par de elementos s_1, s_2 de S, $s_1s_2 = s_2s_1$. Um *subgrupo* H de um grupo S é um subconjunto que também é um grupo; ou seja, um subconjunto $H \subseteq S$ é, portanto, um subgrupo se contém o elemento

---

* Esta seção tem por objetivo apresentar, de modo um tanto informal, conceitos gerais úteis para a compreensão da proposta desta dissertação como um todo. Não pretende ser uma exposição rigorosa nem extensiva.

identidade de S e é fechado sob as operações do produto e do inverso. Trivialmente temos que $\{e\}$ e S são igualmente subgrupos de S. O número de elementos de um grupo S é chamado de *a ordem* de S, e o designamos por $\| S \|$.

L é um espaço vetorial (ou linear), isto é, um conjunto de objetos que chamamos de vetores, associado a um outro conjunto de elementos K que chamamos de escalares, se em L pudermos definir duas operações, chamadas respectivamente de *soma* de vetores e de *multiplicação* por escalar, de tal forma que,

(i) $u + v = v + u, \quad \forall u, v \in L$

(ii) $u + (v + w) = (u + v) + w, \quad \forall u, v, w \in L$

(iii) $(au + v)b = (ab)u + bv, \quad \forall u, v \in L, \ \forall a, b \in K$

, então dizemos que L é um espaço vetorial (ou linear).

Se V e W são dois espaços vetoriais sobre um mesmo corpo K de escalares, uma aplicação L é linear ou é um *homomorfismo* de V em W, se

$$L(au + bv) = aLu + bLv = au' + bv', \quad \forall a, b \in K, \forall u, v \in V$$
$$u', v' \in W$$

Se a aplicação A é 1-1 e sobrejetora, então se diz que A é um *isomorfismo* de V em W, e se o isomorfismo for uma aplicação do espaço sobre si próprio, então temos um *automorfismo*.

Uma álgebra associativa A é um espaço vetorial linear sobre um corpo K de escalares, que apresenta uma lei de composição de seus elementos ou *produto*, de tal forma que, para um certo conjunto de índices Λ, e $i, j, k \in \Lambda$,

(i) $\alpha_i \alpha_j \in A, \quad \alpha_i, \alpha_j \in A$ (fechamento do produto)

(ii) $\alpha_i (a\alpha_j + b\alpha_k) = a(\alpha_i \alpha_j) + b(\alpha_i \alpha_k), \quad \alpha_i, \alpha_j, \alpha_k \in A$

$\forall a, b \in K$

(iii)

$$(a\alpha_i + b\alpha_j)\alpha_k = a(\alpha_i\alpha_k) + b(\alpha_j\alpha_k);\ \alpha_i, \alpha_j, \alpha_k \in A;\ \forall a, b \in K$$

(iv) $\alpha_i(\alpha_j\alpha_k) = (\alpha_i\alpha_j)\alpha_k \quad \alpha_i, \alpha_j, \alpha_k \in A$ (associatividade do produto)

Um isomorfismo da álgebra *A* sobre si mesma é um automorfismo de *A*.

3.2.2 Idempotentes

Álgebras que se apresentam com relativa complexidade contêm um conjunto completo (capazes de gerar todos os elementos da álgebra) de elementos denominados *idempotentes primitivos* α_i, tais que,

$$\alpha_i\alpha_i = \alpha_i^2 = \alpha_i$$
$$\alpha_i\alpha_j = \alpha_j\alpha_i = 0$$

Há vários modos de entendermos o significado de tais elementos:

(1) Refletem a tradicional dualidade do *verdadeiro* e do *falso*, pois se associarmos certos α_i ao valor *V* e certos α_j com o valor *F*, então o valor da operação de conjunção nos conduz à tradicional tabela de valores-verdade, para cuja contrapartida aritmética *1* representa o valor *V* (verdadeiro) e *0* o valor *F* (falso), então temos que, para qualquer α_i, designado por *A*, que pode ser verdadeiro ou falso, isto é, *1* ou *0*, e nenhum outro valor intermediário, ou seja, vale a *lei do terceiro excluído*, então significa dizer que esta lei pode ser representada pela solução da equação

$$A(A-1)=0$$

, em que *A* somente pode assumir valores *1* e *0*. Ora, $A(A-1)=0$ pode ser representada por

$$A^2 - A = 0, \text{ ou } A^2 = A$$

sendo esta última forma a relação que define essencialmente um idempotente da álgebra.

(2) Significam algum tipo de filtro que serve para separar naturalmente conjuntos específicos de elementos. Weyl[204] exemplifica isso da seguinte maneira: Seja o conjunto dos animais num zoológico. Por meio de um determinado operador *M*, separamos (ou filtramos) os mamíferos dos outros animais, e por um outro operador *P* separamos os peixes. Claro, a repetição do operador *M* será equivalente a *M*, do mesmo modo que a repetição de *P* será equivalente a *P*, donde,

$$M.M = M$$
$$P.P = P$$

Dado que (exceto para as baleias, mas estas não cabem num zoológico) as classes são mutuamente excludentes,

$$M.P = P.M = 0$$

Ou seja, um conjunto total de operadores deste tipo pode ser utilizado para distinguir um número maximal de conjuntos de elementos mutuamente excludentes, de tal modo que não possa haver elementos comuns a dois conjuntos distintos.

(3) Há ainda um outro modo de considerarmos tais quantidades: funcionam como operadores de projeção sobre um espaço vetorial linear *n*-dimensional. Isto é, tomando-se o operador α_1 como sendo um operador de projeção do espaço vetorial base, qualquer elemento (vetor) x neste espaço vetorial pode ser projetado no espaço euclidiano tridimensional $\mathbb{R}^3$, da seguinte forma: Seja a projeção de algum elemento x qualquer do espaço vetorial tal que

[204] WEYL apud DAVIES, 1981, p. 58.

α_1 o projeta no plano $\mathbb{R}^2$ e α_2 no espaço ortogonal ao plano, isto é, no eixo ortogonal $\mathbb{R}$. Então,

$$\alpha_1\alpha_1 = \alpha_1$$
$$\alpha_2\alpha_2 = \alpha_2$$
$$\alpha_1\alpha_2 = \alpha_2\alpha_1 = 0$$

E o espaço euclidiano $\mathbb{R}^3$ é a soma direta (soma de espaços que não possuem elementos comuns, exceto o subespaço nulo $\{0\}$) dos subespaços $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}$, representada por

$$\mathbb{R}^3 = \mathbb{R}^2 \oplus \mathbb{R}$$

Em geral, os idempotentes têm o papel de separar um "espaço" original *n*-dimensional em subespaços euclidianos mutuamente ortogonais. Um elemento qualquer *x* do espaço original pode ser projetado da maneira mais reduzida (em termos dos graus das dimensões de projeção) possível em subespaços euclidianos unidimensionais, mutuamente ortogonais, da seguinte maneira:

$$\alpha_1 x + \alpha_2 x + ... + \alpha_n x$$

Mas, designando a operação acima por Ω, tem-se que

$$\Omega x = \alpha_1 x + \alpha_2 x + ... + \alpha_n x = \vec{x}$$

, em que $\vec{x}$ é a projeção de x no espaço euclidiano $\mathbb{R}^n$. Também temos que

$$\alpha_1 + \alpha_2 + ... + \alpha_n = 1$$

o que equivale à projeção da totalidade (do espaço original) sobre o espaço vetorial.

Enfim, os idempotentes da álgebra desempenham um papel de máxima importância na análise de qualquer espaço vetorial linear associado. Particularmente, em mecânica quântica, espaços vetoriais lineares desempenham esse papel essencial na medida em que seus componentes básicos são utilizados para representar os diversos estados dinâmicos de um determinado sistema físico.

3.2.3 Ideais

Vimos acima que aos idempotentes podemos associar projeções num espaço vetorial linear. Bem, todas as álgebras possuem estruturas associadas de espaços vetoriais. Os espaços particularmente interessantes para a mecânica quântica são aqueles que são subespaços invariantes. Um subespaço $U \subseteq V$ é invariante sob um operador $S: V \to V$ se $SU = \{S\alpha; \alpha \in U\} \subseteq U$. Os idempotentes da álgebra geram subespaços invariantes a que denominamos *ideais*. Os ideais gerados pelos idempotentes primitivos da álgebra, ou *ideais minimais,* são os que possuem relevância para a proposta algébrica, em função de sua conexão com o formalismo da mecânica quântica, como teremos oportunidade de verificar no capítulo quarto. Costuma-se separar os ideais minimais em dois grupos, respectivamente, o dos ideais minimais *à esquerda* e o dos ideais minimais *à direita*, ou *L* e *R*. Estes ideais são gerados pela multiplicação à esquerda e à direita, respectivamente, de todos os elementos de uma álgebra *A* pelos idempotentes primitivos. Tais multiplicações geram, cada uma, respectivamente, uma base à esquerda e uma base à direita para os ideais minimais. Ou seja,

$$L_i = A\alpha_i$$

$$R_i = \alpha_i A$$

Como há *n* idempotentes primitivos, isto implica que há *n* componentes nas bases dos ideais minimais. A interpretação geométrica usual dada à estrutura algébrica do ideal é de que se trata de um espaço vetorial linear em que cada componente da base, L_i ou R_i, significa uma direção espacial independente*. Dessa forma, o ideal, em sua interpretação geométrica, fornece um modelo matemático para os *n* eixos cartesianos ortogonais de $\mathbb{R}^n$, definindo um espaço multidimensional.

Uma outra interpretação possível que nos é oferecida por Davies[205] é a de que um ideal de uma álgebra é uma representação matemática de um espaço discreto de dimensão um, no qual cada um dos *n* componentes da base do ideal representa um *holon*† distinto do espaço. Ora, esta é uma interpretação radicalmente diferente daquelas usualmente adotadas para as estruturas de espaços vetoriais. Neste caso, os idempotentes não mais são interpretados como operadores de projeção, mas como certos operadores-filtros ou operadores-seletores, em que cada idempotente separa um holon distinto que compõe o espaço discreto. Davies argumenta que, em termos práticos, a obtenção de um espaço de aspecto contínuo implica em dividir o espaço discreto em um número *n* suficientemente grande de holons, de tal forma que, no limite, $n \to \infty$, o espaço discreto (ou descontínuo) com holons de dimensão *1*, torna-se contínuo; neste caso, trata-se de um contínuo unidimensional, ou $\mathbb{R}$. Também se poderia associar a cada holon α_i uma intensidade escalar *p*, por exemplo, descrevendo um campo escalar discreto, segundo uma assimilação material. O que é interessante observar é que, independentemente da interpretação em jogo, cada uma delas está contida na álgebra e pode ser vinculada quer a estruturas metafísicas da realidade natural, quer a conseqüências relevantes para a descrição epistêmica da realidade física.

---

* Uma conexão ao nosso ver interessante seria investigar os ideais como espaços de multivetores, nos quais a cada direção estaria associado um *r*-vetor, em que *r* é a dimensão associada ao componente da base do ideal. Na verdade, a idéia aqui é vincular naturalmente a álgebra de Clifford à álgebra geométrica.

205 Cf. DAVIES, 1981, p. 63.

† Terminologia sugerida por DAVIES, loc. cit.

3.2.4
Estrutura das álgebras de Clifford e de Weyl

Uma álgebra de Clifford generalizada pode ser obtida ao considerarmos o problema clássico da linearização de uma equação de grau n, isto é,

$$\sum_{i=1}^{m} x_i^n = \left(\sum_{i=1}^{m} x_i q_i \right)^n$$

em que buscamos os elementos q_i que resolvem a equação acima. É certo que os elementos devem satisfazer às relações abaixo:

$$q_i^n = 1, \quad \forall i = 0,1,2,...,m$$
$$q_i q_j = \phi q_j q_i, \quad i < j, \ \forall i, j = 0,1,2,...,m$$

em que ϕ é a n-ésima raiz primitiva da unidade, isto é, $\phi^n = 1$. Ora, para o caso em que n=2,

$$\sum_{i=0}^{m} x_i^2 = \left(\sum_{i=0}^{m} x_i q_i \right)^2$$

temos a sugestão de pensar nas álgebras de Clifford (não-generalizadas) como sendo associadas ao processo de linearização da equação homogênea de segundo grau a m variáveis; assim,

$$q_i^2 = 1, \quad \forall i$$
$$q_i q_j + q_j q_i = 0, \quad i \neq j, \ \forall i, j = 0,1,2,...,m$$

e os elementos q_i são os elementos *geradores* da álgebra de Clifford de ordem m, denotada por C_m^2. A ordem m permite-nos classificar as álgebras de Clifford segundo modelos algébricos tradicionalmente utilizados em mecânica quântica:

Se $m = 4$, então C_4^2 é a *álgebra de Dirac*

Se $m = 2$, então C_2^2 é a *álgebra dos quatérnions de Hamilton*

Se $m = 3$, então C_3^2 é a *álgebra de Pauli*

Se $m = 6$, então C_6^2 é a *álgebra conforme de Clifford*

Voltando ao nosso caso generalizado (de grau n qualquer), se fizermos $m = 2$, ou seja, C_2^n, obtemos uma álgebra de Clifford com dois geradores independentes[206] e que pode ser tratada como sendo isomorfa ao grupo abeliano (comutativo) de rotações a n dimensões[*]. Esta álgebra é definida como uma álgebra de Weyl de dimensão n[207]. Assim, a álgebra de Weyl pode ser pensada como sendo a estrutura algébrica que surge a partir da linearização da equação $x_1^n + x_2^n$, isto é, trata-se da álgebra associada à solução da expressão de grau n,

$$x_1^n + x_2^n = \left(x_1 q_1 + x_2 q_2\right)^n$$

Portanto, os geradores q_1 e q_2 devem satisfazer às seguintes relações:

$$q_1^n = q_2^n = 1$$

$$q_1 q_2 = \phi q_2 q_1$$

[206] Que, mais adiante, na seção *3.3.2*, serão denominados *reatores*, dado que representarão o caráter dual de *atividade* e *passividade* no interior da protomatéria.
[*] n dimensões por estar associada a um espaço com n variáveis ou posições.
[207] Cf. DAVIES, op. cit., p. 74-75.

em que ϕ é a n-ésima raiz primitiva da unidade, isto é, $\phi^n = 1$. Fica clara, então, a conexão entre a álgebra finita (e não-generalizada) de Clifford, com dois geradores, com a álgebra de Weyl. A saber, a álgebra de Clifford supõe a linearização de uma equação de grau dois (2), com *m* geradores, e a álgebra de Weyl supõe a linearização de uma equação de grau n, com dois (2) geradores; isto é,

C_m^2 é uma álgebra de Clifford bidimensional com m geradores

C_2^n é uma álgebra de Clifford n-dimensional com 2 geradores (álgebra de Weyl).

Na álgebra de Clifford C_m^2 há uma interpretação geométrica para os geradores $q_1, q_2, ..., q_m$: formam uma base do espaço vetorial linear m-dimensional no qual cada vetor x pode ser obtido de modo único a partir da base $\{q_1, q_2, ..., q_m\}$ como:

$$x = q_1 x_1 + q_2 x_2 + ... + q_m x_m$$

Podemos, então, definir dois produtos de larga utilização em álgebra geométrica (e geometria algébrica, também!): o produto escalar, $\bullet$, e o produto exterior ("cunha"), $\wedge$, entre dois vetores quaisquer x e y do espaço vetorial associado à álgebra de Clifford:

$$x \bullet y = x_1 y_1 + x_2 y_2 + ... + x_n y_n$$

tal que $x \bullet y$ é um escalar, e

$$x \wedge y = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{m} x_i y_j \left(q_i \wedge q_j \right)$$

de tal forma que $q_i \wedge q_j = 0$ para $i = j$, e $q_i \wedge q_j = -q_j \wedge q_i$ para $i \neq j$.

