

4 Metodologia de Análise, Resultados e Discussão

Neste capítulo é mostrado como o modelo matemático apresentado no Capítulo 3 foi usado para gerar as tabelas e curvas correspondentes às diversas formas de análise dos efeitos da estimação do desvio-padrão sobre o risco α , sobre o poder do gráfico de S , e sobre a avaliação da capacidade do processo; e os resultados e discussões a respeito de cada análise. As Seções 4.1, 4.2 e 4.3 se destinam à avaliação do risco α do gráfico de S com limites de três-sigma e de probabilidade, quando o desvio-padrão é estimado com erro a partir de $(n \times m)$ amostras. A Seção 4.4 traz considerações sobre influência da estimação sem precisão do desvio-padrão no poder do gráfico de S . As últimas três Seções desse capítulo, 4.5, 4.6 e 4.7, apresentam as análises referentes ao efeito da estimação de σ_0 sobre os índices de capacidade do processo C_p e C_{pk} .

Para melhor ilustrar os resultados e proporcionar melhor entendimento, são utilizados gráficos e tabelas para cada cenário de análise proposto. É relevante dizer que as três formas de apresentação dos resultados, tanto para o risco α do gráfico de S (com limites de três-sigma e de probabilidade) quanto para a capacidade do processo, são correspondentes entre si e diferem somente pelos *inputs* definidos previamente pelo usuário para obtenção dos *outputs* correspondentes, em cada análise.

4.1.

Metodologia da Análise 1: Determinação da distribuição acumulada complementar do risco α , $P(\alpha > a)$, parametrizada pelo tamanho de amostra n e pelo número de amostras iniciais m

Assim como o Pd , o risco α do gráfico de S é calculado pelo modelo proposto na Seção 3.2 através da equação (3.2.2), para limites de três-sigma, ou pela equação (3.2.7), para limites de probabilidade, mas na situação em que $\gamma = 1$ ou $\sigma = \sigma_0$. Tais equações mostram explicitamente que o risco α varia conforme o tamanho das amostras n e o fator de erro na estimação de σ_0 , k , e, portanto, pode ser analisado em termos da distribuição de probabilidade acumulada de k . Esta distribuição, por sua vez, é função de n e de m (número de amostras iniciais), como já foi visto na Seção 3.2 (ver expressão 3.2.4). Em outras palavras, o risco α é uma variável aleatória que é função (monotonicamente decrescente) da variável aleatória k , fator de erro na estimação do desvio-padrão em controle do processo. Na presente Seção, mostra-se o procedimento para obtenção do complemento da densidade de probabilidade acumulada do risco α , parametrizado por n e m .

Denotando-se por $F_\alpha(a)$ a densidade de probabilidade acumulada para o risco α , que fornece a probabilidade de o risco α ser menor ou igual a esse valor a , $P(\alpha \leq a)$, e ainda, considerando-se a equação (3.2.6), $F_\alpha(a)$ pode ser obtida através da seguinte relação:

$$F_\alpha(a) = P(\alpha \leq a) = P(K > k_a) = 1 - P(K \leq k_a) \quad (4.1.1)$$

onde k_a é o valor de k que, substituído em (3.2.2) ou (3.2.7), para gráficos de S com limites de três-sigma ou de probabilidade, respectivamente, resulta em um valor para o risco α igual a a . A probabilidade de se obter valores superiores ao valor crítico a , $P(\alpha > a)$ ou $1 - F_\alpha(a)$, pode então ser determinada por:

$$1 - F_\alpha(a) = P(K \leq k_a) = F_K(k_a) \quad (4.1.2)$$

Como visto na Seção 3.2, equação (3.2.4), $F(k)$ ou $P(K \leq k)$ é bem aproximada por uma função de distribuição normal, com média igual a um e

variância que é função de m e n (pois c_4 é função de n). Assim, pode-se variar k a pequenos incrementos e, para cada valor de k , calcular $F(k)$, bem como (pela equação (3.2.2) ou (3.2.7), conforme o caso, e com $\gamma = 1$) calcular o valor a do risco α correspondente. Os pares $(a, F_K(k_a))$ correspondem a pontos da função $1 - F_\alpha(a)$, isto é, $(a, P(\alpha > a))$.

Os resultados e discussões dessa primeira análise estão apresentados no Capítulo 5 e nos Apêndices A e B, na forma de tabelas e gráficos. Em ambos os casos (limites três-sigma e de probabilidade), para cada tamanho de amostra n , são fornecidas as curvas de $P(\alpha > a)$, para cada número de amostras m .

Os valores de tamanho de amostra utilizados na análise são $n = 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 25$ e 30 ; e para o número de amostras, $m = 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 150$ e 200 . Os limites de probabilidade usados foram os limites para risco α “nominal” ($k = 1$) igual a $0,0027$ e $0,0050$.

Os gráficos obtidos para valores especificados de n e m permitem, dado um valor máximo tolerado para α , a , obter a probabilidade de ultrapassagem desse valor pelo risco α real. As curvas nos gráficos, porém, não permitem a determinação precisa desta probabilidade e as tabelas podem não possuir como entrada o valor exato do risco α máximo (a) tolerado pelo usuário. Assim, ainda que tais curvas forneçam uma boa percepção da distribuição do risco α em função de m e n e sejam, por isso, de grande interesse teórico, outras formas de organização ou apresentação dos resultados são mais úteis em termos práticos, por corresponderem mais diretamente às questões de interesse do usuário ou por lhe fornecerem a resposta a essas suas questões diretamente na forma em que mais provavelmente elas serão formuladas por ele. A saber: (a) para um tamanho de amostra dado, qual o percentil a de $P(\alpha > a)$ – onde $P(\alpha > a)$ é especificado pelo usuário – em função do número de amostras iniciais m ? (isso lhe permitirá determinar o número mínimo de amostras iniciais a considerar, em função do valor desse percentil); e (b) dado um tamanho de amostra n e um valor máximo tolerado para o risco α real (expresso, por exemplo, em função do α “nominal”: um valor $\varepsilon\%$ maior que o valor nominal, onde $\varepsilon\%$ é especificado pelo usuário), qual é o número de amostras iniciais (m) que garante, com uma probabilidade $1 - P(\alpha > a)$ especificada (por exemplo, 95% , 90% ou outro valor) que esse risco

não será ultrapassado?

As duas Seções seguintes (4.2 e 4.3) mostram como obter o percentil a , tal que $P(\alpha > a)$ é igual a um valor especificado (questão (a) acima), e como obter o valor de m que garante que a tolerância limite para o risco α não será ultrapassada, com um grau de certeza especificado (questão (b) acima).

4.1.1.

Resultados e Discussão da Análise 1

Na Análise 1 do risco α do processo com limites de três-sigma e de probabilidade, cada tabela contém os valores de $P(\alpha > a)$ para cada par (n, m) analisado e os gráficos apresentam as curvas de distribuição acumulada para cada par (n, m) . Em virtude do grande número de tabelas e gráficos construídos para esta análise, estes estão apresentados no Apêndice A, para limites de três-sigma, e no Apêndice B, para limites de probabilidade.

Nesta primeira análise, observa-se a partir das figuras e tabelas do Apêndice A e B, que para um mesmo par (n, m) , $P(\alpha > a)$ aumenta à medida que o valor de a (risco α) reduz. Em cada tabela, a última linha de cada bloco de probabilidades (um bloco para cada n) contém probabilidades iguais a 0,50 para qualquer número de amostras m , pois corresponde ao valor do risco α para $k = 1$. As linhas acima desta correspondem a valores de a maiores que o risco α para $k = 1$, que ocorrem quando o desvio-padrão do processo é subestimado ($k < 1$). As linhas que estariam abaixo ($k > 1$), corresponderiam a valores de a menores que o risco α para $k = 1$, que ocorrem quando o desvio-padrão do processo é superestimado. Este último caso não está retratado nas tabelas e gráficos da Análise 1, por representar uma situação favorável para o risco α do processo com $k \neq 1$, que é menor que o risco α esperado ($k = 1$). Entretanto, vale ressaltar que o mesmo não pode ser dito a respeito do poder do gráfico de S , que sofre uma redução pelo “alargamento” dos seus limites. Como foi apresentado na Seção 4.4 sobre o poder do gráfico de S , os erros na estimação de σ_0 não introduzem nenhum erro no poder calculado de sinalização de aumentos no desvio-padrão do processo para um valor σ_1 indesejável, porém, esse poder calculado (no caso de superestimação de σ_0) será maior do que o poder que o gráfico teria caso σ_0 não fosse superestimado.

Para um dado n , quando m aumenta, a probabilidade $P(\alpha > a)$ de o risco α exceder um valor de a estabelecido se torna menor, podendo-se concluir que para se obter grandes probabilidades de que o risco α se mantenha em níveis muito baixos (ou pequena probabilidade de não exceder esse nível baixo) é necessário um número de amostras m muito grande. Por exemplo, pode-se ver através da

Figura A.4, que para $n = 5$, a probabilidade de o risco α real do gráfico de S com limites de três-sigma ser maior que 0,005 (ou $NMA_0 < 200$) para $m = 10$, é de aproximadamente 45%; para $m = 25$, de 42%; e para $m = 100$, de 36%.

Para um dado valor de m , à medida que n aumenta, é possível obter valores de $P(\alpha > a)$ menores para um dado valor a . Por exemplo, para $n = 10$ e $m = 10$, a Figura A.7 mostra que $P(\alpha > 0,005)$ diminui para 35,5%, para $m = 25$, é de 28,5% e para $m = 100$, 19,5% aproximadamente. Além disso, pode-se constatar, através das tabelas e figuras do Apêndice A [considerando todos os pares (n, m)], que a probabilidade de o risco α do gráfico de S com limites de três-sigma ser maior que 0,005 é sempre superior a 17%, e de ser maior que 0,0027 ($NMA_0 < 370$) é sempre superior a 45%.

Os resultados da Análise 1 para limites de probabilidade (Apêndice B) mostram que com 25 amostras iniciais (m), um número usualmente recomendado na literatura tradicional de CEP, há grande probabilidade de α ser muito maior que o valor especificado para o erro do tipo I, quando se utilizam pequenos tamanhos de amostra n . Por exemplo, para $n = 2$ (ver Figura B.1) e uma probabilidade especificada $\alpha_{nom.} = 0,005$, há cerca de 29% de probabilidade de que o real risco α seja superior ao dobro deste valor [$P(\alpha > 0,01)$ na curva para $m = 25$]. Para que $P(\alpha > 0,01)$ seja de apenas 10%, são necessárias aproximadamente 150 amostras iniciais {a curva que passa pelo ponto [$a = 0,010$; $P(\alpha > 0,01)$] é a curva para $m = 150$ }. Para diferenças menores entre o risco α real e $\alpha_{nom.} = 0,005$, aumentam as probabilidades de ultrapassagem. Por exemplo, $P(\alpha > 0,0065)$ para $m = 25$ é de 42,5%, aproximadamente. Para um valor especificado a , à medida que n e/ou m aumenta(m), $P(\alpha > a)$ diminui. A análise para a probabilidade especificada de $\alpha_{nom.} = 0,0027$ é semelhante. Para $n = 5$ e $m = 25$ há cerca de 25% (ver Tabela B.6 e Figura B.16) de probabilidade de que o risco α real seja superior ao dobro do valor nominal para α ($P(\alpha > 0,0054)$ na curva para $m = 25$).

Estes resultados confirmam achados precedentes na literatura, de que o número de amostras iniciais necessário para manter α dentro dos limites razoáveis com elevado grau de certeza é significativamente maior que os números mínimos tradicionalmente recomendados.

4.2.**Metodologia da Análise 2: Percentis do risco α real em função do tamanho de amostras n e do número de amostras m**

Mostra-se nesta Seção, como obter, para um par (n, m) especificado, o valor de a cuja probabilidade de ultrapassagem pelo risco α , $P(\alpha > a)$, seja igual a um valor p especificado *a priori*, ou seja, para uma probabilidade p especificada, obtém-se o valor de a tal que $P(\alpha > a) = p$. Para a determinação de a , dados n, m e a probabilidade p especificada, pode-se obter (invertendo-se a distribuição normal acumulada) o valor de k, k_p , tal que $P(K \leq k) = p$. Substituindo-se a média μ_k e o desvio-padrão σ_k (dados pela equação 3.2.4), em $k_p = \mu_k + \Phi^{-1}(p)\sigma_k$, chega-se a seguinte expressão para determinação de k_p :

$$k_p = 1 + \Phi^{-1}(p) \cdot \sqrt{\frac{1 - c_4^2}{c_4^2 m}} \quad (4.2.1)$$

onde n é usado na determinação do valor de c_4 .

Entrando com o valor de k_p na expressão (3.2.2), no caso de limites de três-sigma, ou (3.2.7) para limites de probabilidade (com $\gamma = 1$ em qualquer um dos dois casos), obtém-se o percentil desejado de α (valor de a tal que $P(\alpha > a)$ é igual ao valor de probabilidade p especificada).

Os resultados em tabelas e gráficos, e uma discussão dos mesmos estão apresentados no Capítulo 5. Os valores de tamanho de amostra utilizados variam de $n = 2$ a 30 e o número de amostras, $m = 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 150$ e 200. Os limites de probabilidade usados foram os limites para risco α “nominal” de 0,0027 e 0,0050; os valores considerados para a probabilidade p foram 5, 10 e 15%.

4.2.1.

Resultados e Discussão da Análise 2

Na Análise 2 do risco α do processo, foram construídas tabelas e gráficos para cada valor de probabilidade $P(\alpha > a)$ desejada (5, 10 e 15%) parametrizados por m e n . A partir desta forma de apresentação dos dados, o usuário do gráfico de controle de S com limites de três-sigma e de probabilidade poderá identificar o valor crítico ou percentil de $(1-p)\%$, a , para o risco α real do processo que cada par (n, m) oferece para uma probabilidade $p = P(\alpha > a)$ especificada. Como se pode observar nas Tabelas 5.1, 5.2 e 5.3, à medida que $p = P(\alpha > a)$ aumenta (5, 10 e 15%), para um dado par (n, m) , os valores críticos ou percentis de $(1-p)\%$ para o risco α se reduzem. Fixando-se $P(\alpha > a)$, os valores de a também diminuem com o aumento de n e/ou m .

Na prática, este arranjo dos resultados permite ao usuário identificar, para cada tamanho de amostra n desejado, qual o número de amostras m que o mesmo deverá utilizar, de acordo com o valor crítico admitido por ele para o risco α real do processo e para a probabilidade de ultrapassagem correspondente, $p = P(\alpha > a)$. Por exemplo, é fácil verificar através da Tabela 5.1 e da Figura 5.1 que, se o usuário desejar uma probabilidade de ultrapassagem do risco α real do gráfico de S com limites de três-sigma de apenas 0,05 [$P(\alpha > a) = 5\%$], e um valor crítico para o risco α real bastante reduzido, como 0,005 ($a = 0,005$), deverá retirar amostras do processo com tamanho mínimo $n = 9$ e um número de amostras iniciais mínimo $m = 200$. Se o usuário admitir tamanhos de amostras maiores, evidentemente, poderá utilizar números de amostras iniciais menores. Por exemplo, para $n = 12$, é possível obter $P(\alpha > 0,005) = 5\%$, com um número de amostras iniciais entre 100 e 150 amostras; para $n = 18$, m está entre 80 e 90 amostras iniciais; para $n = 20$, m está entre 70 e 80 amostras, aproximadamente.

Tabela 4.1 – Percentis de 95% do risco α real do gráfico de S com limites de três-sigma em função de n e m .

		$a, P(\alpha > a) = 0,05$													
n	$m =$	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200
2	0,1136	0,0767	0,0598	0,0502	0,0439	0,0362	0,0317	0,0287	0,0265	0,0248	0,0235	0,0225	0,0192	0,0174	
3	0,0642	0,0435	0,0341	0,0287	0,0252	0,0209	0,0184	0,0167	0,0155	0,0145	0,0138	0,0132	0,0114	0,0104	
4	0,0467	0,0319	0,0252	0,0213	0,0188	0,0157	0,0139	0,0126	0,0117	0,0111	0,0105	0,0101	0,0087	0,0080	
5	0,0380	0,0262	0,0208	0,0177	0,0156	0,0131	0,0116	0,0106	0,0099	0,0093	0,0089	0,0086	0,0074	0,0068	
6	0,0327	0,0227	0,0181	0,0154	0,0137	0,0116	0,0103	0,0094	0,0088	0,0083	0,0079	0,0076	0,0066	0,0061	
7	0,0292	0,0204	0,0163	0,0140	0,0124	0,0105	0,0094	0,0086	0,0080	0,0076	0,0073	0,0070	0,0061	0,0056	
8	0,0267	0,0187	0,0150	0,0129	0,0115	0,0097	0,0087	0,0080	0,0075	0,0071	0,0068	0,0065	0,0057	0,0053	
9	0,0248	0,0174	0,0140	0,0121	0,0108	0,0091	0,0082	0,0075	0,0070	0,0067	0,0064	0,0062	0,0054	0,0050	
10	0,0232	0,0164	0,0132	0,0114	0,0102	0,0087	0,0078	0,0072	0,0067	0,0064	0,0061	0,0059	0,0052	0,0048	
11	0,0220	0,0156	0,0126	0,0109	0,0097	0,0083	0,0074	0,0069	0,0064	0,0061	0,0058	0,0056	0,0050	0,0046	
12	0,0210	0,0149	0,0121	0,0104	0,0093	0,0080	0,0072	0,0066	0,0062	0,0059	0,0056	0,0054	0,0048	0,0045	
13	0,0201	0,0143	0,0116	0,0101	0,0090	0,0077	0,0069	0,0064	0,0060	0,0057	0,0055	0,0053	0,0047	0,0043	
14	0,0194	0,0139	0,0113	0,0097	0,0087	0,0075	0,0067	0,0062	0,0058	0,0055	0,0053	0,0051	0,0045	0,0042	
15	0,0188	0,0134	0,0109	0,0095	0,0085	0,0073	0,0065	0,0060	0,0057	0,0054	0,0052	0,0050	0,0044	0,0041	
16	0,0182	0,0130	0,0106	0,0092	0,0083	0,0071	0,0064	0,0059	0,0056	0,0053	0,0051	0,0049	0,0043	0,0040	
17	0,0177	0,0127	0,0104	0,0090	0,0081	0,0069	0,0063	0,0058	0,0054	0,0052	0,0050	0,0048	0,0043	0,0040	
18	0,0173	0,0124	0,0101	0,0088	0,0079	0,0068	0,0061	0,0057	0,0053	0,0051	0,0049	0,0047	0,0042	0,0039	
19	0,0169	0,0121	0,0099	0,0086	0,0078	0,0067	0,0060	0,0056	0,0052	0,0050	0,0048	0,0046	0,0041	0,0038	
20	0,0165	0,0119	0,0097	0,0085	0,0076	0,0066	0,0059	0,0055	0,0052	0,0049	0,0047	0,0046	0,0040	0,0038	
21	0,0162	0,0117	0,0095	0,0083	0,0075	0,0064	0,0058	0,0054	0,0051	0,0048	0,0046	0,0045	0,0040	0,0037	
22	0,0159	0,0115	0,0094	0,0082	0,0074	0,0063	0,0057	0,0053	0,0050	0,0048	0,0046	0,0044	0,0039	0,0037	
23	0,0156	0,0113	0,0092	0,0080	0,0073	0,0063	0,0057	0,0052	0,0049	0,0047	0,0045	0,0044	0,0039	0,0036	
24	0,0153	0,0111	0,0091	0,0079	0,0072	0,0062	0,0056	0,0052	0,0049	0,0046	0,0045	0,0043	0,0038	0,0036	
25	0,0151	0,0109	0,0090	0,0078	0,0071	0,0061	0,0055	0,0051	0,0048	0,0046	0,0044	0,0043	0,0038	0,0035	
26	0,0149	0,0108	0,0089	0,0077	0,0070	0,0060	0,0054	0,0051	0,0048	0,0045	0,0044	0,0042	0,0038	0,0035	
27	0,0147	0,0107	0,0088	0,0076	0,0069	0,0060	0,0054	0,0050	0,0047	0,0045	0,0043	0,0042	0,0037	0,0035	
28	0,0145	0,0105	0,0086	0,0075	0,0068	0,0059	0,0053	0,0049	0,0047	0,0044	0,0043	0,0041	0,0037	0,0034	
29	0,0143	0,0104	0,0086	0,0075	0,0067	0,0058	0,0053	0,0049	0,0046	0,0044	0,0042	0,0041	0,0037	0,0034	
30	0,0141	0,0103	0,0085	0,0074	0,0067	0,0058	0,0052	0,0049	0,0046	0,0044	0,0042	0,0041	0,0036	0,0034	

$$a, P(\alpha > a) = 5\%$$

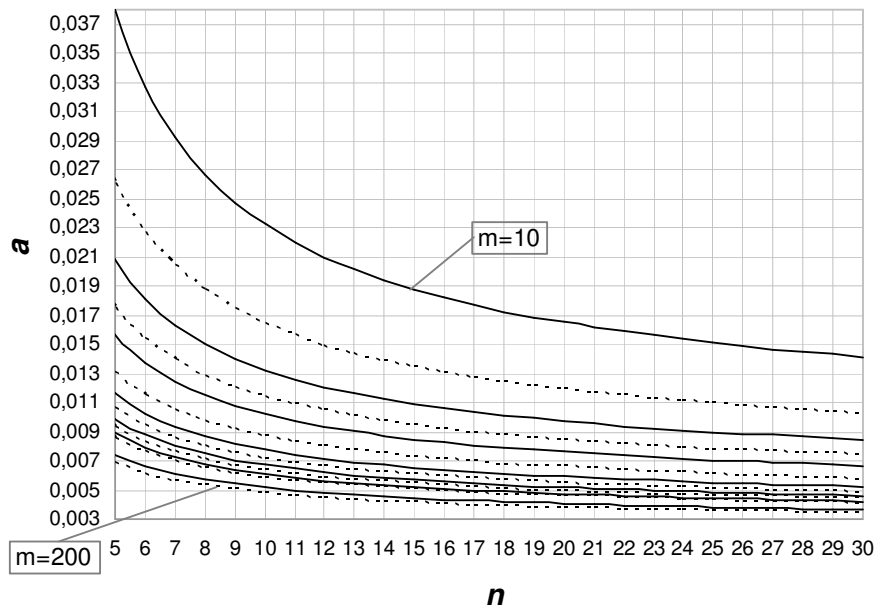
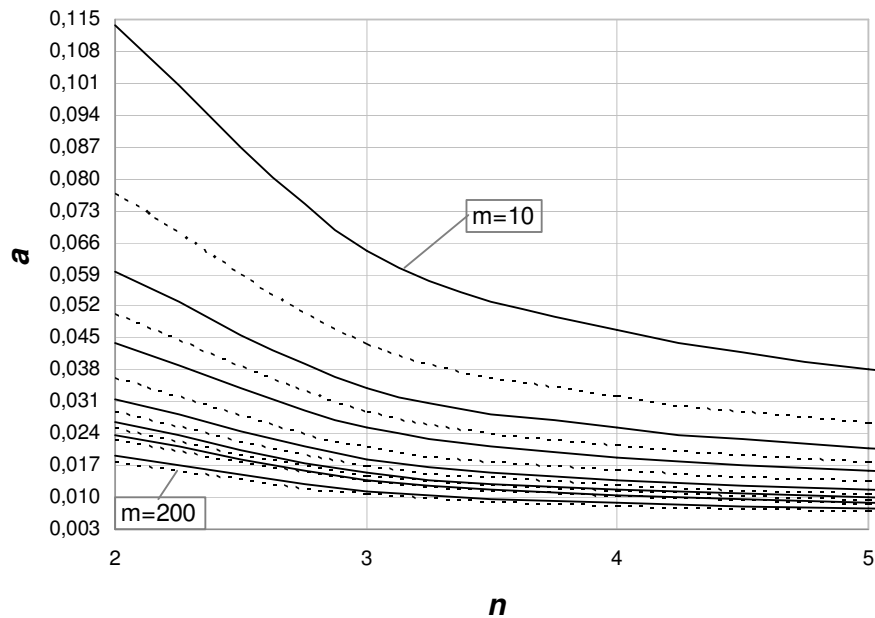


Figura 4.1 - Gráfico dos percentis de 95% do risco α real do gráfico de S com limites de três-sigma em função de n e m .

Se o usuário aceitar uma probabilidade $P(\alpha > a)$ maior, como 10%, para se obter o mesmo risco α crítico ($a = 0,005$), será possível utilizar valores de n e m menores. É possível constatar, através da Tabela 5.2 e da Figura 5.2, que o valor mínimo de n que proporciona essa situação ($P(\alpha > 0,005) = 0,10$) passa a ser $n = 7$ para o mesmo número de amostras iniciais $m = 200$. Da mesma forma,

admitindo-se utilizar valores de n maiores, como $n=12$, são necessárias $m=80$ amostras iniciais; para $n=15$, m é de 60 amostras; para tamanhos de amostra maiores ou iguais a $n=18$, o número de amostras iniciais está entre 40 e 50 amostras.

Tabela 4.2 - Percentis de 90% do risco α real do gráfico de S com limites de três-sigma em função de n e m .

