

3 Revisão Bibliográfica

3.1. Notas Iniciais

Neste item são apresentados alguns conceitos clássicos referentes ao dimensionamento à força cortante de vigas, como o da Treliça Generalizada e o estudo de Kani. Modelos teóricos e prescrições normativas que tratam do dimensionamento de vigas com e sem a utilização de reforço estrutural são discutidos. Alguns trabalhos experimentais realizados no Brasil e no exterior sobre o reforço à força cortante de vigas de concreto armado por meio de compósitos de fibras de carbono são descritos.

Como o comportamento à força cortante de uma viga é mais complexo do que à flexão, conseqüentemente o comportamento do reforço à força cortante também é mais complexo. Na revisão bibliográfica mostra-se que o dimensionamento à força cortante depende do tipo de execução do reforço, do sistema de ancoragem adotado e da deformação específica efetiva do CFC.

3.2. Resistência à Força Cortante e Modos de Ruptura

As vigas de concreto armado resistem às solicitações tangenciais pela interação de diferentes mecanismos, como pode ser observado na Figura 3.1. A força cortante é resistida pela combinação da contribuição do concreto não fissurado no banzo comprimido, pelo efeito de pino (*dowel effect*) gerado pela armadura longitudinal de tração e pelo engrenamento dos agregados (*aggregate interlock*). A armadura transversal (estribos internos) não contribui para a resistência até que se forme a primeira fissura diagonal, e a partir daí o estribo passa a auxiliar na resistência à força cortante, transmitindo tensão entre os dois lados da fissura.

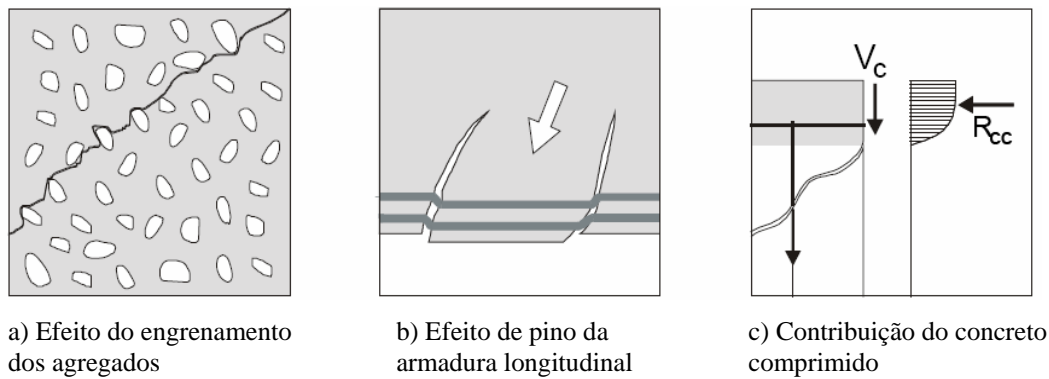


Figura 3.1 – Mecanismos de resistência à força cortante de uma viga de concreto.

Os modos de ruptura associados às vigas submetidas a forças cortantes na presença de armaduras transversais efetivas podem ser classificados da seguinte forma (Fusco, 1981):

- ruptura por força cortante – compressão: corresponde aos esmagamento da bielas diagonais de concreto;
- ruptura por força cortante – tração: ocorre quando é vencida a resistência da armadura transversal, ocorrendo a ruptura por tração diagonal;
- ruptura por força cortante – flexão: decorre da interação da força cortante com o momento fletor e surgem quando as fissuras diagonais cortam uma parte da região que formaria o banzo comprimido da viga.

A resistência à força cortante de uma viga é dada pela soma da parcela resistida pelo concreto e pelas armaduras. Com o uso dos compósitos de fibras de carbono (CFC) por meio da colagem de estribos em **U** numa viga de seção **T**, tem-se uma terceira parcela resistente, que é a parcela do reforço.

3.3. Modelos e Normas

3.3.1. Modelo da Treliça Generalizada

O modelo clássico para o cálculo da armadura transversal para resistir à força cortante é o modelo da treliça de Ritter-Mörsch, idealizado por Ritter no final do século XIX e aprimorado por Mörsch no início do século XX.

Esse modelo é sugerido pelo aspecto da fissuração das vigas fletidas, conforme mostrado na Figura 3.2, sendo baseado nas seguintes hipóteses:

- o concreto não resiste à tração;
- a viga se comporta como uma treliça de banzos paralelos;
- as bielas diagonais de compressão têm inclinação $\theta = 45^\circ$ em relação ao eixo longitudinal da viga.