Podemos, então, definir um produto chamado *produto geométrico* entre dois vetores quaisquer x e y num espaço $\Im$ de *multivetores* como sendo,

$$xy = x \bullet y + x \wedge y$$

e, visto que, por definição, $x \bullet y = y \bullet x$ e $x \wedge y = -y \wedge x$, então se segue que,

$$x \bullet y = \frac{1}{2}(xy + yx)$$

$$x \wedge y = \frac{1}{2}(xy - yx)$$

Podemos, então, a partir das expressões acima e de mais algumas definições operacionais, definir entidades como *multivetores*, *multiformas* etc., e todo um cálculo que compõe a *álgebra geométrica de Clifford*, ou seja, a aplicação da álgebra de Clifford à geometria. A riqueza de aplicações e uma proposta de compreensão unificada da física-matemática, isto é, do conhecimento empiriológico do real sensível, por meio de uma linguagem algébrica unificada, são apresentadas por David Hestenes[208]. Em nossa dissertação não trataremos diretamente das conseqüências relativas a essa proposta de unificação. Basta dizer que há uma conexão natural entre os elementos da álgebra que representam, em nosso caso, a estrutura quantitativa do interior da matéria primeira e as manifestações elementares de tais estruturas segundo dimensões e operações específicas no espaço-tempo, isto é, segundo uma geometria do mundo. Tal conexão deve ser objeto de uma investigação futura, em complemento à estrutura algébrica apresentada neste trabalho.

Notação. Seguiremos a notação proposta por Davies[209], a qual supõe automaticamente uma ordem para os dois idempotentes geradores da álgebra C_2^n.

[208] Cf. HESTENES & SOBCZYK, 1987.
[209] DAVIES, op. cit.

Ambos, como vimos, por formarem uma base para a álgebra, são independentes e, assim, podemos utilizar um índice superior para um, e um índice inferior para o outro, da seguinte forma:

$$q^a = (q_1)^a$$

$$q^0 = q_0 = 1.$$

Desse modo, as potências dos geradores podem ser escritas de modo não-ambíguo,

$$q^a = q_0^a = \left(q_0^1\right)^a$$

$$q_b = q_b^0 = \left(q_1^0\right)^b$$

; ora, temos que $q_0^{a+b} = q_0^a q_0^b$ e $q_{c+d}^0 = q_c^0 q_d^0$ e que, em geral,

$$q_b^a = q_0^a q_b^0 = \phi^{ab} q_b^0 q_0^a \tag{3.1}$$

Portanto, visto haver um número finito de geradores, então suas propriedades cíclicas dão-nos imediatamente que,

$$q_0^n = \left(q_0^1\right)^n = 1$$

$$q_n^0 = \left(q_1^0\right)^n = 1.$$

Todos os somatórios são realizados com índices latinos, de *0* a *n*, de tal modo que podemos simplificar a notação da seguinte maneira:

em vez de $\sum_{i=0}^{n}$, escreveremos $\sum_{i}$

e, em vez de $\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n}$, escreveremos $\sum_{i,j}$, etc.

Por fim, faremos uso do *delta de Kronecker*: $\delta_{ij} = 0$ se $i \neq j$; $\delta_{ij} = 1$ se $i = j$.

Definições. A álgebra de Weyl W_n é a álgebra polinomial gerada sobre o corpo $\mathbb{C}$ dos números complexos a partir do conjunto gerador $\left\{q_0^1, q_1^0\right\}$, cujos elementos estão sujeitos às seguintes relações:

$$\left(q_0^1\right)^n = q_0^n = 1 \tag{3.2}$$

$$\left(q_1^0\right)^n = q_n^0 = 1 \tag{3.3}$$

$$q_0^1 q_1^0 = \omega q_1^0 q_0^1, \quad \omega = \exp\left(\tfrac{-2\pi i}{n}\right) \tag{3.4}$$

A regra geral de multiplicação da expressão (3.1) acima é obtida em duas etapas:

1ª Tomemos a relação (3.4) acima e mulipliquemo-la à esquerda por q_0^1,

$$q_0^1 q_0^1 q_1^0 = q_0^1 \omega q_1^0 q_0^1$$

$$q_0^2 q_1^0 = \omega q_0^1 q_1^0 q_0^1$$

$$q_0^2 q_1^0 = \omega\omega q_1^0 q_0^1 q_0^1$$

$$q_0^2 q_1^0 = \omega^2 q_1^0 q_0^2$$

2ª Tomemos a relação (3.4) acima e mulipliquemo-la à direita por q_1^0,

$$q_0^1 q_1^0 q_1^0 = \omega q_1^0 q_0^1 q_1^0$$

$$q_0^1 q_2^0 = \omega q_1^0 \omega q_1^0 q_0^1$$

$$q_0^1 q_2^0 = \omega^2 q_1^0 q_1^0 q_0^1$$

$$q_0^1 q_2^0 = \omega^2 q_2^0 q_0^1$$

Reaplicando a etapa 1 (a-1) vezes e a etapa 2 (b-1) vezes, obtemos a regra geral de multiplicação, indicada pela expressão (3.1), com ω em lugar de ϕ[210], o que nos dá a seguinte regra fundamental para multiplicação da álgebra:

$$q_0^a q_b^0 = \omega^{ab} q_b^0 q_0^a \quad \text{(ou } q_b^0 q_0^a = \omega^{-ab} q_0^a q_b^0\text{)} \qquad (3.5)$$

Por outro lado,

$$q_b^a q_d^c = q_0^a q_b^0 q_0^c q_d^0$$

$$q_b^a q_d^c = q_0^a (\omega^{-bc} q_0^c q_b^0) q_d^0 \qquad \text{[aplicando a equação (3.5)]}$$

$$q_b^a q_d^c = \omega^{-bc} q_0^a q_0^c q_b^0 q_d^0$$

$$q_b^a q_d^c = \omega^{-bc} q_0^{a+c} q_{b+d}^0 \qquad \text{[aplicando a equação (3.1)]}$$

$$q_b^a q_d^c = \omega^{-bc} q_{b+d}^{a+c} \qquad \text{[idem]}$$

, e esta última expressão é uma regra de grande valor para os cálculos algébricos e, por isso, será replicada abaixo, com uma numeração de referência, para posterior utilização:

$$q_b^a q_d^c = \omega^{-bc} q_{b+d}^{a+c} \qquad (3.6)$$

Outrossim, há um <u>teorema</u> da álgebra (que não será demonstrado neste trabalho)[211] que afirma que os componentes q_b^a, os quais podem ser representados como elementos de uma matriz M_{ab}, formam uma base da álgebra W_n (ou C_2^n) com n^2 componentes ordenados. Apenas observamos que estes componentes são obtidos como produtos seqüenciados, $q_b^a = \underbrace{q_0^1 q_0^1 ... q_0^1}_{a} \underbrace{q_1^0 q_1^0 ... q_1^0}_{b}$, em que

[210] O fato de usarmos ϕ em lugar de ω, como em DAVIES, op. cit., é para sugerir uma interpretação intuitiva adicional para o símbolo, que não apenas a raiz primitiva de grau n da unidade, o que é proposto adiante.
[211] A demonstração completa encontra-se em DAVIES, op. cit., p.81-83.

$a, b = \{0, 1, 2, \ldots (n-1)\}$. Visto que afirmamos que a cada componente da base podemos associar um elemento de uma matriz com índices *a* e *b*, então há *a.b* (*n.n* = n^2) componente na base de W_n.

3.2.4.1 Produto de dois *números de Weyl*

Qualquer elemento ou combinação linear de elementos da álgebra W_n é denominado *número de Weyl*. Ora, visto que W_n possui uma base, então um número de Weyl pode ser expandido em termos dessa base. Assim, um número *M* qualquer pode ser dado pela combinação linear dos componentes da base, ou seja,

$$M = \sum_{i,j} a_{ij} q_j^i$$

Da mesma forma, podemos ter um outro número *N* qualquer, que pode ser dado pela combinação linear dos componentes da base, ou seja,

$$N = \sum_{k,l} b_{kl} q_l^k$$

donde se pode mostrar que

$$MN = \sum_{i,j} a_{ij} q_j^i \sum_{k,l} b_{kl} q_l^k = \sum_{i,j,k,l} a_{ij} b_{kl} q_j^i q_l^k$$

Porém, da expressão **(3.6)** vem que $q_j^i q_l^k = \omega^{-jk} q_{j+l}^{i+k}$, e, portanto, obtém-se que

$$MN = \sum_{i,j,k,l} a_{ij} b_{kl} \omega^{-jk} q_{j+l}^{i+k} \tag{3.7}$$

A expressão acima pode ser utilizada a partir dos coeficientes complexos a_{ij}, b_{kl} para obter o produto ordenado de dois elementos quaisquer da álgebra.

3.2.4.2 Idempotentes

Não obstante havermos obtido uma expressão para o produto de dois elementos ("números") quaisquer da álgebra, interessa-nos sobretudo aqueles elementos que podem ser utilizados para a análise lógico-metafísica da teoria hilemórfica, a saber, os candidatos a representar aspectos reais, metafísicos, dos entes naturais. Seguindo a sugestão de Davies[212], concentrar-nos-emos naquelas quantidades algébricas que podem ser associadas às estruturas que denominamos *ideais*. No entanto, os ideais são gerados a partir dos componentes que anteriormente havíamos chamado de *idempotentes*. Portanto, vejamos como abordar estes últimos segundo o formalismo de W_n.

Vimos, pela expressão (3.7), que as quantidades que nos interessam particularmente obter a partir dos componentes da base estão associadas a um par de índices, o que significa que se trata de idempotentes combinados dois a dois. Temos, por conseguinte, o seguinte teorema:

<u>Teorema</u>: Um conjunto completo de pares de idempotentes primitivos ortogonais da álgebra W_n é dado por:

$$\alpha_{ii} = \tfrac{1}{n}\sum_k \omega^{-ik} q_k^0 \qquad (3.8)$$

Demonstração: Sabemos que $\alpha_i = \tfrac{1}{n}\sum_k \omega^{-ik} q_k^0$; portanto,

[212] DAVIES, op. cit., p. 87.

$$\alpha_i\alpha_j = \tfrac{1}{n}\sum_k \omega^{-ik} q_k^0 \tfrac{1}{n}\sum_l \omega^{-jl} q_l^0$$

$$\alpha_i\alpha_j = \tfrac{1}{n^2}\sum_{k,l} \omega^{-ik-jl} q_{k+l}^0$$

mas, substituindo-se o índice k por k-l,

$$\alpha_i\alpha_j = \tfrac{1}{n^2}\sum_{k=-l}^{n-1-l}\sum_l \omega^{-i(k-l)-jl} q_k^0$$

no entanto, dado o caráter cíclico de q_1^0 e de ω ambos de grau n, podemos retomar a soma original em k, e ainda cobrirmos o ciclo completo, donde,

$$\alpha_i\alpha_j = \tfrac{1}{n^2}\sum_{k,l} \omega^{-i(k-l)-jl} q_k^0.$$

Ora, $\sum_l \omega^{\pm l(i-j)} = n,\ se\ i = j;\ = 0,\ se\ i \neq j.$

Logo,

$$\alpha_i\alpha_j = \tfrac{1}{n^2}\sum_k \delta_{ij}\omega^{-ik} q_k^0.$$

Comparando essa última expressão com aquela que aparece no enunciado do teorema,

$$\alpha_i\alpha_j = \delta_{ij}\alpha_{ii}$$

em que fazemos $\alpha_{ij} = \alpha_i\alpha_j = \delta_{ij}\alpha_{ii}$. Explicitando, temos também que,

$$\alpha_{ij}\alpha_{jm} = \delta_{ij}\alpha_{ii}\delta_{jm}\alpha_{jj} = (\alpha_i\alpha_j)(\alpha_j\alpha_m)$$

Ao tomarmos o idempotente $\alpha_{ii} = \tfrac{1}{n}\sum_k \omega^{-ik} q_k^0$, e somarmos em i, obtemos

$$\sum_i \alpha_{ii} = \sum_{i,k} \omega^{-ik} q_k^0 = 1.$$

Também é possível mostrar que para qualquer elemento ε da álgebra, a expressão acima é, de fato, o elemento unitário da mesma, isto é, $\varepsilon 1 = 1\varepsilon = \varepsilon$. Da mesma forma, ao demonstrar-se a existência do elemento unitário dado acima, pode-se também mostrar que os idempotentes $\{\alpha_{00}, \alpha_{11}, ..., \alpha_{n-1n-1}\}$ formam um conjunto completo de n pares ortogonais que geram a álgebra W_n, associando-lhe n subespaços vetoriais ortogonais gerados pelos idempotentes e pelos ideais que lhes estão vinculados.

3.2.4.3 Ideais

O objetivo deste tópico é obter expressões que nos forneçam os ideais à esquerda e à direita de W_n. Igualmente, mostraremos a íntima conexão destes ideais com os colchetes de Dirac; a propósito destes últimos, faremos uma breve exposição, dado o seu uso extensivo na mecânica quântica.

O ideal à esquerda L de uma álgebra A é uma subálgebra de A tal que

$$AL \subseteq L.$$

Da mesma forma, define-se o ideal à direita R de uma álgebra A é uma subálgebra de A tal que

$$RA \subseteq R.$$

Há um teorema de álgebra (especificamente de álgebras lineares associativas, como é o nosso caso) que nos assegura que dado que α_{kk} representa um par de idempotentes ortogonais de A, tal que $\sum_k \alpha_{kk} = 1$, então

A pode ser obtida a partir dos ideais à esquerda L_k e à direita R_k do seguinte modo: $A = \sum_k L_k = \sum_k (A\alpha_{kk})$ ou $A = \sum_k R_k = \sum_k (\alpha_{kk} A)$.

Ou seja, os n idempotentes α_{kk} geram, cada um, um ideal à esquerda L_k (ou à direita R_k) da álgebra A. Em nosso caso, $A = W_n$; portanto,

$$L_k = W_n \alpha_{kk}$$

em que α_{kk}, como vimos, pela expressão (3.8), é dado por $\alpha_{kk} = \frac{1}{n} \sum_l \omega^{-lk} q_l^0$.