		$a, P(\alpha > a) = 0,1$													
n	$m =$	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200
2	0,0706	0,0506	0,0411	0,0356	0,0319	0,0273	0,0245	0,0226	0,0212	0,0201	0,0193	0,0186	0,0186	0,0164	0,0152
3	0,0400	0,0289	0,0236	0,0205	0,0185	0,0159	0,0143	0,0133	0,0125	0,0119	0,0114	0,0110	0,0110	0,0098	0,0091
4	0,0295	0,0215	0,0177	0,0155	0,0140	0,0121	0,0109	0,0101	0,0096	0,0091	0,0088	0,0085	0,0085	0,0076	0,0071
5	0,0242	0,0178	0,0147	0,0129	0,0117	0,0102	0,0092	0,0086	0,0081	0,0078	0,0075	0,0072	0,0072	0,0065	0,0061
6	0,0210	0,0156	0,0129	0,0114	0,0103	0,0090	0,0082	0,0076	0,0072	0,0069	0,0067	0,0065	0,0065	0,0058	0,0054
7	0,0189	0,0141	0,0117	0,0103	0,0094	0,0082	0,0075	0,0070	0,0066	0,0064	0,0061	0,0059	0,0059	0,0053	0,0050
8	0,0174	0,0130	0,0109	0,0096	0,0087	0,0077	0,0070	0,0065	0,0062	0,0059	0,0057	0,0056	0,0056	0,0050	0,0047
9	0,0162	0,0121	0,0102	0,0090	0,0082	0,0072	0,0066	0,0062	0,0059	0,0056	0,0054	0,0053	0,0053	0,0048	0,0045
10	0,0153	0,0115	0,0096	0,0086	0,0078	0,0069	0,0063	0,0059	0,0056	0,0054	0,0052	0,0050	0,0050	0,0046	0,0043
11	0,0145	0,0110	0,0092	0,0082	0,0075	0,0066	0,0060	0,0057	0,0054	0,0052	0,0050	0,0048	0,0048	0,0044	0,0041
12	0,0139	0,0105	0,0089	0,0079	0,0072	0,0064	0,0058	0,0055	0,0052	0,0050	0,0048	0,0047	0,0047	0,0042	0,0040
13	0,0134	0,0101	0,0086	0,0076	0,0070	0,0062	0,0056	0,0053	0,0050	0,0048	0,0047	0,0045	0,0045	0,0041	0,0039
14	0,0129	0,0098	0,0083	0,0074	0,0068	0,0060	0,0055	0,0052	0,0049	0,0047	0,0046	0,0044	0,0044	0,0040	0,0038
15	0,0125	0,0095	0,0081	0,0072	0,0066	0,0058	0,0054	0,0050	0,0048	0,0046	0,0044	0,0043	0,0043	0,0039	0,0037
16	0,0122	0,0093	0,0079	0,0070	0,0064	0,0057	0,0052	0,0049	0,0047	0,0045	0,0044	0,0042	0,0042	0,0039	0,0036
17	0,0119	0,0091	0,0077	0,0068	0,0063	0,0056	0,0051	0,0048	0,0046	0,0044	0,0043	0,0042	0,0042	0,0038	0,0036
18	0,0116	0,0089	0,0075	0,0067	0,0062	0,0055	0,0050	0,0047	0,0045	0,0043	0,0042	0,0041	0,0041	0,0037	0,0035
19	0,0113	0,0087	0,0074	0,0066	0,0060	0,0054	0,0049	0,0046	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0040	0,0037	0,0035
20	0,0111	0,0085	0,0072	0,0065	0,0059	0,0053	0,0049	0,0046	0,0044	0,0042	0,0041	0,0040	0,0040	0,0036	0,0034
21	0,0109	0,0084	0,0071	0,0064	0,0058	0,0052	0,0048	0,0045	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0039	0,0036	0,0034
22	0,0107	0,0082	0,0070	0,0063	0,0058	0,0051	0,0047	0,0044	0,0042	0,0041	0,0039	0,0038	0,0038	0,0035	0,0033
23	0,0105	0,0081	0,0069	0,0062	0,0057	0,0050	0,0047	0,0044	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0038	0,0035	0,0033
24	0,0104	0,0080	0,0068	0,0061	0,0056	0,0050	0,0046	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0038	0,0034	0,0032
25	0,0102	0,0079	0,0067	0,0060	0,0055	0,0049	0,0045	0,0043	0,0041	0,0039	0,0038	0,0037	0,0037	0,0034	0,0032
26	0,0101	0,0078	0,0066	0,0059	0,0055	0,0049	0,0045	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0037	0,0034	0,0032
27	0,0100	0,0077	0,0066	0,0059	0,0054	0,0048	0,0044	0,0042	0,0040	0,0039	0,0037	0,0036	0,0036	0,0033	0,0031
28	0,0098	0,0076	0,0065	0,0058	0,0054	0,0048	0,0044	0,0042	0,0040	0,0038	0,0037	0,0036	0,0036	0,0033	0,0031
29	0,0097	0,0075	0,0064	0,0058	0,0053	0,0047	0,0044	0,0041	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0036	0,0033	0,0031
30	0,0096	0,0074	0,0064	0,0057	0,0053	0,0047	0,0043	0,0041	0,0039	0,0038	0,0036	0,0035	0,0035	0,0032	0,0031

$$a, P(\alpha > a) = 10\%$$

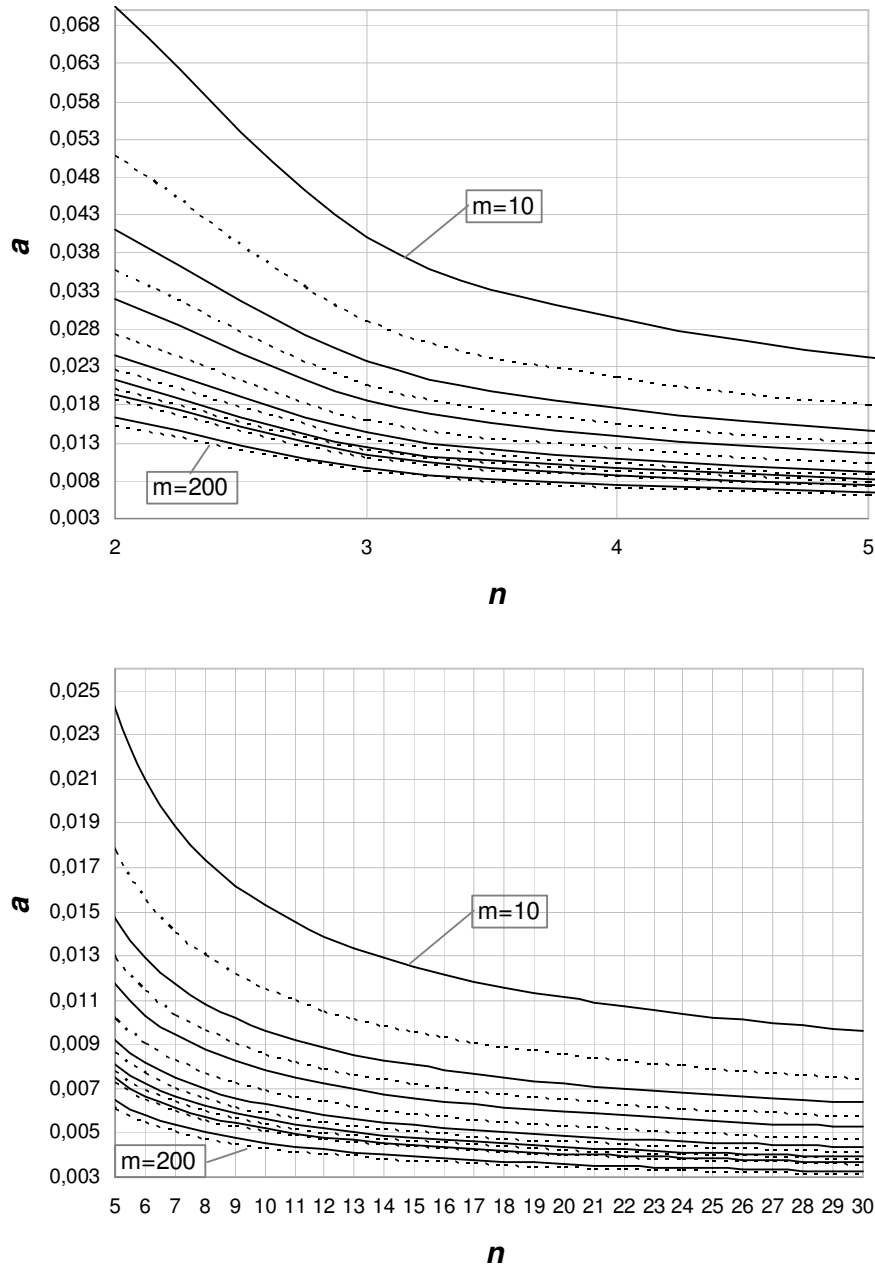


Figura 4.2 - Gráfico dos percentis de 90% do risco α real do gráfico de S com limites de três-sigma em função de n e m .

Para $P(\alpha > a) = 15\%$ (ver Tabela 5.3 e Figura 5.3), para se obter o mesmo risco α crítico ($a = 0,005$), será possível utilizar valores de n e m ainda menores. O valor mínimo de n , tal que $P(\alpha > 0,005) = 0,15$, passa a ser de 6 amostras para o mesmo número de amostras iniciais $m = 200$. Admitindo-se valores de n maiores, como $n = 10$, são necessárias entre 60 e 70 amostras iniciais; para

$n = 15$, m é de 40 amostras; e para tamanhos de amostra maiores ou iguais a $n = 20$, o número de amostras iniciais está entre 25 e 30 amostras.

Tabela 4.3 - Percentis de 85% do risco α real do gráfico de S com limites de três-sigma em função de n e m .

		$a, P(\alpha > a) = 0,15$													
n	$m =$	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200
2	0,0499	0,0376	0,0316	0,0279	0,0255	0,0224	0,0205	0,0191	0,0182	0,0174	0,0168	0,0163	0,0147	0,0138	
3	0,0285	0,0217	0,0183	0,0163	0,0149	0,0132	0,0121	0,0113	0,0108	0,0103	0,0100	0,0097	0,0088	0,0083	
4	0,0212	0,0163	0,0138	0,0123	0,0113	0,0101	0,0093	0,0087	0,0083	0,0080	0,0077	0,0075	0,0069	0,0065	
5	0,0176	0,0136	0,0116	0,0104	0,0096	0,0085	0,0079	0,0074	0,0071	0,0068	0,0066	0,0064	0,0059	0,0056	
6	0,0154	0,0119	0,0102	0,0092	0,0085	0,0076	0,0070	0,0066	0,0063	0,0061	0,0059	0,0058	0,0053	0,0050	
7	0,0139	0,0108	0,0093	0,0084	0,0078	0,0070	0,0064	0,0061	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0049	0,0046	
8	0,0128	0,0100	0,0087	0,0078	0,0072	0,0065	0,0060	0,0057	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0046	0,0044	
9	0,0120	0,0094	0,0081	0,0074	0,0068	0,0061	0,0057	0,0054	0,0052	0,0050	0,0049	0,0047	0,0044	0,0042	
10	0,0113	0,0089	0,0077	0,0070	0,0065	0,0059	0,0054	0,0052	0,0049	0,0048	0,0046	0,0045	0,0042	0,0040	
11	0,0108	0,0086	0,0074	0,0067	0,0062	0,0056	0,0052	0,0050	0,0048	0,0046	0,0045	0,0044	0,0040	0,0038	
12	0,0104	0,0082	0,0071	0,0065	0,0060	0,0054	0,0051	0,0048	0,0046	0,0045	0,0043	0,0042	0,0039	0,0037	
13	0,0100	0,0079	0,0069	0,0063	0,0058	0,0053	0,0049	0,0047	0,0045	0,0043	0,0042	0,0041	0,0038	0,0036	
14	0,0097	0,0077	0,0067	0,0061	0,0057	0,0051	0,0048	0,0045	0,0044	0,0042	0,0041	0,0040	0,0037	0,0035	
15	0,0094	0,0075	0,0065	0,0059	0,0055	0,0050	0,0047	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0036	0,0035	
16	0,0092	0,0073	0,0064	0,0058	0,0054	0,0049	0,0046	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0035	0,0034	
17	0,0089	0,0071	0,0062	0,0057	0,0053	0,0048	0,0045	0,0042	0,0041	0,0040	0,0038	0,0038	0,0035	0,0033	
18	0,0088	0,0070	0,0061	0,0056	0,0052	0,0047	0,0044	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0034	0,0033	
19	0,0086	0,0069	0,0060	0,0055	0,0051	0,0046	0,0043	0,0041	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0034	0,0032	
20	0,0084	0,0067	0,0059	0,0054	0,0050	0,0045	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0033	0,0032	
21	0,0083	0,0066	0,0058	0,0053	0,0049	0,0045	0,0042	0,0040	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0033	0,0031	
22	0,0081	0,0065	0,0057	0,0052	0,0049	0,0044	0,0041	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0032	0,0031	
23	0,0080	0,0064	0,0056	0,0051	0,0048	0,0044	0,0041	0,0039	0,0037	0,0036	0,0035	0,0035	0,0032	0,0031	
24	0,0079	0,0063	0,0056	0,0051	0,0047	0,0043	0,0040	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034	0,0032	0,0030	
25	0,0078	0,0063	0,0055	0,0050	0,0047	0,0043	0,0040	0,0038	0,0037	0,0035	0,0035	0,0034	0,0031	0,0030	
26	0,0077	0,0062	0,0054	0,0050	0,0046	0,0042	0,0039	0,0038	0,0036	0,0035	0,0034	0,0033	0,0031	0,0030	
27	0,0076	0,0061	0,0054	0,0049	0,0046	0,0042	0,0039	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034	0,0033	0,0031	0,0029	
28	0,0075	0,0061	0,0053	0,0049	0,0045	0,0041	0,0039	0,0037	0,0035	0,0034	0,0034	0,0033	0,0030	0,0029	
29	0,0074	0,0060	0,0053	0,0048	0,0045	0,0041	0,0038	0,0037	0,0035	0,0034	0,0033	0,0033	0,0030	0,0029	
30	0,0074	0,0059	0,0052	0,0048	0,0045	0,0041	0,0038	0,0036	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0030	0,0029	

$$a, P(\alpha > a) = 15\%$$

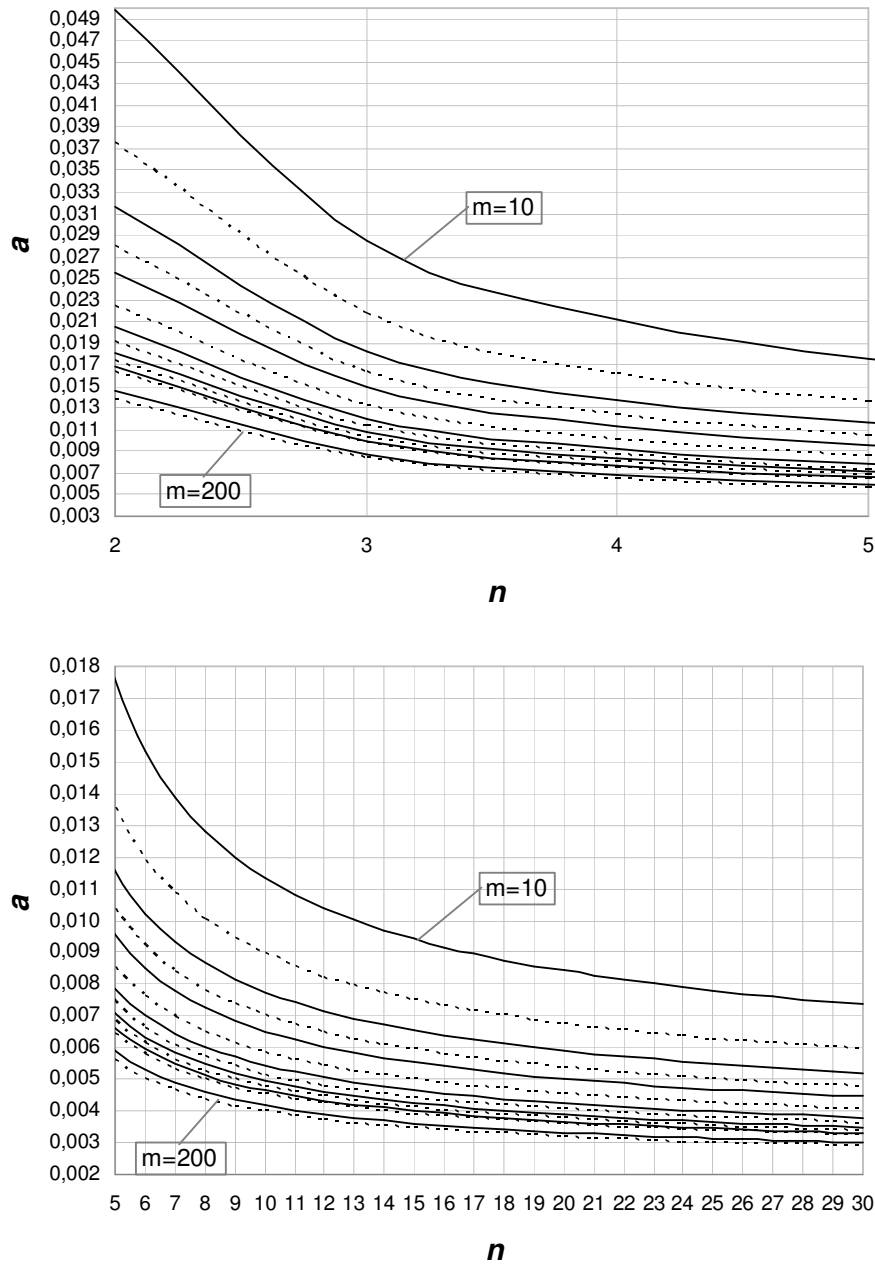


Figura 4.3 – Gráfico dos percentis de 85% do risco α real do gráfico de S com limites de três-sigma em função de n e m .

Com o número tradicionalmente recomendado de 25 amostras iniciais, não é possível obter $P(\alpha > 0,005) = 5\%$ e nem mesmo $P(\alpha > 0,005) = 10\%$ com tamanhos de amostras de até $n = 30$ unidades (ver Tabelas 5.1 e 5.2 e Figuras 5.1 e 5.2); e para $P(\alpha > 0,005) = 15\%$, o tamanho mínimo de amostra é $n = 25$ (ver Tabela 5.3 e Figura 5.3).

Uma observação adicional é a de que para tamanhos de amostra pequenos (por exemplo, $n = 2$ a 10), têm-se grandes valores dos percentis do risco α , principalmente para limites de três-sigma, caso em que, observe-se, o próprio risco α quando σ_0 é estimado sem erro ($k = 1$) é muito grande. A Tabela 5.4 fornece os valores do risco α do gráfico de S nesse caso (σ_0 estimado sem erro), para valores de n menores ou iguais a 10.

Tabela 4.4 – Risco α do Gráfico de S com limites de três-sigma quando σ_0 é estimado sem erro

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α	0,0092	0,0056	0,0045	0,0039	0,0035	0,0033	0,0031	0,0030	0,0029

A Análise 2 para o risco α do gráfico de S com limites de probabilidade leva a resultados semelhantes: o número de amostras iniciais necessário para manter dentro de limites razoáveis a probabilidade de o risco α ultrapassar os valores especificados é significativamente maior que o recomendado. Entretanto, é fácil perceber, a partir da análise das Tabelas 5.5, 5.6 e 5.7, que para tamanhos de amostras menores, dado um certo número de amostras m , a amplitude dos valores críticos para o risco α real do gráfico de S com limites de probabilidade (conjunto dos valores de a , um a para cada n) é menor que a amplitude dos valores críticos do risco α real do gráfico de S com limites de três-sigma. Por exemplo, com 25 amostras iniciais os percentis de 95% para o risco α real do gráfico de S com limites de probabilidade e $\alpha_{nom} = 0,005$ (ver Tabela 5.5 e Figura 5.4), estão entre 1,51% (para $n = 30$) e 3,49% (para $n = 2$), enquanto que para limites de três-sigma (ver Tabela 5.1 e Figura 5.1), esses percentis variam entre 0,74% (para $n = 30$) e 5,02% (para $n = 2$). Os percentis de 90% para α (ver Tabela 5.2 e Figura 5.2) estão entre 0,57% e 3,56% no caso de limites de três sigma e entre 1,20% e 2,36% para limites de probabilidade (ver na Tabela 5.6 e Figura 5.5); e os percentis de 85% (ver Tabela 5.3 e Figura 5.3) variam entre 0,48% e 2,79% (limites de três-sigma) e entre 1,02% e 1,79% no caso de limites de probabilidade (ver Tabela 5.7 e Figura 5.6).

O menor percentil de 95% para o risco α que o gráfico de S com limites de probabilidade pode apresentar, para um valor especificado $\alpha_{nom.} = 0,005$, é de 0,0075 (ver Tabela 5.5 e Figura 5.4); de 90% é de 0,0069 (ver Tabela 5.6 e Figura

5.5); e de 85%, é igual a 0,0065 (ver Tabela 5.7 e Figura 5.6). Observe que o menor percentil a ($P(\alpha > 0,0065) = 0,15$), que se obtém para níveis de confiança razoáveis, já é 30% maior que o valor de $\alpha_{nom} = 0,005$, o que indica quão severo é o efeito do erro na estimação do desvio-padrão do processo.

Tabela 4.5 - Percentis de 95% do risco α real do gráfico de S com limites probabilidade e $\alpha_{nom} = 0,005$, em função de n e m .

		$a, P(\alpha > a) = 0,05 \text{ e } \alpha_{nominal} = 0,005$													
n	$m =$	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200
2	0,0884	0,0566	0,0427	0,0349	0,0300	0,0241	0,0207	0,0184	0,0168	0,0156	0,0147	0,0140	0,0117	0,0105	
3	0,0603	0,0405	0,0315	0,0264	0,0232	0,0191	0,0168	0,0152	0,0140	0,0132	0,0125	0,0120	0,0102	0,0093	
4	0,0499	0,0343	0,0272	0,0231	0,0204	0,0171	0,0152	0,0138	0,0129	0,0122	0,0116	0,0111	0,0096	0,0089	
5	0,0443	0,0310	0,0249	0,0213	0,0189	0,0160	0,0143	0,0131	0,0122	0,0116	0,0110	0,0106	0,0093	0,0086	
6	0,0408	0,0289	0,0233	0,0201	0,0179	0,0153	0,0137	0,0126	0,0118	0,0112	0,0107	0,0103	0,0091	0,0084	
7	0,0384	0,0274	0,0223	0,0193	0,0173	0,0148	0,0132	0,0122	0,0115	0,0109	0,0104	0,0101	0,0089	0,0082	
8	0,0366	0,0263	0,0215	0,0186	0,0167	0,0144	0,0129	0,0119	0,0112	0,0107	0,0102	0,0099	0,0088	0,0081	
9	0,0352	0,0255	0,0209	0,0181	0,0163	0,0141	0,0127	0,0117	0,0110	0,0105	0,0101	0,0097	0,0086	0,0081	
10	0,0341	0,0248	0,0204	0,0177	0,0160	0,0138	0,0125	0,0116	0,0109	0,0104	0,0100	0,0096	0,0086	0,0080	
11	0,0332	0,0242	0,0199	0,0174	0,0157	0,0136	0,0123	0,0114	0,0108	0,0103	0,0099	0,0095	0,0085	0,0079	
12	0,0324	0,0237	0,0196	0,0171	0,0155	0,0134	0,0121	0,0113	0,0106	0,0102	0,0098	0,0094	0,0084	0,0079	
13	0,0317	0,0233	0,0193	0,0169	0,0153	0,0133	0,0120	0,0112	0,0106	0,0101	0,0097	0,0094	0,0084	0,0078	
14	0,0312	0,0230	0,0190	0,0167	0,0151	0,0131	0,0119	0,0111	0,0105	0,0100	0,0096	0,0093	0,0083	0,0078	
15	0,0307	0,0226	0,0188	0,0165	0,0150	0,0130	0,0118	0,0110	0,0104	0,0099	0,0096	0,0093	0,0083	0,0078	
16	0,0302	0,0224	0,0186	0,0163	0,0148	0,0129	0,0117	0,0109	0,0103	0,0099	0,0095	0,0092	0,0083	0,0077	
17	0,0298	0,0221	0,0184	0,0162	0,0147	0,0128	0,0117	0,0109	0,0103	0,0098	0,0095	0,0092	0,0082	0,0077	
18	0,0295	0,0219	0,0182	0,0160	0,0146	0,0127	0,0116	0,0108	0,0102	0,0098	0,0094	0,0091	0,0082	0,0077	
19	0,0291	0,0217	0,0181	0,0159	0,0145	0,0127	0,0115	0,0107	0,0102	0,0097	0,0094	0,0091	0,0082	0,0077	
20	0,0288	0,0215	0,0179	0,0158	0,0144	0,0126	0,0115	0,0107	0,0101	0,0097	0,0093	0,0091	0,0081	0,0076	
21	0,0286	0,0213	0,0178	0,0157	0,0143	0,0125	0,0114	0,0106	0,0101	0,0097	0,0093	0,0090	0,0081	0,0076	
22	0,0283	0,0212	0,0177	0,0156	0,0142	0,0125	0,0114	0,0106	0,0101	0,0096	0,0093	0,0090	0,0081	0,0076	
23	0,0281	0,0210	0,0176	0,0155	0,0142	0,0124	0,0113	0,0106	0,0100	0,0096	0,0093	0,0090	0,0081	0,0076	
24	0,0279	0,0209	0,0175	0,0155	0,0141	0,0123	0,0113	0,0105	0,0100	0,0096	0,0092	0,0089	0,0081	0,0076	
25	0,0277	0,0208	0,0174	0,0154	0,0140	0,0123	0,0112	0,0105	0,0100	0,0095	0,0092	0,0089	0,0080	0,0076	
26	0,0275	0,0207	0,0173	0,0153	0,0140	0,0123	0,0112	0,0105	0,0099	0,0095	0,0092	0,0089	0,0080	0,0075	
27	0,0273	0,0205	0,0172	0,0152	0,0139	0,0122	0,0112	0,0104	0,0099	0,0095	0,0092	0,0089	0,0080	0,0075	
28	0,0272	0,0204	0,0172	0,0152	0,0139	0,0122	0,0111	0,0104	0,0099	0,0095	0,0091	0,0089	0,0080	0,0075	
29	0,0270	0,0203	0,0171	0,0151	0,0138	0,0121	0,0111	0,0104	0,0099	0,0094	0,0091	0,0088	0,0080	0,0075	
30	0,0269	0,0203	0,0170	0,0151	0,0138	0,0121	0,0111	0,0104	0,0098	0,0094	0,0091	0,0088	0,0080	0,0075	

$$a, P(\alpha > a) = 5\%, \alpha_{nom.} = 0,005$$

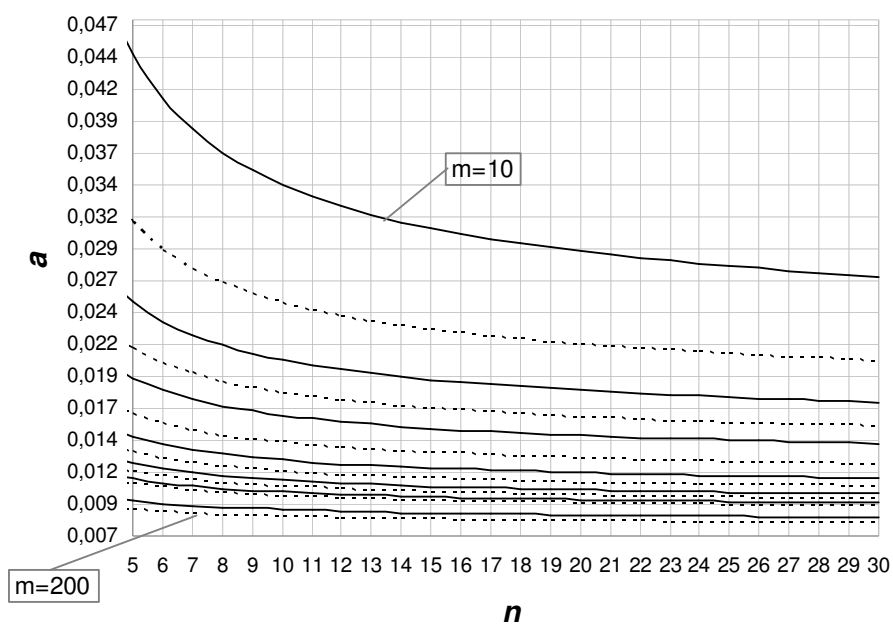
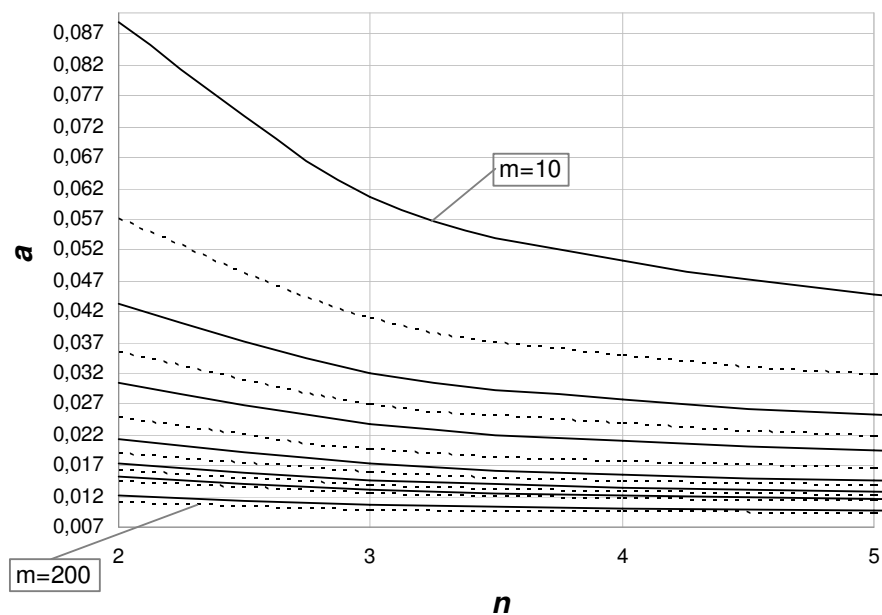


Figura 4.4 - Gráfico dos percentis de 95% do risco α real do gráfico de S com limites probabilidade e $\alpha_{nom} = 0,0050$, em função de n e m .