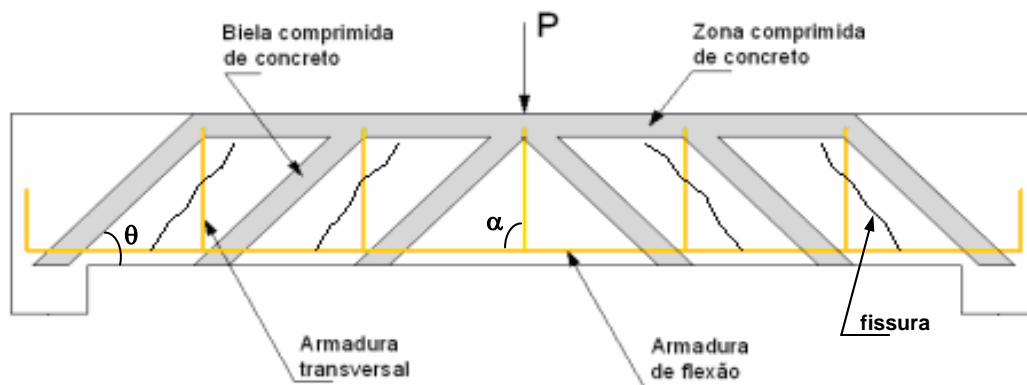


Figura 3.2 – Modelo da Treliça Clássica de Ritter-Mörsch.

A armadura transversal tem uma inclinação $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ em relação ao eixo longitudinal da viga.

O modelo da Treliça Generalizada surgiu com os estudos de Fritz Leonhardt e René Walther, que na década de 1960 ensaiaram diversas vigas e concluíram que o modelo de Ritter-Mörsch não era consistente, pois o ângulo das bielas de concreto era diferente de 45° .

A Figura 3.3 ilustra o modelo da Treliça Generalizada onde:

- α – ângulo de inclinação das barras transversais;
- θ – ângulo de inclinação das bielas;
- s – espaçamento entre as barras transversais;
- z – braço de alavanca;
- V_α – força em uma barra transversal;
- V_s – força cortante solicitante.

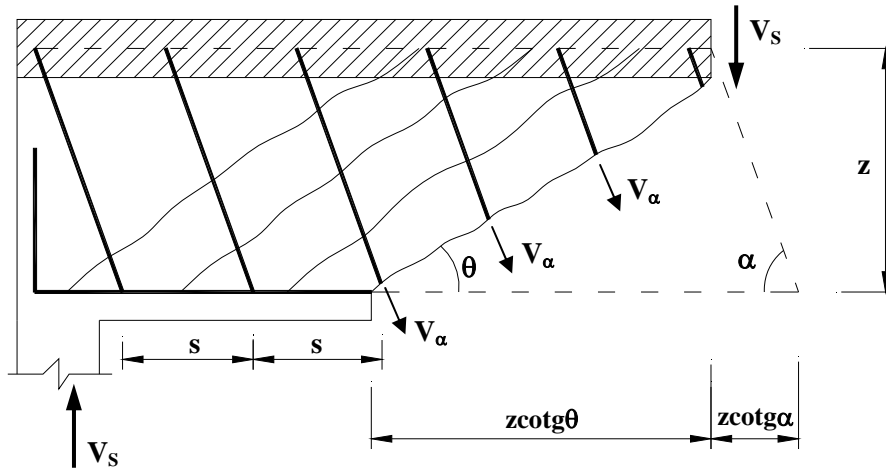


Figura 3.3 – Modelo esquemático da Treliça Generalizada.

O número de barras transversais que cortam uma fissura é dado por:

$$n = \frac{z}{s} (\cotg \theta + \cotg \alpha) \quad (3.1)$$

O equilíbrio das forças verticais $\Sigma F_y = 0$ é dado por:

$$V_s - (nV_\alpha) \text{sen} \alpha = 0 \quad (3.2)$$

sendo

$$V_\alpha = A_{s\alpha} \sigma_s \quad (3.3)$$

onde

$A_{s\alpha}$ – área de uma barra transversal;

σ_s – tensão em uma barra transversal.

