

## 5 Considerações Finais e Recomendações

O controle estatístico de processos compõe-se essencialmente do monitoramento *on line* dos processos por gráficos de controle e da análise de capacidade de processos. Tanto esta análise de capacidade como os limites dos gráficos de controle baseiam-se em estimativas dos parâmetros do processo (média e desvio-padrão, no caso de características de qualidade mensuráveis — “controle por variáveis”). Modelos matemáticos para a probabilidade de alarme falso e para o poder dos gráficos, bem como os índices de capacidade de processo (ou o cálculo da fração não conforme produzida pelo processo) pressupõem parâmetros estimados com precisão. A imprecisão das estimativas afeta os valores dessas medidas de desempenho, fazendo-os diferir dos valores “nominais”, previstos pelos modelos matemáticos.

Recomendações tradicionais são de que tais parâmetros sejam estimados com base nos valores da variável de interesse medidos em pelo menos 25 amostras de 4 ou mais unidades do produto. Vários autores advertem que tal número de amostras iniciais é insuficiente para manter com um razoável grau de certeza a probabilidade de alarme falso próxima ao valor nominal e que, por exemplo, com amostras de tamanho entre 4 e 5, para manter a probabilidade de alarme falso dentro de limites razoáveis, seria necessário utilizar pelo menos 100 amostras na estimação dos parâmetros do processo.

Esta dissertação analisou o efeito da imprecisão na estimativa do desvio-padrão do processo sobre a probabilidade de alarme falso e sobre o poder do gráfico de  $S$ , bem como sobre as estimativas da capacidade do processo. A análise foi baseada apenas nos erros na estimativa do desvio-padrão de processo, uma vez que a estimativa da média do processo não afeta os limites do gráfico de  $S$  nem o índice de capacidade  $C_p$ , no qual foi focada a análise do efeito da estimação dos parâmetros sobre a capacidade do processo. Considerou-se para o desvio-padrão o estimador  $\bar{S}/c_4$ , por ser ele o estimador recomendado (aliando precisão e robustez). O foco esteve no gráfico de  $S$  por ter ele recebido muito pouca atenção

na literatura, enquanto que o gráfico de  $\bar{X}$  é objeto de um bom número de artigos. E, quanto aos gráficos de  $R$  e de  $S^2$ , também destinados ao monitoramento da dispersão do processo (“concorrentes” do gráfico de  $S$ ), o gráfico de  $S^2$  é muito pouco usado e é equivalente ao de  $S$  em termos de desempenho; e o gráfico de  $R$  é sabidamente menos eficiente, sua utilização não se justificando mais em ambientes onde se disponha de uma planilha eletrônica (cabe acrescentar que Chen (1998) mostra que o gráfico de  $R$  é também mais sensível que o de  $S$  à estimação do desvio-padrão do processo).

Os produtos da análise foram:

- Um modelo para determinação da distribuição acumulada complementar do risco  $\alpha$ ,  $P(\alpha > a)$ , parametrizada pelo tamanho de amostra  $n$  e pelo número de amostras iniciais  $m$ ; tabelas e curvas desta distribuição;
- Um modelo para obtenção dos percentis do risco  $\alpha$  real em função do tamanho de amostras  $n$  e do número de amostras  $m$ ; tabelas e curvas destes percentis;
- Um modelo para determinação do número mínimo de amostras  $m$  para cada tamanho de amostra  $n$  que garante com um grau de certeza (probabilidade) especificado que o risco  $\alpha$  real não é maior que  $\varepsilon\%$  em relação ao risco  $\alpha$  nominal; tabelas e curvas para  $m$  em função de  $n$ , de  $\varepsilon$  e do grau de certeza desejado;
- Uma análise do efeito da estimação sobre o poder do Gráfico de  $S$ , com conclusões que são expostas mais abaixo;
- Um modelo para determinação da distribuição acumulada do fator  $1/k$ , de erro na estimação dos índices de capacidade  $C_p$  e  $C_{pk}$ , parametrizada pelo tamanho de amostra  $n$  e pelo número de amostras iniciais  $m$ ; tabelas e curvas desta distribuição;
- Um modelo para obtenção de intervalos de confiança para  $C_p$  e  $C_{pk}$  em função do tamanho de amostras  $n$  e do número de amostras  $m$ ; tabelas e curvas do fator  $1/k$ , para construção desses intervalos;
- Um modelo para determinação do número mínimo de amostras  $m$  que, para cada tamanho de amostra  $n$  dado, garante uma precisão percentual especificada de  $\varepsilon\%$  na estimativa da capacidade do processo, com um

grau de confiança especificado  $c$ ; tabelas e curvas para  $m$  em função de  $n$ , de  $\varepsilon$  e de  $c$ .