Tabela 4.6 – Percentis de 90% do risco α real do gráfico de S com limites probabilidade e $\alpha_{nom}=0,005$, em função de n e m .

		$a, P(\alpha > a) = 0,1 \text{ e } \alpha_{nominal} = 0,005$													
n	$m =$	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200
2	0,0515	0,0353	0,0279	0,0236	0,0208	0,0174	0,0154	0,0140	0,0131	0,0123	0,0117	0,0112	0,0097	0,0089	
3	0,0372	0,0267	0,0217	0,0188	0,0169	0,0145	0,0130	0,0120	0,0113	0,0107	0,0103	0,0099	0,0088	0,0082	
4	0,0317	0,0233	0,0193	0,0169	0,0153	0,0132	0,0120	0,0112	0,0105	0,0101	0,0097	0,0094	0,0084	0,0078	
5	0,0288	0,0214	0,0179	0,0158	0,0143	0,0125	0,0114	0,0107	0,0101	0,0097	0,0093	0,0090	0,0081	0,0076	
6	0,0269	0,0202	0,0170	0,0151	0,0137	0,0121	0,0110	0,0103	0,0098	0,0094	0,0091	0,0088	0,0080	0,0075	
7	0,0256	0,0194	0,0164	0,0145	0,0133	0,0117	0,0108	0,0101	0,0096	0,0092	0,0089	0,0087	0,0078	0,0074	
8	0,0246	0,0188	0,0159	0,0142	0,0130	0,0115	0,0106	0,0099	0,0094	0,0091	0,0088	0,0085	0,0078	0,0073	
9	0,0238	0,0183	0,0155	0,0139	0,0127	0,0113	0,0104	0,0098	0,0093	0,0090	0,0087	0,0084	0,0077	0,0073	
10	0,0232	0,0179	0,0152	0,0136	0,0125	0,0111	0,0103	0,0097	0,0092	0,0089	0,0086	0,0084	0,0076	0,0072	
11	0,0227	0,0175	0,0150	0,0134	0,0124	0,0110	0,0102	0,0096	0,0091	0,0088	0,0085	0,0083	0,0076	0,0072	
12	0,0222	0,0172	0,0147	0,0132	0,0122	0,0109	0,0101	0,0095	0,0091	0,0087	0,0085	0,0082	0,0075	0,0071	
13	0,0219	0,0170	0,0146	0,0131	0,0121	0,0108	0,0100	0,0094	0,0090	0,0087	0,0084	0,0082	0,0075	0,0071	
14	0,0215	0,0168	0,0144	0,0130	0,0120	0,0107	0,0099	0,0093	0,0089	0,0086	0,0084	0,0081	0,0075	0,0071	
15	0,0213	0,0166	0,0143	0,0128	0,0119	0,0106	0,0098	0,0093	0,0089	0,0086	0,0083	0,0081	0,0074	0,0071	
16	0,0210	0,0164	0,0141	0,0127	0,0118	0,0106	0,0098	0,0092	0,0088	0,0085	0,0083	0,0081	0,0074	0,0070	
17	0,0208	0,0163	0,0140	0,0126	0,0117	0,0105	0,0097	0,0092	0,0088	0,0085	0,0083	0,0080	0,0074	0,0070	
18	0,0206	0,0161	0,0139	0,0126	0,0116	0,0104	0,0097	0,0092	0,0088	0,0085	0,0082	0,0080	0,0074	0,0070	
19	0,0204	0,0160	0,0138	0,0125	0,0116	0,0104	0,0096	0,0091	0,0087	0,0084	0,0082	0,0080	0,0073	0,0070	
20	0,0202	0,0159	0,0137	0,0124	0,0115	0,0103	0,0096	0,0091	0,0087	0,0084	0,0082	0,0080	0,0073	0,0070	
21	0,0201	0,0158	0,0137	0,0124	0,0115	0,0103	0,0096	0,0091	0,0087	0,0084	0,0081	0,0079	0,0073	0,0070	
22	0,0199	0,0157	0,0136	0,0123	0,0114	0,0103	0,0095	0,0090	0,0087	0,0084	0,0081	0,0079	0,0073	0,0069	
23	0,0198	0,0156	0,0135	0,0122	0,0114	0,0102	0,0095	0,0090	0,0086	0,0083	0,0081	0,0079	0,0073	0,0069	
24	0,0197	0,0156	0,0135	0,0122	0,0113	0,0102	0,0095	0,0090	0,0086	0,0083	0,0081	0,0079	0,0073	0,0069	
25	0,0196	0,0155	0,0134	0,0121	0,0113	0,0102	0,0095	0,0090	0,0086	0,0083	0,0081	0,0079	0,0073	0,0069	
26	0,0195	0,0154	0,0134	0,0121	0,0112	0,0101	0,0094	0,0089	0,0086	0,0083	0,0081	0,0079	0,0072	0,0069	
27	0,0194	0,0153	0,0133	0,0121	0,0112	0,0101	0,0094	0,0089	0,0086	0,0083	0,0080	0,0078	0,0072	0,0069	
28	0,0193	0,0153	0,0133	0,0120	0,0112	0,0101	0,0094	0,0089	0,0085	0,0083	0,0080	0,0078	0,0072	0,0069	
29	0,0192	0,0152	0,0132	0,0120	0,0111	0,0101	0,0094	0,0089	0,0085	0,0082	0,0080	0,0078	0,0072	0,0069	
30	0,0191	0,0152	0,0132	0,0120	0,0111	0,0100	0,0093	0,0089	0,0085	0,0082	0,0080	0,0078	0,0072	0,0069	

$$a, P(\alpha > a) = 10\%, \alpha_{nom.} = 0,005$$

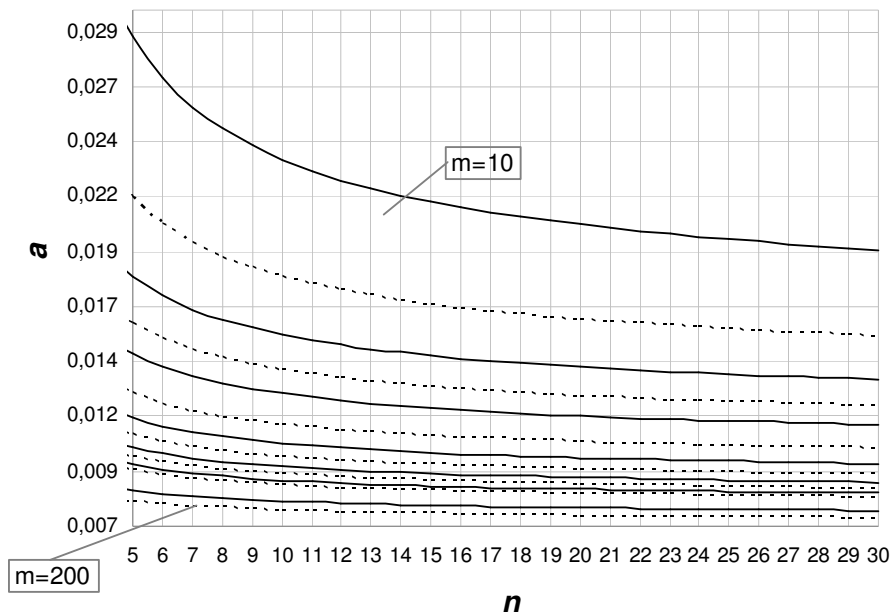
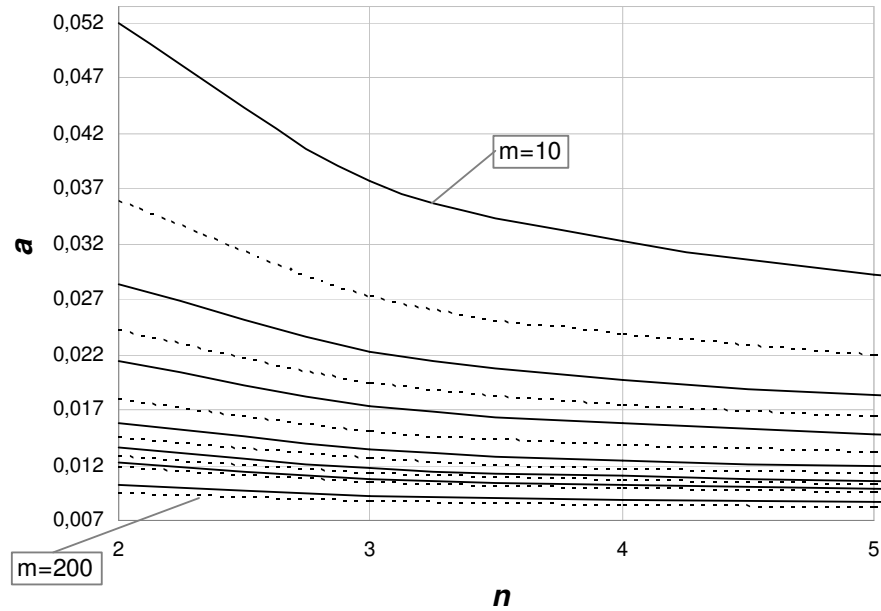


Figura 4.5 - Gráfico dos percentis de 90% do risco α real do gráfico de S com limites probabilidade e $\alpha_{nom} = 0,0050$, em função de n e m .

Tabela 4.7 – Percentis de 85% do risco α real do gráfico de S com limites probabilidade e $\alpha_{nom}=0,005$, em função de n e m .

		$a, P(\alpha > a) = 0,15 \text{ e } \alpha_{nominal} = 0,005$													
n	$m =$	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200
2	0,0347	0,0251	0,0206	0,0179	0,0161	0,0139	0,0126	0,0116	0,0109	0,0104	0,0100	0,0097	0,0086	0,0080	
3	0,0263	0,0198	0,0167	0,0148	0,0135	0,0119	0,0109	0,0102	0,0097	0,0093	0,0090	0,0087	0,0079	0,0074	
4	0,0230	0,0177	0,0151	0,0135	0,0125	0,0111	0,0102	0,0096	0,0092	0,0088	0,0086	0,0083	0,0076	0,0072	
5	0,0212	0,0165	0,0142	0,0128	0,0118	0,0106	0,0098	0,0093	0,0089	0,0086	0,0083	0,0081	0,0074	0,0070	
6	0,0200	0,0158	0,0136	0,0123	0,0114	0,0103	0,0095	0,0090	0,0087	0,0084	0,0081	0,0079	0,0073	0,0069	
7	0,0192	0,0152	0,0132	0,0120	0,0111	0,0100	0,0093	0,0089	0,0085	0,0082	0,0080	0,0078	0,0072	0,0069	
8	0,0185	0,0148	0,0129	0,0117	0,0109	0,0099	0,0092	0,0087	0,0084	0,0081	0,0079	0,0077	0,0071	0,0068	
9	0,0181	0,0145	0,0126	0,0115	0,0107	0,0097	0,0091	0,0086	0,0083	0,0080	0,0078	0,0077	0,0071	0,0068	
10	0,0177	0,0142	0,0124	0,0113	0,0106	0,0096	0,0090	0,0085	0,0082	0,0080	0,0078	0,0076	0,0070	0,0067	
11	0,0173	0,0140	0,0123	0,0112	0,0105	0,0095	0,0089	0,0085	0,0082	0,0079	0,0077	0,0075	0,0070	0,0067	
12	0,0171	0,0138	0,0121	0,0111	0,0104	0,0094	0,0088	0,0084	0,0081	0,0079	0,0077	0,0075	0,0070	0,0067	
13	0,0168	0,0136	0,0120	0,0110	0,0103	0,0094	0,0088	0,0084	0,0081	0,0078	0,0076	0,0075	0,0069	0,0067	
14	0,0166	0,0135	0,0119	0,0109	0,0102	0,0093	0,0087	0,0083	0,0080	0,0078	0,0076	0,0074	0,0069	0,0066	
15	0,0164	0,0134	0,0118	0,0108	0,0101	0,0092	0,0087	0,0083	0,0080	0,0078	0,0076	0,0074	0,0069	0,0066	
16	0,0163	0,0132	0,0117	0,0107	0,0101	0,0092	0,0086	0,0082	0,0080	0,0077	0,0075	0,0074	0,0069	0,0066	
17	0,0161	0,0131	0,0116	0,0107	0,0100	0,0091	0,0086	0,0082	0,0079	0,0077	0,0075	0,0074	0,0069	0,0066	
18	0,0160	0,0131	0,0116	0,0106	0,0100	0,0091	0,0086	0,0082	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0068	0,0066	
19	0,0159	0,0130	0,0115	0,0106	0,0099	0,0091	0,0085	0,0082	0,0079	0,0076	0,0075	0,0073	0,0068	0,0066	
20	0,0158	0,0129	0,0114	0,0105	0,0099	0,0090	0,0085	0,0081	0,0078	0,0076	0,0075	0,0073	0,0068	0,0065	
21	0,0157	0,0128	0,0114	0,0105	0,0098	0,0090	0,0085	0,0081	0,0078	0,0076	0,0074	0,0073	0,0068	0,0065	
22	0,0156	0,0128	0,0113	0,0104	0,0098	0,0090	0,0085	0,0081	0,0078	0,0076	0,0074	0,0073	0,0068	0,0065	
23	0,0155	0,0127	0,0113	0,0104	0,0098	0,0090	0,0084	0,0081	0,0078	0,0076	0,0074	0,0073	0,0068	0,0065	
24	0,0154	0,0127	0,0112	0,0104	0,0097	0,0089	0,0084	0,0081	0,0078	0,0076	0,0074	0,0072	0,0068	0,0065	
25	0,0153	0,0126	0,0112	0,0103	0,0097	0,0089	0,0084	0,0080	0,0078	0,0075	0,0074	0,0072	0,0068	0,0065	
26	0,0153	0,0126	0,0112	0,0103	0,0097	0,0089	0,0084	0,0080	0,0077	0,0075	0,0074	0,0072	0,0068	0,0065	
27	0,0152	0,0125	0,0111	0,0103	0,0097	0,0089	0,0084	0,0080	0,0077	0,0075	0,0074	0,0072	0,0068	0,0065	
28	0,0151	0,0125	0,0111	0,0102	0,0096	0,0088	0,0083	0,0080	0,0077	0,0075	0,0073	0,0072	0,0067	0,0065	
29	0,0151	0,0124	0,0111	0,0102	0,0096	0,0088	0,0083	0,0080	0,0077	0,0075	0,0073	0,0072	0,0067	0,0065	
30	0,0150	0,0124	0,0110	0,0102	0,0096	0,0088	0,0083	0,0080	0,0077	0,0075	0,0073	0,0072	0,0067	0,0065	

$$a, P(\alpha > a) = 15\%, \alpha_{nom.} = 0,005$$

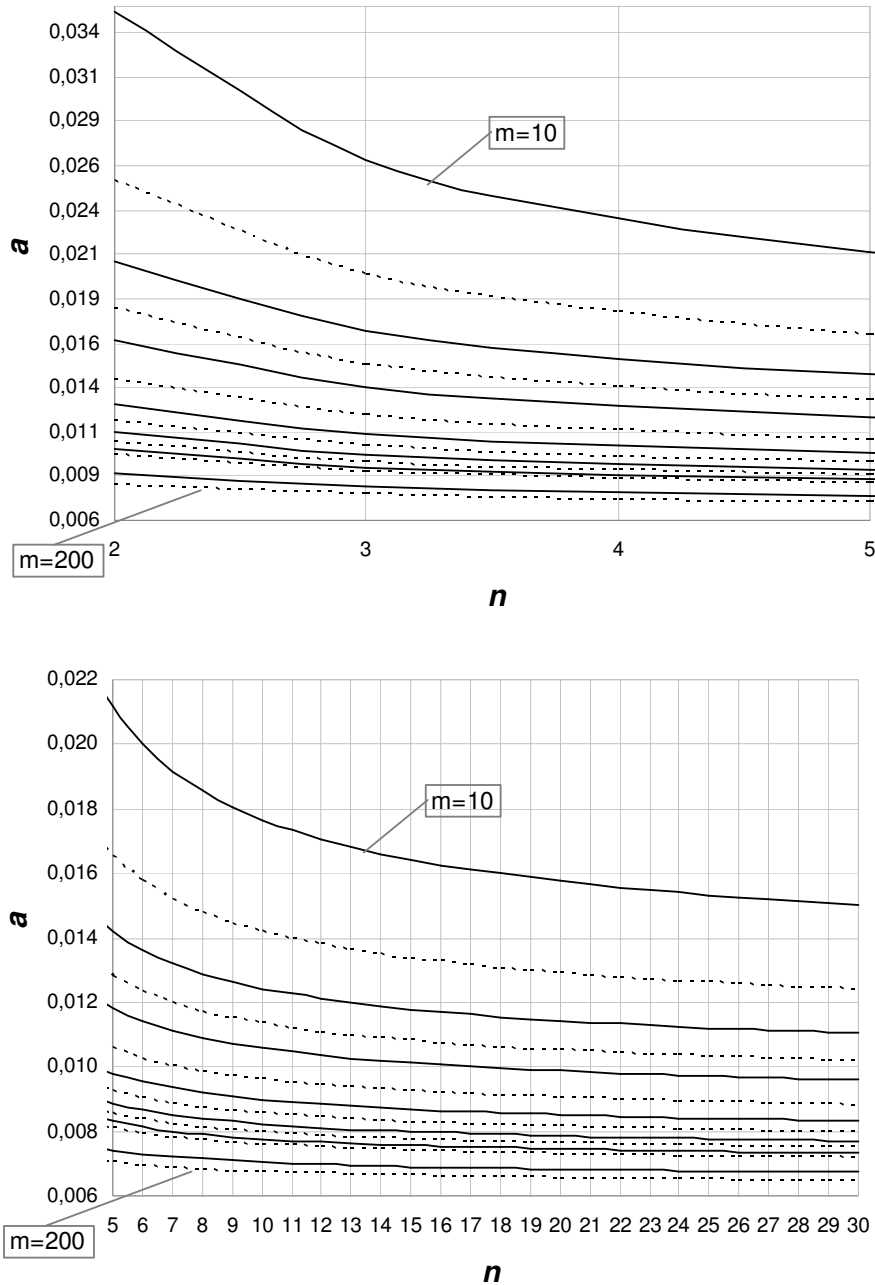


Figura 4.6 – Gráfico dos percentis de 85% do risco α real do gráfico de S com limites probabilidade e $\alpha_{nom} = 0,0050$, em função de n e m .

Para o risco α do gráfico de S com limites de probabilidade e um valor especificado $\alpha_{nom} = 0,0027$, o menor percentil de 95% é igual a 0,0042 (ver Tabela 5.8 e Figura 5.7); de 90% é igual a 0,0038 (ver Tabela 5.9 e Figura 5.8); e o menor percentil de 85% é de 0,0036 (ver Tabela 5.10 e Figura 5.9). Para esse

caso ($\alpha_{nom} = 0,0027$), o menor percentil ($P(\alpha > 0,0036) = 0,15$) que se obtém para níveis de confiança razoáveis, é aproximadamente 33% maior que o valor do risco α nominal.

Tabela 4.8 - Percentis de 95% do risco α real do gráfico de S com limites probabilidade e $\alpha_{nom} = 0,0027$, em função de n e m .

		$a, P(\alpha > a) = 0,05 \text{ e } \alpha_{nominal} = 0,0027$													
n	$m =$	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200
2	0,0686	0,0416	0,0303	0,0242	0,0204	0,0159	0,0134	0,0118	0,0106	0,0098	0,0091	0,0086	0,0070	0,0062	
3	0,0435	0,0279	0,0211	0,0173	0,0149	0,0121	0,0104	0,0093	0,0086	0,0080	0,0075	0,0071	0,0060	0,0054	
4	0,0347	0,0229	0,0177	0,0148	0,0129	0,0106	0,0093	0,0084	0,0077	0,0072	0,0069	0,0065	0,0056	0,0051	
5	0,0302	0,0204	0,0159	0,0134	0,0118	0,0098	0,0086	0,0078	0,0072	0,0068	0,0065	0,0062	0,0054	0,0049	
6	0,0274	0,0187	0,0148	0,0125	0,0111	0,0093	0,0082	0,0075	0,0069	0,0065	0,0062	0,0060	0,0052	0,0048	
7	0,0255	0,0176	0,0140	0,0119	0,0106	0,0089	0,0079	0,0072	0,0067	0,0064	0,0061	0,0058	0,0051	0,0047	
8	0,0241	0,0168	0,0134	0,0115	0,0102	0,0086	0,0077	0,0070	0,0066	0,0062	0,0059	0,0057	0,0050	0,0046	
9	0,0231	0,0161	0,0129	0,0111	0,0099	0,0084	0,0075	0,0069	0,0064	0,0061	0,0058	0,0056	0,0049	0,0046	
10	0,0222	0,0156	0,0126	0,0108	0,0097	0,0082	0,0073	0,0068	0,0063	0,0060	0,0057	0,0055	0,0049	0,0045	
11	0,0215	0,0152	0,0123	0,0106	0,0095	0,0081	0,0072	0,0067	0,0062	0,0059	0,0057	0,0055	0,0048	0,0045	
12	0,0209	0,0149	0,0120	0,0104	0,0093	0,0079	0,0071	0,0066	0,0062	0,0059	0,0056	0,0054	0,0048	0,0044	
13	0,0204	0,0146	0,0118	0,0102	0,0092	0,0078	0,0070	0,0065	0,0061	0,0058	0,0056	0,0054	0,0047	0,0044	
14	0,0200	0,0143	0,0116	0,0101	0,0090	0,0077	0,0070	0,0064	0,0060	0,0058	0,0055	0,0053	0,0047	0,0044	
15	0,0196	0,0141	0,0115	0,0099	0,0089	0,0077	0,0069	0,0064	0,0060	0,0057	0,0055	0,0053	0,0047	0,0044	
16	0,0193	0,0139	0,0113	0,0098	0,0088	0,0076	0,0068	0,0063	0,0060	0,0057	0,0054	0,0053	0,0047	0,0043	
17	0,0190	0,0137	0,0112	0,0097	0,0087	0,0075	0,0068	0,0063	0,0059	0,0056	0,0054	0,0052	0,0046	0,0043	
18	0,0187	0,0135	0,0111	0,0096	0,0087	0,0075	0,0067	0,0062	0,0059	0,0056	0,0054	0,0052	0,0046	0,0043	
19	0,0185	0,0134	0,0110	0,0095	0,0086	0,0074	0,0067	0,0062	0,0058	0,0056	0,0054	0,0052	0,0046	0,0043	
20	0,0183	0,0132	0,0109	0,0095	0,0085	0,0074	0,0067	0,0062	0,0058	0,0055	0,0053	0,0052	0,0046	0,0043	
21	0,0181	0,0131	0,0108	0,0094	0,0085	0,0073	0,0066	0,0061	0,0058	0,0055	0,0053	0,0051	0,0046	0,0043	
22	0,0179	0,0130	0,0107	0,0093	0,0084	0,0073	0,0066	0,0061	0,0058	0,0055	0,0053	0,0051	0,0046	0,0043	
23	0,0177	0,0129	0,0106	0,0093	0,0084	0,0072	0,0066	0,0061	0,0057	0,0055	0,0053	0,0051	0,0045	0,0042	
24	0,0175	0,0128	0,0105	0,0092	0,0083	0,0072	0,0065	0,0061	0,0057	0,0055	0,0053	0,0051	0,0045	0,0042	
25	0,0174	0,0127	0,0105	0,0092	0,0083	0,0072	0,0065	0,0060	0,0057	0,0054	0,0052	0,0051	0,0045	0,0042	
26	0,0173	0,0126	0,0104	0,0091	0,0082	0,0071	0,0065	0,0060	0,0057	0,0054	0,0052	0,0051	0,0045	0,0042	
27	0,0171	0,0125	0,0104	0,0091	0,0082	0,0071	0,0065	0,0060	0,0057	0,0054	0,0052	0,0050	0,0045	0,0042	
28	0,0170	0,0125	0,0103	0,0090	0,0082	0,0071	0,0064	0,0060	0,0057	0,0054	0,0052	0,0050	0,0045	0,0042	
29	0,0169	0,0124	0,0103	0,0090	0,0081	0,0071	0,0064	0,0060	0,0056	0,0054	0,0052	0,0050	0,0045	0,0042	
30	0,0168	0,0123	0,0102	0,0089	0,0081	0,0070	0,0064	0,0059	0,0056	0,0054	0,0052	0,0050	0,0045	0,0042	

$$a, P(\alpha > a) = 5\%, \alpha_{nom.} = 0,0027$$

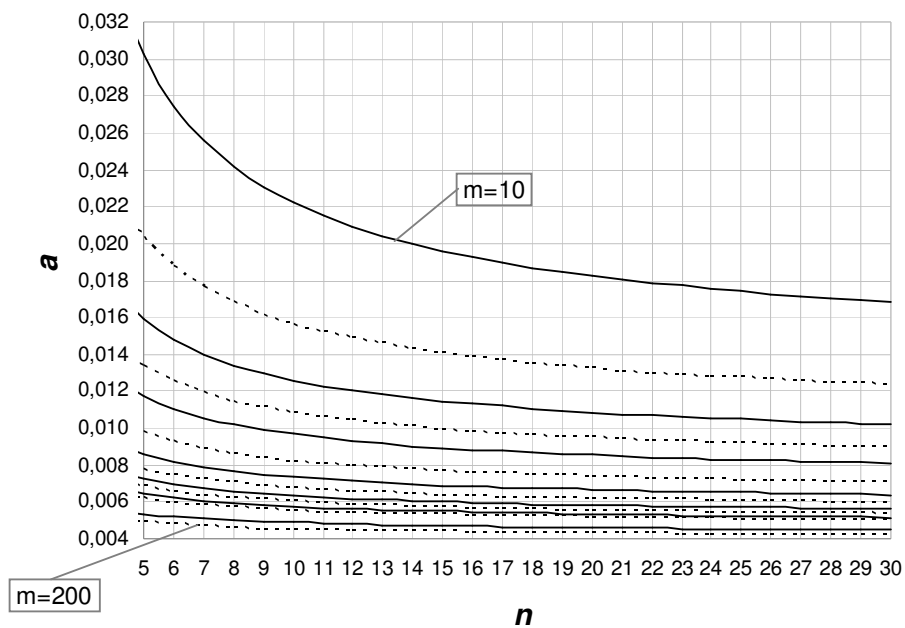
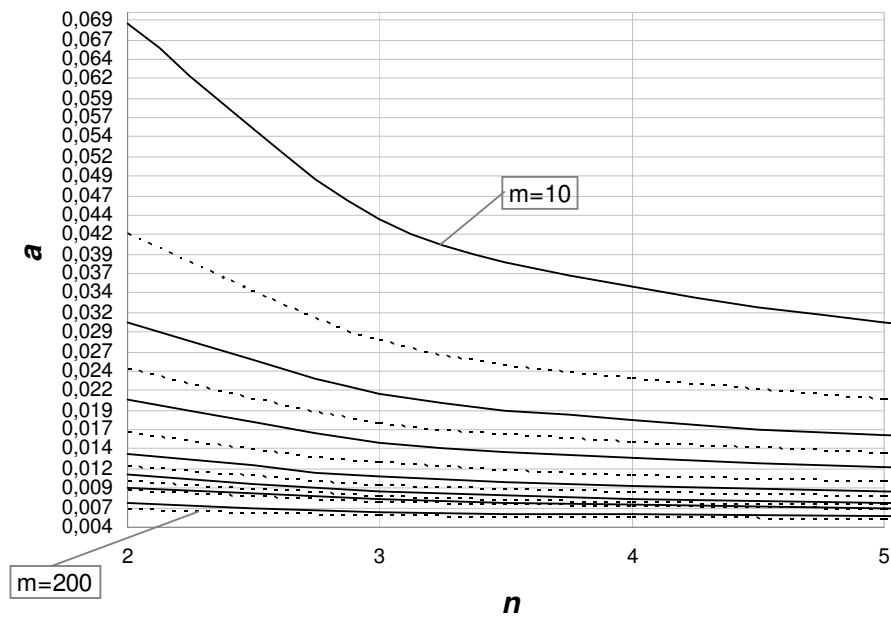


Figura 4.7 - Gráfico dos percentis de 95% do risco α real do gráfico de S com limites probabilidade e $\alpha_{nom}=0,0027$, em função de n e m .