Para a força cortante resistida pela armadura transversal tem-se:

$$V_s = \frac{z}{s} A_{s\alpha} \sigma_s \text{sen} \alpha (\cotg \theta + \cotg \alpha) \quad (3.4)$$

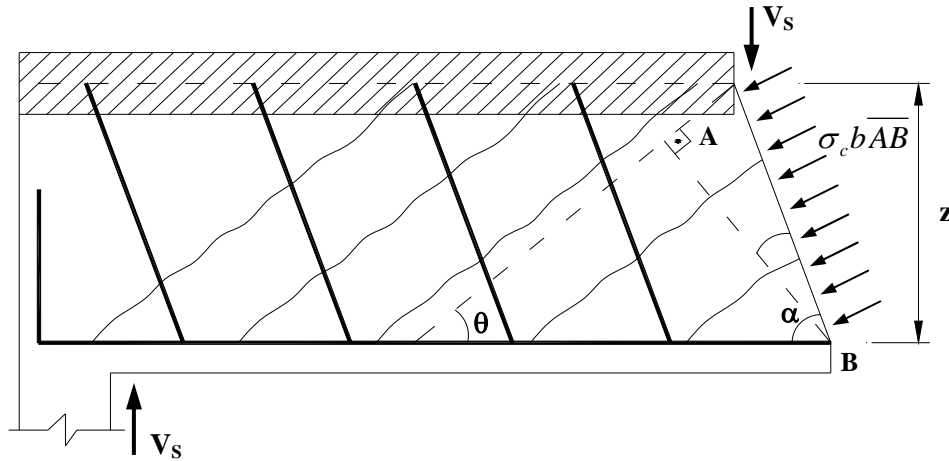


Figura 3.4 – Biela da Trelíça Generalizada.

A força de compressão nas bielas de concreto, seccionando-se a viga junto a uma barra transversal (Figura 3.4) é obtida considerando-se:

$$\overline{AB} = \frac{z}{\text{sen}\alpha} \cos\psi \quad (3.5)$$

sendo

$$\psi = \alpha - \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \quad (3.6)$$

logo

$$\cos\psi = \cos \left[\alpha - \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \right] = \cos\alpha \text{sen}\theta + \text{sen}\alpha \cos\theta \quad (3.7)$$

Com a expressão 3.5 tem-se:

$$\overline{AB} = \frac{z}{\text{sen}\alpha} (\cos\alpha \text{sen}\theta + \text{sen}\alpha \cos\theta) = z \text{sen}\theta (\cotg\alpha + \cotg\theta) \quad (3.8)$$

Pelo equilíbrio das forças verticais ($\Sigma F_y = 0$), a força cortante resistida pela biela é dada por:

$$V_R = \sigma_c b \overline{AB} \text{sen}\theta = \sigma_c b z (\cotg\alpha + \cotg\theta) \text{sen}^2\theta \quad (3.9)$$

3.3.2. ACI – 318 (1999)

Essa norma usa uma expressão empírica para prever a resistência à força cortante de uma seção transversal de vigas de concreto armado. A parcela resistida pelo concreto é dada por:

$$V_c = \left(0,16\sqrt{f_c} + 17\rho_{sl} \frac{a}{d} \right) b_w d \leq 0,29b_w d \sqrt{f_c} \quad (3.10)$$

onde

f_c – resistência à compressão do concreto;

ρ_{sl} – taxa geométrica da armadura longitudinal;

a – distância da aplicação da força até o apoio considerado;

d – altura útil;

b_w – largura da alma da viga.

A força cortante resistida pelos estribos verticais é dada por:

$$V_s = \frac{A_{sw} f_y d}{s} \leq 0,68\sqrt{f_c} b_w d \quad (3.11)$$

onde

A_{sw} – área do estribo vertical;

s – espaçamento entre os estribos;

f_y – resistência ao escoamento da armadura transversal.

3.3.3. ACI – 440 (2001)

A capacidade nominal da força cortante de uma viga reforçada com polímero reforçado com fibras (FRP) é determinada pela adição da contribuição do reforço externo, da armadura interna e da parcela devida ao concreto:

$$V_u = \phi(V_c + V_s + \psi_f V_f) \quad (3.12)$$

onde

ϕ – fator de redução de resistência (ACI 318-99);

ψ_f – fator de redução adicional do reforço à força cortante.

Tanto a parcela resistente relativa à contribuição do concreto V_c e parcela resistida pelos estribos verticais V_s são obtidas por meio das expressões fornecidas pela norma ACI 318-99, item 3.4.