Ora, vimos também que os elementos da base de W_n são dados por q_j^i, $i, j = 0, 1, 2, ..., (n-1)$; portanto, para o *i*-ésimo gerador (com *j* componentes) do ideal à esquerda L_k da álgebra W_n, obtemos que

$$L_k(i) = q_j^i \alpha_{kk} = \frac{1}{n} \sum_l \omega^{-kl} q_l^0, \quad \forall i, j,$$

$$L_k(i) = \frac{1}{n} \sum_l \omega^{-kl} q_{l+j}^i, \quad \forall i, j.$$

Reescrevendo a expressão acima com *l-j* em vez de *l* (podemos fazer isso dado o caráter cíclico da soma), tem-se que,

$$L_k(i) = \frac{1}{n} \sum_l \omega^{-k(l-j)} q_l^i, \quad \forall i, j$$

e os ideais L_k à esquerda de W_n podem ser obtidos a partir dos geradores de W_n. Um raciocínio análogo aplica-se aos ideais R_k à direita de W_n, para $R_k = \alpha_{kk} W_n$, ou seja,

$$R_k(i) = \tfrac{1}{n}\sum_l \omega^{-(k+i)(l-j)} q_l^i, \quad \forall i, j.$$

Desse modo, visto que cada q_l^i é gerado pela base primitiva $\left\{q_0^1, q_1^0\right\}$, fazendo $q_l^i = \underbrace{q_0^1 q_0^1 ... q_0^1}_{i} \underbrace{q_1^0 q_1^0 ... q_1^0}_{l}$, então os ideais à esquerda e à direita são obtidos desde os geradores primitivos da álgebra. Cada ideal (há, portanto, $2n$ ideais, n à esquerda e n à direita) forma uma subálgebra de W_n, todos mutuamente independentes. Também é possível demonstrar que os n componentes L_k do ideal à esquerda, bem como os n componentes R_k do ideal à direita, formam uma base para seus respectivos subespaços vetoriais associados[213]. Aos ideais à esquerda e à direita correspondem os colchetes *ket* e *bra* de Dirac, largamente utilizados no formalismo quântico. Por outro lado, em mecânica quântica, desempenha um papel fundamental o conceito de *vetor de estado*. Exporemos, brevemente, este conceito[*], em função de sua íntima conexão formal com a álgebra apresentada.

Segundo a álgebra linear, uma matriz coluna pode ser considerada como um vetor num espaço vetorial linear. Um estado qualquer de polarização linear de uma partícula, por exemplo, um fóton de luz, é dado por um vetor-coluna. O estado quântico de polarização do fóton mede o ângulo que o plano de propagação faz com uma direção ortogonal à direção de propagação. Seja $\boldsymbol{\theta}$ o ângulo de polarização. O vetor-coluna que representa este estado de polarização (linear) é dado por

$$e^{i\beta}\begin{bmatrix}\cos\theta \\ sen\theta\end{bmatrix}$$

[213] Cf. DAVIES, op. cit., p. 96-97.

[*] Detalhes encontram-se em vários textos básicos sobre mecânica quântica, entre eles NUSSENZVEIG, 1998, p. 293-296.

em que $e^{i\beta}$ é um fator de fase, que não tem relevância maior para o resultado final que objetivamos. Pois bem, graças a uma notação devida a Paul Dirac, o vetor-coluna que representa o estado de polarização linear $\boldsymbol{\theta}$ do fóton é representado pelo *ket* $|\theta\rangle$,

$$|\theta\rangle \equiv \begin{bmatrix} \cos\theta \\ sen\theta \end{bmatrix}$$

expressão na qual o ket de Dirac é o vetor-coluna associado à polarização linear de ângulo $\boldsymbol{\theta}$. Por sua vez, o vetor linha associado à esta polarização é representado pelo *bra* $\langle\theta|$,

$$\langle\theta| = [\cos\theta \quad sen\theta]$$

expressão na qual o bra de Dirac é o vetor-linha associado à polarização linear de ângulo $\boldsymbol{\theta}$.

É fácil observar que $\langle\theta|\theta\rangle = [\cos\theta \quad sen\theta]\begin{bmatrix} \cos\theta \\ sen\theta \end{bmatrix} = 1$. Ou seja, dado um estado qualquer *E* associado a um observável (como o ângulo de polarização, por exemplo), o ket e o bra de E são dados por, respectivamente,

$$|E\rangle = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \langle E| = \begin{bmatrix} E_1^* & E_2^* \end{bmatrix}$$

tal que $\langle E|E\rangle = E_1^* E_1 + E_2^* E_2 = \left\||E\rangle\right\|^2 = |E_1|^2 + |E_2|^2 = 1$ (vetor *E* normalizado), e as componentes E_1^* e E_2^* são os conjugados complexos de E_1 e E_2, respectivamente.

O produto bra-ket de Dirac pode ser tomado, sem restrições, para dois estados distintos E e F, o que resultaria na expressão seguinte

$$\langle E|F\rangle = \begin{bmatrix} E_1^* & E_2^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = E_1^* F_1 + E_2^* F_2$$

Voltando à análise dos ideais à esquerda e à direita de W_n, podemos associá-los[214], respectivamente, aos colchetes ket e bra, de tal forma que,

$$L_k(i) = |i\rangle_k = \tfrac{1}{n}\sum_l \omega^{-kl} q_l^{-i}$$

$$R_k(i) = {}_k\langle i| = \tfrac{1}{n}\sum_l \omega^{il} q_{-l}^{i-k} \; .$$

Os índices i determinam as n bases distintas de cada ideal individualmente; no entanto, é suficiente tomar apenas um específico índice k, por exemplo, k = 0, para a representação metafísica (e física) que estamos buscando. Assim, tomando k = 0 nas expressões acima, obtemos como expressões suficientes para os ideais procurados,

$$L_0(i) = |i\rangle_0 = |i\rangle = \tfrac{1}{n}\sum_l q_l^{-i}$$

$$R_0(i) = {}_0\langle i| = \langle i| = \tfrac{1}{n}\sum_l \omega^{il} q_{-l}^{i} \; .$$

Visto que os ideais à esquerda e à direita podem ser tratados como espaços vetoriais, que denominamos *duais* um do outro, seus componentes são, em princípio, ortogonais. Com efeito, isto é verdadeiro, pois, pelo menos para a classe dos ideais que tomamos fazendo k = 0, temos que

[214] A demonstração detalhada encontra-se em DAVIES, loc. cit.

$$\langle i|j\rangle = \tfrac{1}{n}\sum_{l}\omega^{il}q_{-l}^{i}\tfrac{1}{n}\sum_{m}q_{m}^{-j} = \tfrac{1}{n^2}\sum_{l,m}\omega^{il}q_{-l}^{i}q_{m}^{-j}$$

Contudo, sabemos que $q_{-l}^{i}q_{m}^{-j} = \omega^{-jl}q_{m-l}^{i-j}$; logo, aplicando esta regra à expressão acima,

$$\langle i|j\rangle = \tfrac{1}{n^2}\sum_{l,m}\omega^{l(i-j)}q_{m-l}^{i-j}$$

Re-indexando com *m+l* em vez de *m*, obtém-se que,

$$\langle i|j\rangle = \tfrac{1}{n^2}\sum_{l,m}\omega^{l(i-j)}q_{m}^{i-j}$$

e, somando em *l*, tem-se que,

$$\langle i|j\rangle = \tfrac{1}{n^2}\sum_{m}n\delta_{ij}q_{m}^{i-j} = 0, \quad \text{para} \quad i \neq j; \quad \text{e, para} \quad i = j,$$

$$\langle i|i\rangle = \tfrac{1}{n^2}\sum_{m}nq_{m}^{0} = \tfrac{1}{n}\sum_{m}q_{m}^{0} = \alpha_{00}$$

sendo α_{00} é o idempotente fundamental. Desse modo, podemos escrever que,

$$\langle i|j\rangle = \delta_{ij}\alpha_{00}.$$

Ou seja, as componentes dos ideais à esquerda e à direita da álgebra são, de fato, mutuamente ortogonais. Novamente, surge o papel fundamental a ser desempenhado pelo idempotente α_{00}, que se mostra como um fator "difuso" no corpo algébrico e elemento comum aos subespaços vetoriais compreendidos pela álgebra. Por sua vez, a multiplicação invertida de ket e bra nos fornece a seguinte expressão:

$$
\begin{aligned}
|i\rangle\langle i| &= \tfrac{1}{n}\sum_r q_r^{-i}\ \tfrac{1}{n}\sum_s \omega^{-is} q_s^i \\
&= \tfrac{1}{n^2}\sum_{r,s} \omega^{-is} q_r^{-i} q_s^i \\
&= \tfrac{1}{n^2}\sum_{r,s} \omega^{-is} \omega^{-ir} q_{r+s}^0 \\
&= \tfrac{1}{n^2}\sum_{r,s} \omega^{-ir} \omega^{-is} q_r^0 q_s^0 \\
&= \tfrac{1}{n}\sum_r \omega^{-ir} q_r^0\ \tfrac{1}{n}\sum_s \omega^{-is} q_s^0 \\
&= \alpha_{ii}\alpha_{ii} = \alpha_{ii}^2 = \alpha_{ii}
\end{aligned}
$$

Ou seja, $|i\rangle\langle i| = \alpha_{ii}$, e o operador $|i\rangle\langle i|$ nos fornece o conjunto completo dos idempotentes geradores da álgebra de Weyl, bem como temos que o idempotente "difuso" α_{00} também é dado pelo operador $|0\rangle\langle 0|$; por isso, α_{00} poderia talvez desempenhar um papel fundamental no acoplamento entre a álgebra, que nos propicia a dinâmica do interior da protomatéria, e a representação do vácuo, que nos oferece a dinâmica da energia do "vazio"[*]. Ademais, $\sum_i \alpha_{ii} = 1$, donde $\sum_i |i\rangle\langle i| = 1$, o que é exato, pois os geradores devem cobrir todo o espaço.

[*] Trata-se, obviamente, de uma conjectura. No entanto, como veremos no capítulo seguinte, esse modo de interpretar o operador $|0\rangle\langle 0|$ conduz a resultados empiriológicos interessantes que podem ser associados à não-localidade em microfísica.

3.3
Um modelo algébrico para a teoria hilemórfica

3.3.1
Considerações iniciais

De acordo com a perspectiva cartesiana, as teorias físicas são formuladas supondo-se um continuum espaço-tempo no qual todos os processos são representados por objetos ou campos locais em interação. Porém,

> A relação entre o indivíduo [a partícula] e a função de onda [o campo] é essencialmente ambígua, e a associação de um campo local com o estado de um objeto localizado conduz a dificuldades de interpretação [...] Um dos problemas relaciona-se com o fato de duas partículas espacialmente separadas [e, portanto, incapazes de interferirem uma sobre a outra] não se comportarem como sistemas independentes, autônomos [como seria de se esperar, segundo a mentalidade clássica]. Esta não-separabilidade foi notada por Einstein, Podolski e Rosen.[215]

Ora, tal capacidade de interconexão, presente nas interações quânticas, é uma característica nova essencial dos fenômenos quânticos, e confirmada por experimentos recentes.[216] Nesta dissertação a protomatéria é o *locus* das conexões não-locais; daí parece não haver qualquer dificuldade em aceitarmos simultaneamente a não-localidade, como um fato de natureza metafísica que ocorre no interior da matéria, e o limite c para o transporte de informação entre dois eventos espacialmente separados ($ds^2 \leq 0$), como um fato de natureza científica que ocorre no espaço-tempo. Finkelstein[217] apresentou o argumento, à época, que a teoria quântica de campo mesclava o conceito clássico de espaço-tempo com a matéria quântica (matéria *signata quantitate*, a bem dizer). Por isso, este autor sugere que uma pura teoria quântica da matéria deveria ser pesquisada, sem explícita referência a um espaço-tempo prévio. Neste caso, o espaço e o tempo deveriam emergir como elementos constitutivos de uma teoria mais

[215] HILEY & FRESCURA, 1980, p. 8.
[216] Cf. ASPECT et al., 1982.
[217] FINKELSTEIN apud HILEY, 1981, p.2.

fundamental, segundo o parecer de Bohm e Hiley.[218] Deve-se acrescentar, no entanto, que é preferível referir-se a uma "realidade mais fundamental" em vez de uma "teoria mais fundamental".[*] E o câmbio aqui é estratégico: Ao atacar o problema da matéria, devemos valer-nos não apenas de argumentos epistêmicos, mas também de fundamentos metafísicos. A estratégia de recorrência unicamente a uma epistemologia da matéria, que é conduzida pela ciência experimental, parece conduzir-nos, como vimos na seção sobre epistemologia da matéria do capítulo segundo, ou bem a uma regressão indefinida na qual novos componentes são invocados para dar conta das classes de fenômenos conhecidos, ou bem a uma aparente petição de princípio, dado que certos elementos demandam a si mesmos como componentes últimos, o que não é garantido pelo processo científico em vigor. Assim, optamos por apelar a uma estratégia mais segura: recorremos aos princípios metafísicos da realidade natural, formulados por uma tradição filosófica de mais de vinte séculos e, a partir deles, empreendemos uma abordagem que agora mescla componentes epistêmicos e metafísicos, os primeiros ancorados nestes últimos. Isto será realizado tomando-se formalmente a álgebra abstrata e aplicando-a materialmente aos componentes hilemórficos. Assim, em vez de dizermos, como Hiley[219], que espaço e tempo emergem de uma teoria mais fundamental, podemos reivindicar que espaço e tempo estão fundamentalmente integrados à extensão e à duração na essência da protomatéria, sendo esta última o substrato comum da realidade natural.

Porque procederemos a uma análise que, em consonância com a proposta de Maritain, poder-se-ia chamar de *lógico-metafísica*, complementar à resolução empiriológica das ciências naturais, faremos uso da abordagem proposta por Philip Davies[220], tendo em consideração as distinções apresentadas acima, e também que a protomatéria fornece-nos o conteúdo primário de uma pré-geometria ou de um pré-espaço[†]. A estrutura pré-geométrica que associamos à protomatéria contém um número *finito* de elementos componentes a que

[218] Cf. HILEY, 1981, p.2.
[*] Esta segunda opção parece que teria tido, sem dúvida, a posição de Einstein.
[219] Cf. HILEY, 1981, loc. cit.
[220] Cf. DAVIES, 1981.
[†] Vale ressaltar que a componente epistêmica "tempo" encontra-se subentendida nas abordagens a um pré-espaço, ainda que posteriormente se faça algum tipo de distinção de natureza epistêmica entre tempo e espaço.

denominamos *holoquarks* e *α-estados*[†], aos quais nos referimos no capítulo segundo. Ambos serão apresentados algebricamente neste capítulo.

A chave da abordagem lógico-metafísica consistirá em apresentar uma álgebra conveniente para a modelagem da protomatéria. Como toda proposta investigativa de caráter inicial, esta não pleiteia ser única nem exaustiva. Assim, preferimos basear-nos numa proposta iniciada por David Bohm e posteriormente desenvolvida, ainda que de forma incompleta até a presente data, pelo colaborador direto de Bohm, Basil Hiley, e na tese de doutoramento de Philip Davies, ambos os trabalhos já referenciados nesta dissertação. A escolha deveu-se, em primeiro lugar, a que, ao nosso ver, a álgebra revela-se bastante promissora como instrumento de ataque aos princípios metafísicos que expusemos, como teremos oportunidade de verificar; em segundo lugar, porque provê uma estrutura algébrica para os conceitos de *ordem implicada* e *holomovimento*, ambos propostos por Bohm, os quais entendemos possuírem suficiente aproximação conceitual com a estrutura dinâmica da protomatéria. Por outro lado, o modelo prevê que a geometria do espaço-tempo emirja da estrutura dinâmica carreada pela álgebra pré-geométrica. Isto não deveria espantar: se a estrutura algébrica pré-geométrica realiza uma apropriação formal (de natureza epistêmica) da dinâmica da protomatéria, e considerando que o espaço-tempo pode ser associado a uma espécie de "estado fundamental" da protomatéria, então ambos, extensão e duração[*], encontram-se no interior da matéria como componentes ontológicos, pré-geométricos, da espacialidade e da temporalidade, associadas à ordem natural.