Tabela 4.9 - Percentis de 90% do risco α real do gráfico de S com limites probabilidade e $\alpha_{nom}=0,0027$, em função de n e m .

		$a, P(\alpha > a) = 0,10 \text{ e } \alpha_{nominal} = 0,0027$													
n	$m =$	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200
2	0,0374	0,0244	0,0187	0,0156	0,0135	0,0111	0,0096	0,0087	0,0080	0,0075	0,0071	0,0067	0,0057	0,0052	
3	0,0254	0,0175	0,0139	0,0118	0,0105	0,0088	0,0079	0,0072	0,0067	0,0063	0,0060	0,0058	0,0051	0,0047	
4	0,0210	0,0149	0,0121	0,0104	0,0093	0,0080	0,0071	0,0066	0,0062	0,0059	0,0056	0,0054	0,0048	0,0044	
5	0,0187	0,0135	0,0111	0,0096	0,0087	0,0075	0,0067	0,0062	0,0059	0,0056	0,0054	0,0052	0,0046	0,0043	
6	0,0173	0,0126	0,0104	0,0091	0,0082	0,0071	0,0065	0,0060	0,0057	0,0054	0,0052	0,0050	0,0045	0,0042	
7	0,0163	0,0120	0,0100	0,0087	0,0079	0,0069	0,0063	0,0059	0,0055	0,0053	0,0051	0,0049	0,0044	0,0042	
8	0,0156	0,0115	0,0096	0,0085	0,0077	0,0067	0,0061	0,0057	0,0054	0,0052	0,0050	0,0049	0,0044	0,0041	
9	0,0150	0,0112	0,0094	0,0083	0,0075	0,0066	0,0060	0,0056	0,0053	0,0051	0,0049	0,0048	0,0043	0,0041	
10	0,0145	0,0109	0,0091	0,0081	0,0074	0,0065	0,0059	0,0056	0,0053	0,0051	0,0049	0,0047	0,0043	0,0040	
11	0,0141	0,0107	0,0090	0,0079	0,0073	0,0064	0,0059	0,0055	0,0052	0,0050	0,0048	0,0047	0,0043	0,0040	
12	0,0138	0,0105	0,0088	0,0078	0,0072	0,0063	0,0058	0,0054	0,0052	0,0050	0,0048	0,0047	0,0042	0,0040	
13	0,0136	0,0103	0,0087	0,0077	0,0071	0,0063	0,0057	0,0054	0,0051	0,0049	0,0048	0,0046	0,0042	0,0040	
14	0,0133	0,0101	0,0086	0,0076	0,0070	0,0062	0,0057	0,0053	0,0051	0,0049	0,0047	0,0046	0,0042	0,0039	
15	0,0131	0,0100	0,0085	0,0076	0,0069	0,0061	0,0056	0,0053	0,0051	0,0049	0,0047	0,0046	0,0042	0,0039	
16	0,0129	0,0099	0,0084	0,0075	0,0069	0,0061	0,0056	0,0053	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046	0,0041	0,0039	
17	0,0128	0,0098	0,0083	0,0074	0,0068	0,0061	0,0056	0,0052	0,0050	0,0048	0,0047	0,0045	0,0041	0,0039	
18	0,0126	0,0097	0,0082	0,0074	0,0068	0,0060	0,0055	0,0052	0,0050	0,0048	0,0046	0,0045	0,0041	0,0039	
19	0,0125	0,0096	0,0082	0,0073	0,0067	0,0060	0,0055	0,0052	0,0050	0,0048	0,0046	0,0045	0,0041	0,0039	
20	0,0124	0,0095	0,0081	0,0073	0,0067	0,0060	0,0055	0,0052	0,0049	0,0048	0,0046	0,0045	0,0041	0,0039	
21	0,0123	0,0095	0,0081	0,0072	0,0067	0,0059	0,0055	0,0052	0,0049	0,0047	0,0046	0,0045	0,0041	0,0039	
22	0,0122	0,0094	0,0080	0,0072	0,0066	0,0059	0,0054	0,0051	0,0049	0,0047	0,0046	0,0045	0,0041	0,0039	
23	0,0121	0,0093	0,0080	0,0071	0,0066	0,0059	0,0054	0,0051	0,0049	0,0047	0,0046	0,0044	0,0041	0,0038	
24	0,0120	0,0093	0,0079	0,0071	0,0066	0,0059	0,0054	0,0051	0,0049	0,0047	0,0046	0,0044	0,0041	0,0038	
25	0,0119	0,0092	0,0079	0,0071	0,0065	0,0058	0,0054	0,0051	0,0049	0,0047	0,0045	0,0044	0,0040	0,0038	
26	0,0118	0,0092	0,0079	0,0071	0,0065	0,0058	0,0054	0,0051	0,0048	0,0047	0,0045	0,0044	0,0040	0,0038	
27	0,0118	0,0091	0,0078	0,0070	0,0065	0,0058	0,0054	0,0051	0,0048	0,0047	0,0045	0,0044	0,0040	0,0038	
28	0,0117	0,0091	0,0078	0,0070	0,0065	0,0058	0,0053	0,0050	0,0048	0,0046	0,0045	0,0044	0,0040	0,0038	
29	0,0116	0,0090	0,0078	0,0070	0,0064	0,0058	0,0053	0,0050	0,0048	0,0046	0,0045	0,0044	0,0040	0,0038	
30	0,0116	0,0090	0,0077	0,0070	0,0064	0,0057	0,0053	0,0050	0,0048	0,0046	0,0045	0,0044	0,0040	0,0038	

$$a, P(\alpha > a) = 10\%, \alpha_{nom.} = 0,0027$$

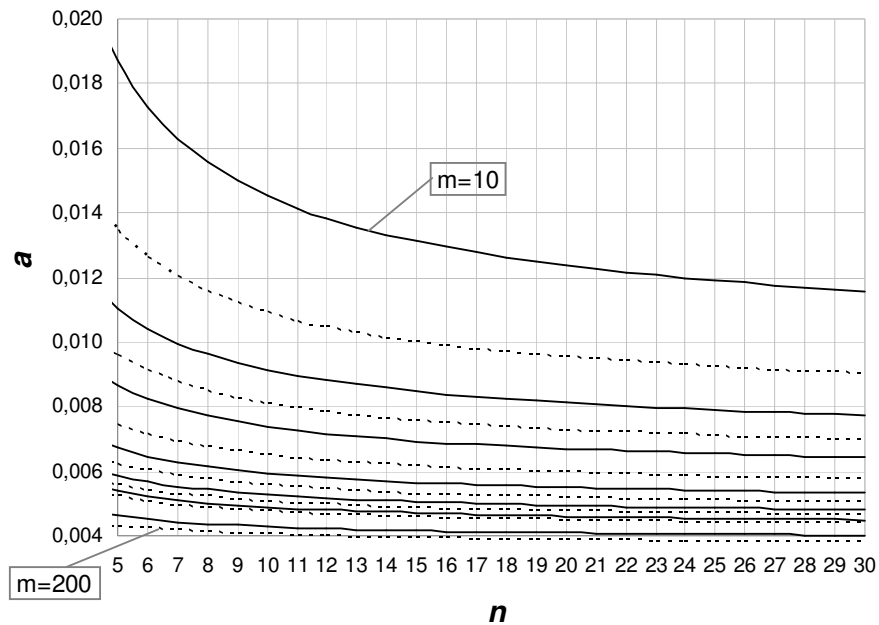
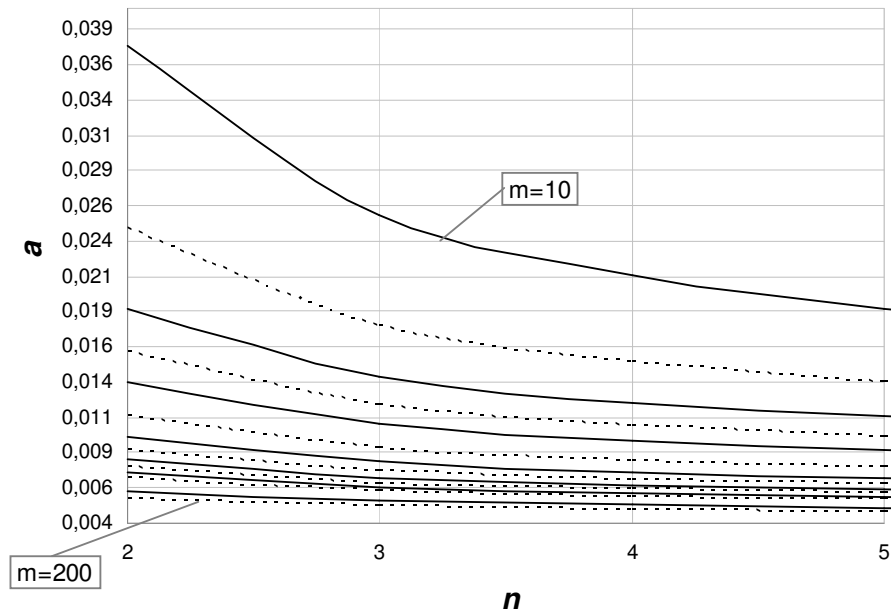


Figura 4.8 - Gráfico dos percentis de 90% do risco α real do gráfico de S com limites probabilidade e $\alpha_{nom}=0,0027$, em função de n e m .

Tabela 4.10 - Percentis de 85% do risco α real do gráfico de S com limites probabilidade e $\alpha_{nom}= 0,0027$, em função de n e m .

		$a, P(\alpha > a) = 0,15 \text{ e } \alpha_{nominal} = 0,0027$													
n	$m =$	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200
2	0,0240	0,0167	0,0133	0,0114	0,0101	0,0086	0,0076	0,0070	0,0065	0,0062	0,0059	0,0057	0,0050	0,0046	
3	0,0172	0,0126	0,0104	0,0091	0,0082	0,0071	0,0065	0,0060	0,0057	0,0054	0,0052	0,0050	0,0045	0,0042	
4	0,0147	0,0110	0,0092	0,0081	0,0074	0,0065	0,0060	0,0056	0,0053	0,0051	0,0049	0,0048	0,0043	0,0040	
5	0,0133	0,0101	0,0086	0,0076	0,0070	0,0062	0,0057	0,0053	0,0051	0,0049	0,0047	0,0046	0,0042	0,0039	
6	0,0125	0,0096	0,0082	0,0073	0,0067	0,0060	0,0055	0,0052	0,0049	0,0048	0,0046	0,0045	0,0041	0,0039	
7	0,0119	0,0092	0,0079	0,0071	0,0065	0,0058	0,0054	0,0051	0,0048	0,0047	0,0045	0,0044	0,0040	0,0038	
8	0,0114	0,0089	0,0076	0,0069	0,0064	0,0057	0,0053	0,0050	0,0048	0,0046	0,0045	0,0044	0,0040	0,0038	
9	0,0110	0,0087	0,0075	0,0067	0,0062	0,0056	0,0052	0,0049	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0040	0,0038	
10	0,0108	0,0085	0,0073	0,0066	0,0061	0,0055	0,0051	0,0049	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0039	0,0037	
11	0,0105	0,0083	0,0072	0,0065	0,0061	0,0055	0,0051	0,0048	0,0046	0,0045	0,0043	0,0042	0,0039	0,0037	
12	0,0103	0,0082	0,0071	0,0064	0,0060	0,0054	0,0050	0,0048	0,0046	0,0044	0,0043	0,0042	0,0039	0,0037	
13	0,0102	0,0081	0,0070	0,0064	0,0059	0,0054	0,0050	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0042	0,0039	0,0037	
14	0,0100	0,0080	0,0069	0,0063	0,0059	0,0053	0,0050	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0042	0,0038	0,0037	
15	0,0099	0,0079	0,0069	0,0063	0,0058	0,0053	0,0049	0,0047	0,0045	0,0044	0,0042	0,0041	0,0038	0,0037	
16	0,0098	0,0078	0,0068	0,0062	0,0058	0,0052	0,0049	0,0047	0,0045	0,0043	0,0042	0,0041	0,0038	0,0037	
17	0,0097	0,0077	0,0068	0,0062	0,0058	0,0052	0,0049	0,0046	0,0045	0,0043	0,0042	0,0041	0,0038	0,0036	
18	0,0096	0,0077	0,0067	0,0061	0,0057	0,0052	0,0049	0,0046	0,0044	0,0043	0,0042	0,0041	0,0038	0,0036	
19	0,0095	0,0076	0,0067	0,0061	0,0057	0,0052	0,0048	0,0046	0,0044	0,0043	0,0042	0,0041	0,0038	0,0036	
20	0,0094	0,0076	0,0066	0,0061	0,0057	0,0051	0,0048	0,0046	0,0044	0,0043	0,0042	0,0041	0,0038	0,0036	
21	0,0093	0,0075	0,0066	0,0060	0,0056	0,0051	0,0048	0,0046	0,0044	0,0043	0,0042	0,0041	0,0038	0,0036	
22	0,0093	0,0075	0,0066	0,0060	0,0056	0,0051	0,0048	0,0046	0,0044	0,0043	0,0041	0,0041	0,0038	0,0036	
23	0,0092	0,0074	0,0065	0,0060	0,0056	0,0051	0,0048	0,0045	0,0044	0,0042	0,0041	0,0040	0,0038	0,0036	
24	0,0092	0,0074	0,0065	0,0060	0,0056	0,0051	0,0048	0,0045	0,0044	0,0042	0,0041	0,0040	0,0038	0,0036	
25	0,0091	0,0074	0,0065	0,0059	0,0056	0,0051	0,0047	0,0045	0,0044	0,0042	0,0041	0,0040	0,0037	0,0036	
26	0,0091	0,0073	0,0065	0,0059	0,0055	0,0050	0,0047	0,0045	0,0043	0,0042	0,0041	0,0040	0,0037	0,0036	
27	0,0090	0,0073	0,0064	0,0059	0,0055	0,0050	0,0047	0,0045	0,0043	0,0042	0,0041	0,0040	0,0037	0,0036	
28	0,0090	0,0073	0,0064	0,0059	0,0055	0,0050	0,0047	0,0045	0,0043	0,0042	0,0041	0,0040	0,0037	0,0036	
29	0,0089	0,0073	0,0064	0,0059	0,0055	0,0050	0,0047	0,0045	0,0043	0,0042	0,0041	0,0040	0,0037	0,0036	
30	0,0089	0,0072	0,0064	0,0058	0,0055	0,0050	0,0047	0,0045	0,0043	0,0042	0,0041	0,0040	0,0037	0,0036	

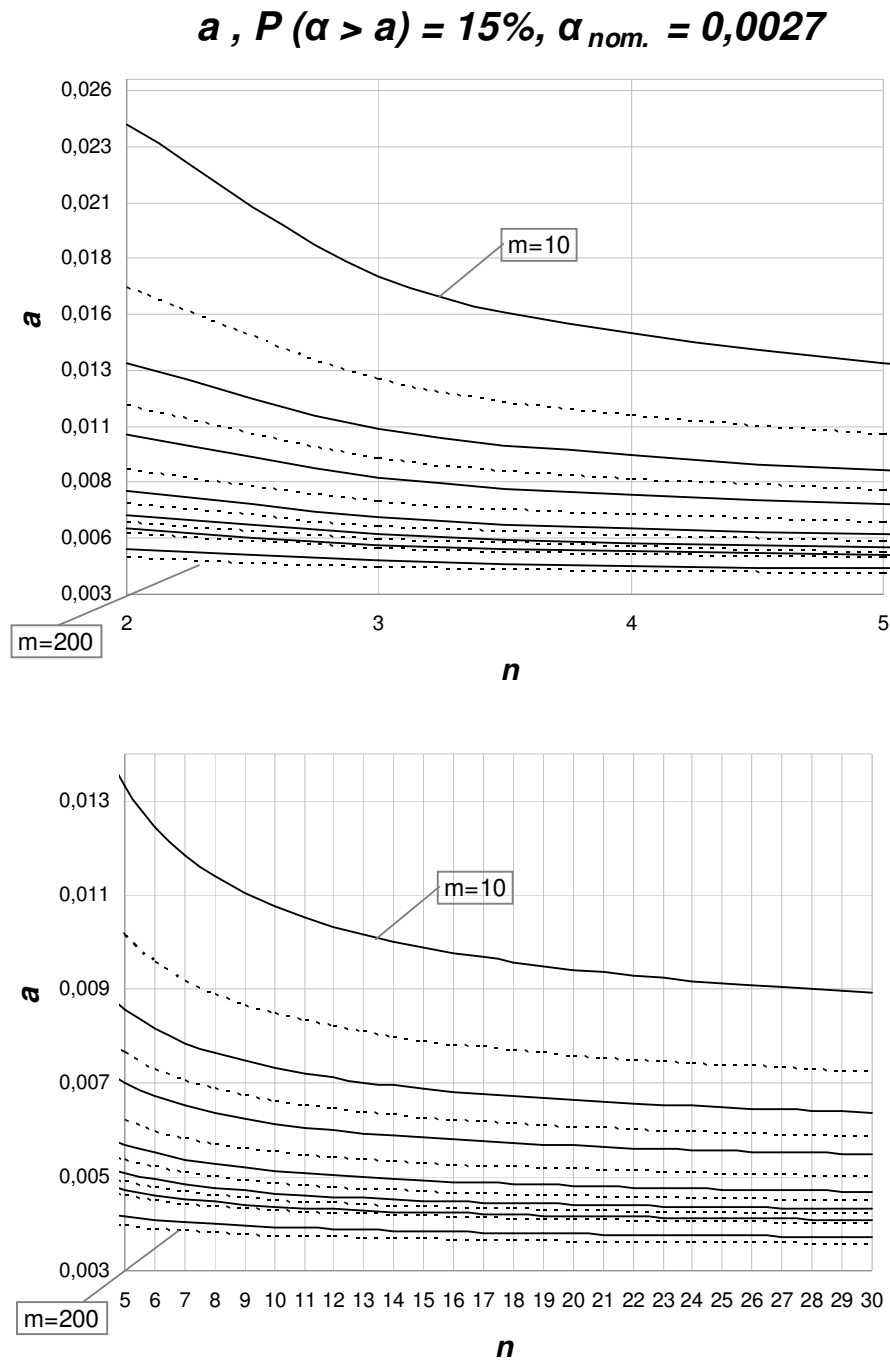


Figura 4.9 - Gráfico dos percentis de 85% do risco α real do gráfico de S com limites probabilidade e $\alpha_{nom} = 0,0027$, em função de n e m .

4.3.

Metodologia da Análise 3: Determinação do número mínimo de amostras m para cada tamanho de amostra n que garante com um percentual de probabilidade que o risco α real não é maior que $\varepsilon\%$ em relação ao risco α nominal.

Nesta Seção, determina-se, para cada tamanho de amostras n e um risco α “nominal” α_{nom} dado, o número mínimo de amostras m necessário para garantir, com um nível especificado $100(1-p)\%$ de certeza que o risco α real, α_{real} , não exceda α_{nom} por mais que um percentual ε também especificado. Assim:

$$\alpha_{real} = \alpha_{nom} + \frac{\varepsilon}{100} \alpha_{nom} = \left(1 + \frac{\varepsilon}{100}\right) \alpha_{nom}. \quad (4.3.1)$$

Quando $k = 1$, $\varepsilon = 0$ e $\alpha_{real} = \alpha_{nom}$, portanto, o risco α do gráfico de S corresponderá ao valor nominal do erro do tipo I.

Igualando as expressões (3.2.2), para o risco α do gráfico de S com limites de três-sigma ($k = 1$ e $\gamma = 1$), e (4.3.1) acima, tem-se que:

$$\alpha_{real} = P\left(\chi_{n-1}^2 > (n-1)k^2 \left(c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2}\right)^2\right) = \left(1 + \frac{\varepsilon}{100}\right) \alpha_{nom} \quad (4.3.2)$$

Então, $(n-1)k^2 \left(c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2}\right)^2$ tem que ser o quantil de $1-\alpha_{real}$ da variável χ_{n-1}^2 , ou seja, $(n-1)k^2 \left(c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2}\right)^2 = \chi_{n-1, \alpha_{real}}^2$. Para tanto, k deverá ser igual a um valor k_p , definido pela seguinte razão:

$$k_p = \sqrt{\frac{\chi_{n-1, \alpha_{real}}^2}{(n-1) \left(c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2}\right)^2}} = \sqrt{\frac{\chi_{n-1, \left(1 + \frac{\varepsilon}{100}\right) \alpha_{nom}}^2}{\chi_{n-1, \alpha_{nom}}^2}} \quad (4.3.3)$$

Como o nível $100(1-p)\%$ de certeza é especificado pelo usuário para a probabilidade $P(\alpha_{real} \leq \alpha_{nom})$, sendo p a probabilidade, ou risco $P(\alpha_{real} > \alpha_{nom})$, é preciso que a probabilidade de k ser menor ou igual ao valor k_p seja igual a p (ver, por exemplo, equação 3.2.6). Portanto, lembrando que k pode ser considerado como normalmente distribuído,

$$P(k \leq k_p) = p = \Phi\left(\frac{k_p - \mu_k}{\sigma_k}\right) \quad (4.3.4)$$

De (3.2.4) tem-se que $\mu_k = 1$, constante, e σ_k é função de m e de n , dado por:

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1 - c_4^2}{c_4^2 m}} \quad (4.3.5)$$

(Notar que c_4 é função de n). Portanto, é possível determinar o valor de m , tal que (4.3.4) seja satisfeita. Ele será o valor de m que faça:

$$\sigma_k = \frac{k_p - 1}{\Phi^{-1}(p)} \quad (4.3.6)$$

como é fácil verificar, substituindo μ_k por 1 em (4.3.4).

Igualando (4.3.5) e (4.3.6), chega-se a:

$$m = \frac{1 - c_4^2}{c_4^2} \cdot \left(\frac{\Phi^{-1}(p)}{k_p - 1} \right)^2 \quad (4.3.7)$$

Para o gráfico de S com limites de probabilidade (ver equação 3.2.7), para a determinação do α_{real} , tem-se que:

$$\alpha_{real} = P(\chi_{n-1}^2 > k^2 \chi_{n-1, \alpha}^2) = \left(1 + \frac{\varepsilon}{100}\right) \alpha_{nom} \quad (4.3.8)$$

Então, $k^2 \chi_{n-1, \alpha_{nom}}^2 = \chi_{n-1, \alpha_{real}}^2$, ou seja, o quantil de $1 - \alpha_{real}$ da distribuição χ_{n-1}^2 . Portanto, k deverá ser igual a um valor k_p , definido pela seguinte razão:

$$k_p = \sqrt{\frac{\chi_{n-1, \alpha_{real}}^2}{\chi_{n-1, \alpha_{nom}}^2}} = \sqrt{\frac{\chi_{n-1, \left(1 + \frac{\varepsilon}{100}\right) \alpha_{nom}}^2}{\chi_{n-1, \alpha_{nom}}^2}} \quad (4.3.9)$$

Da mesma forma que para os limites de três-sigma, o valor de m necessário continua sendo obtido por (4.3.7); apenas, agora k_p é dado por (4.3.9).

Note-se que, no caso de limites de três-sigma, α_{nom} (necessário para a determinação de α_{real} , $\chi_{n-1, \alpha_{real}}^2$ e conseqüentemente, k_p , através da equação 4.3.3) varia com n , devendo, para cada valor de n , ser calculado por (3.2.2), com $k = 1$ e $\gamma = 1$. Para limites de probabilidade, α_{nom} (utilizado na determinação de α_{real} , $\chi_{n-1, \alpha_{real}}^2$ e k_p , através da equação 4.3.7) é definido pelo usuário e, neste trabalho, são considerados os valores de 0,0027 e 0,0050; os valores considerados para a probabilidade p foram 5, 10 e 15% e para o desvio percentual ε foram 10, 20, 30, 40 e 50%.