O parâmetro ψ_f da equação 3.12 é função do tipo do envolvimento e execução do reforço. Essa norma recomenda os valores da Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Fator de redução da resistência do reforço.

Tipo de execução	ψ_f
Envolvimento completo	0,95
Envolvimento em U ou somente nos lados	0,85

A contribuição do sistema de reforço com FRP está baseada na orientação das fibras e no modelo de fissuração adotado (Khalifa *et al.* 1998). A Figura 3.5 esquematiza o reforço por meio de estribos perpendiculares ao eixo da viga, ou inclinados em relação ao mesmo.

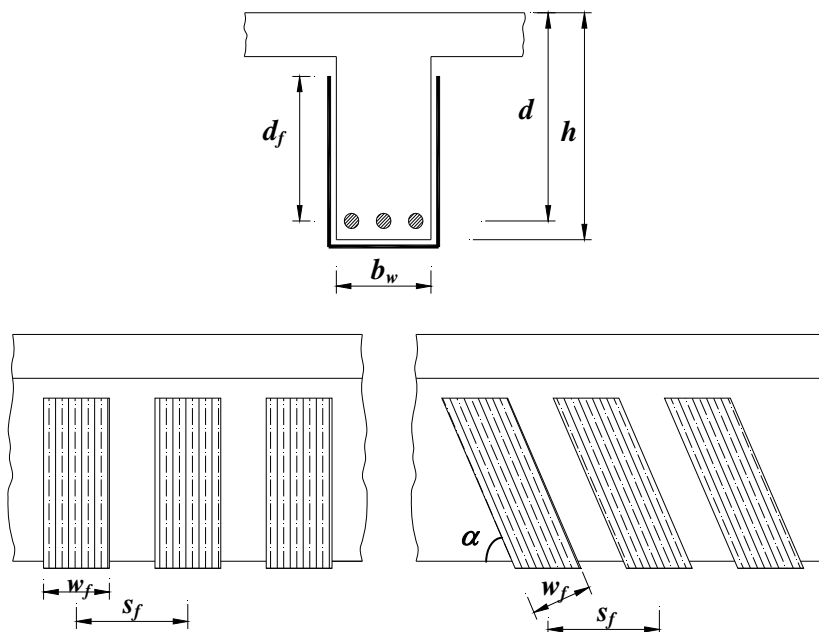


Figura 3.5 – Corte transversal e longitudinais do reforço; adaptada do ACI – 440 (2001).

A resistência à força cortante devida ao reforço é dada por:

$$V_f = \frac{A_f f_{f,e} (\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{cos} \alpha) d_f}{s_f} \quad (3.13)$$

sendo

$$A_f = 2nt_f w_f \quad (3.14)$$

e

$$f_{f,e} = \varepsilon_{f,e} E_f \quad (3.15)$$

onde

α_f – ângulo de inclinação das tiras de reforço;

s_f – espaçamento dos estribos de FRP;

d_f – altura efetiva do FRP;

A_f – área da seção transversal do FRP;

n – número de camadas do FRP;

t_f – espessura do FRP;

w_f – largura dos estribos do FRP;

$f_{f,e}$ – tensão efetiva do FRP;

$\varepsilon_{f,e}$ – deformação específica efetiva do FRP;

E_f – módulo de elasticidade do FRP.

Por meio dos possíveis modos de ruptura e do tipo de execução do reforço é possível determinar o valor da deformação específica efetiva.

Para o caso de **envolvimento completo** da seção da viga reforçada é adotada uma deformação específica máxima de 0,4%, com o objetivo de se evitar que ocorra a perda de resistência associada à perda de engrenamento dos agregados antes da ruptura do compósito. Essa limitação é dada por:

$$\varepsilon_{f,e} = 0,004 \leq 0,75\varepsilon_{f,u} \quad (3.16)$$

Nos casos de **envolvimento em U** ou **reforço somente nos lados** da viga de concreto armado, o fenômeno que governa este tipo de execução é o descolamento, ou seja, a ruptura por aderência. A deformação específica é limitada também em 0,4%, sendo dada por:

$$\varepsilon_{f,e} = k_v \varepsilon_{f,u} \leq 0,004 \quad (3.17)$$

onde k_v é o fator de redução devido à aderência do reforço.