Na abordagem clássica, o espaço-tempo é tratado como um continuum. Para alguns autores, especialmente os que sustentam a prioridade epistêmica do campo sobre o aspecto particular da realidade física[‡], a existência da matéria (física) dependeria da estrutura geométrica do espaço-tempo, gerada por algum processo espontâneo indicado pela não-linearidade das equações gravitacionais da teoria geral da relatividade, isto é, a matéria do mundo resultaria de um efeito do campo gravitacional global. Sakharov, por exemplo, sugeriu a possibilidade do

[†] Ou α-objetos; neste capítulo, segundo o contexto, nos apropriaremos de um termo ou de outro.
[*] Vimos, no capítulo segundo, que a origem da matéria primeira (protomatéria) foi simultânea à origem do tempo. Bem, ainda que a intuição fundamental seja a mesma, substituímos, deste ponto em diante, tempo por duração, como constituinte simultâneo à matéria, e acrescentamos a extensão, como constituinte complementar à duração, igualmente simultâneo à origem da matéria.
[‡] É o caso de Weyl, por exemplo, como vimos na seção 2.1 do capítulo segundo.

continuum espaço-tempo possuir algum tipo de meio elástico[221] a partir do qual formar-se-ia a matéria ponderável. Ainda que considerássemos pouco provável que partículas fossem provenientes de algum tipo de elasticidade, mesmo assim poderíamos pensar em algum tipo de flutuação do vácuo, ou em defeitos topológicos do espaço-tempo em micro-escala. É razoável, portanto, propor algum tipo de estrutura, possivelmente algébrica, que não dependa de relações fixas ou bem definidas entre pontos (ou objetos) vizinhos. Tal flexibilidade disposicional possivelmente favoreceria uma melhor representação de uma realidade que se nos apresenta com elevado teor de dinamismo e de flexibilidade (mas não de desordem) estrutural. Assim, parece adequado introduzir um conjunto de elementos, ou objetos básicos, que funcionam como “pontos generalizados”, bem como certas relações entre eles, sem algum tipo de relação fixa de vizinhança nem dimensões determinadas[*]. Parece razoável, portanto, que a álgebra da potência da matéria (ontológica) careça inicialmente de algum tipo de tratamento métrico, o que excluiria, por exemplo, em princípio, o uso de espaços vetoriais com definição de métrica, senão que esta pudesse ser obtida a partir da álgebra através de algum tipo de operador de natureza estocástica, que nos desse uma média macroscópica daquela distribuição de objetos vizinhos.

Gostaríamos agora de suplementar nossa discussão com alguns pontos que julgamos relevantes para a compreensão do modelo, não com respeito já aos aspectos algébricos que serão apresentados, mas com relação aos vínculos conceituais entre esses entes algébricos e suas contrapartidas metafísicas. Tanto da exposição do capítulo segundo no que se refere às apropriações epistemológicas da matéria quanto à sua ontologia, bem como do alcance empiriológico proposto por Maritain, endossado por esta dissertação e abordado no capítulo primeiro, torna-se claro que as ciências experimentais detêm-se unicamente sobre a *materia signata quantitate*, ou seja, sobre a matéria individuada -- ainda que em sujeitos cuja identidade seja difícil, ou até impossível,

[221] SAKHAROV apud HILEY, 1981, p. 7.

[*] O que é perfeitamente compatível com a existência, no interior da protomatéria, do que Tomás de Aquino chamava de *dimensões indeterminadas*. Isto é apresentado por Tomás no capítulo 6, *Quid sunt dimensiones interminatae secundum veritatem* (Que são em verdade as dimensões indeterminadas), do opúsculo *Sobre la Naturaleza de la Materia y las Dimensiones Indeterminadas* (op. cit, p. 33-35): “Nunc igitur restat ostendere quomodo conveniens sit dimensiones ponere et quomodo possunt dici interminatae” (Portanto, resta agora demonstrar de

precisar --, que é, portanto incomunicável, à qual estão assinaladas certas dimensões e, por conseguinte, quantificações. É a matéria que constitui por excelência os fenômenos na medida em que estes são espaço-temporalmente localizados, passíveis de análise segundo as regras estabelecidas pelas teorias científicas e por seus métodos experimentais. Por outro lado, a ontologia, especialmente enfocada por uma filosofia da natureza, detém-se particularmente na composição de matéria (primeira), não-individuada, comunicável a todos os sujeitos naturais, e forma (substancial). Mais especialmente, neste trabalho, temos em vista essa matéria primeira. A teoria hilemórfica aborda mais detidamente as condições de materialidade dos entes naturais, como vimos, e, por isso, por ser a matéria o fundamento quantitativo dos mesmos, deve ser passível de análise segundo modelos epistêmicos em parte coincidentes com aqueles das ciências da natureza.

Desde Newton – ou desde Leucipo e Demócrito – presumiu-se que a auto-identidade das existências físicas (a saber, sua individualidade) deriva-se da constituição atômica da matéria. Presumia-se, obviamente, que sendo os átomos ínfimos e indivisíveis seriam igualmente constantes e indestrutíveis, constituindo-se em blocos construtores irredutíveis e permanentes da realidade física. Em suma, como nos expõe Smith, pensava-se que,

> O que "realmente existe", e que por si mesmo retém uma auto-identidade, são os átomos. No entanto, tal concepção provou-se ser errada. Resulta que nem o átomo antigo nem as partículas fundamentais nas quais pode ser decomposto, têm uma auto-identidade verdadeira.[222]

Smith aduz, então, que a realidade corpuscular, ou física, é transiente, mutável e, por isso, não se pode erigí-la em fundamento último da materialidade, porquanto,

> Tais entidades estão sempre em mutação, sempre num estado de fluxo, de tal forma que sua própria existência é de certa maneira um processo de devir[223], no qual nada é produzido realmente. Isto já foi dito repetidamente, começando com

que modo é adequado pôr dimensões na matéria [primeira] e de que modo se pode chamar de indeterminadas).

[222] SMITH, 1984, p. 50.

[223] Cf. WALLACE, 1996, p. 56.

> Heráclito e com os filósofos budistas. E não pode haver qualquer dúvida de que seja verdade: mesmo a física moderna [...] aponta exatamente para a mesma conclusão.[224]

E continua sua exposição com uma analogia entre a matéria primeira e o plano euclidiano, a partir do qual as figuras geométricas (formas substanciais) são extraídas (eduzidas). Conclui, portanto, que o cosmos existe num devir, num fluxo, como sustentava Heráclito. Devemos, assim, buscar na matéria primeira e não na *materia signata quantitate* o substrato comum da realidade natural; substrato metafísico, sem dúvida, que não confere, como às vezes se insiste equivocadamente, nenhum caráter abstruso ao conhecimento, mas, antes, fundamenta-o genuinamente. Sendo a realidade natural uma emergência do interior da matéria primeira,

> As formas específicas não são dadas a partir de fora, senão extraídas da potência da matéria, por meio de uma *transmutação própria*[225] [...], e é impossível pôr na matéria [*materia prima*] qualquer divisão prévia à forma substancial, pois a introdução da forma substancial é a geração do próprio composto, o único que essencialmente possui partes.[226]

> As alterações que se sucedem no interior da matéria se dão sem concurso de movimento local, isto é, são modificações *instantâneas*, pois o ente em potência [a *materia prima*] somente pode alterar-se subitamente, já que sua ação não é movimento nem término de movimento, visto que este requer sempre um sujeito que existe em ato, e esta atualidade não se encontra em algum lugar da matéria [primeira].[227]

O modelo tem de prover o tipo de transformação algébrica que aproprie epistêmica e adequadamente o processo de transmutação dos estados no interior da matéria, bem como apresentar os componentes envolvidos na mescla produzida

---

[224] SMITH, 1984, p. 51.

[225] TOMÁS DE AQUINO, *Sobre la Naturaleza de la Matéria y las Dimensiones Interminatis*, p.68-69. (Grifos nossos). Como seria possível uma *transmutação própria* da matéria primeira, como defende Tomás de Aquino, sem as razões inteligíveis desta transmutação? Como seriam possíveis transmutações sem supor que a matéria dispõe em seu interior de estruturas quantitativas próprias mediante as quais (como exemplificaremos no capítulo quarto) são extraídas as formas especificantes que determinam a quantidade mensurável?

[226] Id. Uma transmutação instantânea supõe a existência de conexões instantâneas entre os α-estados no interior da matéria, cujo efeito mais conspícuo, a nosso ver, é o fenômeno da *não-localidade*, que teremos oportunidade de abordar no capítulo quarto.

[227] Ibid., p. 51-52. (grifos nossos).

pelas alterações das qualidades passivas e ativas presentes naqueles estados.[228] Trata-se também de frisar que esses estados não são meios termos situados entre a forma substancial e a acidental, pois, segundo Tomás, "é impossível existir um outro ser entre o ser da substância e o ser do acidente".[229] Ademais, tais mutações devem seguir a ordem do mais "imperfeito ao mais perfeito".[230] Por fim, deve ser possível mostrar algebricamente que os princípios gerais da corporeidade, especialmente algumas propriedades básicas das formas simples da corporeidade podem ser obtidas a partir dos α-estados da protomatéria.[231]

3.3.2
Interpretação ontológica da álgebra de Weyl

Do que expusemos até agora, não apenas com relação à proposta de Tomás de Aquino com respeito à matéria, mas também da álgebra de Weyl, podemos buscar investigar certas propriedades ontológicas da matéria desde o ponto de vista de sua representação algébrica, e para isso proporemos a seguir como as formas elementares e suas operações podem ser representadas adequadamente por meio da álgebra proposta.

1) Vimos que há dois princípios fundamentais e duais para a gênese da realidade natural, atividade e passividade, pois permitem a dinâmica inerente à matéria primeira. Por serem fundamentais, estes dois princípios devem servir como base fundamental para a dinâmica e, por isso, os associamos à base fundamental da álgebra, dada por $\left\{q_0^1, q_1^0\right\}$.

2) Por outro lado, como vimos anteriormente, Tomás de Aquino nos afirma que se dá uma mescla dos elementos por meio de suas propriedades ativas e passivas, que são aquilo que fundamentalmente caracteriza cada elemento; ou seja, cada forma elementar constitui-se de um conjunto de qualidades ativas e

---

228 Cf. FAITANIN, 2001a, p.262-273.
229 TOMÁS DE AQUINO, *De Mixtione Elementorum*, n. 11.
230 TOMÁS DE AQUINO, *Suma Teológica*, Iª q66 a1 ad1.
231 Cf. DAVIES, op.cit, p.299-306. Com efeito, Davies obtém, por exemplo, propriedades métricas referentes ao campo de sabores dos quarks. Visto esta dedução estar fora do escopo da tese, porquanto se trata de uma conseqüência puramente epistêmica (quantitativa), e não empiriológica, do modelo algébrico, ela não será apresentada aqui. É relevante mencioná-la como evidência da fecundidade do modelo.

passivas, mediante as quais é possível a mescla dos elementos. Com efeito, a atividade e passividade presente nas qualidades permitem a dinâmica de estados na essência da matéria e sua mútua combinação. Ora, sendo assim, as qualidades associadas a cada elemento se combinam para gerar as formas elementares e se constituem, portanto, uma base para a álgebra W_n. Assim, cada componente q_b^a, que denominamos holoquark, representa, na álgebra, uma qualidade composta de uma específica *a*-atividade (índice superior *a*) e de uma específica *b*-passividade (índice inferior *b*), de tal modo que uma combinação de *a*-atividade e de *b*-passividade constituam um elemento da álgebra, e, portanto, há n^2 qualidades ou elementos geradores.

3) Afirma também Tomás que um específico elemento ou forma elementar é dado por uma soma de qualidades ativas e passivas segundo o mais e o menos. Tal soma é expressa por uma ponderação adequada das qualidades ativas e passivas, isto é, um certo elemento α_{jk} (o duplo índice refere-se justamente à composição de atividade e de passividade, e está relacionado ao caráter matricial dos elementos da álgebra), denominado idempotente, que é obtido por

$$\alpha_{jk} = \frac{1}{n}\sum_r \phi(r,j,k)q_r^{k-j}\ ,$$ em que $\phi(r,j,k)$ é o fator de ponderação.

A razão de a soma ser tomada sobre o índice mudo r significa que, como há dois elementos geradores fundamentais, ora tomamos um deles ora o outro para a soma, fato que insere a dualidade fundamental na dinâmica da matéria, além de estabelecer certas relações duais, de cuja interpretação e aplicação cuidaremos adiante.

Na medida em que no interior da matéria primeira se dá composição e transmutação dos elementos, como vimos nos vários textos perfilados do Aquinate, podemos realizar o produto algébrico entre elementos quaisquer da álgebra. Alguns desses produtos são dotados de significação especial por representarem especificamente as operações de composição e transmutação das formas.

4) No *De Mixtione*, refere-se também Tomás de Aquino, como vimos, a uma certa miscibilidade ou não das formas, em função de sua composição a partir das qualidades ativas e passivas. Ora, a álgebra fornece-nos um mecanismo apropriado, que vimos na seção 3.2.2 (idempotentes), para expressar a miscibilidade como possível ou impossível, a saber, uma determinada forma α_{jj} é ou não miscível com outra forma α_{kk} se $\alpha_{jj}\alpha_{kk} = 0$ ou $\alpha_{jj}\alpha_{kk} \neq 0$, respectivamente. O caráter de idempotentibilidade permite representar convenientemente que a mescla de um elemento consigo próprio resulta no próprio elemento, a saber, $\alpha_{jj}\alpha_{jj} = \alpha_{jj}^2 = \alpha_{jj}$.

Outra operação fundamental a que se refere o Aquinate é a transmutação[232] das formas na essência da matéria primeira, operação fundamental para a edução das formas dos compostos. A transmutação, por ser uma metamorfose própria da matéria, é representada por uma transformação de similaridade, seguindo sugestão de Bohm e de Hiley para expressar reconfigurações de elementos no interior da álgebra[233]. Assim, uma transmutação é representada por $\varepsilon\alpha_{jk}\varepsilon^{-1}$, em que ε é um componente qualquer da álgebra. As transmutações interessantes, como veremos, dão-se em torno dos reatores primitivos, q_0^a e q_b^0, fato que naturalmente decorre da formulação proposta para a matéria, dado que justamente estes elementos representam, na álgebra, graus arbitrários de atividade e passividade das qualidades. Assim, é razoável que a ação das qualidades por meio de sua atividade, ativa e passiva, causem uma transmutação própria cujo resultado é a edução de uma forma específica.

Vejamos, portanto, como podemos, por meio da álgebra, dadas as considerações anteriores, obter um modelo para representar a matéria primeira.