4.3.1.**Resultados e Discussão da Análise 3**

A Análise 3 para o risco α permite ao usuário determinar, para cada tamanho de amostras n , o número mínimo de amostras m necessário para garantir no máximo uma diferença percentual ε entre o risco α nominal e o risco α real. A partir da análise das Tabelas 5.11, 5.12 e 5.13, pode-se constatar que os menores valores para m são obtidos quando se admite uma diferença grande entre o risco α real e o risco α nominal e/ou uma probabilidade $P(\alpha > a)$ maior. Da mesma forma, evidentemente, para amostras maiores, o número mínimo de amostras iniciais requerido diminui. Considerando o gráfico de S com limites de três-sigma, por exemplo, para $\varepsilon = 50\%$ o menor número de amostras iniciais que garante com 85% de probabilidade que o risco α_{real} não é maior que 50% em relação ao α_{nom} ($P(\alpha_{real} > 1,5\alpha_{nom.}) = 0,15$) é, no mínimo, de 100 amostras de tamanho $n = 29$ ou 30 (ver Tabela 5.11 e Figura 5.12). De acordo com a Tabela 5.11, é possível garantir que $P(\alpha_{real} > 1,5\alpha_{nom.}) = 0,15$, com 126 amostras iniciais de tamanho $n = 10$ ou ainda, com 155 amostras de tamanho $n = 5$. Para probabilidades de ultrapassagem do risco α_{nom} menores, por exemplo, $P(\alpha_{real} > 1,5\alpha_{nom.}) = 0,10$, o número mínimo de amostras necessário aumenta consideravelmente, passando a ser de 152 amostras de tamanho $n = 30$; 192 amostras de tamanho $n = 10$; e 237 amostras de tamanho $n = 5$ (ver Tabela 5.11 e Figura 5.11).

Observa-se então, que o efeito do número de amostras é mais pronunciado que o do tamanho de amostra (um aumento em m tem maior impacto que um aumento de n na mesma proporção). Por exemplo, para $P(\alpha_{real} > 1,5\alpha_{nom.}) = 0,15$, aumentando n de 5 para 10 e para 30, m cai de 155 para 126 e para 100. No primeiro caso ($n = 5$), inspeciona-se um total de $5 \times 155 = 775$ unidades, no segundo caso, 1.260 unidades e no terceiro caso, 3.000 unidades; e em todos os três casos, obtém-se $P(\alpha_{real} > 1,5\alpha_{nom.}) = 0,15$. Considerando-se $P(\alpha_{real} > 1,5\alpha_{nom.}) = 0,10$, para $n = 5$ e $m = 237$, inspeciona-se 1.185 unidades; para $n = 10$ e $m = 192$, inspeciona-se 1.920 unidades; e para $n = 30$ e $m = 152$, inspeciona-se 4.560 unidades. Portanto, em termos do risco α , pelo menos, não é compensatório aumentar muito o tamanho de amostra;

escolhido um tamanho de amostra com base em outros critérios e considerações (poder desejado, por exemplo) vale mais a pena retirar um número maior de amostras iniciais do que considerar retirar amostras maiores. Além disso, amostras menores provavelmente serão retiradas com maior frequência, o que, na *Fase Inicial* do CEP, em que ainda não se tem muita certeza sobre a estabilidade do processo, é recomendável (ver Chirico, 1995).

Para diferenças percentuais entre o risco α_{real} e o risco α_{nom} menores, o número mínimo de amostras aumenta ainda mais. Ainda pela Tabela 5.11 e Figura 5.12, verifica-se por exemplo, que para $\varepsilon = 10\%$, o menor número de amostras iniciais que garante com 85% de probabilidade que o risco α_{real} não é maior que 10% em relação ao α_{nom} ($P(\alpha_{real} > 1,10\alpha_{nom.}) = 0,15$) é, no mínimo, de 1.843 amostras de tamanho $n = 30$; 2.337 amostras de tamanho $n = 10$ ou 2.880 amostras de tamanho $n = 5$.

Uma importante constatação a partir desta forma de apresentação dos dados é a de que o número de amostras inicial frequentemente utilizado na literatura de CEP, $m = 25$, não consta na Tabela 5.11, podendo-se inferir que não é possível obter com no mínimo 85% de probabilidade, um risco α_{real} no máximo 50% maior em relação ao α_{nom} . É equivalente afirmar que não é possível garantir com um razoável grau de certeza ($P \geq 85\%$), que $m = 25$ amostras iniciais, retiradas de um processo cujo desvio-padrão é desconhecido e estimado com erro, seja suficiente para estabelecer um risco α real no máximo 50% maior em relação ao risco α do gráfico de S com limites de três-sigma, quando σ_0 é estimado com precisão.

Tabela 4.11 - Número mínimo de amostras iniciais m em função de n para o gráfico de S com limites de três-sigma, com $p = 5, 10$ e 15% e $\varepsilon = 10, 20, 30, 40$ e 50% .

n	m														
	$\varepsilon = 10\%$			$\varepsilon = 20\%$			$\varepsilon = 30\%$			$\varepsilon = 40\%$			$\varepsilon = 50\%$		
	$P[\alpha_{\text{real}} > 1,10\alpha_{\text{nom}}]$			$P[\alpha_{\text{real}} > 1,20\alpha_{\text{nom}}]$			$P[\alpha_{\text{real}} > 1,30\alpha_{\text{nom}}]$			$P[\alpha_{\text{real}} > 1,40\alpha_{\text{nom}}]$			$P[\alpha_{\text{real}} > 1,50\alpha_{\text{nom}}]$		
	0,05	0,10	0,15	0,05	0,10	0,15	0,05	0,10	0,15	0,05	0,10	0,15	0,05	0,10	0,15
2	9.745	5.916	3.869	2.638	1.602	1.048	1.263	767	502	762	463	303	521	316	207
3	8.655	5.254	3.437	2.345	1.424	931	1.124	682	447	678	412	270	464	282	185
4	7.829	4.752	3.109	2.122	1.289	843	1.017	618	404	614	373	244	420	255	167
5	7.253	4.403	2.880	1.967	1.194	781	943	573	375	570	346	226	390	237	155
6	6.834	4.149	2.714	1.853	1.125	736	889	540	353	537	326	213	367	223	146
7	6.514	3.955	2.587	1.767	1.073	702	847	515	337	512	311	204	350	213	139
8	6.262	3.801	2.486	1.698	1.031	675	815	495	324	492	299	196	337	205	134
9	6.056	3.677	2.405	1.643	997	653	788	478	313	476	289	189	326	198	130
10	5.885	3.573	2.337	1.596	969	634	766	465	304	463	281	184	317	192	126
11	5.740	3.485	2.279	1.557	945	619	747	454	297	451	274	179	309	188	123
12	5.616	3.409	2.230	1.523	925	605	731	444	290	442	268	176	302	184	120
13	5.507	3.343	2.187	1.494	907	593	717	435	285	433	263	172	297	180	118
14	5.411	3.285	2.149	1.468	891	583	704	428	280	425	258	169	291	177	116
15	5.325	3.233	2.115	1.445	877	574	693	421	275	419	254	167	287	174	114
16	5.249	3.186	2.084	1.424	865	566	683	415	272	413	251	164	283	172	113
17	5.179	3.144	2.057	1.405	853	558	674	409	268	407	247	162	279	170	111
18	5.116	3.106	2.032	1.388	843	551	666	404	265	402	244	160	276	167	110
19	5.059	3.071	2.009	1.372	833	545	658	400	262	398	242	158	272	166	108
20	5.006	3.039	1.988	1.358	825	540	652	396	259	394	239	157	270	164	107
21	4.957	3.010	1.969	1.345	817	534	645	392	256	390	237	155	267	162	106
22	4.912	2.982	1.951	1.333	809	529	639	388	254	386	235	154	265	161	105
23	4.870	2.957	1.934	1.321	802	525	634	385	252	383	233	152	262	159	104
24	4.831	2.933	1.918	1.311	796	521	629	382	250	380	231	151	260	158	104
25	4.794	2.911	1.904	1.301	790	517	624	379	248	377	229	150	258	157	103
26	4.760	2.890	1.890	1.291	784	513	620	376	246	374	228	149	256	156	102
27	4.728	2.870	1.877	1.283	779	510	615	374	245	372	226	148	255	155	101
28	4.697	2.852	1.865	1.274	774	506	611	371	243	370	225	147	253	154	101
29	4.669	2.834	1.854	1.267	769	503	608	369	242	367	223	146	252	153	100
30	4.641	2.818	1.843	1.259	765	500	604	367	240	365	222	145	250	152	100

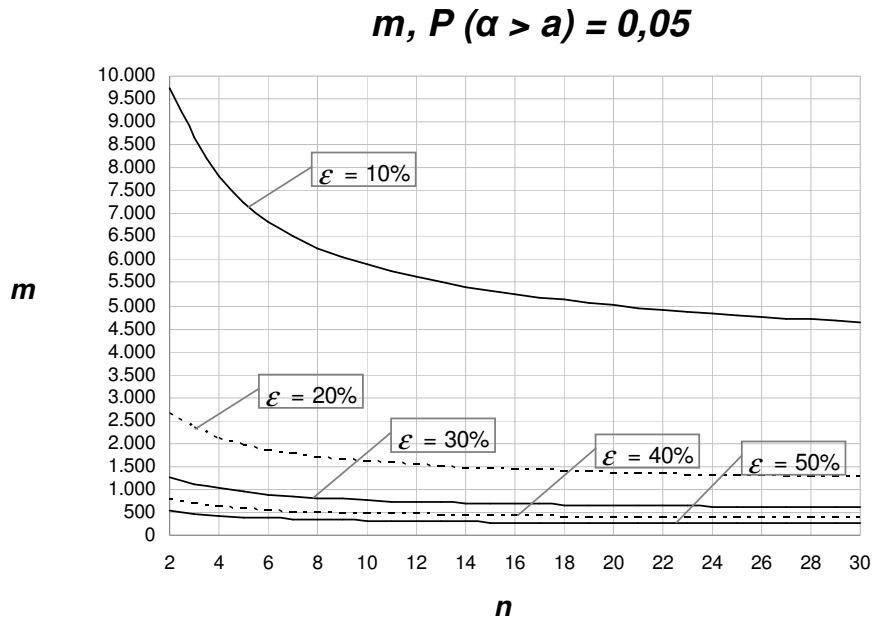


Figura 4.10 – Gráfico do número mínimo de amostras iniciais m em função de n para o gráfico de S com limites de três-sigma, com $\varepsilon = 10, 20, 30, 40$ e 50% e $p = 5\%$.

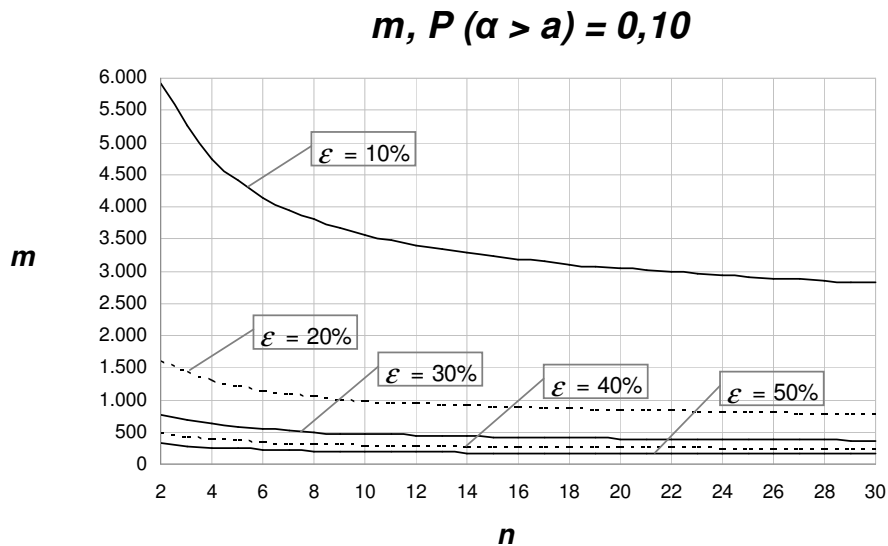


Figura 4.11 - Gráfico do número mínimo de amostras iniciais m em função de n para o gráfico de S com limites de três-sigma, com $\varepsilon = 10, 20, 30, 40$ e 50% e $p = 10\%$.

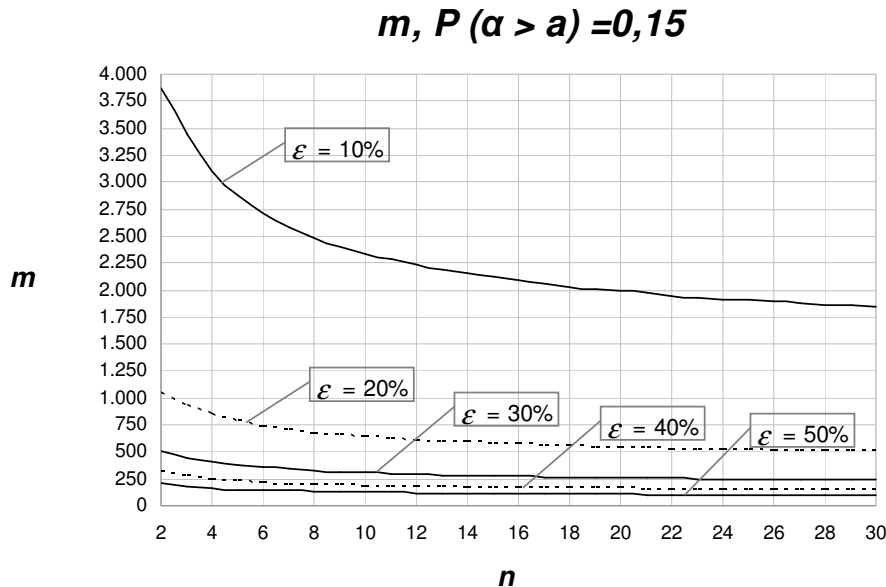


Figura 4.12 - Gráfico do número mínimo de amostras iniciais m em função de n para o gráfico de S com limites de três-sigma, com $\epsilon = 10, 20, 30, 40$ e 50% e $p = 15\%$.

A Análise 3 do risco α para o gráfico de S com limites de probabilidade fornece valores menores para o número mínimo de amostras iniciais. Para um risco α_{nom} especificado em 0,005 e comparativamente ao gráfico de S com limites de três-sigma, pode-se extrair da Tabela 5.12 e da Figura 5.15, as seguintes informações: para uma diferença percentual de $\epsilon = 50\%$ (correspondente a um $\alpha_{real} = 0,0075$), o menor número de amostras iniciais que garante com 85% de probabilidade que o risco α_{real} não é maior que 50% em relação ao α_{nom} [$P(\alpha_{real} > 0,0075) = 0,15$] é de 80 amostras de tamanho $n = 30$; 107 amostras iniciais de tamanho $n = 10$; e 142 amostras de tamanho $n = 5$. Para $P(\alpha_{real} > 0,0075) = 0,10$ (ver Tabela 5.12 e Figura 5.14), o número mínimo de amostras necessário, assim como ocorre para limites de três-sigma, aumenta consideravelmente, passando a ser de 122 amostras de tamanho $n = 30$; 163 amostras com tamanho $n = 10$; e 218 amostras de tamanho $n = 5$.

Assim como ocorre no caso de limites de três-sigma, para diferenças percentuais entre o risco α_{real} e o risco α_{nom} menores, o número mínimo de amostras aumenta ainda mais. Pela Tabela 5.12 e Figura 5.15, verifica-se por exemplo, que para $\epsilon = 10\%$, o menor número de amostras iniciais que garante

com 85% de probabilidade que o risco α_{real} não é maior que 10% em relação ao $\alpha_{nom.}$ ($P(\alpha_{real} > 1,10\alpha_{nom.}) = 0,15$) é, no mínimo, de 1.487 amostras de tamanho $n = 30$; 1987 amostras de tamanho $n = 10$ ou 2.649 amostras de tamanho $n = 5$. A partir da Tabela 5.12, pode-se ver que o número de amostras iniciais convencional de $m = 25$ não consta na tabela para nenhum dos tamanhos de amostra considerados. Sendo assim, 25 amostras iniciais não são suficientes para garantir com no mínimo 85% de certeza, um risco α real para o gráfico de S no máximo 50% maior que um risco α nominal de 0,005 (que o gráfico teria com limites de probabilidade para $\alpha = 0,005$, se σ_0 fosse conhecido).

Tabela 4.12 - Número mínimo de amostras iniciais m em função de n para o gráfico de S com limites de probabilidade, com $p = 5, 10$ e 15% , $\varepsilon = 10, 20, 30, 40$ e 50% , e $\alpha_{nom} = 0,005$.

$m, \alpha_{nom.} = 0,005$															
n	$\varepsilon = 10\%$			$\varepsilon = 20\%$			$\varepsilon = 30\%$			$\varepsilon = 40\%$			$\varepsilon = 50\%$		
	$P [\alpha_{real} > 1,10\alpha_{nom}]$			$P [\alpha_{real} > 1,20\alpha_{nom}]$			$P [\alpha_{real} > 1,30\alpha_{nom}]$			$P [\alpha_{real} > 1,40\alpha_{nom}]$			$P [\alpha_{real} > 1,50\alpha_{nom}]$		
	0,05	0,10	0,15	0,05	0,10	0,15	0,05	0,10	0,15	0,05	0,10	0,15	0,05	0,10	0,15
2	12.792	7.765	5.079	3.466	2.104	1.377	1.661	1.009	660	1.003	609	398	686	417	273
3	9.056	5.498	3.596	2.455	1.490	975	1.176	714	467	710	431	282	486	295	193
4	7.527	4.570	2.989	2.040	1.239	810	978	594	389	590	359	235	404	245	161
5	6.672	4.050	2.649	1.808	1.098	718	867	526	344	523	318	208	358	218	142
6	6.116	3.713	2.429	1.658	1.007	659	795	483	316	480	291	191	328	199	131
7	5.722	3.474	2.272	1.551	942	616	743	451	295	449	273	179	307	187	122
8	5.425	3.293	2.154	1.470	893	584	705	428	280	426	259	169	291	177	116
9	5.192	3.152	2.062	1.407	854	559	674	410	268	407	247	162	279	169	111
10	5.003	3.037	1.987	1.356	823	539	650	395	258	392	238	156	268	163	107
11	4.846	2.942	1.925	1.314	798	522	630	382	250	380	231	151	260	158	104
12	4.714	2.862	1.872	1.278	776	508	612	372	243	370	225	147	253	154	101
13	4.600	2.793	1.827	1.247	757	495	598	363	238	361	219	144	247	150	98
14	4.501	2.733	1.787	1.220	741	485	585	355	232	353	214	140	242	147	96
15	4.414	2.680	1.753	1.196	726	475	573	348	228	346	210	138	237	144	94
16	4.336	2.633	1.722	1.175	714	467	563	342	224	340	207	135	233	141	93
17	4.267	2.590	1.694	1.156	702	459	554	337	220	335	203	133	229	139	91
18	4.204	2.552	1.670	1.139	692	453	546	332	217	330	200	131	226	137	90
19	4.147	2.518	1.647	1.124	682	447	539	327	214	325	198	129	223	135	89
20	4.096	2.486	1.626	1.110	674	441	532	323	211	321	195	128	220	134	88
21	4.048	2.457	1.607	1.097	666	436	526	319	209	317	193	126	217	132	87
22	4.004	2.431	1.590	1.085	659	431	520	316	207	314	191	125	215	131	86
23	3.963	2.406	1.574	1.074	652	427	515	313	205	311	189	124	213	129	85
24	3.926	2.383	1.559	1.064	646	423	510	310	203	308	187	123	211	128	84
25	3.891	2.362	1.545	1.054	640	419	505	307	201	305	185	121	209	127	83
26	3.858	2.342	1.532	1.045	635	415	501	304	199	302	184	120	207	126	82
27	3.827	2.323	1.520	1.037	630	412	497	302	198	300	182	119	205	125	82
28	3.798	2.306	1.508	1.029	625	409	493	300	196	298	181	119	204	124	81
29	3.771	2.289	1.498	1.022	620	406	490	297	195	296	180	118	202	123	81
30	3.745	2.274	1.487	1.015	616	403	486	295	193	294	178	117	201	122	80

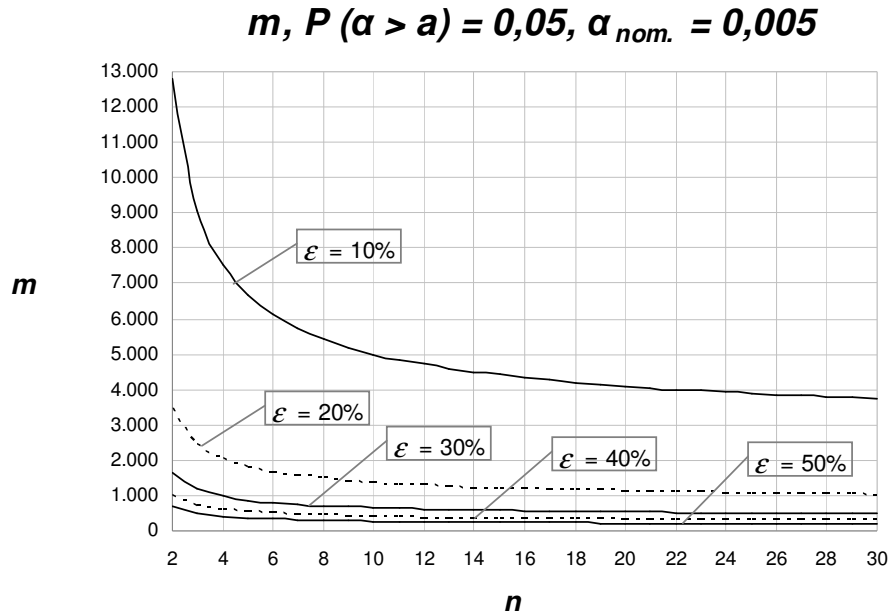


Figura 4.13 – Gráfico do número mínimo de amostras iniciais m em função de n para o gráfico de S com limites de probabilidade, com $\varepsilon = 10, 20, 30, 40$ e 50% , $p = 5\%$ e $\alpha_{nom} = 0,005$.

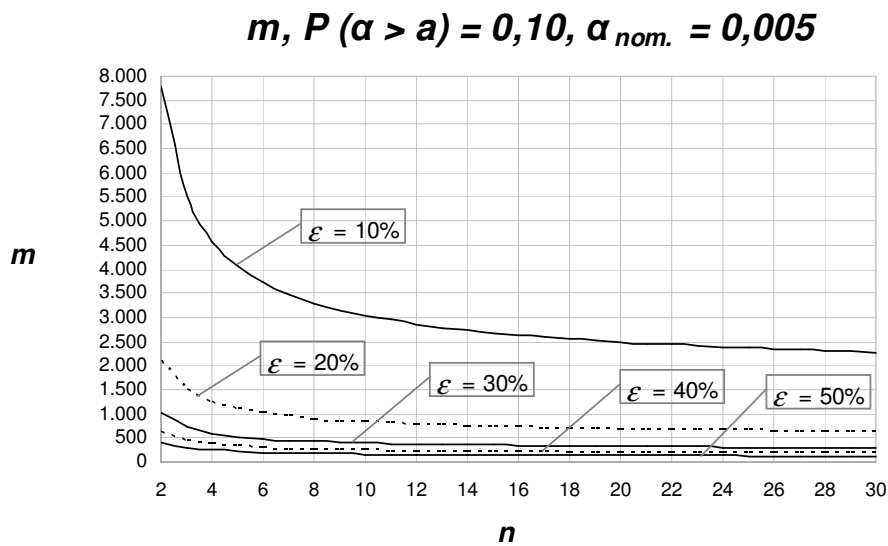


Figura 4.14 - Gráfico do número mínimo de amostras inicial m em função de n para o gráfico de S com limites de probabilidade, com $\varepsilon = 10, 20, 30, 40$ e 50% , $p = 10\%$ e $\alpha_{nom} = 0,005$.

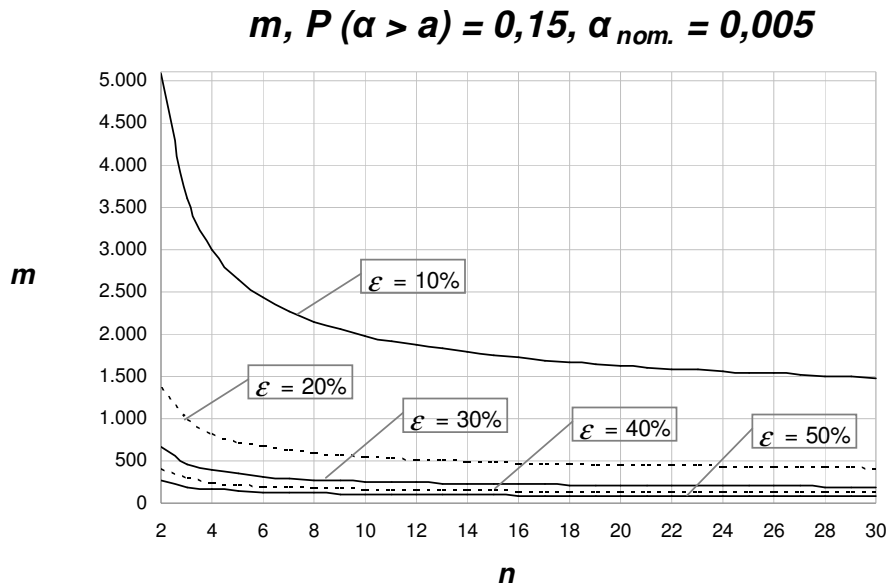


Figura 4.15 - Gráfico do número mínimo de amostras inicial m em função de n para o gráfico de S com limites de probabilidade, com $\epsilon = 10, 20, 30, 40$ e 50% , $p = 15\%$ e $\alpha_{nom} = 0,005$.

Considerando o risco α_{nom} igual a 0,0027, para uma diferença percentual de $\epsilon = 50\%$ (correspondente a um $\alpha_{real} = 0,0040$), o menor número de amostras iniciais que garante com 85% de probabilidade que o risco α_{real} não é maior que 50% em relação ao α_{nom} , ou seja, $P(\alpha_{real} > 0,0040) = 0,15$, é de 94 amostras de tamanho $n = 30$; 128 amostras iniciais de tamanho $n = 10$; e 175 amostras de tamanho $n = 5$ (ver Tabela 5.13 e Figura 5.18). Para $P(\alpha_{real} > 0,0040) = 0,10$ (ver Tabela 5.13 e Figura 5.17), o número mínimo de amostras necessário aumenta significativamente, passando a ser de 144 amostras de tamanho $n = 30$; 196 amostras com tamanho $n = 10$; e 267 amostras de tamanho $n = 5$.

Observando a Tabela 5.13, é possível ver que, em termos de unidades inspecionadas ($m \times n$) os resultados aqui corroboram (como não poderia deixar de ser) os da Análise 2, privilegiando amostras menores. No entanto, o valor de n deve ser escolhido obedecendo a outras considerações, como já foi dito. Com base apenas no critério aqui presente, a melhor escolha seria sempre $n = 2$.

Para $\alpha_{nom} = 0,0027$, assim como foi verificado para $\alpha_{nom} = 0,005$, o número de amostras iniciais igual a 25 também não consta na Tabela 5.13. Sendo assim, 25 amostras iniciais não são suficientes para garantir com no mínimo 85%

de certeza, um risco α real para o gráfico de S no máximo 50% maior que um risco α nominal de 0,0027.

Tabela 4.13 - Número mínimo de amostras iniciais m em função de n para o gráfico de S com limites de probabilidade, com $p = 5, 10$ e 15% , $\varepsilon = 10, 20, 30, 40$ e 50% , e $\alpha_{nom} = 0,0027$.