Esse fator de redução devido à aderência é determinado por meio da resistência à compressão do concreto, do tipo de envolvimento e da rigidez do material compósito, então:

$$\kappa_v = \frac{k_1 k_2 L_e}{11900 \varepsilon_{f,u}} \leq 0,75 \quad (3.18)$$

sendo

$$L_e = \frac{23300}{(n t_f E_f)^{0,58}} \quad (3.19)$$

onde L_e é o comprimento de aderência efetivo em *mm*, com t_f em *mm* e E_f em *MPa*.

Os fatores k_1 e k_2 são dados pelas seguintes expressões:

$$k_1 = \sqrt[3]{\left(\frac{f_c}{27}\right)^2}, \text{ com } f_c \text{ em } MPa \quad (3.20)$$

– para envolvimento em **U**:

$$k_2 = \frac{d_f - L_e}{d_f} \quad (3.21)$$

– para colagem somente nos lados:

$$k_2 = \frac{d_f - 2L_e}{d_f} \quad (3.22)$$

3.3.4. FIB – Bulletin 14 (2001)

Esta Norma se baseia em estudos que comprovam que quando uma viga de concreto atinge sua resistência última à força cortante, o material compósito é tracionado na direção da fibra até um determinado valor da deformação específica, o qual, em geral, é menor que a deformação específica última ε_{fu} , e define a deformação específica efetiva ε_{fe} . Portanto, este modelo se baseia nos estudos de Triantafyllou (1998) e Täljsten (1999a), nos quais o reforço à força cortante com FRP é analisado de maneira análoga ao do cálculo da parcela resistente do estribo de aço.

A força cortante total de projeto resistida pelo elemento estrutural reforçado, usando a nomenclatura do Eurocode 2, é dada por:

$$V_{Rd} = V_{cd} + V_{wd} + V_{fd} \quad (3.23)$$

A contribuição do reforço com FRP é ilustrada na Figura 3.6, sendo dada pela seguinte expressão com base na Treliça Generalizada:

$$V_{fd} = 0,9\varepsilon_{f,e} E_f \rho_f b_w d (\cot g \theta + \cot g \alpha) \text{sen} \alpha \quad (3.24)$$

onde

α – ângulo de inclinação das tiras de reforço;

θ – ângulo de inclinação do campo de compressão diagonal;

b_w – largura da viga;

d – altura efetiva da viga;

$\varepsilon_{fd,e}$ – deformação específica efetiva do FRP (valor de projeto);

E_f – módulo de elasticidade do FRP;

ρ_f – taxa da armadura transversal do FRP.

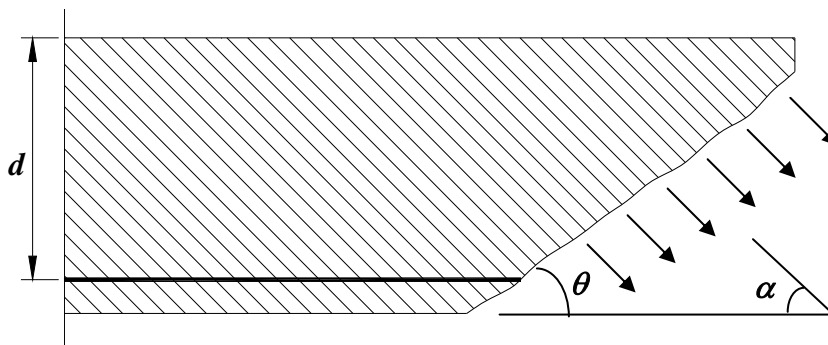


Figura 3.6 – Reforço em tecido de FRP com inclinação em relação à horizontal; adaptada da FIB – Bulletin 14 (2001).

A taxa de armadura transversal do reforço é calculada em função do tipo de colagem do mesmo sobre a viga, podendo ser dos seguintes tipos (Figura 3.7):

a) reforço por meio de colagem contínua do reforço:

$$\rho_f = \frac{2t_f \text{sen} \alpha}{b_w} \quad (3.25)$$

onde t_f é a espessura da tira de FRP.

b) reforço por meio da colagem de estribos de FRP:

$$\rho_f = \frac{2t_f b_f}{b_w s_f} \quad (3.26)$$

sendo

b_f – largura do reforço;

s_f – espaçamento entre os eixos das tiras do reforço.