Os resultados confirmam — na sua essência — as conclusões de trabalhos anteriores, de que o número de amostras iniciais deve ser muito maior que o tradicionalmente recomendado. Porém este trabalho difere daqueles, que determinam, com base na distribuição de probabilidades das estimativas dos parâmetros do processo (parametrizada pelo número de amostras iniciais,  $m$ , e do tamanho delas,  $n$ ) o *valor esperado* da probabilidade  $\alpha$  de alarme falso ou, equivalentemente, o valor esperado da distribuição *marginal* do número de amostras até um alarme falso. Nossa abordagem é distinta: obter (parametrizada por  $n$  e  $m$ ) a *distribuição* de  $\alpha$  e seus percentis ou, equivalentemente, o valor esperado da distribuição *condicional* (i.e., condicionada a  $\alpha$ ) do número de amostras até um alarme falso. Esta abordagem foi motivada pela visão de que, uma vez determinados os limites de controle para um gráfico, sua probabilidade de alarme falso ( $\alpha$ ) passa a ter um valor fixo, e o número esperado de amostras até um alarme falso passa a ser o valor esperado *condicional* do número de amostras até o alarme (i.e., o valor esperado da distribuição do número de amostras até o sinal condicionada ao valor de  $\alpha$ ). Assim, o valor esperado de  $\alpha$  não corresponderá à probabilidade de alarme falso do gráfico, nem o valor esperado da distribuição marginal do número de amostras até um alarme falso — valor esperado de um valor esperado — medirá o desempenho do gráfico. Dentro desta visão, terá muito mais utilidade prática determinar a distribuição de  $\alpha$  e alguns de seus percentis, ou determinar o número mínimo de amostras  $m$  para cada tamanho de amostra  $n$  que garante com uma certa probabilidade estabelecida pelo usuário que o risco  $\alpha$  real não será maior que um certo valor limite especificado, seja em termos absolutos, seja relativamente ao risco  $\alpha$  nominal. Na verdade, estes dois resultados — ou mesmo os três primeiros itens da lista de “produtos da análise” acima — correspondem a diferentes “vistas” de uma mesma distribuição de probabilidades, a diferentes organizações dos resultados, visando uma maior praticidade, uma utilização mais direta pelo usuário final. Daí o grande conjunto de gráficos e tabelas gerados, para servir de orientação para ele. Na abordagem do problema, na forma (aliás, na multiplicidade de formas) de apresentação dos resultados e na cobertura, pelas tabelas aqui apresentadas, de um grande número de casos residem a originalidade, a utilidade prática e a principal contribuição deste trabalho.

A revisão bibliográfica aqui apresentada, ainda que parcial, pois refere-se apenas a trabalhos aplicados a gráficos “de Shewhart”, não incluindo trabalhos semelhantes para esquemas CUSUM e EWMA, ou para CEP multivariado ou de processos autocorrelacionados, é também uma contribuição, pois desconhecemos a existência de qualquer outra revisão sobre o tema — ou mesmo de qualquer trabalho neste tema — no país. Procurou-se detalhar os principais trabalhos, e fazer uma interpretação e análise crítica dos mesmos. Tal crítica inclusive destaca a diferença entre as suas abordagens e a abordagem aqui adotada.

Quanto à análise do efeito da imprecisão na estimativa do desvio-padrão sobre o poder do gráfico de  $S$ , mostrou-se aqui que o poder do gráfico em detectar aumentos do desvio-padrão do processo para um valor  $\sigma_1$  especificado coincide exatamente com o poder calculado pelos modelos matemáticos existentes. Em outras palavras, a análise de desempenho do gráfico dará resultados precisos, não afetados pelos erros na estimação dos parâmetros do processo (ainda que esse poder possa ser menor que o poder que o gráfico teria se os parâmetros fossem estimados sem erro — mas o poder real do gráfico será conhecido sem erro). Este fato é facilmente demonstrável; no entanto, desconhecemos menção ao mesmo na literatura. Uma sugestão para trabalhos futuros, que dêem continuação à pesquisa sobre o poder do gráfico de  $S$ , é a análise probabilística desta redução do poder em função de  $m$  e  $n$  para uma série de valores de  $\delta$ .

Os resultados da análise da distribuição do erro na estimativa da capacidade do processo (três últimos itens da lista de “produtos da análise” mais acima) também são úteis na prática como orientação sobre o número mínimo de amostras necessário para se ter confiança nessa estimativa.