$m, \alpha_{nom.} = 0,0027$															
n	$\varepsilon = 10\%$			$\varepsilon = 20\%$			$\varepsilon = 30\%$			$\varepsilon = 40\%$			$\varepsilon = 50\%$		
	$P[\alpha_{real} > 1,10\alpha_{nom}]$			$P[\alpha_{real} > 1,20\alpha_{nom}]$			$P[\alpha_{real} > 1,30\alpha_{nom}]$			$P[\alpha_{real} > 1,40\alpha_{nom}]$			$P[\alpha_{real} > 1,50\alpha_{nom}]$		
	0,05	0,10	0,15	0,05	0,10	0,15	0,05	0,10	0,15	0,05	0,10	0,15	0,05	0,10	0,15
2	16.356	9.929	6.494	4.436	2.693	1.762	2.127	1.292	845	1.285	780	511	880	534	350
3	11.296	6.857	4.485	3.064	1.860	1.217	1.470	892	584	888	539	353	608	369	242
4	9.272	5.629	3.682	2.515	1.527	999	1.207	733	479	729	443	290	499	303	198
5	8.152	4.949	3.237	2.212	1.343	878	1.061	644	421	641	389	255	439	267	175
6	7.429	4.510	2.950	2.016	1.224	801	967	587	384	584	355	232	400	243	159
7	6.919	4.200	2.747	1.877	1.140	746	900	547	358	544	330	216	373	226	148
8	6.536	3.968	2.595	1.773	1.077	704	851	517	338	514	312	204	352	214	140
9	6.236	3.786	2.476	1.692	1.027	672	812	493	323	490	298	195	336	204	134
10	5.994	3.639	2.380	1.626	987	646	780	474	310	471	286	187	323	196	128
11	5.794	3.517	2.301	1.572	954	624	754	458	300	456	277	181	312	190	124
12	5.624	3.414	2.233	1.526	926	606	732	444	291	442	269	176	303	184	121
13	5.479	3.326	2.176	1.486	902	590	713	433	283	431	262	171	295	179	117
14	5.353	3.250	2.126	1.452	882	577	697	423	277	421	256	167	288	175	115
15	5.242	3.182	2.082	1.422	863	565	682	414	271	412	250	164	282	172	112
16	5.143	3.122	2.042	1.395	847	554	669	406	266	404	246	161	277	168	110
17	5.055	3.069	2.007	1.371	833	545	658	399	261	397	241	158	272	165	108
18	4.976	3.021	1.976	1.350	820	536	647	393	257	391	238	156	268	163	107
19	4.904	2.977	1.947	1.330	808	528	638	387	254	386	234	153	264	160	105
20	4.838	2.937	1.921	1.312	797	521	629	382	250	380	231	151	260	158	104
21	4.778	2.900	1.897	1.296	787	515	622	378	247	376	228	149	257	156	102
22	4.722	2.867	1.875	1.281	778	509	614	373	244	371	226	148	254	154	101
23	4.671	2.836	1.855	1.267	769	503	608	369	242	367	223	146	251	153	100
24	4.623	2.807	1.836	1.254	761	498	601	365	239	363	221	145	249	151	99
25	4.579	2.780	1.818	1.242	754	493	596	362	237	360	219	143	246	150	98
26	4.537	2.755	1.802	1.231	747	489	590	359	235	357	217	142	244	148	97
27	4.499	2.731	1.786	1.220	741	485	585	355	233	354	215	141	242	147	96
28	4.462	2.709	1.772	1.210	735	481	581	353	231	351	213	140	240	146	96
29	4.428	2.688	1.758	1.201	729	477	576	350	229	348	211	138	238	145	95
30	4.396	2.669	1.746	1.192	724	474	572	347	227	346	210	137	237	144	94

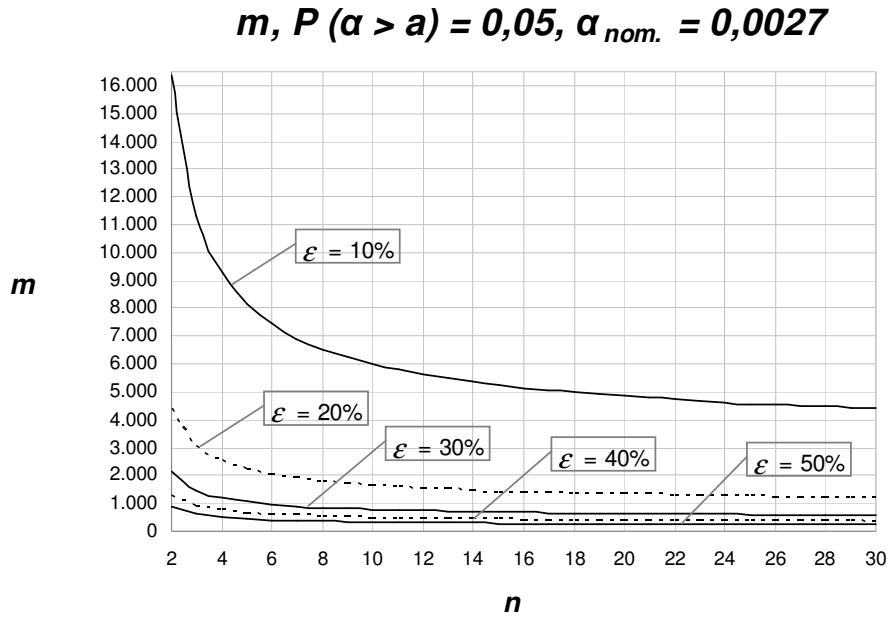


Figura 4.16 - Gráfico do número mínimo de amostras iniciais m em função de n para o gráfico de S com limites de probabilidade, com $\varepsilon = 10, 20, 30, 40$ e 50% , $p=5\%$ e $\alpha_{nom} = 0,0027$.

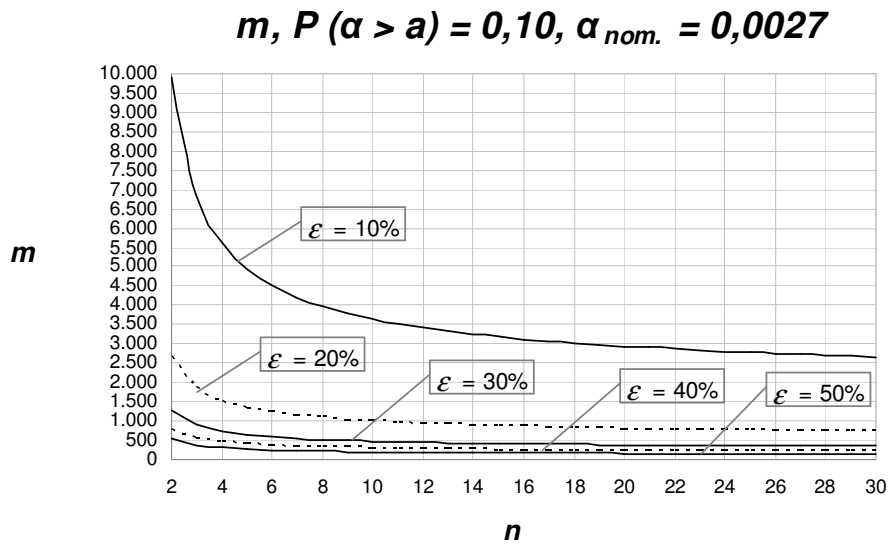


Figura 4.17 - Gráfico do número mínimo de amostras iniciais m em função de n para o gráfico de S com limites de probabilidade, com $\varepsilon = 10, 20, 30, 40$ e 50% , $p=10\%$ e $\alpha_{nom} = 0,0027$.

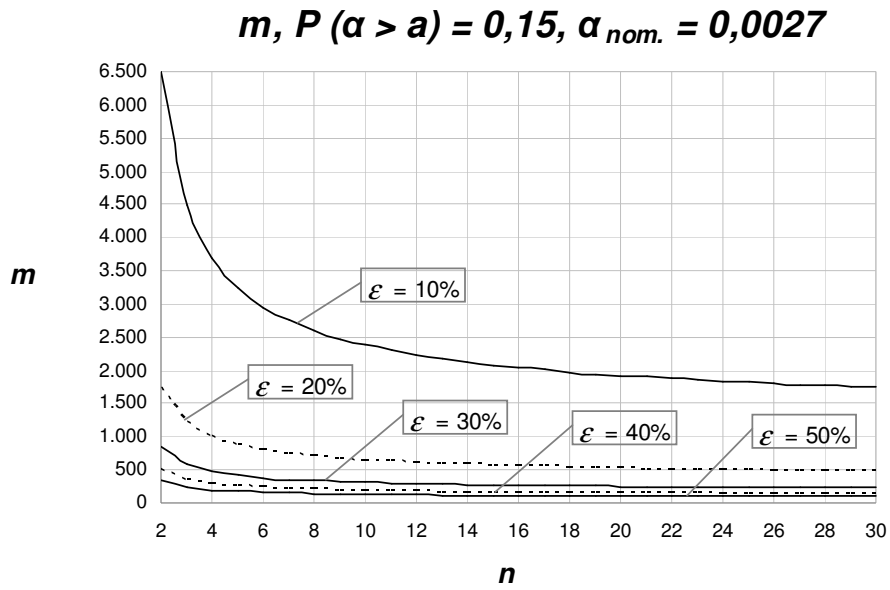


Figura 4.18 - Gráfico do número mínimo de amostras iniciais m em função de n para o gráfico de S com limites de probabilidade, com $\epsilon = 10, 20, 30, 40$ e 50% , $p=15\%$ e $\alpha_{nom} = 0,0027$.

4.4.

Análise 4: O poder Pd do Gráfico de S

O poder Pd do gráfico de S é calculado pelo modelo proposto na Seção 3.1 através da equação (3.2.2), com $\gamma \neq 1$, para limites de três-sigma, e através da equação (3.2.7), para limites de probabilidade. Essas equações fornecem o poder do gráfico para aumentos no desvio-padrão do processo de σ_0 para $\sigma_1 = \gamma\sigma_0$. Entretanto, como o usuário dos gráficos não conhece σ_0 com precisão, tendo em seu lugar a estimativa $\hat{\sigma}_0 = k\sigma_0$, um aumento para σ_1 é percebido por ele como um aumento do desvio-padrão do processo por um fator aparente γ' , tal que:

$$\gamma' = \frac{\sigma_1}{\hat{\sigma}_0} = \frac{\sigma_1}{k\sigma_0} = \frac{\gamma}{k} \quad (4.4.1)$$

Da equação (4.4.1) pode-se dizer que:

$$\gamma = k\gamma' \quad (4.4.2)$$

Substituindo a equação (4.4.2) em (3.2.2) obtém-se:

$$Pd = P[S > LSC_S] = \Pr \left[\chi_{n-1}^2 > \left(\frac{n-1}{\gamma'^2} \right) \left(c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2} \right)^2 \right] \quad (4.4.3)$$

Note-se que, exceto por ter γ' no lugar de γ , a equação (4.4.3) coincide com a expressão para o poder do gráfico de S com limites de três-sigma desconsiderando-se o erro k na estimativa do desvio-padrão [ver, por exemplo, Epprecht et al. (2007)]. Isso ocorre em virtude do LSC_S ser estabelecido em função de um desvio-padrão que se supõe ser o desvio-padrão do processo em controle. A fórmula usual para Pd fornece o poder em função da razão γ , entre σ_1 e este desvio-padrão usado para estabelecer o LSC_S , isto é, $\hat{\sigma}_0$. O fato de este desvio-padrão $\hat{\sigma}_0$ não corresponder ao verdadeiro valor do desvio-padrão do

processo em controle não altera o fato de que a razão aparente γ' seja efetivamente a razão entre σ_1 e o valor $\hat{\sigma}_0$ usado para estabelecer os limites.

Em outras palavras, pode-se dizer que o usuário do gráfico sabe, na verdade, qual o valor do desvio-padrão que tem interesse em detectar rapidamente, pois escolhe esse valor em função das especificações do processo, por considerações de capacidade do processo. O usuário não estabelece σ_1 em função de um γ de interesse e sim, o contrário: σ_1 constitui um valor “fixo”, independente da estimativa de σ_0 .

Por conseguinte, a expressão para $P(S > LSC_S)$ é desenvolvida a partir do verdadeiro valor do LSC_S e da distribuição de S no caso de o processo ter um desvio-padrão igual a σ_1 , que por sua vez é igual a $\gamma'\hat{\sigma}_0$. Assim, a fórmula para o poder do gráfico é exata; apenas, como $\sigma_0 \neq \hat{\sigma}_0$, o σ_1 que interessa ao usuário corresponde, na realidade, a um $\gamma \neq \gamma'$.

Ao analisar o poder do gráfico (ou escolher um tamanho de amostra que lhe garanta um poder desejado) para um certo valor de σ_1 , o valor que será obtido através da expressão (3.2.2), ou por qualquer expressão equivalente que ignore o fato da estimativa de σ_0 ser imprecisa, corresponderá ao valor exato do poder para o σ_1 que se deseja detectar rapidamente. Se a fórmula empregada (ou a tabela consultada) para a determinação desse poder tiver como entrada o fator de aumento γ em vez de σ_1 , o fato de se utilizar γ' no lugar do verdadeiro valor de γ (que se desconhece) na realidade estará compensando o erro cometido na estimativa de σ_0 e fornecendo o poder do gráfico para um valor de γ diferente de γ' (valor aparente), mas que consiste no verdadeiro valor real de γ para o σ_1 que se deseja detectar o mais rapidamente possível, o qual é percebido pelo usuário como $\gamma'\hat{\sigma}_0$.

Todos esses efeitos se verificam, também, por argumentos análogos, no caso de LSC_S probabilístico. Para verificá-lo, basta substituir γ por $k\gamma'$ (equação 4.4.2) na equação (3.2.7), que se torna então:

$$Pd = P[S > LSC] = \Pr \left[\chi_{n-1}^2 > \left(\frac{1}{\gamma'^2} \right) \chi_{n-1, \alpha}^2 \right] \quad (4.4.4)$$

Esta expressão é idêntica à expressão para o poder do gráfico de S com limites de probabilidade [ver, novamente, Epprecht et al. (2007)], desconsiderando-se o erro na estimativa do desvio-padrão com γ substituído por γ' .

Em suma, no caso do gráfico de S , os erros de estimação de σ_0 não afetam o poder do gráfico em detectar alterações do desvio-padrão para valores especificados pelo usuário.

À luz desse raciocínio, poder-se-ia argumentar, analogamente, que a probabilidade de sinalização pelo gráfico quando σ fosse igual a $\hat{\sigma}_0$ seria igual à probabilidade de alarme falso nominal; em outras palavras, que a probabilidade de alarme quando σ fosse igual ao σ em controle “aparente” ($\hat{\sigma}_0$) também seria aquela que o usuário espera. E que, por exemplo, no caso de se ter subestimado o desvio-padrão do processo, o sinal com o processo sob controle (e desvio-padrão σ_0) seria, na verdade, um alarme verdadeiro “aparente”, pois $\sigma_0 > \hat{\sigma}_0$. Neste caso, ter-se-ia:

$$\gamma' = \frac{\sigma_0}{\hat{\sigma}_0} = \frac{1}{k} > 1 \quad (4.4.5)$$

A desigualdade em (4.4.5) vale porque se está considerando o caso de subestimação de σ_0 . Note-se ainda que (4.4.5) é o caso particular de (4.4.1) com $\gamma = 1$. O problema, neste caso, é que não há causa especial a eliminar e o alarme tem um custo operacional. O único benefício desses alarmes mais freqüentes que o esperado seria servir de indicação de que o desvio-padrão pode ter sido subestimado. Assim, a probabilidade de alarme falso na presente dissertação pode ser vista, alternativamente, como a probabilidade de sinal de que o desvio-padrão do processo foi subestimado.

Finalmente, se os erros de estimação de σ_0 não comprometem a análise do poder do gráfico de S em sinalizar um aumento de σ para um valor σ_1 , considerado prejudicial para a capacidade do processo, por outro lado comprometem a análise da capacidade do processo em controle, de sua capacidade potencial. Esta questão será tratada na próxima Seção.

4.5.

Metodologia da Análise 5: Determinação da distribuição acumulada do fator $1/k$, de erro na estimação dos índices de capacidade C_p e C_{pk} , parametrizada pelo tamanho de amostra n e pelo número de amostras iniciais m

As equações (3.3.1) e (3.3.2) determinam os índices de capacidade do processo aparentes, C_{p_a} e $C_{p_{k_a}}$, que representam a capacidade do processo quando o desvio-padrão é estimado com erro. Esses índices variam conforme o fator $\frac{1}{k}$, que é o inverso do fator de erro na estimativa de σ_0 , e, portanto, podem ser analisados em termos da distribuição de probabilidade acumulada de k . Esta distribuição, por sua vez, é função de n e de m , como já foi visto na Seção 3.2.

A densidade de probabilidade acumulada $F_{1/K}\left(\frac{1}{k}\right)$ pode ser obtida através da seguinte relação:

$$F_{1/K}\left(\frac{1}{k}\right) = P\left(\frac{1}{K} \leq \frac{1}{k}\right) = P(K > k) = 1 - P(K \leq k) \quad (4.5.1)$$

Como visto na Seção 3.2, equação (3.2.4), $F(k)$ ou $P(K \leq k)$ é bem aproximada por uma função de distribuição normal, com média igual a 1 e variância que é função de m e n (pois c_4 é função de n). Assim, pode-se variar k a pequenos incrementos e, para cada valor de k , calcular $F_K(k)$ e o seu complemento $1 - F_K(k)$, correspondente à $F_{1/K}\left(\frac{1}{k}\right)$.

O interesse prático desta análise da distribuição acumulada do fator $\frac{1}{k}$ é que ela possibilita a visualização (através das figuras e tabelas do Apêndice C) da distribuição de probabilidades (a que ela corresponde) da razão entre a capacidade aparente (estimada) e a capacidade real do processo, uma vez que, como visto na Seção 3.3, $\frac{C_{p_a}}{C_p} = \frac{1}{k}$.

Assim como na Análise 1 do risco α do gráfico de S , os gráficos obtidos para valores especificados de n e m permitem, ao entrar com um valor máximo

tolerado para o fator de erro $\frac{1}{k}$, obter a probabilidade de não ultrapassar esse valor limite. Entretanto, as curvas nos gráficos não permitem a determinação precisa desta probabilidade e as tabelas podem não possuir como entrada o valor exato do fator de erro $\frac{1}{k}$ máximo tolerado pelo usuário, sendo de interesse outras formas de organização ou apresentação dos resultados, que serão mostradas nas Seções 4.6 e 4.7, a seguir.

Os valores de tamanho de amostra (n) e número de amostras (m) utilizados nesta primeira análise são os mesmos considerados na Seção 4.1: $n = 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 25$ e 30 e $m = 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 150$ e 200 . Os valores nominais para os índices Cp e Cpk são obtidos quando $\frac{1}{k} = 1$.

4.5.1.**Resultados e Discussão da Análise 5**

Os resultados (tabelas e gráficos) das análises para a capacidade do processo são apresentados a seguir. Na primeira delas, Análise 5, apresentam-se tabelas e curvas da distribuição acumulada de $\frac{1}{k}$, ou seja, $P\left(\frac{1}{K} \leq \frac{1}{k}\right)$ para cada par (n, m) . Em virtude do grande número de tabelas e gráficos construídos para esta análise, estes estão apresentados no Apêndice C. Em cada tabela, a linha central de cada bloco de probabilidades (um bloco para cada n) contém probabilidades iguais a 0,50 para qualquer número de amostras m , pois corresponde a $\left(\frac{1}{k} = 1\right)$. As linhas acima desta, correspondem a valores de Cp_a e Cpk_a maiores $\left(\frac{1}{k} > 1\right)$ do que Cp e Cpk reais, que ocorrem quando o desvio-padrão do processo é subestimado ($k < 1$). As linhas abaixo ($k > 1$), correspondem a valores de Cp_a e Cpk_a menores $\left(\frac{1}{k} < 1\right)$ do que os valores reais dos índices Cp e Cpk , que ocorrem quando o desvio-padrão do processo é superestimado. Evidentemente, a distribuição é menos dispersa para maiores valores de n e m . Por exemplo, pode-se ver através da Figura C.4 que, para $n = 5$, a probabilidade de o fator de superestimação da capacidade $\left(\frac{1}{k}\right)$ ser menor que 1,10 (isto é, a probabilidade de os índices de capacidade não serem superestimados em mais de 10%) para $m = 10$, é de aproximadamente 81,5%; para $m = 25$, de 91%; e para $m = 100$, de aproximadamente 100%.

4.6.

Metodologia da Análise 6: Obtenção de intervalos de confiança para Cp e Cpk a partir de intervalos de probabilidade para o fator k , em função do tamanho de amostras n e do número de amostras m

Determinam-se aqui, para diversos pares (n, m) , os limites inferior $k_{\inf}$ e superior $k_{\sup}$ para o inverso do fator de erro de estimação dos índices de capacidade Cp e Cpk (k), que determinam o intervalo de $(1-p)100\%$ de probabilidade para k , isto é, os limites $k_{\inf}$ e $k_{\sup}$ tais que $P(k_{\inf} \leq k \leq k_{\sup}) = 1 - p$. Para a determinação desses limites, dados n, m e um nível de probabilidade $1 - p$ especificado (por exemplo, 0,90), pode-se obter (pela inversa da função de distribuição normal) os valores de $k_{\inf}$ tal que $P(K \leq k_{\inf}) = p/2$ e de $k_{\sup}$ tal que $P(K \leq k_{\sup}) = (1 - p/2)$. Especificamente, de (3.2.2) tira-se que $k_{\inf} = 1 - \Delta$ e $k_{\sup} = 1 + \Delta$, onde $\Delta = \Phi^{-1}\left(\frac{p}{2}\right) \sqrt{\frac{1 - c_4^2}{c_4^2 m}}$.

Note que os limites $k_{\inf}$ e $k_{\sup}$ dos intervalos de probabilidade $1 - p$, parametrizados por m e n , permitem, a partir do Cp_a e do Cpk_a (estimativas pontuais de Cp e Cpk), obter intervalos de confiança para Cp e Cpk tais que:

$$Cp_{\inf} = k_{\inf} Cp_a$$

$$Cp_{\sup} = k_{\sup} Cp_a$$

$$Cpk_{\inf} = k_{\inf} Cpk_a$$

$$Cpk_{\sup} = k_{\sup} Cpk_a$$

Os resultados e discussões decorrentes desta análise estão apresentados no Capítulo 5, em tabelas e gráficos. Os valores de tamanho de amostra utilizados variam de $n = 2$ a 30 e o número de amostras, $m = 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 150$ e 200. As probabilidades consideradas para os intervalos de confiança são de 95, 90 e 80%.

4.6.1.**Resultados e Discussão da Análise 6**

Na segunda análise da capacidade do processo (Análise 6) foram construídas tabelas e gráficos que contêm os intervalos de probabilidade para k , ou seja, $k_{\inf}$ e $k_{\sup}$ tais que $P(k_{\inf} \leq k \leq k_{\sup}) = 1 - p$, onde $1 - p$ é especificada. Foram construídos tabelas e gráficos para $(1 - p)100\%$ igual a 95, 90 e 80%, parametrizados por m e n . Os limites assim obtidos para k permitem a obtenção de intervalos $(1 - p)100\%$ de confiança para Cp ($k_{\inf} Cp_a \leq Cp \leq k_{\sup} Cp_a$) e para Cpk ($k_{\inf} Cpk_a \leq Cpk \leq k_{\sup} Cpk_a$).

Como se pode observar nas Tabelas 5.14a e 5.14b, 5.15a e 5.15b, e 5.16a e 5.16b e nas Figuras 5.19, 5.20 e 5.21, à medida que $P(k_{\inf} \leq k \leq k_{\sup})$ aumenta (80, 90 e 95%), para um dado par (n, m) , os limites do intervalo de confiança se afastam de $k = 1$; e fixando-se $P(k_{\inf} \leq k \leq k_{\sup})$, os valores dos limites se aproximam de $k = 1$, com o aumento de n e/ou m .

Pode-se verificar através da Tabela 5.16a e da Figura 5.21 que, por exemplo, se o usuário desejar que a semi-largura do intervalo de confiança de 95% para Cp não seja maior que 5% do valor da estimativa obtida Cp_a (o que é conseguido se $k_{\inf} \geq 0,95$ e $k_{\sup} \leq 1,05$), então ele deverá retirar amostras do processo com tamanho mínimo $n = 16$ e um número de amostras inicial mínimo de $m = 50$. Se o usuário admitir tamanhos de amostras maiores, evidentemente, poderá utilizar números de amostras iniciais menores. Por exemplo, para $n = 20$, é possível obter $P(0,95 \leq k \leq 1,05) = 95\%$, com $m = 40$ amostras; e para $n = 27$, com $m = 30$. Para $P(0,95 \leq k \leq 1,05) = 80\%$, o número total de unidades inspecionadas é menor: são necessárias no mínimo, $n = 8$ e $m = 50$ amostras (ver Tabela 5.14a e Figura 5.19); e para $P(0,95 \leq k \leq 1,05) = 90\%$, $n = 12$ e $m = 50$ (ver Tabela 5.15a e Figura 5.20).

A análise seguinte apresenta esse tipo de resultado de forma mais direta: entrando com n , com o nível de confiança $(1 - p)100\%$ e com o erro (semi-largura do intervalo de confiança) especificados, obtém-se diretamente o valor mínimo para m .

Tabela 4.14a - Intervalos de 80% de probabilidade para o fator de erro k para diferentes n e $m = 10, 15, 20, 25, 30, 40$ e 50 : limites k_{inf} e k_{sup} para construção de IC de 80% para C_p e C_{pk} .