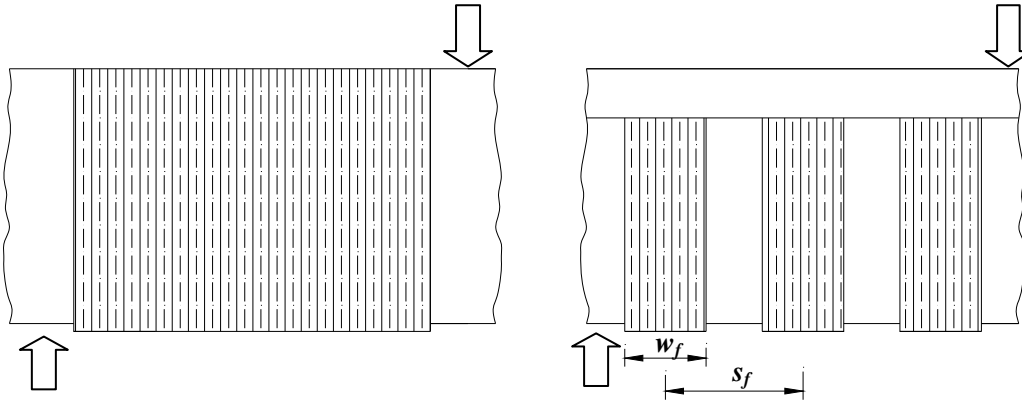


Figura 3.7 – Reforço contínuo com envolvimento completo (colagem contínua) e estribos em U; adaptada da FIB – Bulletin 14 (2001).

A deformação específica efetiva de projeto é calculada por meio da seguinte expressão:

$$\varepsilon_{fd,e} = \frac{k\varepsilon_{f,e}}{\gamma_f} \quad (3.27)$$

onde

k – fator de redução = 0,8;

γ_f – coeficiente de segurança parcial do reforço;

$\varepsilon_{f,e}$ – deformação específica efetiva do reforço.

O coeficiente de segurança está relacionado com o material utilizado (tipo de fibra) e com o controle de qualidade da aplicação do reforço (Tabela 3.2).

Tabela 3.2 – Coeficiente de segurança do compósito.

Tipo de Compósito	Aplicação do tipo A ⁽¹⁾	Aplicação do tipo B ⁽²⁾
Fibras de Carbono	1,20	1,35
Aramida	1,25	1,45
Vidro	1,30	1,50

⁽¹⁾ Alto controle de qualidade da aplicação.

⁽²⁾ Controle normal de qualidade, em locais de difícil aplicação.

Caso a ruptura da viga reforçada à força cortante ocorra por descolamento, ou seja, por ruptura de aderência do compósito, o coeficiente de segurança é dado por:

$$\gamma_f = \gamma_{fb} = 1,30 \quad (3.28)$$

Em função dos resultados experimentais advindos dos estudos de Triantafyllou e Antonopoulos (2000), concluiu-se que a deformação específica efetiva $\varepsilon_{f,e}$ é dependente do comprimento efetivo de ancoragem, sendo este função do tipo de execução do reforço (envolvimento completo, envolvimento em U ou colagem somente nos lados), e também da resistência à compressão do concreto.

Para a deformação específica efetiva do polímero reforçado com fibras (FRP) para **envolvimento completo** da seção, quando ocorre a ruptura do reforço, tem-se:

$$\varepsilon_{f,e} = 0,17 \left(\frac{f_c^{2/3}}{E_f \rho_f} \right)^{0,3} \varepsilon_{f,u} \quad (3.29)$$

onde $\varepsilon_{f,u}$ é a deformação específica última do FRP;

Quando o tipo de reforço for por meio de **envolvimento em U** ou **colagem somente nos lados**, pode ocorrer o descolamento ou a ruptura do mesmo. Para o descolamento do reforço utiliza-se a seguinte expressão para a deformação específica efetiva:

$$\varepsilon_{f,e} = 0,65 \left(\frac{f_c^{2/3}}{E_f \rho_f} \right)^{0,56} 10^{-3} \quad (3.30)$$

Para o envolvimento completo em U ou colagem somente nos lados adota-se o valor mínimo encontrado usando-se as expressões 3.29 e 3.30, cujos valores de f_c e E_f são dados em *MPa* e em *GPa*, respectivamente.