Definamos, em primeiro lugar, certos idempotentes primitivos α_j que satisfazem às relações abaixo:

[232] Cf. TOMÁS DE QUINO, *Sobre a Naturaleza de la Matéria y las Dimensiones Indeterminadas,* p. 68-69.
[233] Cf. BOHM, 1980a, p. 202; Cf. HILEY apud SAUNDERS&BROWN, 1991, p. 243.

$$\alpha_j^2 = \alpha_j$$
$$\alpha_j \alpha_k = \alpha_k \alpha_j = 0$$
$$\sum_j \alpha_j = 1, \quad j \in \{0,1,2 \ldots n\}$$

Já mencionamos que esses idempotentes podem ser tomados como operadores de projeção sobre algum espaço vetorial. No entanto, precisaremos antes tratar suas relações do que tomá-los individualmente, isto é, o significado de uma relação entre dois idempotentes é o de "contexto", a saber, torna-se mais relevante na álgebra não cada elemento tomado isoladamente mas sua interação, o que nos conduz a um conjunto de elementos* α_{jk} que nos permitem tanto a representação como a relação entre estados no interior da matéria primeira. Assim, são dadas as seguintes relações:

$$\alpha_{ij}\alpha_{kl} = \delta_{jk}\alpha_{il} \qquad (3.9)$$
$$\alpha_{jj}\alpha_{jj} = \alpha_{jj} \qquad (3.10)$$
$$\alpha_{jj}\alpha_{kk} = 0 \quad \text{se } jj \neq kk \qquad (3.11)$$

δ_{jk} é o símbolo de Kronecker: 1, se $j=k$; 0, se $j \neq k$.

Os α_{jk} são os α-estados. Todavia, não são únicos, a saber, poderíamos obter um outro conjunto de α-estados utilizando algum tipo de automorfismo da álgebra como, por exemplo,

$$\beta_{jk} = \varepsilon \alpha_{jk} \varepsilon^{-1}, \text{ sendo } \varepsilon \text{ um elemento da álgebra} \qquad (3.12)$$

Uma interpretação adequada para o papel ontológico desempenhado pelo símbolo de Kronecker é a seguinte: se o símbolo é nulo, os α-estados (formas

* Os α_{jk} correspondem aos α-estados (ou objetos) que representam as formas elementares no interior da matéria primeira.

elementares) são *imiscíveis*; caso contrário, são *miscíveis*[234]. A análise que se segue considera um tipo de estrutura algébrica que não apenas contempla os α-estados lógico-metafísicos, mas nos permitem obter, por meio de operadores convenientemente definidos, a estrutura métrica do espaço-tempo, bem como inúmeros outros componentes empiriológicos tais como a função de onda associada ao elétron, por exemplo, e os sabores dos quarks. No capítulo quarto, serão abordados a estrutura métrica do espaço-tempo e o efeito de não-localidade.

Seja a álgebra finita de Weyl C_2^n de ordem n^2 como sendo a álgebra polinomial sobre o corpo complexo $\mathbb{C}$, gerada pelos *reatores* $\left\{q_0^1, q_1^0\right\}$:[*]

$$\left(q_0^1\right)^n = q_0^n = 1 \tag{3.13}$$

$$\left(q_1^0\right)^n = q_n^0 = 1 \tag{3.14}$$

$$q_0^1 q_1^0 = \phi(p) q_1^0 q_0^1 \tag{3.15}$$

em que $\phi(p)$ é uma função complexa da variável real p, de tal forma que $\phi(p)\phi^*(p) = \|\phi(p)\|^2 = 1$, sendo $\phi^*(p)$ o conjugado complexo de $\phi(p)$, e $\phi^n(p) = 1$.

A intuição metafísica associada aos reatores primitivos q_0^1 e q_1^0 é a seguinte: próximas à potência da matéria[†], as formas elementares, por meio de suas qualidades ativas e passivas (dualidade necessária à consecução da mescla), acionam esta potência, excitando-a à uma mescla. A mescla final se for possível[‡], redunda numa edução, conforme expusemos no capítulo segundo. Assim, os holoquarks q_k^j, cuja definição veremos a seguir, funcionam como reatores genéricos da potência da protomatéria, definindo os α-estados.

---

[234] Cf. TOMÁS DE AQUINO, *De Mixtione Elementorum*, n. 15-16.
[*] Ver seção 3.2.4: *Estrutura das Álgebras de Clifford e de Weyl.*
[†] Como vimos nos diversos textos referenciados de Tomás de Aquino anteriormente.
[‡] Segundo as leis de possibilidade inscritas quando da criação da matéria (leis que devemos buscar compreender a partir da estrutura ontológica da matéria).

Os α-estados, por sua vez, definirão o estágio final (ω-objeto) que será eduzido (projetado no espaço-tempo). Igualmente, o próprio espaço-tempo consistirá numa edução fundamental da protomatéria. Ao par de reatores (ou holoquarks) primitivos q_0^1 e q_1^0 podemos associar aquilo que Tomás de Aquino designa por *potência ativa* e *potência passiva*, respectivamente, e funcionam também como par excitador dos estados fundamentais (α-estados) na essência da protomatéria, associados às formas elementares. Também, sugerimos uma alteração na proposição inicial de Bohm, Hiley e Davies, fazendo

$$q_0^1 q_1^0 = \phi(p) q_1^0 q_0^1 \tag{3.16}$$

em que qual definimos a função complexa ϕ, em vez do fator de fase ω da proposta original, de modo a tornar mais genérica a comutação do produto dos holoquarks primitivos. O parâmetro real p (isto é, $p \in \mathbb{R}$ e é tal que $\phi(p) = \exp\left(\frac{-2\pi i}{n} p\right)$) indica algum gênero de ativação ou de intensidade da potência. Assim, temos que o holoquark q_k^j da álgebra é definido por:

$$q_k^j = q_0^j q_k^0 = \phi^{jk} q_k^0 q_0^j \tag{3.17}$$

Portanto, quaisquer pares de holoquarks podem se combinar de acordo com a seguinte regra geral:

$$q_j^i q_l^k = \phi^{-jk} q_{j+l}^{i+k} \tag{3.18}$$

Com a regra (3.18) tem-se o que é necessário para as demais operações algébricas. Também é possível demonstrar, embora não o faremos nesta dissertação*, como já citado, que os n^2 holoquarks formam uma base para a álgebra C_2^n, a qual nos fornece a aproximação lógica do dinamismo presente na

* Como mencionamos anteriormente na seção 3.2.4.

essência da protomatéria. Visto que os elementos (holoquarks) da álgebra formam uma base para a expressão da dinâmica presente no interior da matéria, então qualquer elemento *A* da dinâmica pode ser expresso por meio da base,

$$A = \sum_{j,k=0}^{n-1} A_{jk} q_k^j \qquad (3.19)$$

Todavia, os elementos A que nos interessam são os α-estados α_{jk}, aos quais associamos as formas elementares, os quais podem ser obtidos a partir dos holoquarks por meio da expressão†

$$\alpha_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{r=0}^{n-1} \phi^{-kr} q_r^{k-j} \qquad (3.20)$$

a qual expressa que um dado α-estado é obtido, como expusemos no capítulo segundo, por uma combinação de holoquarks* no interior da matéria primeira. Se fizermos $j=k$, teremos,

$$\alpha_{jj} = \frac{1}{n} \sum_{r=0}^{n-1} \phi^{-jr} q_r^0 \qquad (3.21).$$

Cabe aqui uma observação que julgamos relevante para o desenvolvimento da investigação proposta neste trabalho. Poderíamos ter escolhido a álgebra de Clifford generalizada C_m^n em vez de C_2^n; neste caso, teríamos *m* reatores em vez de 2, o que sugerimos seja compreendido do seguinte modo: em vez de supor, como o estamos fazendo, que as qualidades estejam definidas implicitamente nos elementos α_{jk}, e que sua atividade e a passividade sejam representadas pelos reatores (ou base) da álgebra, os holoquarks q_0^1 e q_1^0,

† Ver a seção anterior (3.3.1).
* Ou α-objetos.

teríamos *m* qualidades representadas por *m* holoquarks primitivos, e a atividade e passividade destas qualidades estariam implicitamente consideradas na definição das formas elementares observando-se, por exemplo, o sinal de composição dos holoquarks (ou das qualidades). Teríamos, neste caso, dois aspectos a serem pesados:

(1) Há uma vantagem muito grande em considerarmos a álgebra C_m^n em vez daquela que tratamos aqui: possivelmente um vínculo mais explícito entre a álgebra e a estrutura geométrica do espaço-tempo, pois poderíamos definir um operador, por exemplo, que levasse cada qualidade no subespaço vetorial associado ao ideal (esquerda ou direita), o que implicaria na imediata associação das qualidades com vetores, e o tratamento geométrico mais imediato das conseqüências da álgebra em termos de uma abordagem como nos propõe Hestenes[235], por exemplo.

(2) A aparente desvantagem concerne ao tratamento algébrico em si mesmo, dado que as expressões tornar-se-iam bem mais complexas, assim como talvez se perdesse um pouco da intuição metafísica associada às operações entre os elementos no interior da álgebra e sua contrapartida metafísica no interior da matéria. De qualquer modo, consideraremos, neste trabalho, que a álgebra inicial seja a de Weyl, tendo em conta sua maior simplicidade e as intuições metafísicas mais imediatas, associadas aos componentes e expressões algébricos.

Vimos na seção 3.3.1.2 o relevante papel desempenhado pelos ideais. Estes ideais, à esquerda e à direita, em nossa álgebra, podem ser dados pelas seguintes expressões:

$$R_0(k) = \frac{1}{n}\sum_s \phi^{ks} q_{-s}^{k} \tag{3.22}$$

$$L_0(j) = \frac{1}{n}\sum_r q_r^{-j} \tag{3.23}$$

Segue-se, portanto que,

[235] Cf. HESTENES & SOBCZYK, op. cit.

$$L_0(j)R_0(k)=\alpha_{jk} \tag{3.24}$$

porquanto,

$$\begin{aligned}L_0(j)R_0(k) &= \frac{1}{n^2}\sum_{r,s}\phi^{ks}q_r^{-j}q_{-s}^{k}\\ &= \frac{1}{n^2}\sum_{r,s}\phi^{ks}\phi^{-rk}q_{r-s}^{k-j}\\ &= \frac{1}{n^2}\sum_{r,s}\phi^{-k(r-s)}q_{r-s}^{k-j}\end{aligned}$$

Porém, fazendo $t=r\text{-}s$, e substituindo no último termo da igualdade dessa expressão, temos que,

$L_0(j)R_0(k)=\frac{1}{n}\sum_{t}\phi^{-kt}q_t^{k-j}$, que, comparada à expressão (3.20), nos dá α_{jk}, c.q.d.

Seja um operador $\widehat{\mathrm{A}}$ sobre a álgebra, capaz de associar a cada α-estado um *label*, do seguinte modo:

$$\widehat{\mathrm{A}}=\frac{1}{n}\sum_{j,k}j\phi^{-jk}q_k^0=\sum_{j}j\alpha_{jj} \tag{3.25}$$

Podemos mostrar o resultado acima a partir da definição de α_{jj} dada pela expressão (3.21); logo,

$$\widehat{\mathrm{A}}=\sum_{j}j\alpha_{jj} \tag{3.26}$$

Se multiplicarmos ambos os lados por α_{jj}, temos que

$$\widehat{\mathrm{A}}\alpha_{jj} = j\alpha_{jj}\alpha_{jj} = j\alpha_{jj} \qquad (3.27).$$

Do mesmo modo, se multiplicarmos ambos os lados da expressão (3.26) por α_{jm},

$$\widehat{\mathrm{A}}\alpha_{jm} = j\alpha_{jj}\alpha_{jm} = j\delta_{jj}\alpha_{jm} = j\alpha_{jm} \qquad (3.28).$$

Ora, as expressões (3.27) e (3.28) provêem uma natural ordem para os α-estados, bem como sugerem que o operador $\widehat{\mathrm{A}}$ possa ser utilizado para atribuir uma localização a um α-estado, o que implica que este último se autodetermina, pelo operador, num *lugar*, dado que *lugar* significa estar segundo uma relação de ordem[236]. Vemos, por conseguinte, que a categoria aristotélica de predicação acidental *lugar*, pela qual um certo corpo é dito estar num determinado sítio, supõe que os α-estados no interior da protomatéria se autodeterminem pelo operador $\widehat{\mathrm{A}}$, segundo uma certa ordenação mútua, ordenação à que chamamos de localização, ou lugar, dos α-estados no interior da matéria. Tal localização predispõe a edução a efetivar-se espaço-temporalmente segundo determinadas coordenadas num sistema de referência, para cuja escolha concorrem unicamente critérios de conveniência. Ao lugar atribuímos um *holon* no espaço de posições. O termo "holon" deve-se a Davies, e seu significado será mais bem examinado à frente.

Seja o seguinte automorfismo,

$$\beta_{jk} = \widehat{\mathrm{H}}\alpha_{jk}\widehat{\mathrm{H}}^{-1} \qquad (3.29)$$

---

[236] Cf. TOMÁS DE AQUINO, *Suma Teológica*, Iª q.42 a.3.

em que $\widehat{\mathrm{H}}$ é um operador da álgebra, e é um elemento qualquer da mesma. Este tipo de transformação é chamado de *transformação de similaridade*, que pode ser compreendida do seguinte modo: se tivermos um conjunto de elementos sobre os quais atuam operadores quaisquer $\widehat{\mathrm{A}}$, estes definem uma transformação do grupo de transformações (operadores) sobre o conjunto dos elementos da álgebra, o que permite estabelecer uma correspondência biunívoca, $\widehat{\mathrm{H}}:\alpha_{jk}\rightarrow\beta_{jk}$, que leva os elementos α_{jk} nos novos elementos β_{jk}. Por meio do automorfismo $\widehat{\mathrm{H}}$ entre os antigos e os novos elementos, a transformação $\widehat{\mathrm{A}}$ que atua sobre os antigos elementos α_{jk} torna-se uma transformação $\widehat{\mathrm{B}}$ que atua sobre os novos elementos β_{jk}. Assim, obtemos uma transformação de similaridade entre os operadores,

$$\widehat{\mathrm{B}}=\widehat{\mathrm{H}}\widehat{\mathrm{A}}\widehat{\mathrm{H}}^{-1} \qquad (3.30)[237]$$

para o que são naturais candidatos a operadores que perfazem transformações de similaridade (responsáveis pelo caráter *simplético* da álgebra) os holoquarks primitivos q_0^1 e q_1^0, dado que, por se tratar de um automorfismo da álgebra, é razoável se utilizarem componentes da própria álgebra como operadores. É o que ocorre ao se usar, na expressão (3.12), em lugar do elemento genérico ε , o reator q_0^1 ou o reator q_1^0. Veremos, todavia, que ambos os usos implicam aspectos distintos da matéria.