$P(k_{inf} < k < k_{sup}) = 0,80$														
n	$m = 10$		15		20		25		30		40		50	
	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}
2	0,694	1,306	0,750	1,250	0,783	1,217	0,806	1,194	0,823	1,177	0,847	1,153	0,863	1,137
3	0,788	1,212	0,827	1,173	0,850	1,150	0,866	1,134	0,878	1,122	0,894	1,106	0,905	1,095
4	0,829	1,171	0,860	1,140	0,879	1,121	0,892	1,108	0,901	1,099	0,914	1,086	0,924	1,076
5	0,853	1,147	0,880	1,120	0,896	1,104	0,907	1,093	0,915	1,085	0,926	1,074	0,934	1,066
6	0,869	1,131	0,893	1,107	0,907	1,093	0,917	1,083	0,924	1,076	0,935	1,065	0,941	1,059
7	0,881	1,119	0,903	1,097	0,916	1,084	0,925	1,075	0,931	1,069	0,940	1,060	0,947	1,053
8	0,890	1,110	0,910	1,090	0,922	1,078	0,930	1,070	0,936	1,064	0,945	1,055	0,951	1,049
9	0,897	1,103	0,916	1,084	0,927	1,073	0,935	1,065	0,941	1,059	0,949	1,051	0,954	1,046
10	0,903	1,097	0,921	1,079	0,932	1,068	0,939	1,061	0,944	1,056	0,952	1,048	0,957	1,043
11	0,908	1,092	0,925	1,075	0,935	1,065	0,942	1,058	0,947	1,053	0,954	1,046	0,959	1,041
12	0,913	1,087	0,929	1,071	0,938	1,062	0,945	1,055	0,950	1,050	0,956	1,044	0,961	1,039
13	0,916	1,084	0,932	1,068	0,941	1,059	0,947	1,053	0,952	1,048	0,958	1,042	0,963	1,037
14	0,920	1,080	0,935	1,065	0,943	1,057	0,949	1,051	0,954	1,046	0,960	1,040	0,964	1,036
15	0,923	1,077	0,937	1,063	0,945	1,055	0,951	1,049	0,955	1,045	0,961	1,039	0,965	1,035
16	0,925	1,075	0,939	1,061	0,947	1,053	0,953	1,047	0,957	1,043	0,963	1,037	0,967	1,033
17	0,928	1,072	0,941	1,059	0,949	1,051	0,954	1,046	0,958	1,042	0,964	1,036	0,968	1,032
18	0,930	1,070	0,943	1,057	0,951	1,049	0,956	1,044	0,960	1,040	0,965	1,035	0,969	1,031
19	0,932	1,068	0,944	1,056	0,952	1,048	0,957	1,043	0,961	1,039	0,966	1,034	0,970	1,030
20	0,934	1,066	0,946	1,054	0,953	1,047	0,958	1,042	0,962	1,038	0,967	1,033	0,970	1,030
21	0,936	1,064	0,947	1,053	0,954	1,046	0,959	1,041	0,963	1,037	0,968	1,032	0,971	1,029
22	0,937	1,063	0,949	1,051	0,956	1,044	0,960	1,040	0,964	1,036	0,969	1,031	0,972	1,028
23	0,939	1,061	0,950	1,050	0,957	1,043	0,961	1,039	0,965	1,035	0,969	1,031	0,973	1,027
24	0,940	1,060	0,951	1,049	0,958	1,042	0,962	1,038	0,965	1,035	0,970	1,030	0,973	1,027
25	0,941	1,059	0,952	1,048	0,958	1,042	0,963	1,037	0,966	1,034	0,971	1,029	0,974	1,026
26	0,942	1,058	0,953	1,047	0,959	1,041	0,964	1,036	0,967	1,033	0,971	1,029	0,974	1,026
27	0,944	1,056	0,954	1,046	0,960	1,040	0,964	1,036	0,967	1,033	0,972	1,028	0,975	1,025
28	0,945	1,055	0,955	1,045	0,961	1,039	0,965	1,035	0,968	1,032	0,972	1,028	0,975	1,025
29	0,946	1,054	0,956	1,044	0,962	1,038	0,966	1,034	0,969	1,031	0,973	1,027	0,976	1,024
30	0,947	1,053	0,956	1,044	0,962	1,038	0,966	1,034	0,969	1,031	0,973	1,027	0,976	1,024

Tabela 4.14b - Intervalos de 80% de probabilidade para o fator de erro k para diferentes n e $m = 60, 70, 80, 90, 100, 150$ e 200 : limites k_{inf} e k_{sup} para construção de IC de 80% para C_p e C_{pk} .

$P(K_{inf} < k < k_{sup}) = 0,80$														
	$m = 60$		70		80		90		100		150		200	
n	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}
2	0,875	1,125	0,884	1,116	0,892	1,108	0,898	1,102	0,903	1,097	0,921	1,079	0,932	1,068
3	0,914	1,086	0,920	1,080	0,925	1,075	0,929	1,071	0,933	1,067	0,945	1,055	0,953	1,047
4	0,930	1,070	0,935	1,065	0,940	1,060	0,943	1,057	0,946	1,054	0,956	1,044	0,962	1,038
5	0,940	1,060	0,944	1,056	0,948	1,052	0,951	1,049	0,953	1,047	0,962	1,038	0,967	1,033
6	0,947	1,053	0,950	1,050	0,954	1,046	0,956	1,044	0,959	1,041	0,966	1,034	0,971	1,029
7	0,951	1,049	0,955	1,045	0,958	1,042	0,960	1,040	0,962	1,038	0,969	1,031	0,973	1,027
8	0,955	1,045	0,958	1,042	0,961	1,039	0,963	1,037	0,965	1,035	0,972	1,028	0,975	1,025
9	0,958	1,042	0,961	1,039	0,964	1,036	0,966	1,034	0,967	1,033	0,973	1,027	0,977	1,023
10	0,960	1,040	0,963	1,037	0,966	1,034	0,968	1,032	0,969	1,031	0,975	1,025	0,978	1,022
11	0,963	1,037	0,965	1,035	0,968	1,032	0,969	1,031	0,971	1,029	0,976	1,024	0,979	1,021
12	0,964	1,036	0,967	1,033	0,969	1,031	0,971	1,029	0,972	1,028	0,977	1,023	0,980	1,020
13	0,966	1,034	0,968	1,032	0,970	1,030	0,972	1,028	0,974	1,026	0,978	1,022	0,981	1,019
14	0,967	1,033	0,970	1,030	0,972	1,028	0,973	1,027	0,975	1,025	0,979	1,021	0,982	1,018
15	0,968	1,032	0,971	1,029	0,973	1,027	0,974	1,026	0,976	1,024	0,980	1,020	0,983	1,017
16	0,970	1,030	0,972	1,028	0,974	1,026	0,975	1,025	0,976	1,024	0,981	1,019	0,983	1,017
17	0,971	1,029	0,973	1,027	0,974	1,026	0,976	1,024	0,977	1,023	0,981	1,019	0,984	1,016
18	0,971	1,029	0,974	1,026	0,975	1,025	0,977	1,023	0,978	1,022	0,982	1,018	0,984	1,016
19	0,972	1,028	0,974	1,026	0,976	1,024	0,977	1,023	0,978	1,022	0,982	1,018	0,985	1,015
20	0,973	1,027	0,975	1,025	0,977	1,023	0,978	1,022	0,979	1,021	0,983	1,017	0,985	1,015
21	0,974	1,026	0,976	1,024	0,977	1,023	0,979	1,021	0,980	1,020	0,983	1,017	0,986	1,014
22	0,974	1,026	0,976	1,024	0,978	1,022	0,979	1,021	0,980	1,020	0,984	1,016	0,986	1,014
23	0,975	1,025	0,977	1,023	0,978	1,022	0,980	1,020	0,981	1,019	0,984	1,016	0,986	1,014
24	0,975	1,025	0,977	1,023	0,979	1,021	0,980	1,020	0,981	1,019	0,984	1,016	0,987	1,013
25	0,976	1,024	0,978	1,022	0,979	1,021	0,980	1,020	0,981	1,019	0,985	1,015	0,987	1,013
26	0,976	1,024	0,978	1,022	0,980	1,020	0,981	1,019	0,982	1,018	0,985	1,015	0,987	1,013
27	0,977	1,023	0,979	1,021	0,980	1,020	0,981	1,019	0,982	1,018	0,985	1,015	0,987	1,013
28	0,977	1,023	0,979	1,021	0,980	1,020	0,982	1,018	0,982	1,018	0,986	1,014	0,988	1,012
29	0,978	1,022	0,979	1,021	0,981	1,019	0,982	1,018	0,983	1,017	0,986	1,014	0,988	1,012
30	0,978	1,022	0,980	1,020	0,981	1,019	0,982	1,018	0,983	1,017	0,986	1,014	0,988	1,012

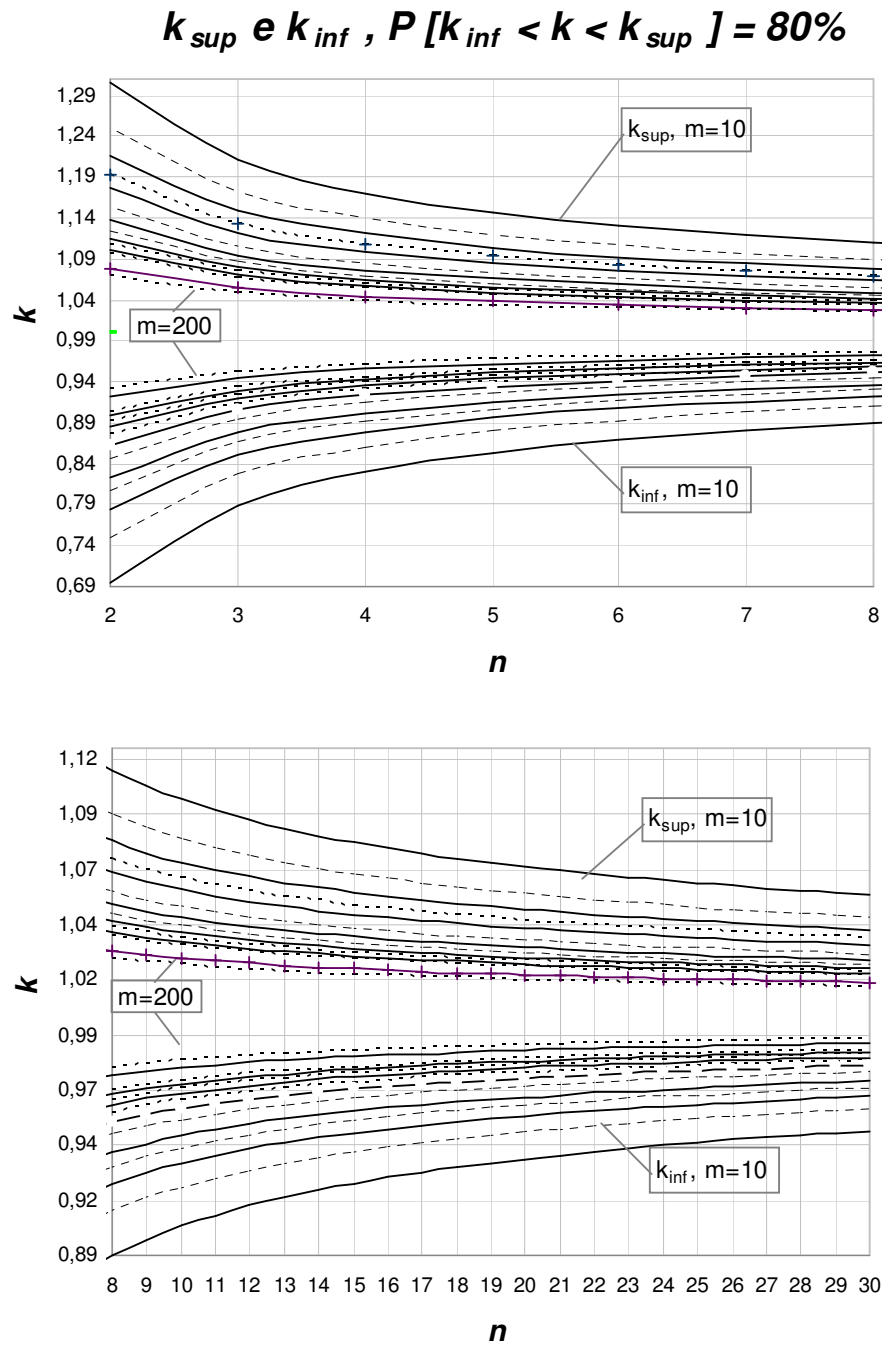


Figura 4.19 – Gráfico dos Intervalos de 80% de probabilidade para o fator de erro k para diferentes n e m : limites k_{inf} e k_{sup} para construção de IC de 80% para C_p e C_{pk} .

Tabela 4.15a - Intervalos de 90% de probabilidade para o fator de erro k para diferentes n e $m = 10, 15, 20, 25, 30, 40$ e 50 : limites k_{inf} e k_{sup} para construção de IC de 90% para C_p e C_{pk} .

$P(K_{inf} < k < k_{sup}) = 0,90$														
	$m = 10$		15		20		25		30		40		50	
n	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}
2	0,607	1,393	0,679	1,321	0,722	1,278	0,751	1,249	0,773	1,227	0,804	1,196	0,824	1,176
3	0,728	1,272	0,778	1,222	0,808	1,192	0,828	1,172	0,843	1,157	0,864	1,136	0,878	1,122
4	0,780	1,220	0,821	1,179	0,845	1,155	0,861	1,139	0,873	1,127	0,890	1,110	0,902	1,098
5	0,811	1,189	0,846	1,154	0,866	1,134	0,881	1,119	0,891	1,109	0,906	1,094	0,916	1,084
6	0,832	1,168	0,863	1,137	0,881	1,119	0,894	1,106	0,903	1,097	0,916	1,084	0,925	1,075
7	0,847	1,153	0,875	1,125	0,892	1,108	0,903	1,097	0,912	1,088	0,924	1,076	0,932	1,068
8	0,859	1,141	0,885	1,115	0,900	1,100	0,911	1,089	0,918	1,082	0,929	1,071	0,937	1,063
9	0,868	1,132	0,892	1,108	0,907	1,093	0,917	1,083	0,924	1,076	0,934	1,066	0,941	1,059
10	0,876	1,124	0,899	1,101	0,912	1,088	0,921	1,079	0,928	1,072	0,938	1,062	0,944	1,056
11	0,882	1,118	0,904	1,096	0,917	1,083	0,926	1,074	0,932	1,068	0,941	1,059	0,947	1,053
12	0,888	1,112	0,908	1,092	0,921	1,079	0,929	1,071	0,935	1,065	0,944	1,056	0,950	1,050
13	0,893	1,107	0,912	1,088	0,924	1,076	0,932	1,068	0,938	1,062	0,946	1,054	0,952	1,048
14	0,897	1,103	0,916	1,084	0,927	1,073	0,935	1,065	0,941	1,059	0,949	1,051	0,954	1,046
15	0,901	1,099	0,919	1,081	0,930	1,070	0,937	1,063	0,943	1,057	0,950	1,050	0,956	1,044
16	0,904	1,096	0,922	1,078	0,932	1,068	0,939	1,061	0,945	1,055	0,952	1,048	0,957	1,043
17	0,907	1,093	0,924	1,076	0,934	1,066	0,941	1,059	0,947	1,053	0,954	1,046	0,959	1,041
18	0,910	1,090	0,927	1,073	0,936	1,064	0,943	1,057	0,948	1,052	0,955	1,045	0,960	1,040
19	0,913	1,087	0,929	1,071	0,938	1,062	0,945	1,055	0,950	1,050	0,956	1,044	0,961	1,039
20	0,915	1,085	0,931	1,069	0,940	1,060	0,946	1,054	0,951	1,049	0,958	1,042	0,962	1,038
21	0,917	1,083	0,932	1,068	0,941	1,059	0,948	1,052	0,952	1,048	0,959	1,041	0,963	1,037
22	0,919	1,081	0,934	1,066	0,943	1,057	0,949	1,051	0,953	1,047	0,960	1,040	0,964	1,036
23	0,921	1,079	0,936	1,064	0,944	1,056	0,950	1,050	0,954	1,046	0,961	1,039	0,965	1,035
24	0,923	1,077	0,937	1,063	0,945	1,055	0,951	1,049	0,955	1,045	0,961	1,039	0,966	1,034
25	0,925	1,075	0,938	1,062	0,947	1,053	0,952	1,048	0,956	1,044	0,962	1,038	0,966	1,034
26	0,926	1,074	0,940	1,060	0,948	1,052	0,953	1,047	0,957	1,043	0,963	1,037	0,967	1,033
27	0,928	1,072	0,941	1,059	0,949	1,051	0,954	1,046	0,958	1,042	0,964	1,036	0,968	1,032
28	0,929	1,071	0,942	1,058	0,950	1,050	0,955	1,045	0,959	1,041	0,964	1,036	0,968	1,032
29	0,930	1,070	0,943	1,057	0,951	1,049	0,956	1,044	0,960	1,040	0,965	1,035	0,969	1,031
30	0,931	1,069	0,944	1,056	0,952	1,048	0,957	1,043	0,960	1,040	0,966	1,034	0,969	1,031

Tabela 4.15b - Intervalos de 90% de probabilidade para o fator de erro k para diferentes n e $m = 60, 70, 80, 90, 100, 150$ e 200 : limites k_{inf} e k_{sup} para construção de IC de 90% para C_p e C_{pk} .

$P(k_{inf} < k < k_{sup}) = 0,90$														
	$m = 60$		70		80		90		100		150		200	
n	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}
2	0,840	1,160	0,851	1,149	0,861	1,139	0,869	1,131	0,876	1,124	0,899	1,101	0,912	1,088
3	0,889	1,111	0,897	1,103	0,904	1,096	0,909	1,091	0,914	1,086	0,930	1,070	0,939	1,061
4	0,910	1,090	0,917	1,083	0,922	1,078	0,927	1,073	0,931	1,069	0,943	1,057	0,951	1,049
5	0,923	1,077	0,929	1,071	0,933	1,067	0,937	1,063	0,940	1,060	0,951	1,049	0,958	1,042
6	0,931	1,069	0,936	1,064	0,941	1,059	0,944	1,056	0,947	1,053	0,957	1,043	0,962	1,038
7	0,938	1,062	0,942	1,058	0,946	1,054	0,949	1,051	0,952	1,048	0,961	1,039	0,966	1,034
8	0,942	1,058	0,947	1,053	0,950	1,050	0,953	1,047	0,955	1,045	0,964	1,036	0,968	1,032
9	0,946	1,054	0,950	1,050	0,953	1,047	0,956	1,044	0,958	1,042	0,966	1,034	0,971	1,029
10	0,949	1,051	0,953	1,047	0,956	1,044	0,959	1,041	0,961	1,039	0,968	1,032	0,972	1,028
11	0,952	1,048	0,956	1,044	0,958	1,042	0,961	1,039	0,963	1,037	0,970	1,030	0,974	1,026
12	0,954	1,046	0,958	1,042	0,960	1,040	0,963	1,037	0,965	1,035	0,971	1,029	0,975	1,025
13	0,956	1,044	0,959	1,041	0,962	1,038	0,964	1,036	0,966	1,034	0,972	1,028	0,976	1,024
14	0,958	1,042	0,961	1,039	0,964	1,036	0,966	1,034	0,967	1,033	0,973	1,027	0,977	1,023
15	0,960	1,040	0,963	1,037	0,965	1,035	0,967	1,033	0,969	1,031	0,974	1,026	0,978	1,022
16	0,961	1,039	0,964	1,036	0,966	1,034	0,968	1,032	0,970	1,030	0,975	1,025	0,979	1,021
17	0,962	1,038	0,965	1,035	0,967	1,033	0,969	1,031	0,971	1,029	0,976	1,024	0,979	1,021
18	0,963	1,037	0,966	1,034	0,968	1,032	0,970	1,030	0,972	1,028	0,977	1,023	0,980	1,020
19	0,964	1,036	0,967	1,033	0,969	1,031	0,971	1,029	0,972	1,028	0,977	1,023	0,980	1,020
20	0,965	1,035	0,968	1,032	0,970	1,030	0,972	1,028	0,973	1,027	0,978	1,022	0,981	1,019
21	0,966	1,034	0,969	1,031	0,971	1,029	0,972	1,028	0,974	1,026	0,979	1,021	0,981	1,019
22	0,967	1,033	0,969	1,031	0,971	1,029	0,973	1,027	0,974	1,026	0,979	1,021	0,982	1,018
23	0,968	1,032	0,970	1,030	0,972	1,028	0,974	1,026	0,975	1,025	0,980	1,020	0,982	1,018
24	0,969	1,031	0,971	1,029	0,973	1,027	0,974	1,026	0,976	1,024	0,980	1,020	0,983	1,017
25	0,969	1,031	0,971	1,029	0,973	1,027	0,975	1,025	0,976	1,024	0,981	1,019	0,983	1,017
26	0,970	1,030	0,972	1,028	0,974	1,026	0,975	1,025	0,977	1,023	0,981	1,019	0,983	1,017
27	0,970	1,030	0,973	1,027	0,974	1,026	0,976	1,024	0,977	1,023	0,981	1,019	0,984	1,016
28	0,971	1,029	0,973	1,027	0,975	1,025	0,976	1,024	0,978	1,022	0,982	1,018	0,984	1,016
29	0,971	1,029	0,974	1,026	0,975	1,025	0,977	1,023	0,978	1,022	0,982	1,018	0,984	1,016
30	0,972	1,028	0,974	1,026	0,976	1,024	0,977	1,023	0,978	1,022	0,982	1,018	0,985	1,015

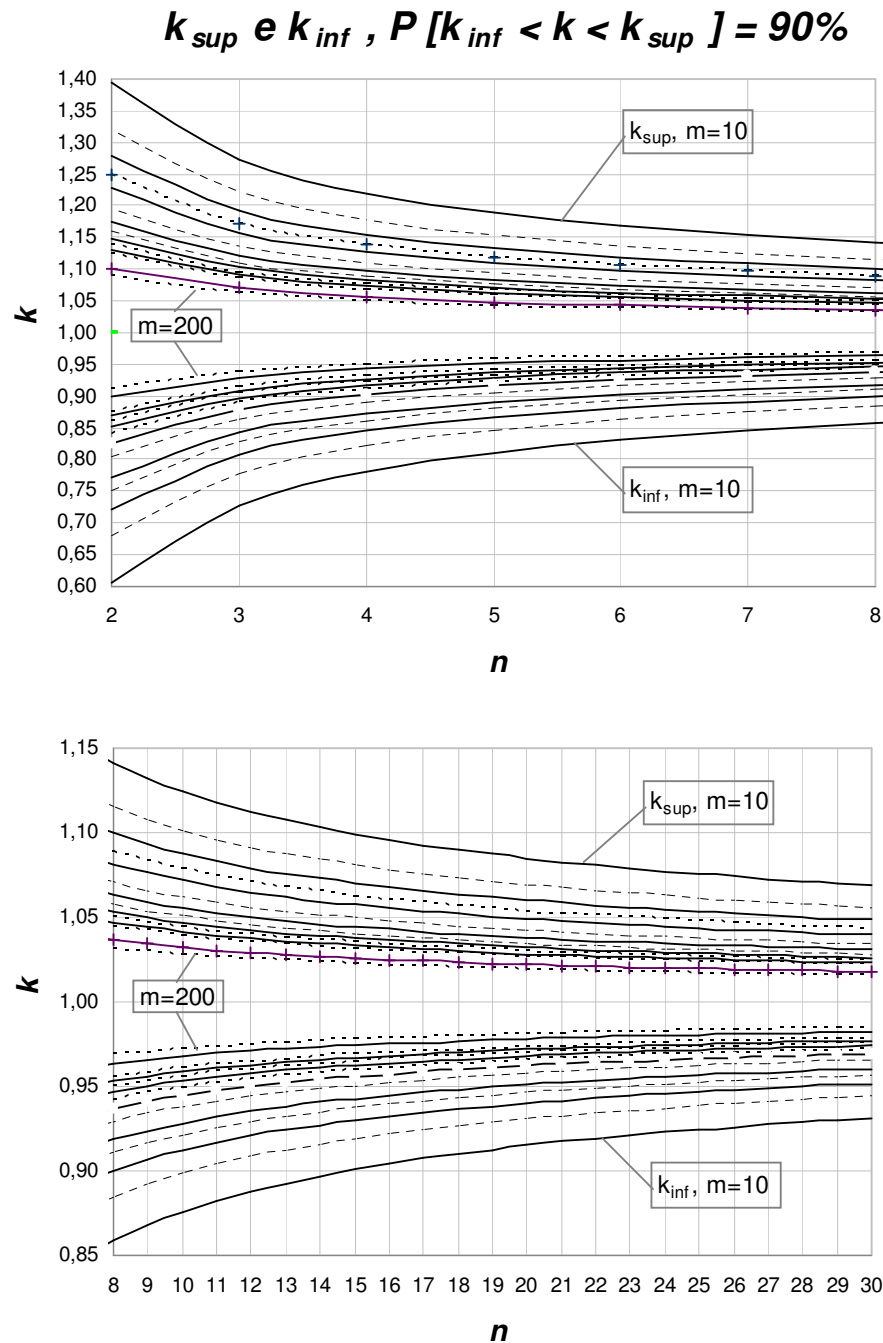


Figura 4.20 - Gráfico dos Intervalos de 90% de probabilidade para o fator de erro k para diferentes n e m : limites k_{inf} e k_{sup} para construção de IC de 90% para C_p e C_{pk} .

Tabela 4.16a - Intervalos de 95% de probabilidade para o fator de erro k para diferentes n e $m = 10, 15, 20, 25, 30, 40$ e 50 : limites k_{inf} e k_{sup} para construção de IC de 95% para C_p e C_{pk} .

$P(k_{inf} < k < k_{sup}) = 0,95$														
n	$m = 10$		15		20		25		30		40		50	
	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}
2	0,532	1,468	0,618	1,382	0,669	1,331	0,704	1,296	0,730	1,270	0,766	1,234	0,791	1,209
3	0,676	1,324	0,735	1,265	0,771	1,229	0,795	1,205	0,813	1,187	0,838	1,162	0,855	1,145
4	0,738	1,262	0,786	1,214	0,815	1,185	0,835	1,165	0,849	1,151	0,869	1,131	0,883	1,117
5	0,775	1,225	0,816	1,184	0,841	1,159	0,858	1,142	0,870	1,130	0,888	1,112	0,899	1,101
6	0,800	1,200	0,836	1,164	0,858	1,142	0,873	1,127	0,884	1,116	0,900	1,100	0,910	1,090
7	0,818	1,182	0,851	1,149	0,871	1,129	0,885	1,115	0,895	1,105	0,909	1,091	0,918	1,082
8	0,832	1,168	0,863	1,137	0,881	1,119	0,894	1,106	0,903	1,097	0,916	1,084	0,925	1,075
9	0,843	1,157	0,872	1,128	0,889	1,111	0,901	1,099	0,909	1,091	0,921	1,079	0,930	1,070
10	0,852	1,148	0,879	1,121	0,895	1,105	0,906	1,094	0,915	1,085	0,926	1,074	0,934	1,066
11	0,860	1,140	0,886	1,114	0,901	1,099	0,911	1,089	0,919	1,081	0,930	1,070	0,937	1,063
12	0,866	1,134	0,891	1,109	0,906	1,094	0,916	1,084	0,923	1,077	0,933	1,067	0,940	1,060
13	0,872	1,128	0,896	1,104	0,910	1,090	0,919	1,081	0,926	1,074	0,936	1,064	0,943	1,057
14	0,877	1,123	0,900	1,100	0,913	1,087	0,922	1,078	0,929	1,071	0,939	1,061	0,945	1,055
15	0,882	1,118	0,904	1,096	0,916	1,084	0,925	1,075	0,932	1,068	0,941	1,059	0,947	1,053
16	0,886	1,114	0,907	1,093	0,919	1,081	0,928	1,072	0,934	1,066	0,943	1,057	0,949	1,051
17	0,890	1,110	0,910	1,090	0,922	1,078	0,930	1,070	0,936	1,064	0,945	1,055	0,951	1,049
18	0,893	1,107	0,913	1,087	0,924	1,076	0,932	1,068	0,938	1,062	0,946	1,054	0,952	1,048
19	0,896	1,104	0,915	1,085	0,926	1,074	0,934	1,066	0,940	1,060	0,948	1,052	0,953	1,047
20	0,899	1,101	0,917	1,083	0,928	1,072	0,936	1,064	0,942	1,058	0,949	1,051	0,955	1,045
21	0,901	1,099	0,919	1,081	0,930	1,070	0,938	1,062	0,943	1,057	0,951	1,049	0,956	1,044
22	0,904	1,096	0,921	1,079	0,932	1,068	0,939	1,061	0,944	1,056	0,952	1,048	0,957	1,043
23	0,906	1,094	0,923	1,077	0,934	1,066	0,941	1,059	0,946	1,054	0,953	1,047	0,958	1,042
24	0,908	1,092	0,925	1,075	0,935	1,065	0,942	1,058	0,947	1,053	0,954	1,046	0,959	1,041
25	0,910	1,090	0,927	1,073	0,936	1,064	0,943	1,057	0,948	1,052	0,955	1,045	0,960	1,040
26	0,912	1,088	0,928	1,072	0,938	1,062	0,944	1,056	0,949	1,051	0,956	1,044	0,961	1,039
27	0,914	1,086	0,929	1,071	0,939	1,061	0,945	1,055	0,950	1,050	0,957	1,043	0,961	1,039
28	0,915	1,085	0,931	1,069	0,940	1,060	0,946	1,054	0,951	1,049	0,958	1,042	0,962	1,038
29	0,917	1,083	0,932	1,068	0,941	1,059	0,947	1,053	0,952	1,048	0,958	1,042	0,963	1,037
30	0,918	1,082	0,933	1,067	0,942	1,058	0,948	1,052	0,953	1,047	0,959	1,041	0,963	1,037

Tabela 4.16b - Intervalos de 95% de probabilidade para o fator de erro k para diferentes n e $m = 60, 70, 80, 90, 100, 150$ e 200 : limites k_{inf} e k_{sup} para construção de IC de 95% para C_p e C_{pk} .