Sintetizando os resultados, em linhas gerais, o número de amostras iniciais necessário para “congelar” os limites de controle do gráfico de  $S$  é muito maior que as 25 amostras tradicionalmente recomendadas. Além de tudo, os resultados mostram que, para um mesmo número total de itens inspecionados ( $m \times n$ ), é mais efetivo utilizar um maior número de amostras ( $m$ ) do que um maior tamanho de amostra ( $n$ ). Em termos de tempo até se chegar ao total de amostras necessário, com menor tamanho de amostra possivelmente elas poderão ser retiradas com maior frequência, para compensar o seu maior número. Amostras frequentes são desejáveis na *Fase Inicial*, de estabelecimento dos gráficos, em que muitas vezes não se tem muita certeza da estabilidade do processo. Isto não significa que seja

necessário esperar muito para iniciar o controle do processo. Vale aí a recomendação de Chirico (1995), de iniciar o controle mesmo com poucas amostras, e ir refinando os limites à medida que se retiram mais amostras. O número de amostras aqui indicado é para fixar os limites como definitivos, não para iniciar o controle. Alguns autores apresentam fórmulas alternativas para cálculo dos limites durante esta fase, anterior ao “congelamento” dos limites (“*Fase I*”), para garantir a probabilidade de alarme falso especificada [Quesenberry (1991); Nedumaran & Pignatiello (2001)], mas Chirico (1995) comenta que na *Fase I* o importante é o poder de detectar causas especiais, sendo menos importante manter a probabilidade de alarme falso em níveis muito baixos.

Esta conclusão de que, para manter a probabilidade de alarme falso na *Fase II* em níveis razoáveis, é mais eficiente retirar “muitas” amostras “pequenas” levanta uma questão. Com base neste único critério, o tamanho ideal de amostra na *Fase I* seria  $n = 2$ . No entanto, na *Fase II*, o tamanho de amostra deve ser regido por outras considerações, especialmente o poder do gráfico, ou a sua máxima eficiência [minimização do *tempo* esperado até o sinal, ou otimização de algum critério para o projeto do gráfico — ver por exemplo Epprecht & Leiras (2007)]. A idéia que ocorre imediatamente é utilizar um tamanho de amostra na *Fase I* e outro na *Fase II*. O problema é que não se tem garantias de que, ao alterar o tamanho de amostra para a *Fase II*, a probabilidade de alarme falso tenha a mesma distribuição que foi calculada (parametrizada pelo número e tamanho das amostras da *Fase I*), pois ela pressupõe limites para o gráfico com o tamanho de amostra utilizado na *Fase I*. A análise do efeito da mudança do tamanho de amostra é uma questão em aberto para pesquisa futura. Pode ser que o efeito seja pouco pronunciado, mas é necessário que a análise seja feita para verificá-lo.

Os resultados obtidos nas análises para a capacidade do processo mostram que, distintamente do que ocorre para o risco  $\alpha$  do processo, para um mesmo número total de itens inspecionados ( $m \times n$ ), é mais efetivo utilizar um maior tamanho de amostras ( $n$ ) do que um maior número de amostras ( $m$ ); e ainda, que o número mínimo de amostras ( $m$ ) requerido para garantir o bom desempenho do processo em termos da capacidade é menor do que aquele necessário para garantir o bom desempenho do gráfico de controle de  $S$  em termos do risco  $\alpha$ . Além disso, para a capacidade do processo, o número de amostras usual de  $m = 25$  para

alguns tamanhos de amostra, é suficiente para garantir com um razoável grau de confiança, um índice de capacidade  $Cp_a$  próximo ao valor nominal  $Cp$ .

Outra questão para prosseguimento da pesquisa é uma análise para o gráfico de  $\bar{X}$  análoga à que aqui foi feita para o gráfico de  $S$ . Embora seja verdade que o gráfico de  $\bar{X}$  já foi objeto de muitos trabalhos, nenhum deles adotou a abordagem aqui adotada. Tal análise não esteve no escopo deste trabalho pela limitação de tempo inerente a uma dissertação de mestrado. E, sendo analisado o gráfico de  $\bar{X}$ , cabe fazer a análise conjunta dos dois gráficos,  $\bar{X}$  e  $S$ , pois eles são utilizados em conjunto; e, da mesma forma, a análise para os demais índices de capacidade  $Cpk$  (para o caso de a média do processo ser desconhecida e necessitar ser estimada) e  $Cpm$  que, além de serem afetados por erros na estimativa do desvio-padrão, também são influenciados por erros na estimativa da média do processo.