3.3.5. Modelo de Chen e Teng (2002)

Nesse modelo a resistência à força cortante de uma viga de concreto armado é dada pela contribuição do concreto V_c , pela armadura transversal V_s , e pela contribuição do reforço em FRP V_f . As parcelas V_c e V_s podem ser obtidas

diretamente das normas existentes (**ACI-318** e **Eurocode 2**), pois são na essência os modelos de treliça, clássica ou generalizada.

A colagem do reforço nesse estudo foi executada por meio de envolvimento completo da viga, envolvimento em **U**, ou com a colagem somente nos lados da viga. O esquema geral do modelo é mostrado na Figura 3.8.

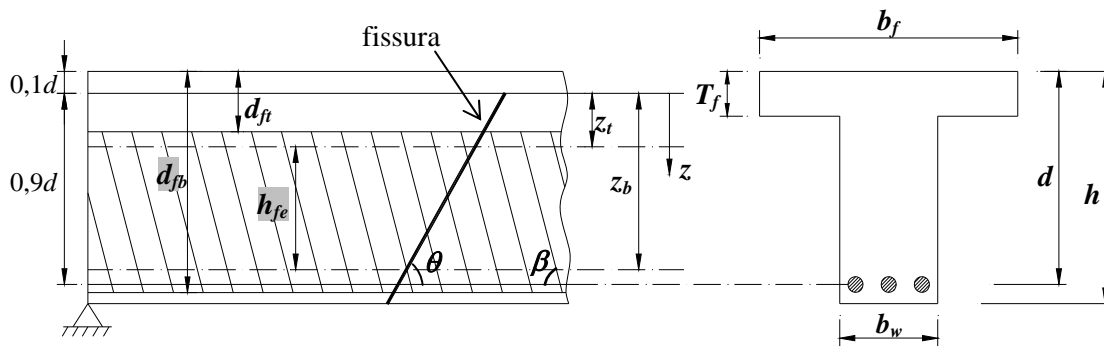


Figura 3.8 – Esquema do modelo; adaptada de Chen e Teng (2002).

A altura efetiva do reforço é dada por

$$h_{fe} = z_b - z_t \quad (3.31)$$

onde

$$z_t = (0,1d + d_{ft}) - 0,1d = d_{ft} \quad (3.32)$$

$$z_b = [d - (h - d_{fb})] - 0,1d = 0,9d - h + d_{fb} \quad (3.33)$$

Nesse modelo é enfatizado que a distribuição de tensões no CFC ao longo da fissura inclinada não é uniforme para o Estado Limite Último, tanto para a ruptura do compósito por tração, como para a ruptura por aderência do mesmo. A tensão média efetiva do reforço em FRP ao longo de uma fissura devido à força cortante é dada por:

$$f_{f,e} = D_f \sigma_{f,máx} \quad (3.34)$$

onde

$f_{f,e}$ – resistência efetiva do FRP;

D_f – fator de distribuição de tensões;

$\sigma_{f,máx}$ – tensão máxima admissível do FRP.

Para o esquema da Figura 3.8, onde a fissura devida à força cortante é inclinada de um ângulo θ em relação ao eixo longitudinal da viga, e para estribos de mesma largura e colados em ambos os lados da viga, a parcela resistente do reforço é dada por:

$$V_{d,f} = 2f_{f,e}t_f w_f \frac{h_{fe}(\cot g\theta + \cot g\beta)\text{sen}\beta}{s_f} \quad (3.35)$$

onde

t_f – espessura do reforço;

w_f – largura do reforço perpendicular à orientação da fibra de cada estribo;

s_f – espaçamento entre os estribos;

β_f – ângulo de inclinação das fibras do material compósito;

θ – ângulo de inclinação do campo de compressão.

Para o caso de reforço contínuo, como mostrado na Figura 3.9, tem-se:

$$s_{fe} = \frac{w_f}{\text{sen}\beta} \quad (3.36)$$

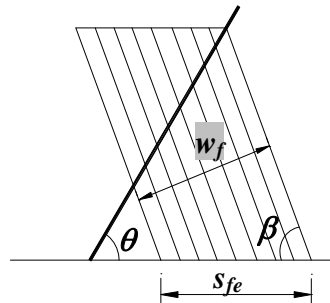


Figura 3.9 – Esquema para reforço contínuo; adaptada de Chen e Teng (2002).

Ruptura por aderência

Este tipo de ruptura ocorre nos casos em que o reforço é realizado com o **envolvimento em U** ou **em tiras coladas nos lados da viga**.