Vamos mostrar que $\alpha_{jj}=q_0^{-j}\alpha_{00}q_0^j$. Ora, por definição, usando a expressão (3.21) com *j=0*, temos que

$$\alpha_{00}=\frac{1}{n}\left(q_0^0+q_1^0+\ldots+q_{n-1}^0\right)$$

[237] Cf. WEYL, 1950, p.110-116.

multiplicando-se à esquerda ambos os lados da expressão anterior por q_0^{-j}, tem-se

$$q_0^{-j}\alpha_{00} = \frac{1}{n}\left(q_0^{-j}q_0^0 + q_0^{-j}q_1^0 + \ldots + q_0^{-j}q_{n-1}^0\right)$$

mas, multiplicando-se à direita ambos os lados da expressão anterior por q_0^j, tem-se,

$$q_0^{-j}\alpha_{00}q_0^j = \frac{1}{n}\left(q_0^{-j}q_0^0q_0^j + q_0^{-j}q_1^0q_0^j + \ldots + q_0^{-j}q_{n-1}^0q_0^j\right)$$

ou $$q_0^{-j}\alpha_{00}q_0^j = \frac{1}{n}\sum_r q_0^{-j}q_r^0q_0^j \qquad (3.31).$$

Porém, de acordo com a definição (3.17), $q_k^j = q_0^jq_k^0 = \phi^{jk}q_k^0q_0^j$; no entanto, substituindo-se j por –j, e k por r, tem-se $q_0^{-j}q_r^0 = \phi^{-jr}q_r^0q_0^{-j}$. Substituindo este último resultado no somatório (3.31), temos que

$$q_0^{-j}\alpha_{00}q_0^j = \frac{1}{n}\sum_r \phi^{-jr}q_r^0q_0^{-j}q_0^j$$

porém, de acordo com (3.18), $q_0^{-j}q_0^j = \phi^0q_{0+0}^{-j+j} = q_0^0 = 1$. Logo, vem que,

$$q_0^{-j}\alpha_{00}q_0^j = \frac{1}{n}\sum_r \phi^{-jr}q_r^0\,;$$

porém, segundo (3.21), o lado direito desta última expressão é igual a α_{jj}; portanto,

$$\alpha_{jj} = q_0^{-j} \alpha_{00} q_0^{j} \tag{3.32}$$

Por um raciocínio análogo, podemos mostrar que,

$$\alpha_{jk} = q_0^{-j} \alpha_{00} q_0^{k} \tag{3.33}$$

isto é, todo e qualquer α-estado* no interior da matéria pode ser obtido por transformações de similaridade a partir do α-estado α_{00} por meio da atuação de reatores ativos a passivos apropriados. Mais adiante, especialmente no capítulo seguinte, veremos que papel desempenha o α-estado α_{00} e como poderíamos associá-lo ao caráter não-local das interações no nível quântico.

Comparando a expressão (3.32) com a expressão (3.29) e, por conveniência, usando $\widehat{\mathrm{A}}$ em vez de $\widehat{\mathrm{H}}$, e fazendo $\widehat{\mathrm{A}}^{-1} = q_0^{1}$, então tem-se que $\widehat{\mathrm{A}} = q_0^{-1}$ e, portanto,

$$\alpha_{jj} = \widehat{\mathrm{A}}^{j} \alpha_{00} \widehat{\mathrm{A}}^{-j} = \widehat{\mathrm{A}}^{j-1} \widehat{\mathrm{A}} \alpha_{00} \widehat{\mathrm{A}}^{-1} \widehat{\mathrm{A}}^{-(j-1)}$$

mas, fazendo $\alpha_{11} = \widehat{\mathrm{A}} \alpha_{00} \widehat{\mathrm{A}}^{-1}$, tem-se que $\alpha_{jj} = \widehat{\mathrm{A}}^{j-1} \alpha_{11} \widehat{\mathrm{A}}^{-(j-1)}$; e, sucessivamente, obtém-se que

$$\alpha_{jj} = \widehat{\mathrm{A}} \alpha_{j-1\,j-1} \widehat{\mathrm{A}}^{-1} = \widehat{\mathrm{A}}^{j} \alpha_{00} \widehat{\mathrm{A}}^{-j} \tag{3.34}$$

Por um raciocínio análogo, agora aplicado a um α-estado qualquer α_{jk}, obtém-se

$$\alpha_{jk} = \widehat{\mathrm{A}} \alpha_{j-1\,k-1} \widehat{\mathrm{A}}^{-1} = \widehat{\mathrm{A}}^{j} \alpha_{00} \widehat{\mathrm{A}}^{-k} \tag{3.35}$$

Visto ser a álgebra simétrica com respeito aos holoquarks q_0^1 e q_1^0, nada impede que definamos um novo α-estado β_{jj} tendo por base q_0^1 em vez de q_1^0, ou seja,

$$\beta_{jj} = \frac{1}{n} \sum_s \phi^{-js} q_0^s \tag{3.36}$$

em que β_{jj} é uma espécie de *dual* de α_{jj}, podendo ambos ser relacionados igualmente por uma transformação de similaridade $\widehat{\mathrm{M}}$, isto é, em geral,

$$\beta_{jk} = \widehat{\mathrm{M}} \alpha_{jk} \widehat{\mathrm{M}}^{-1} \tag{3.37}$$

de tal modo que o operador $\widehat{\mathrm{M}}$ pode ser obtido pela expressão abaixo:

$$\widehat{\mathrm{M}} = \frac{1}{\sqrt{n^3}} \sum_{j,k,l} \phi^{k(j-l)} q_l^{k-j} \tag{3.38}$$

cuja dedução não será apresentada, pois o que nos interessa mostrar com a expressão acima é tão-somente a existência da relação dual entre os α-estados β_{jj} e α_{jj}, e que se trata de uma relação complexa entre ambos. E, do mesmo modo que as expressões (3.27) e (3.28), há um operador, $\widehat{\mathrm{B}}$, para os novos α-estados, β_{jj} e β_{jk}, que provê, do mesmo modo que $\widehat{\mathrm{A}}$ para os anteriores α_{jj} e α_{jk}, uma natural ordem para os novos α-estados, que se efetua sob a forma de uma atribuição de *movimento*[†],

---

[*] Não devemos esquecer que, em nossa álgebra, um α-estado qualquer representa uma forma elementar no interior da essência da matéria.
[†] Ao *lugar* (ou ordem) correlacionado com o novo α-estado, pela dualidade dos holoquarks fundamentais, atribuímos um holon no espaço de fases. Essa interpretação, esperamos, ficará mais clara a seguir.

$$\hat{\mathrm{B}}\beta_{jj} = j\beta_{jj} \tag{3.39}$$

$$\hat{\mathrm{B}}\beta_{jk} = j\beta_{jk} \tag{3.40}$$

em que o novo operador, obtido com base no holoquark dual q_0^1, é dado por

$$\hat{\mathrm{B}} = \frac{1}{n}\sum_{j,r} j\phi^{-jr} q_0^r \tag{3.41}$$

Igualmente, pela simetria dual com α_{00}, temos que

$$\beta_{jj} = q_j^0 \beta_{00} q_{-j}^0 \tag{3.42}$$

$$\beta_{jk} = q_j^0 \beta_{00} q_{-k}^0 \tag{3.43}$$

Podemos observar, desse modo, que, em ambos os conjuntos de α-estados, os reatores q_0^1 e q_1^0 desempenham um papel essencial nas transformações de similaridade para a obtenção de estados no interior da matéria. Podemos interpretar os operadores $\hat{\mathrm{A}}$ e $\hat{\mathrm{B}}$ como os operadores relativos à extensão e à mutabilidade (duração), respectivamente. Esta interpretação é plausível por duas razões: em primeiro lugar, porque a matéria primeira é o fundamento metafísico tanto da extensão quanto da mutabilidade (ou da duração)[238].

[238] Cf. ARTIGAS, 2005, p. 179-182. Não estamos identificando a mutabilidade com a duração, de forma alguma. O ponto em questão é: a mutabilidade supõe simultaneamente a duração, haja vista não ser possível algum tipo de transformação na realidade natural que não pressuponha algum tipo de sucessão antes-depois. O tempo, como afirma Aristótles, nada mais é do que o "número do movimento, segundo o antes e o depois". (ARISTÓTELES, *The Physics*, IV c11 219b 1-2). Logo, duração e mutabilidade (movimento) estão simultaneamente correlacionadas.

Em segundo lugar, porque $\widehat{\mathrm{A}}$ e $\widehat{\mathrm{B}}$ se referem a aspectos complementares da protomatéria, correspondentes aos reatores primitivos q_0^1 e q_1^0, respectivamente, de atividade e de passividade na essência da matéria*.

Uma análise do automorfismo expresso pelas transformações de similaridade, em que novos elementos da álgebra (novas composições de estados ou transmutações no interior da matéria), genericamente representadas pelas expressões (3.9), (3.10), (3.11) e (3.37), em que o operador $\widehat{\mathrm{M}}$ pode ser um elemento qualquer da álgebra (por exemplo, algum holoquark q_k^j), sugere ser este automorfismo uma espécie de "explosão" que "espalha os elementos originais"[239], distribuindo-os no "espaço" original, o que implica que operações que carreiam algum significado físico deixam de ser locais[240]. Semelhantemente, se pode pensar nas transformações tanto como *expansões* (ou "explosões") da forma original como *contrações* (ou "implosões", para usar um termo correlativo àquele que Bohm, Hiley e Davies utilizam), num dado domínio *R* da matéria, caracterizadas por uma certa sucessão conveniente de mutações no interior desta.

Em nosso caso, isso sugere, por sua vez, que o automorfismo seja interpretado como uma mutação da forma elementar original dada por α_{jk}, pela qual esta última adquire novas estruturas quantitativas em seu interior (novas aptidões representadas pelos holoquarks no interior da forma elementar), as quais responderão por outras propriedades qualitativas a serem eduzidas com as formas substanciais específicas, oriundas daquela sucessão de mutações. Vale lembrar que as estruturas quantitativas na essência das substâncias naturais estão unidas aos aspectos qualitativos, de tal modo que o qualitativo e o quantitativo se encontram entrelaçados na realidade natural; ou seja, as qualidades se expressam quantitativamente na estruturação espaço-temporal dos entes[241].

---

* Vale ressaltar uma vez mais que essência refere-se àquilo pelo qual algo possui o ser; na protomatéria o ser é recebido nas formas elementares e estas são dotadas das qualidades passivas e ativas dadas pelos holoquarks.

[239] Cf. HILEY et al., 1981, p. 15.

[240] Ibid., p. 9.

[241] Cf. ARTIGAS, 2005, p. 215-219.

Na forma substancial e nas qualidades[*] presentes na forma substancial reside a *interioridade* dos entes. Por meio da materialidade e das determinações quantitativas a esta associadas, isto é, através de sua *exterioridade*, manifesta-se a interioridade dos entes naturais. Ademais, podemos reivindicar que os novos estados β_{jk} definem uma nova *configuração* naquele domínio *R* da protomatéria. Ora, segundo a teoria hilemórfica, é à forma que associamos a configuração, isto é, é à forma que associamos uma específica disposição das partes constitutivas e estruturais dos entes. Logo, a uma nova configuração[242] está associada uma nova forma. Ademais, à configuração está associada a coesão interna do ente, a sua unidade em torno de uma disposição "espacial" que lhe é inerente (colocamos espacial entre aspas pois ainda não estamos no domínio das dimensões mensuráveis, isto é, no reino da *materia signata quantitate*; trata-se tão somente de um uso por antonomásia). Portanto, tendo em vista que a transformação de similaridade pode ser aplicada, sucessivamente, a cada novo α-estado, então podemos obter a seguinte seqüência:

$$(1) \qquad \beta_{jk} = \widehat{\mathrm{M}}\alpha_{jk}\widehat{\mathrm{M}}^{-1}$$

$$(2) \qquad \gamma_{jk} = \widehat{\mathrm{M}}\beta_{jk}\widehat{\mathrm{M}}^{-1}$$

$$\cdots \qquad \cdots$$

$$(r) \qquad \omega_{jk} = \widehat{\mathrm{M}}\psi_{jk}\widehat{\mathrm{M}}^{-1}$$

A seqüência de transmutações $\alpha_{jk} \to \beta_{jk} \to \ldots \to \omega_{jk}$ num dado domínio *R* da protomatéria, no qual são aplicadas as transformações de similaridade, sugere que o α-estado final, ou ω-objeto, ω_{jk}, possua, após sucessivas combinações e transmutações no interior da matéria, *configuração*,

[*] Que a ficção cartesiana da *res extensa* expulsou da realidade, sendo mais tarde denominadas por Locke, do mesmo modo que havia feito Galileu, *qualidades secundárias*, de caráter puramente subjetivo. Ora, podemos ver, desde a exposição acima, que tais propriedades formais pertencem, de fato, à ordem objetiva da geração da realidade natural. Nossa apropriação epistemológica de conceitos metafísicos, por meio do modelo algébrico, não reduz as qualidades à quantidade mas, em contrário, apresenta o inequívoco ponto de que, na realidade natural, qualidades e quantidade estão entrelaçadas e que há, de fato, um fundamento metafísico deste entrelaçamento, como nos expõe a teoria hilemórfica.

[242] Ibid., p. 193.

consistência e *capacidade sinérgica* (as três dimensões formais que apresentamos na seção 3.1), relativas a uma dada forma substancial específica, que definirá certas dimensões específicas no espaço-tempo, a saber, associadas a um certo individuo *hic et nunc*, dotado de propriedades corpóreas, segundo tais e quais dimensões espaço-temporais (*materia signata quantitate*). Individuo este que se distende segundo uma certa configuração associada a uma extensionalidade espacial, que é dotado de certa estabilidade e coesão interna associadas à dimensão temporal, e que se auto-organiza segundo certa cooperação sinérgica de suas partes constituintes (mesmo de modo muito simples como no caso de uma partícula elementar, com relação à qual poderíamos interpretar que sua autoorganização supõe, por exemplo, serem seu spin e massa compatíveis, isto é, "cooperam", ainda que num sentido ínfimo) associadas a um movimento e a uma capacidade de mutação intrínseca. Talvez se pudesse daí inferir que a forma substancial específica já é uma forma complexa, como a forma de uma semente de abóbora, de uma samambaia ou de uma tainha. No entanto, tais formas complexas supõem formas anteriores mais simples, mesmo que tal simplicidade não possa prescindir dos três aspectos formais referidos (configuração, consistência e sinergia); e são justamente essas formas mais simples da corporeidade que abordamos em nosso trabalho, isto é, aqueles componentes mais elementares da estruturação espaço-temporal da realidade material. Por sua vez, das transformações de similaridade podemos reivindicar que se trata de fato de autênticas *metamorfoses*[243] que ocorrem no interior da matéria, por meio das sucessivas alterações disposicionais de estados em sua essência. O termo *metamorfose* supõe que as mudanças ocorridas num α-estado, ou entre α-estados, no interior da matéria, são muito mais radicais do que simples mudanças na posição ou orientação de um corpo no espaço, visto que se assemelham mais propriamente àquelas mudanças naturais que denominamos *substanciais*. Outrossim, as metamorfoses respondem adequadamente, em nosso entender, ao que Tomás de Aquino expõe em algumas passagens do opúsculo "A mescla dos elementos" (*De Mixtione Elementorum*):

[243] Cf. BOHM, 1980a, p. 202.

> Toda forma substancial requer uma própria disposição da matéria, sem a qual ela não poderá existir (n. 6).
>
> [No entanto,] a substância não é suscetível de mais e de menos (n. 9).
>
> A susceptibilidade de mais e de menos é mediante a alteração das qualidades (n. 13).
>
> Devemos considerar que as qualidades ativas e passivas dos elementos sejam contrárias entre si e susceptíveis de mais e de menos. [...] Mediante a diminuição da excelência das qualidades elementares constitui-se, com as mesmas, certa qualidade intermediária, que é a qualidade própria do corpo misto, que se difere nos diversos corpos mistos, conforme as diversas proporções da mescla (n. 16).
>
> As qualidades dos corpos simples se encontram na própria qualidade do corpo misto (n. 16).
>
> Portanto, as formas dos elementos estão presentes nos corpos mistos, mas não em ato, senão virtualmente (n. 18).