$P(k_{inf} < k < k_{sup}) = 0,95$														
	$m = 60$		70		80		90		100		150		200	
n	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}	k_{inf}	k_{sup}
2	0,809	1,191	0,823	1,177	0,834	1,166	0,844	1,156	0,852	1,148	0,879	1,121	0,895	1,105
3	0,868	1,132	0,878	1,122	0,885	1,115	0,892	1,108	0,898	1,102	0,916	1,084	0,928	1,072
4	0,893	1,107	0,901	1,099	0,908	1,092	0,913	1,087	0,917	1,083	0,932	1,068	0,942	1,058
5	0,908	1,092	0,915	1,085	0,920	1,080	0,925	1,075	0,929	1,071	0,942	1,058	0,950	1,050
6	0,918	1,082	0,924	1,076	0,929	1,071	0,933	1,067	0,937	1,063	0,948	1,052	0,955	1,045
7	0,926	1,074	0,931	1,069	0,936	1,064	0,939	1,061	0,942	1,058	0,953	1,047	0,959	1,041
8	0,931	1,069	0,936	1,064	0,940	1,060	0,944	1,056	0,947	1,053	0,957	1,043	0,962	1,038
9	0,936	1,064	0,941	1,059	0,944	1,056	0,948	1,052	0,950	1,050	0,959	1,041	0,965	1,035
10	0,940	1,060	0,944	1,056	0,948	1,052	0,951	1,049	0,953	1,047	0,962	1,038	0,967	1,033
11	0,943	1,057	0,947	1,053	0,950	1,050	0,953	1,047	0,956	1,044	0,964	1,036	0,969	1,031
12	0,945	1,055	0,950	1,050	0,953	1,047	0,955	1,045	0,958	1,042	0,966	1,034	0,970	1,030
13	0,948	1,052	0,952	1,048	0,955	1,045	0,957	1,043	0,960	1,040	0,967	1,033	0,971	1,029
14	0,950	1,050	0,954	1,046	0,957	1,043	0,959	1,041	0,961	1,039	0,968	1,032	0,973	1,027
15	0,952	1,048	0,955	1,045	0,958	1,042	0,961	1,039	0,963	1,037	0,969	1,031	0,974	1,026
16	0,953	1,047	0,957	1,043	0,960	1,040	0,962	1,038	0,964	1,036	0,971	1,029	0,974	1,026
17	0,955	1,045	0,958	1,042	0,961	1,039	0,963	1,037	0,965	1,035	0,971	1,029	0,975	1,025
18	0,956	1,044	0,960	1,040	0,962	1,038	0,964	1,036	0,966	1,034	0,972	1,028	0,976	1,024
19	0,958	1,042	0,961	1,039	0,963	1,037	0,965	1,035	0,967	1,033	0,973	1,027	0,977	1,023
20	0,959	1,041	0,962	1,038	0,964	1,036	0,966	1,034	0,968	1,032	0,974	1,026	0,977	1,023
21	0,960	1,040	0,963	1,037	0,965	1,035	0,967	1,033	0,969	1,031	0,975	1,025	0,978	1,022
22	0,961	1,039	0,964	1,036	0,966	1,034	0,968	1,032	0,970	1,030	0,975	1,025	0,978	1,022
23	0,962	1,038	0,964	1,036	0,967	1,033	0,969	1,031	0,970	1,030	0,976	1,024	0,979	1,021
24	0,962	1,038	0,965	1,035	0,968	1,032	0,969	1,031	0,971	1,029	0,976	1,024	0,979	1,021
25	0,963	1,037	0,966	1,034	0,968	1,032	0,970	1,030	0,972	1,028	0,977	1,023	0,980	1,020
26	0,964	1,036	0,967	1,033	0,969	1,031	0,971	1,029	0,972	1,028	0,977	1,023	0,980	1,020
27	0,965	1,035	0,967	1,033	0,969	1,031	0,971	1,029	0,973	1,027	0,978	1,022	0,981	1,019
28	0,965	1,035	0,968	1,032	0,970	1,030	0,972	1,028	0,973	1,027	0,978	1,022	0,981	1,019
29	0,966	1,034	0,969	1,031	0,971	1,029	0,972	1,028	0,974	1,026	0,979	1,021	0,981	1,019
30	0,967	1,033	0,969	1,031	0,971	1,029	0,973	1,027	0,974	1,026	0,979	1,021	0,982	1,018

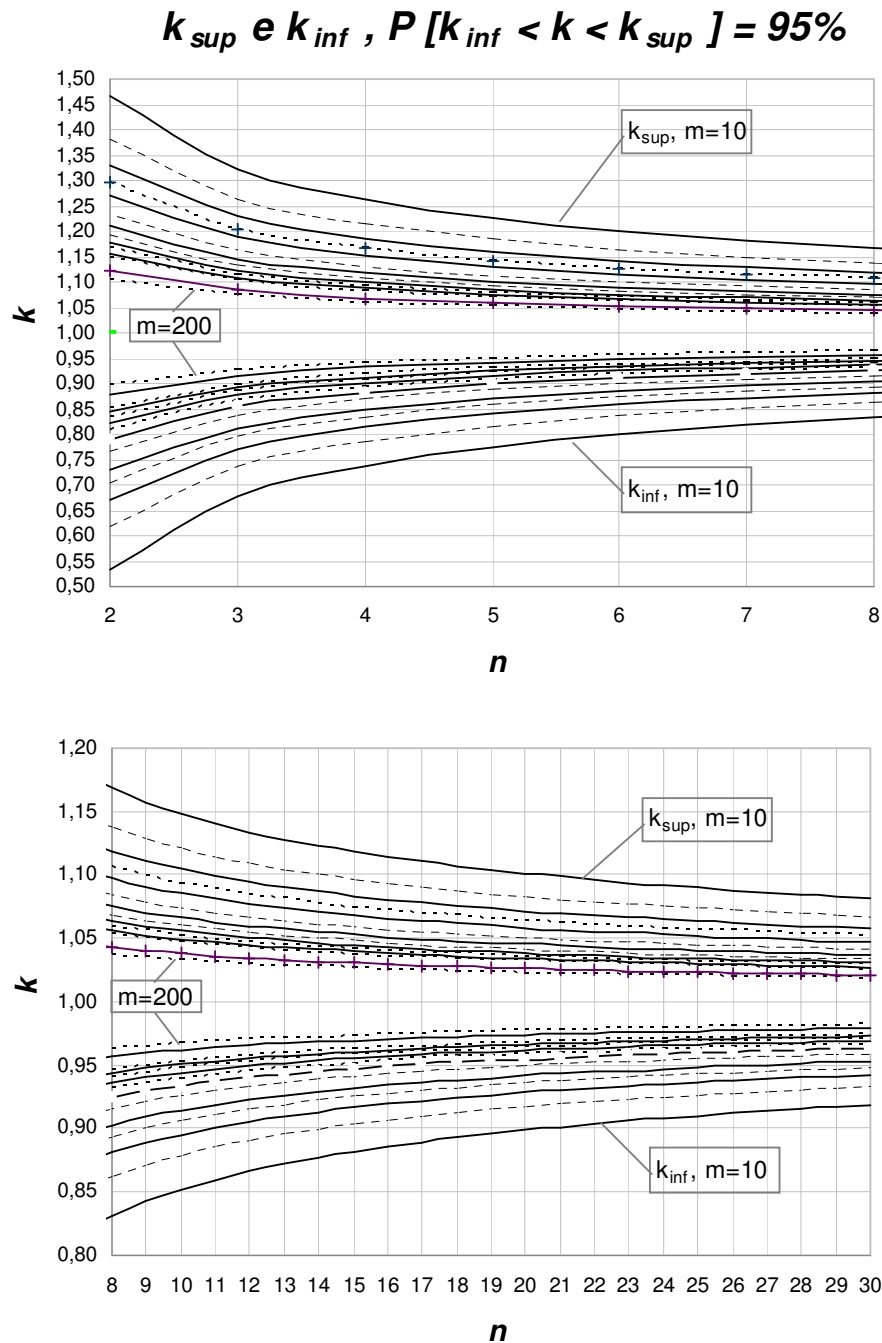


Figura 4.21 – Gráfico dos Intervalos de 95% de probabilidade para o fator de erro k para diferentes n e m : limites k_{inf} e k_{sup} para construção de IC de 95% para C_p e C_{pk} .

4.7.

Metodologia da Análise 7: Determinação do número mínimo de amostras m que, para cada tamanho de amostra n dado, garante que $(1 - \varepsilon/100) \leq k \leq (1 + \varepsilon/100)$ com probabilidade c , para valores de ε e de c especificados.

Denote-se por $\varepsilon\%$ a diferença percentual entre o fator de erro k e o valor 1 (que corresponde a σ_0 estimado sem erro). Portanto, pelas equações (3.3.1) e (3.3.2), o evento $(1 - \varepsilon/100) \leq k \leq (1 + \varepsilon/100)$ será equivalente ao evento

$$(1 - \varepsilon/100)Cp_a \leq Cp \leq (1 + \varepsilon/100)Cp_a \quad (4.7.1)$$

e, no caso de a média real do processo ser conhecida sem erro, será ainda equivalente ao evento

$$(1 - \varepsilon/100)Cpk_a \leq Cpk \leq (1 + \varepsilon/100)Cpk_a \quad (4.7.2)$$

Quando $k = 1$, $\varepsilon = 0$, $Cp = Cp_a$ e $Cpk = Cpk_a$. Note que $(1 - \varepsilon/100) \leq k \leq (1 + \varepsilon/100)$ corresponde à expressão $(k_{\inf} \leq k \leq k_{\sup})$ utilizada na Análise 6 (Seção 4.6) para os índices de capacidade, com $k_{\inf} = 1 - \varepsilon/100$ e $k_{\sup} = 1 + \varepsilon/100$.

Nesta Seção, determina-se para cada tamanho de amostras n , o número mínimo de amostras m necessário para garantir, com determinado percentual de confiança $100c\%$, onde $c = P[(1 - \varepsilon/100) \leq k \leq (1 + \varepsilon/100)]$, que as equações (4.7.1) e (4.7.2) sejam válidas. Note que a média real do processo nunca será conhecida com precisão absoluta, de modo que (4.7.2) é “otimista” no sentido que o nível de confiança para tal intervalo para Cpk será menor que o nominal ($100c\%$), ou, de forma equivalente, o intervalo de confiança de $100c\%$ será mais largo. O intervalo obtido por (4.7.2) corresponde ao melhor cenário. Para Cp , no entanto, como o valor de tal índice não depende da média do processo, o intervalo em (4.7.1) é exato.

Como $k \sim N\left(1; \frac{(1-c_4^2)}{c_4^2 m}\right)$ e o nível $100c\%$ de certeza é especificado pelo usuário para o intervalo $P[(1-\varepsilon/100) \leq k \leq (1+\varepsilon/100)]$,

$$P(k_{\inf} \leq k \leq k_{\sup}) = c = \Phi\left(\frac{k_{\sup} - \mu_k}{\sigma_k}\right) - \Phi\left(\frac{k_{\inf} - \mu_k}{\sigma_k}\right) \quad (4.7.3)$$

Da expressão (3.2.2) tem-se que $\mu_k = 1$ e $\sigma_k = \sqrt{\frac{1-c_4^2}{c_4^2 m}}$, que é função de m e de n (pois c_4 é função de n). Portanto, é possível determinar o valor de m , tal que:

$$m = \frac{1-c_4^2}{c_4^2 \sigma_k^2} \quad (4.7.4)$$

onde, de (4.7.3) σ_k deve assumir o valor $\frac{(k_{\sup}-1)}{\Phi^{-1}\{1-[(1-c)/2]\}}$ ou $\frac{(k_{\inf}-1)}{\Phi^{-1}[(1-c)/2]}$,

onde, evidentemente, $k_{\inf} = 1 - \varepsilon/100$ e $k_{\sup} = 1 + \varepsilon/100$.

Nesta análise para os índices Cp e Cpk , os níveis de confiança considerados foram $100c\% = 0,80, 0,90$ e $0,95$ e as semi-larguras percentuais para o intervalo de confiança consideradas foram $\varepsilon = 5, 10, 20$ e 30% .

4.7.1.**Resultados e Discussão da Análise 7**

Na terceira análise para a capacidade do processo (Análise 7), o usuário poderá obter, para cada tamanho de amostras n , o número mínimo de amostras m necessário para garantir que a semi-largura do intervalo de confiança de $100\%c$ para C_p seja igual a um percentual ε da estimativa pontual C_{p_a} e para C_{pk} , igual a um percentual ε da estimativa pontual C_{pk_a} (quando a média do processo é conhecida); onde o percentual ε e o nível de confiança $100\%c$, são especificados pelo usuário.

A partir da análise da Tabela 5.17, pode-se constatar que quanto maior for o valor especificado para ε e/ou menor o nível de confiança, menor será o número de amostras necessário para garantir essas condições. Da mesma forma, evidentemente, tamanhos de amostras maiores permitem ao usuário trabalhar com número de amostras menores e vice-versa. Por exemplo, para $\varepsilon = 5\%$ o menor número de amostras iniciais que garante com 95% de confiança que $(0,95 \leq k \leq 1,05)$, são 27 amostras de tamanho $n = 30$ (ver também Figura 5.24). Evidentemente, para um maior número de amostras iniciais, de acordo com a Tabela 5.17, é possível garantir que $P(0,95 \leq k \leq 1,05) = 95\%$, com 88 amostras iniciais de tamanho $n = 10$ ou ainda, 203 amostras de tamanho $n = 5$. Para níveis de confiança menores, por exemplo, $P(0,95 \leq k \leq 1,05) = 90\%$, o número mínimo de amostras diminui, passando a ser de 22 amostras de tamanho $n = 27$; 62 amostras de tamanho $n = 10$; e 143 amostras de tamanho $n = 5$ (ver Tabela 5.17 e Figura 5.23). Considerando-se $P(0,95 \leq k \leq 1,05) = 80\%$, o número mínimo de amostras é de 12 amostras de tamanho $n = 30$; 38 amostras de tamanho $n = 10$; e 87 amostras de tamanho $n = 5$ (ver Tabela 5.17 e Figura 5.22).

Para desvios percentuais (semi-larguras do IC) maiores, o número mínimo de amostras diminui ainda mais. Ainda pela Tabela 5.17, verifica-se por exemplo, que para $\varepsilon = 10\%$, o menor número de amostras iniciais que garante com 80% de probabilidade que o fator de erro k está no intervalo $(0,90 \leq k \leq 1,10)$ são 3 amostras de tamanho $n = 30$; 10 amostras de tamanho $n = 10$ ou 22 amostras de tamanho $n = 5$.

O número de amostras usual de $m = 25$ consta na Tabela 5.17 para alguns tamanhos de amostra e algumas das probabilidades c e desvios ε especificados. Portanto, pode-se inferir que para alguns casos (para determinado tamanho de amostra e para uma probabilidade c e um desvio ε), pode-se garantir com um razoável grau de certeza ($c \geq 80\%$), que $m = 25$ amostras iniciais, retiradas de um processo cujo desvio-padrão é desconhecido e estimado com erro, corresponde a um número mínimo de amostras suficiente para afirmar que $P(k_{\inf} Cp_a \leq Cp \leq k_{\sup} Cp_a) = c$ e $P(k_{\inf} Cpk_a \leq Cpk \leq k_{\sup} Cpk_a) = c$.

Tabela 4.17 - Número mínimo de amostras iniciais m em função de n para $c = 80, 90$ e 95% e $\varepsilon = 5, 10, 20$ e 30% .

n	m											
	$\varepsilon = 5\%$			$\varepsilon = 10\%$			$\varepsilon = 20\%$			$\varepsilon = 30\%$		
	$c = 0,95$	$0,90$	$0,80$	$0,95$	$0,90$	$0,80$	$0,95$	$0,90$	$0,80$	$0,95$	$0,90$	$0,80$
2	878	618	375	220	155	94	55	39	24	25	18	11
3	420	296	180	105	74	45	27	19	12	12	9	5
4	274	193	118	69	49	30	18	13	8	8	6	4
5	203	143	87	51	36	22	13	9	6	6	4	3
6	161	114	69	41	29	18	11	8	5	5	4	2
7	133	94	57	34	24	15	9	6	4	4	3	2
8	114	80	49	29	20	13	8	5	4	4	3	2
9	99	70	43	25	18	11	7	5	3	3	2	2
10	88	62	38	22	16	10	6	4	3	3	2	2
11	79	56	34	20	14	9	5	4	3	3	2	1
12	72	51	31	18	13	8	5	4	2	2	2	1
13	66	46	28	17	12	7	5	3	2	2	2	1
14	61	43	26	16	11	7	4	3	2	2	2	1
15	56	40	24	14	10	6	4	3	2	2	2	1
16	53	37	23	14	10	6	4	3	2	2	2	1
17	49	35	21	13	9	6	4	3	2	2	1	1
18	46	33	20	12	9	5	3	3	2	2	1	1
19	44	31	19	11	8	5	3	2	2	2	1	1
20	41	29	18	11	8	5	3	2	2	2	1	1
21	39	28	17	10	7	5	3	2	2	2	1	1
22	38	27	16	10	7	4	3	2	1	2	1	1
23	36	25	16	9	7	4	3	2	1	1	1	1
24	34	24	15	9	6	4	3	2	1	1	1	1
25	33	23	14	9	6	4	3	2	1	1	1	1
26	32	22	14	8	6	4	2	2	1	1	1	1
27	30	22	13	8	6	4	2	2	1	1	1	1
28	29	21	13	8	6	4	2	2	1	1	1	1
29	28	20	12	7	5	3	2	2	1	1	1	1
30	27	19	12	7	5	3	2	2	1	1	1	1

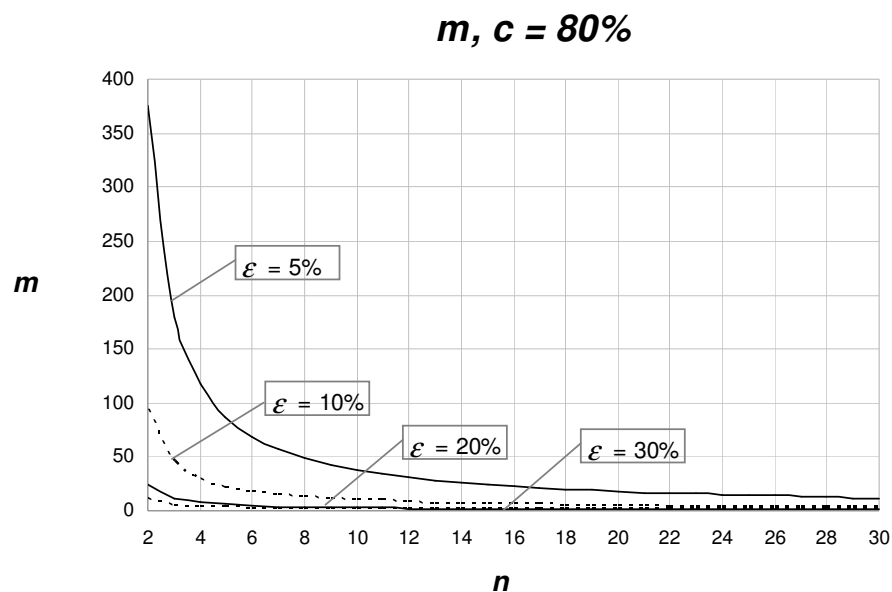


Figura 4.22 – Gráfico do número mínimo de amostras iniciais m em função de n para $c = 80\%$ e $\epsilon = 5, 10, 20$ e 30% .

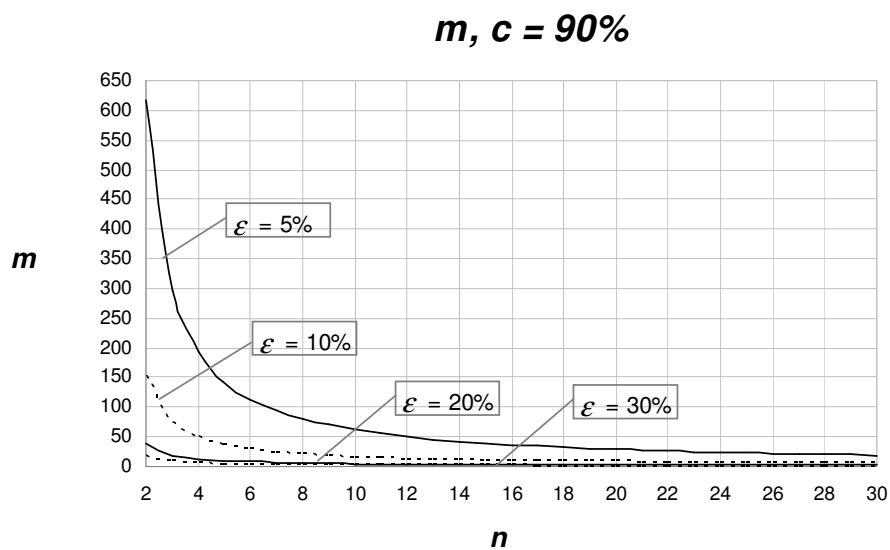


Figura 4.23 – Gráfico do número mínimo de amostras iniciais m em função de n para $c = 90\%$ e $\epsilon = 5, 10, 20$ e 30% .

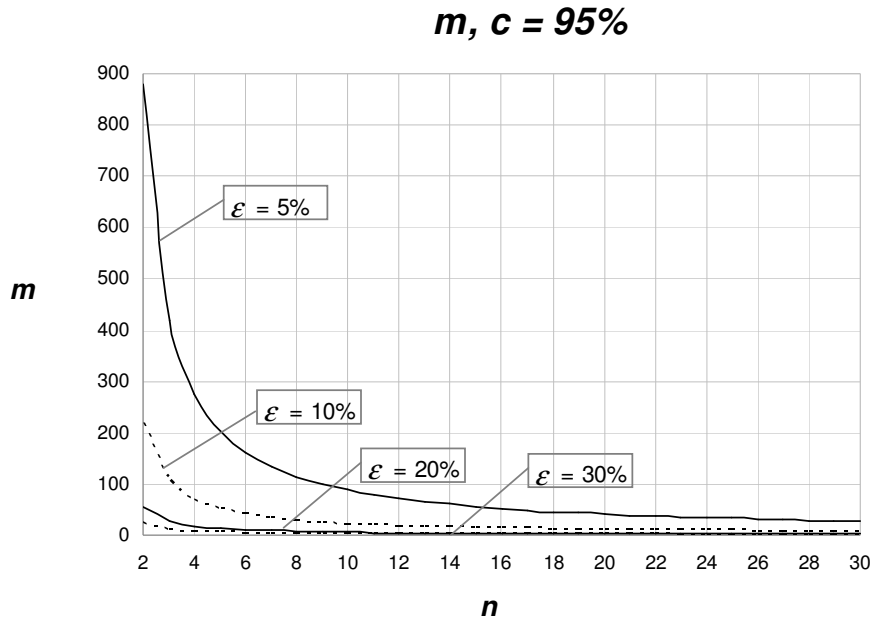


Figura 4.24 - Gráfico do número mínimo de amostras iniciais m em função de n para $c = 95\%$ e $\varepsilon = 5, 10, 20$ e 30% .

É curioso observar que, ao contrário do que ocorre com o efeito de m e n sobre o risco α , para a estimativa da capacidade do processo, o impacto de n é maior que o de m .

Calculando, para cada par (m, n) na Tabela 5.17, o produto (mxn) – número mínimo necessário de unidades inspecionadas para manter o erro na estimativa da capacidade do processo dentro de limites especificados, com um nível de confiança também especificado – observa-se que, para quaisquer valores de ε e c , à medida que n cresce, diminui o valor do produto $m \times n$, havendo, para alguns tamanhos de amostras $n \geq 15$, alguns aumentos pontuais no valor deste produto, mas que logo em seguida voltam à diminuir. Por exemplo, para $\varepsilon = 5\%$ e $c = 90\%$, observa-se que para $n = 5$, m é igual a 143 amostras e o total de unidades inspecionadas é de $mxn = 715$ unidades; para $n = 10$, $m = 62$, são inspecionadas 620 unidades; e para $n = 20$, $m = 29$, e o produto mxn é igual a 580 unidades. Para o número de amostras seguinte, $n = 21$, na Tabela 5.17, $m = 28$ e o total de unidades inspecionadas é igual a 588, maior que para $n = 20$ (580 unidades). Note que, para $n = 23$, $m = 25$, e o total inspecionado ($m \times n$) volta a diminuir, agora para 575 unidades.

Portanto, para garantir boa precisão na estimativa da capacidade do processo, é mais eficaz (e mais eficiente) trabalhar com amostras maiores do que com um maior número de amostras. De qualquer forma, se os valores de ε e c na Tabela 5.17 e os valores de ε e p nas Tabelas 5.11 a 5.13 forem considerados representativos do que será desejável na prática, ou seja, valores que tipicamente seriam especificados pelo usuário, então observa-se que a “boa precisão” das estimativas de capacidade do processo requer, para cada tamanho de amostra, menos amostras do que é requerido para garantir o “bom desempenho” do gráfico de S , em termos de probabilidade de alarme falso.

O efeito da estimação do desvio-padrão do processo é muito mais crítico sobre a probabilidade de alarme falso – possivelmente porque ela corresponde a valores mais afastados, nas caudas de distribuição de k , que são mais afastados pela imprecisão da estimativa de σ_0 .