Vemos, portanto, a partir dos excertos acima, que é possível formular um modelo algébrico para as formas dos elementos (α-estados), tendo-se como base certas *disposições ativas e passivas no interior da matéria*, em nosso caso dadas pelos holoquarks primitivos, e *certas operações de mais e de menos*, em nosso caso dadas pelas regras definidas para a composição dos elementos da álgebra, entre as *qualidades* (holoquarks) presentes nos *elementos* (α-estados), além das metamorfoses entre estes últimos. Em resumo, podemos fazer a seguinte associação:

Disposições ativas e passivas (dualidade do real) $\rightarrow$ Holoquarks q_0^1 , q_1^0

Qualidades presentes nos elementos $\rightarrow$ Holoquarks q_k^j

Formas elementares $\rightarrow$ α-Estados

Alterações e disposições da Matéria $\rightarrow$ Expressões da Álgebra

Ademais, a dualidade do real, representada pela presença dos holoquarks primitivos q_0^1 e q_1^0, reatores da potência da matéria, e geradores primitivos da álgebra, pode ser reafirmada a partir de algumas considerações que nos apresenta a Tradição Cosmológica:

1) Aristóteles[244] observa que "todas as coisas que vêm a existir no curso da natureza ou bem são opostas entre si ou são compostas de opostos";[245] que todos os pensadores até então postulavam elementos ou "princípios" nos quais havia pares contrastantes, como se todos eles [os filósofos], a despeito de si próprios, tivessem sido conduzidos a esta *verdade*[*], a saber, da existência de pares opostos, "sobre a mesma concepção fundamental de antítese, ainda que uns a expressem numa fórmula mais ampla e outros numa mais estreita"[246]; que ainda que os extremos fossem propostos segundo o que é mais acessível à inteligência ou segundo o que é mais acessível aos sentidos, porque "a inteligência aproxima-se do geral e os sentidos do particular como 'grande e pequeno' são conceitos mentais e 'grosso e fino' são impressões sensíveis [...] fica claro que tais princípios devem formar um par contrastante"[247].

2) Tomás de Aquino, em vários lugares, conforme tivemos ocasião de expor, apresenta essa dualidade ou polaridade do mundo material, que está fundamentada na teoria hilemórfica, dado que a existência da substância depende das "qualidades ativas e passivas dos elementos, contrárias entre si e susceptíveis de mais e de menos"[†], para que seja "eduzido um ato [forma substancial] da potência da matéria, [ou seja] posto em ato o que antes existia em potência"[248]. Ademais, "as coisas materiais, que têm formas inerentes à matéria, são geradas por agentes materiais com formas inerentes à matéria"[249].

3) O mundo material, segundo a tradição vedântica contida nos *Upanishads*, na parte final do Rig-Veda, que trata do conhecimento, é distinto do Absoluto, da Luz Pura, Infinita, Onipotente, Beatíssima de Âtmâ-Brahma. Por

---

[244] Cf. ARISTÓTELES, The Physics, I c5 188b 20 - 189a 10.
[245] Ibid., 188b 20-25.
[*] Grifo nosso. Ainda que a citação de Aristóteles seja aqui indireta, o termo *verdade* é de fato utilizado por ele no trecho da Física em análise.
[246] Ibid., 188b 26 – 189a 3.
[247] Ibid., 189a 3-10.
[†] Ver acima os trechos citados de *De Mixtione Elementorum.*
[248] TOMÁS DE AQUINO, *Suma Teológica*, I[a] q90 a2 ad2.
[249] TOMÁS DE AQUINO*, Suma contra os Gentios*, II c16 n5.

um processo cuja ontologia é bastante complexa e também contraditória, temos, ao cabo, um indivíduo, um algo a que nós atribuímos como sendo real e a quem nossos sentidos e dispositivos de medição têm acesso. Tal individuação, como contrapartida ao Absoluto, se constitui numa *polarização*. É o indivíduo mesmo que é polarizado, ou seja, todas as suas partes, todos os seus componentes e todas as suas atividades estão concentradas no mesmo bem comum, e que constitui seu fim determinante imediato; é um sistema diferenciado do restante, um centro de atividade cujo fim imediato difere daqueles de todos os demais. Assim, para a ontologia vedântica, não apenas *o real que não é real* (Maya) é distinto do Absoluto (Brahma), como cada indivíduo é um centro polarizado com respeito aos demais indivíduos[250].

4) A antiga tradição taoísta apresenta o ícone bastante conhecido do *yin yang*, que pode ser visto, também, como um ícone da dualidade hilemórfica (*yin*, o indeterminado, o substrato material, e *yang*, a essência, a forma), ou da dualidade presente no mundo natural, e são indicativos de certa polarização metafísica, geradora da realidade natural[251].

Por fim, mesmo considerando a abordagem epistêmica da ciência experimental, há descrições que postulam a existência de um campo escalar, isto é, de um campo que depende de uma variável escalar, digamos x, e que apresenta dois estados fundamentais, correspondentes a duas soluções mínimas que têm a capacidade de gerar "massa" (matéria ponderável, ou o que designamos no capítulo segundo como *matter*) em campos que com ele interagem. Em resumo, a massa, efeito mensurável da materialidade do mundo, "deixaria de ser um número misterioso que cada corpo, cada partícula traria escondida entre suas propriedades básicas, para ser parte de algum processo dinâmico, associado a uma *polaridade* de estados fundamentais"[252].

Entendemos, pois, que o modelo proposto apresenta um caminho[*] algébrico para a compreensão dos aspectos ontológicos referentes à teoria hilemórfica, especialmente no que se refere aos aspectos de configuração (associada à extensão) e de sinergia (associada à mutabilidade), os quais

---

[250] Cf. DANDOY, 1932, p. 144-146.
[251] Cf. SMITH, 1995, p. 144-146.
[252] NOVELLO, 1988, p. 117-118. (Grifo nosso).
[*] Não, sem dúvida, o único possível, para o que já chamamos a atenção previamente.

esperamos terem sido convenientemente explorados com respeito a seus aspectos constitutivos básicos, por meio das diversas operações definidas no modelo. Longe de a proposta estar completa, ao contrário, ela tão-somente aponta para uma nova demanda investigativa sobre a estrutura metafísica da realidade natural. Com efeito, em primeiro lugar, os níveis iniciais ou as estruturas que, no interior da forma, são responsáveis por *diretivas* (este termo corresponde à interação, mais ativa por parte da forma, e mais passiva da parte da matéria, entre estruturas formais na unidade da forma e elementos materiais nos diversos domínios *R* da matéria) às estruturas quantitativas mais próximas à potência da matéria, requerem ainda extensa investigação[†], talvez por meio de modelos que envolvam *teoria das categorias*, *topos* etc; em segundo lugar, os aspectos de consistência sugerem algum tipo de investigação de natureza lógica acerca dessas estruturas formais mais próximas à matéria. Em resumo, resta ainda, ao nosso ver, uma série de investigações a serem realizadas, especialmente as que supõem um trabalho cooperativo entre metafísica e ciências da natureza, tendo por base uma linguagem comum aos dois domínios, de caráter formalmente matemático. Certas conseqüências empiriológicas do modelo proposto que podem servir, ainda que de forma muito incipiente, como tal exercício de cooperação, serão vistas no capítulo seguinte.

Analogia computacional. Gostaríamos de apresentar agora uma analogia do modelo proposto com um artefato produzido pelo homem, o computador. Claro, a analogia visa tão-somente mostrar que é razoável uma hierarquia de níveis algébricos como mencionamos acima. No entanto, ela nos expõe, pensamos, uma interessante ótica humana acerca da realidade natural, a saber, que, tendo como pressuposto o processo de visualização abstrativa visto no capítulo primeiro, processo natural nos seres humanos, isso sugere que a construção de certos artefatos complexos, como o computador, reproduz o modo próprio de operação da natureza[253]. Dito de outra maneira, a arquitetura computacional pode nos ajudar, por causa de nosso processo abstrativo, a visualizar melhor a estrutura hilemórfica, e sua apropriação algébrica. Para sustentar a analogia, descreveremos, muito sucintamente, e em linhas gerais, a

[†] Bloqueada pelo surgimento das ciências experimentais nos séculos XVI e XVII, posto que relegada ou bem ao plano da subjetividade ou bem ao reino das "abstrusidades metafísicas".
[253] Cf. ARISTÓTELES, *The Physics*, II c2 194a 20: "A arte (*techné*) imita a natureza".

arquitetura computacional. Alertamos que o que será descrito não pretende ser completo quanto ao total dos componentes envolvidos, mas destacar a estrutura geral de um sistema computacional e compará-la à estrutura hilemórfica presente num componente básico da estrutura da realidade natural como, por exemplo, no elétron.

Seja a arquitetura geral de um sistema computacional, mostrada graficamente a seguir[254]:

4. Software aplicativo (pacotes, internet, computação gráfica etc.)
3. Software básico (diretivas do sistema operacional, estruturas de dados*,* device drivers)
2. Transição (bios, nvram, rom etc.)
1. Hardware (eletrônica e eletromecânica)

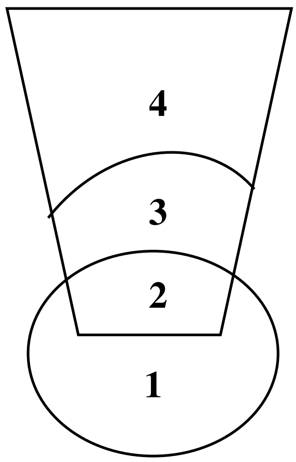

Fig. (3.1)

A analogia com a estrutura hilemórfica proposta redunda clara: a protomatéria é assimilada ao hardware, isto é, ao componente material por meio do qual expressar-se-ão as estruturas mais determinantes, o software aplicativo, aquele que, em última instância, é *raison d'être* do hardware, que desempenha as funções mais nobres do software, porque as mais próximas do homem e porque dirigem a atividade toda do computador para a consecução de uma meta, que é a fonte propriamente dita, essencial, do computador, sua “natureza”. Se esta última encerra a definição de um computador pessoal, então o software aplicativo tem por fim realizar as atividades próprias de uso pessoal: edição de texto, planilhamento, apresentação de slides e fotografias, edição de imagem, comunicação entre usuários em rede, correio eletrônico, acesso digital a bancos,

[254] Cf. PRESSMAN, p. 240-242.

instituições, bibliotecas etc.; caso seja um computador corporativo, então o software aplicativo realiza atividades próprias das empresas e instituições: transações financeiras, comerciais e bancárias, processamento científico, controle da manufatura etc. Como quer que seja, o software aplicativo determina o hardware a ser utilizado. Podemos associar a diversidade de funções e aplicativos à diversidade das formas naturais, de modo que estas são o princípio determinante. Claramente, então, a analogia nos leva a afirmar que à diversidade de formas naturais correspondem igualmente distintos níveis hierarquizados de complexidade natural e formal, que supõe distintas configurações na relação real entre forma e matéria, tal como há diferentes arquiteturas integradas de software e hardware. Adiamos até este ponto a indicação de um esquema mais geral, ainda que incipiente, da integração da estrutura hilemórfica com a álgebra proposta, o qual segue graficamente, e que representamos algebricamente por $\Omega(DCBA)$,

D. Estrutura qualitativa (essência *stricto sensu*; unidade formal das qualidades)
C. Meta-estrutura quantitativa (essência *intermédia*; *locus* da meta-álgebra ontológica)
B. Estrutura quantitativa (essência *básica* ou *lato sensu* ou *in-qua*; *locus* da álgebra ontológica)
A. Protomatéria (potência; *locus* dos α-estados e dos holoquarks)

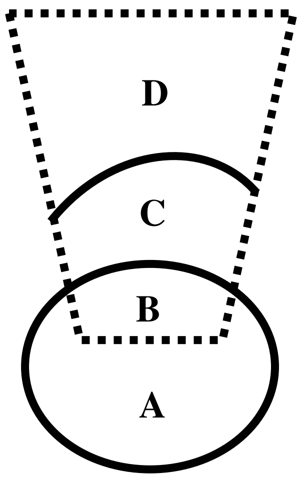

Fig. (3.2)

No ícone anterior, a figura trapezoidal de traço descontínuo representa a forma substancial, e a elíptica de traço contínuo a protomatéria. A forma trapeizodal é útil para sugerir que uma forma natural projeta-se para fora da matéria (protração ou projeção, ou edução *ex-qua*, desde a potência), bem como imerge na matéria (contração ou imersão *in-qua*, na potência). A parte mais aberta da figura trapeizodal, para fora da matéria, representa uma expansão e significa iconograficamente que a forma “abre-se” segundo estruturas formais próprias, mais abrangentes e mais complexas. A parte mais fechada, para dentro da matéria, significa iconograficamente que a forma “fecha-se”, segundo estruturas materiais próprias mais restritas, e mais simples, cada vez mais compartilhadas com a essência e com a potência da matéria. Ora, as formas elementares também são hilemórficas e, estando mais próximas à potência da matéria[255], apresentam a estrutura hilemórfica mais simples, cujo ícone apresentamos abaixo, o qual representamos algebricamente por $\Omega(C^{*}B^{*}A^{*})$,

C*. Estrutura qualitativa
(essência *stricto sensu* ou
α-estado; unidade formal das
qualidades ativas e passivas)
B*. Estrutura quantitativa
(essência *in-qua*; *locus* dos
holoquarks)
A*. Potência da matéria

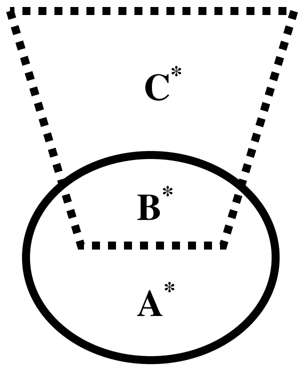

Fig. (3.3)

Ou seja, os holoquarks são os componentes mais básicos, puramente quantitativos, das formas elementares e se encontram completamente imersos na potência da matéria. Por conseguinte, são capazes de atuar como reatores, revolver a potencialidade da matéria e ao mesmo tempo interagir intimamente com as estruturas qualitativas associadas aos α-estados. É fundamental compreender que a estrutura icônica total acima, que representamos por $\Omega(C^{*}B^{*}A^{*})$, está virtualmente contida numa subestrutura icônica anterior dada por $\Omega(BA)$, ou, como vimos no capítulo segundo, que as formas dos elementos estão virtualmente nos compostos, como sustenta Tomás de Aquino[256].

---

[255] Cf. TOMÁS DE AQUINO, *De Mixtione Elementorum*, n. 9.
[256] Ibid., n. 18.

Voltando ao nosso sistema computacional, o hardware é potência, e no interior deste há componentes simples, elementares, que acionam eletrônica e eletromecanicamente as diversas partes do mesmo. Semelhantemente dá-se com a matéria, como vimos acima, no interior da qual há as formas elementares (α-estados), próximas à potência da matéria, e que, por meio dos reatores (holoquarks), *acionam* ou potenciam a matéria em seus diversos domínios R_j. O modelo, como expusemos, por meio das expressões de composição (miscibilidade) (3.9), (3.10) e (3.11), e dos automorfismos de similaridade (transmutação) (3.37) dos α-estados α_{jk}, perfaz as funções de recombinação e de geração das estruturas quantitativas no interior das formas naturais, sendo tais estruturas, por sua vez, postas em movimento sob diretivas de estruturas mais abstratas e complexas no interior das formas, do mesmo modo com o que as estruturas mais complexas e abstratas do software aplicativo acionam as mais simples e singulares do software básico e do hardware, num sistema computacional. Claro, a analogia nos fornece tão-somente uma visualização estática da estrutura hilemórfica. Deve-se, contudo, observar que a natureza é inesgotavelmente mais sutil e complexa. Por exemplo, na realidade natural ocorre uma diversificação da matéria em função da diversidade das formas substanciais, com o que a cada composição de matéria e forma, ainda que esta seja da mesma espécie, e por causa da potência da matéria, temos como resultado um indivíduo que numericamente se diferencia dos outros pela matéria segunda. Ou seja, o indivíduo é aquilo que se obtém pela matéria já projetada espaço-temporalmente, segundo determinadas dimensões, *hic et nunc*, mesmo que se trate de indivíduos com formas naturais muito simples e transientes, como um méson, por exemplo, cuja identidade e individualidade são de difícil compreensão e, em si mesmas, envolvem problemas filosóficos relevantes[257]. Esperamos que o modelo proposto seja útil a uma melhor compreensão dessas questões. Os indivíduos naturais, por sua vez, se auto-organizam espaço-temporalmente e se auto-regulam, adaptam-se, mudam, e não encontramos, por enquanto, no mundo computacional, nada que se lhes assemelhe em complexidade e sutileza, ainda que haja experiências combinadas de inteligência artificial e cibernética que objetivam a mútua

[257] Cf. FRENCH & KRAUSE, 2006.

cooperação de componentes robóticos, relativamente autônomos, na execução de tarefas comuns, como reconhecimento de padrões em cenários adversos em num campo de batalhas na Terra, ou na superfície do planeta Marte[258].

Não obstante a semelhança computacional, a protomatéria -- por causa da potência e das leis inscritas em sua essência nas formas elementares, às quais somente temos acesso indireto, quer à sua organização espaço-temporal por meio dos modelos físico-matemáticos das ciências experimentais, quer à sua estruturação metafísica por meio da teoria hilemórfica da filosofia natural --, se apresenta com uma riqueza ontológica e um dinamismo intrínseco de indefinida inesgotabilidade, apenas superficialmente emuláveis por meio de artefatos como os sistemas computacionais. Por outro lado, deve a natureza mesma servir-nos de modelo à sua inteligibilidade, ainda que de maneira parcial e incompleta, buscada pela modelagem lógico-metafísica da teoria hilemórfica. Assim, certas analogias com sistemas e processos naturais são mais desejáveis do que aquelas com artefatos, dado que estes imitam os primeiros.

Esta dissertação não tem por objetivo, como afirmamos na introdução, apresentar um quadro extensivo e detalhado do enfoque ontológico da realidade natural, o que seria objeto de uma exposição ampla de um tratado de filosofia da natureza[259]. Daí termos apresentado a analogia computacional da estrutura hilemórfica, imensamente mais simples do que os modelos encontrados na natureza. Por isso, numa exposição abrangente dos aspectos ontológicos que fundamentam a realidade natural, devem ser considerados os aspectos informacionais que presidem os processos naturais[260], sua complexidade e sutileza[261], auto-organização e caráter cooperativo e sinergético. Uma apropriada perspectiva ontológica, especialmente considerando os seres vivos e sua organização segundo os níveis físico-químico e biológico, e o entrelaçamento e cooperação inteligente destes últimos[262], é capaz de nos munir na direção de uma melhor compreensão do modelo lógico-metafísico proposto, em lugar do sistema computacional.

---

[258] Cf. site da AAAI – ASSOCIATION FOR ADVANCEMENT OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE.
[259] Cf. exposição de WALLACE, 1996 e ARTIGAS, 2005.
[260] Cf. DEMBSKI, 2005 e ARTIGAS, op. cit.
[261] Id.
[262] Cf. BEHE, 1997.

Por fim, nosso objetivo é imensamente mais modesto do que uma exposição de filosofia da natureza, pois se trata tão-somente de propor uma linguagem comum entre física e metafísica: uma álgebra aplicada à teoria hilemórfica, com respeito aos componentes físicos mais elementares da realidade natural.

Edith Stein, Teoria Hilemórfica e a *Forma*.[*] Gostaríamos de incluir, neste ponto, algumas considerações que julgamos oportunas com respeito à estrutura hilemórfica da realidade natural, baseadas no parecer da filósofa Edith Stein[†]. Decorre do exposto anteriormente, tanto neste capítulo como no capítulo anterior, que o ente individual é uma relação real de ser e essência, e esta última uma composição de forma e matéria (hilemórfica). Concentrando-nos sobre esta composição de matéria e forma, apresentamos algumas considerações acerca da mesma, tendo por base a exposição de Stein[263]. Segundo a autora, o indivíduo é o "não dividido em si mesmo, mas posto à parte (separado) de tudo o mais"[264], isto é, à não-divisibilidade interior do indivíduo equivale sua unidade ou unicidade[265]. Existe, porém, um tipo de unidade que não pertence unicamente ao indivíduo (este específico ente espaço-temporalmente localizado e tangível, a que chamamos Sócrates, por exemplo), mas pertence simultaneamente ao *universal* (ser humano, por exemplo), que é uma *essência*, indivisa em si mesma, dotada de uma significação que a distingue de outras estruturas significativas, porém comunicável (compartilhada) por muitos de sua espécie (ser humano, em nosso exemplo). Tal unidade, em contraste com a unidade individual, é uma unidade *transcendental*. No entanto, a autora chama a atenção para o fato de que, segundo

---

[*] Nosso objetivo, ao expor rapidamente essas passagens de Edith Stein acerca de teoria hilemórfica é meramente sugerir alguns delineamentos bastante iniciais de tal modo que, numa investigação futura, com base no que está sendo proposto nesta dissertação para esta teoria, a elas se possa voltar e buscar uma melhor compreensão do exposto pela autora, por meio de modelos algébricos, ou de algum outro tipo.

[†] Edith Stein nasceu na Alemanha, em Breslau (hoje Polônia), em 1891. Doutorou-se com orientação de Edmund Husserl, tendo sido sua aluna e assistente, e vindo a se tornar uma importante contribuidora aos estágios iniciais da fenomenologia. Posteriormente, encontra a filosofia de Tomás de Aquino, com a qual busca conciliar a fenomenologia, ou em suas próprias palavras, "vir da escolástica à fenomenologia, e vice-versa". Morreu no campo de concentração de Auschwitz-Birkenau em agosto de 1942. Nossa abordagem não é fenomenológica e nem é com este intento de conciliar ambas as correntes, no que se refere à teoria hilemórfica, que expomos alguns pontos do pensamento de Edith Stein, mas, sim, em função dos *insights* relevantes para o desenvolvimento futuro de uma possível abordagem matemática também a estruturas presentes na forma, como teremos oportunidade de mencionar adiante.

[263] Cf. STEIN, 2002.

[264] TOMÁS DE AQUINO, *Suma Teológica*, Iª q29 a3 ad4 apud STEIN, op. cit., p. 470.

a doutrina de Tomás de Aquino, a individuação é aquilo pelo que, na ordem corpórea dos entes da mesma espécie, faz com que eles se distingam uns dos outros de modo puramente numérico. Ora, para Stein, ser um indivíduo é subjacente a qualquer determinabilidade numérica e, portanto, ambas não coincidem[266]; ademais, não somos capazes de perscrutar a diferença essencial entre dois indivíduos da mesma espécie enquanto tais e quais indivíduos. O que parece sugerir que ela reivindica uma diferença entre entes individuais com respeito a *conteúdo* (grifo da autora) e, ao mesmo tempo, uma determinabilidade dos conteúdos individuais que transcende a determinabilidade da essência individual, não com respeito a seu conteúdo essencial, mas apenas com respeito a um formalismo vazio intrínseco, como aquilo que subentende à unidade numérica e computacional. Contudo, "as coisas devem fazer-se conhecidas a nós como sendo diferenciadas se estamos aptos a reconhecer-lhes suas diferenças e sua multiplicidade numérica[267]". Trata-se, por conseguinte, de estabelecer que princípio torna simultaneamente os entes naturais cognoscíveis para nós como indivíduos diferenciados entre si, ao mesmo tempo em que retêm algo pelo qual sua essência é incomunicável, ainda que a espécie seja tanto indiferenciada como comunicável aos indivíduos subordinados. Ora, "visto que a forma determina a espécie, a natureza essencial do ente [natural] individual -- o princípio inerente pelo qual as coisas individuais existem (*principium individuationis formale)* -- deve ser buscado do lado da *matéria*[268]. Assim, o princípio de individuação (o princípio radical: *principium individuationis radicale*) é a matéria quantitativamente determinada (*materia signata quantitate*), a saber, a matéria diferenciada ou separada pela extensão quantitativa"[269]. Portanto, "distinguimos coisas corpóreas individuais entre si segundo características perceptíveis sensórias acidentais e externas, especialmente por sua forma externa [figura] e sua posição espaço-temporal"[270]. Ademais,

265 Cf. STEIN, op. cit., p. 470.
266 Ibid., p. 471.
267 Id.
268 Ibid., p. 472.
269 GREDT apud STEIN, p. 473.
270 Id.

> O que é significado por designação [*materia signata quantitate*] não é a determinabilidade quantitativa atual [real] da matéria *finalizada* [grifo da autora] porquanto neste caso, a individuação estaria reduzida a uma propriedade acidental, o que é impossível: primeiramente, porque as propriedades devem sua individualidade [acidental] àquilo a que pertencem e, em segundo lugar, porque tais propriedades – incluindo determinabilidade, estrutura ou extensão quantitativa – mudam, ao passo que a coisa permanece a mesma. Assim, trata-se [a individuação] da relação da matéria a uma quantidade por enquanto não determinada [...] ou a certas predisposições preparatórias da matéria, pelas quais esta é ordenada a uma extensão quantitativa particular.[271]

Importante novamente frisar que a individualidade está associada à incomunicabilidade, bem como, segundo Stein, à essência como determinabilidade *última* do indivíduo ou sua qüididade; a forma, como princípio da essência, está associada à natureza ou essência universal ou qüididade essencial, isto é, à sua determinabilidade *específica*. É pela forma que uma essência é algo (ser cavalo, por exemplo). Por conseguinte, o que apresentamos no capítulo segundo como um ω-objeto, ou ω-estado, já atende aos requisitos de individuação segundo esta autora, *finalizados* nos moldes de uma matéria assinalada por específicas dimensões espaço-temporais, um algo configurado segundo *estas tais e quais* dimensões extensionais e, portanto, ponderável, a saber, detentor de uma massa-energia específica, e de outras propriedades quantificáveis. Igualmente, afirma Stein que a protomatéria é um princípio da estrutura hilemórfica, porquanto indica a

> Possibilidade (ou potencialidade) do devir de todas as coisas, isto é, da auto-estruturação da multiplicidade de todo o universo corpóreo. Embora tal mistura [matéria prima] ainda não fosse atualidade completa, ela *não era nada*, mas em contrário, era uma *fase preliminar* do mundo atual. E se pode dizer que em toda coisa atual há parte dessa mistura como fundamento das ulteriores formas.[272]

Ademais, a autora acresce que "tal mistura primordial não podia ser chamada de *totalmente indeterminada*[*], pois continha os elementos materiais com

---

[271] Ibid., p. 473.
[272] Ibid., p. 484. (Grifos nossos).
[*] Ou seja, não poderia ser chamada de pura potência, absolutamente falando.

sua determinação específica, porém refreados por influências mutuamente exercidas de tal forma que seu livre desdobramento estava impedido”.[273]

Gostaríamos de encerrar este capítulo propondo algumas reflexões de caráter geral sobre a *forma*, elemento unificador da teoria hilemórfica. Resta, ao nosso ver, uma extensa investigação acerca das “partes” da forma, a saber, sobre a metaestrutura quantitativa e a estrutura qualitativa, haja vista tal investigação ontológica deva ser conduzida tão longe quanto possível, incorporando-se novos elementos explicativos (ou determinantes), que uma investigação matemática específica resulte sugerir. Deixemos, no entanto, qualquer perspectiva neste sentido para uma dissertação futura. Não obstante tal limitação estratégica é possível sugerir alguns pontos que julgamos oportunos, baseados em Stein[274]. Segundo esta autora,

> Forma denomina-se à “armação” da coisa como um todo (como também às partes da armação), considerada com relação àquilo que lhe confere conteúdo e a determina como *esta* tal coisa individual. À forma da “coisa” corresponde a forma do *objeto* (tomado em sentido estrito)[275].

Isto é, como uma forma de existência que é superior e distinta de *estados-de-coisas* (certos fatos estabelecidos com respeito ao objeto apreendido, e de suas interconexões). Não obstante a definição acima, Stein supõe que, além da forma, há, com respeito à situação desta com relação à classificação do ente natural em gênero e espécie, duas outras determinações do objeto, às quais ela denomina *Fundamento* e *Portadora*. A determinação *Fundamento* corresponde à coisa individual, com relação às condições qualitativas que ela pode assumir ou perder, bem como a todos os aspectos contingentes que lhe podem ser compartilhados, entre eles a combinação e separação de elementos e a transformação de elementos materiais em estruturas superiores. Estes elementos materiais fazem parte do *Fundamento* estrutural de algo e nos dão o padrão de medida das qualidades permanentes. Por outro lado, a determinação *Portadora* corresponde ao todo

---

273 Id. (Grifos nossos). Identificamos os *elementos materiais com determinação específica* como sendo as formas elementares ou α-estados da matéria.
274 Cf. STEIN, op. cit.
275 STEIN, op. cit., p. 206-207 et 213. (Grifos da autora).

auto-sustentado, com relação às suas partes estruturais. Assim se expressa a autora acerca da determinação *Portadora*:

> Estritamente falando, a *Portadora* é ainda a coisa individual; no entanto, pode ser aplicada também à *forma pura* [vazia], sem conteúdo, do todo auto-sustentado enquanto tal, em sua relação com formas parciais, [embora] o conteúdo [material e imaterial] pertença às partes estruturais (sem o que o todo não poderia ser) e, por isso, o todo que possui conteúdo é a *portadora* do *conteúdo*. A forma do todo é a portadora da "forma do conteúdo", e não importando o quão estranho possa parecer, cabe à estrutura formal de uma coisa o ter um conteúdo. A coisa individual é, portanto, simultaneamente, *Fundamento* e *Portadora*, se bem que com respeito a diferentes aspectos da mesma[276].

A determinação *Fundamento* poderíamos associar, numa primeira abordagem, à subestrutura $\Omega(D,B,A)$ vista acima, e a determinação *Portadora* à subestrutura $\Omega(C)$, também vista acima, de tal modo que o indivíduo, isto é, a estrutura integral, seja a união de duas subestruturas distintas. A saber, $\Omega(D,B,A)$, que contém os aspectos qualitativos e contingentes do todo individual, dado que o contingente é intrinsecamente ligado ao material e reúne tudo o que é necessário à composição do indivíduo. Por outro lado, aquilo que permite prover uma *armação*, na linguagem de Stein, ao todo individual são justamente os caracteres puramente formais carreados pela subestrutura $\Omega(C)$. O todo individual, portanto, é a união do *Fundamento* e da *Portadora*, ou seja, $\Omega(D,B,A)\bigcup\Omega(C)$, embora não seja possível, realmente, separar uma determinação da outra sem que a coisa individual deixe de ser o que é. Ambas, ainda que distintas, não são separáveis sem que o todo individual colapse, ou deixe de ter algum significado. Uma análise semântica, em aditamento a uma análise puramente formal, sintática, é absolutamente necessária para a compreensão (que é semântica!) do todo.

[276] Id.