Admitindo-se que a relação entre o comprimento máximo de ancoragem $L_{máx}$ e o comprimento efetivo de ancoragem L_e é dado por:

$$\lambda = \frac{L_{máx}}{L_e} \quad (3.37)$$

onde

$$L_e = \sqrt{\frac{E_f t_f}{\sqrt{f_c}}}, \text{ com } E_f \text{ e } f_c \text{ em MPa e } t_f \text{ em mm} \quad (3.38)$$

com

t_f – espessura do FRP;

E_f – módulo de elasticidade do FRP;

f_c – resistência à compressão do concreto.

Para envolvimento em U o comprimento máximo de ancoragem é dado por:

$$L_{máx} = \frac{h_{fe}}{\text{sen}\beta} \quad (3.39)$$

Para a colagem somente nos lados da viga tem-se:

$$L_{máx} = \frac{h_{fe}}{2\text{sen}\beta} \quad (3.40)$$

O fator de distribuição de tensões para este tipo de ruptura é função do parâmetro λ .

Para $\lambda \leq 1$ tem-se:

$$D_f = \frac{2}{\pi\lambda} \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\lambda}{\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)\lambda} \quad (3.41)$$

Para $\lambda > 1$ tem-se:

$$D_f = 1 - \frac{\pi - 2}{\pi\lambda} \quad (3.42)$$

Para o dimensionamento a tensão máxima do reforço é limitada pela resistência última de aderência proposta por Chen e Teng (2002) e pela tensão última do compósito, sendo:

$$\sigma_{f,máx} = \text{mín} \left[\frac{f_f}{\gamma_f}; \frac{0,427}{\gamma_{fb}} \beta_w \beta_L \sqrt{\frac{E_f \sqrt{f_c}}{t_f}} \right] \quad (3.43)$$

onde

f_f – tensão de ruptura do FRP à tração;

γ_f – coeficiente de segurança à tração do FRP ($\gamma_f = 1,25$);

$\gamma_{f,b}$ – coeficiente de segurança de aderência do FRP ($\gamma_{f,b} = 1,25$).

O coeficiente β_w representa o coeficiente que relaciona a largura do reforço ao concreto, sendo dado por:

$$\beta_w = \sqrt{\frac{2 - \frac{w_f}{s_{fe} \text{sen} \beta}}{1 + \frac{w_f}{s_{fe} \text{sen} \beta}}} \quad (3.44)$$

onde para o reforço contínuo tem-se

$$\beta_w = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3.45)$$

e β_L representa o efeito do comprimento de ancoragem do reforço.

Sendo $\lambda < 1$ tem-se:

$$\beta_L = \text{sen} \left(\frac{\pi \lambda}{2} \right) \quad (3.46)$$

e para $\lambda \geq 1$ resulta

$$\beta_L = 1 \quad (3.47)$$

Ruptura do reforço

Esse tipo de ruptura governa o caso em que o reforço é realizado com o envolvimento completo da seção da viga, ou para envolvimento em U desde que este último seja ancorado de maneira adequada em suas extremidades.

O fator de distribuição de tensões para esse caso é dado por:

$$D_f = \frac{1 + \zeta}{2} \quad (3.48)$$

onde

$$\zeta = \frac{z_t}{z_b} \quad (3.49)$$

A tensão máxima do reforço pode ser obtida por meio das seguintes expressões:

– para:

$$\frac{f_f}{E_f} \leq \varepsilon_{f,u} \quad (3.50)$$

então

$$\sigma_{f,máx} = \frac{f_f}{\gamma_f} \quad (3.51)$$

– para:

$$\frac{f_f}{E_f} > \varepsilon_{f,u} \quad (3.52)$$

então

$$\sigma_{f,máx} = \varepsilon_{f,u} \frac{E_f}{\gamma_f} \quad (3.53)$$

3.3.6. Modelo de Khalifa e Nanni (2002)

Esse modelo adota dois modos de ruptura para o cálculo da parcela resistente do reforço com compósitos de fibras de carbono (CFC): ruptura por tração ou ruptura por aderência. O esquema para o reforço com estribos externos verticais ou inclinados é mostrado na Figura 3.13.

A contribuição da parcela referente ao reforço com CFC é dada por:

$$V_f = \frac{A_f (f_{f,e} / \gamma_f) (0,9d_f) (1 + \cot g\beta) \text{sen}\beta}{s_f} \quad (3.54)$$

sendo

$$A_f = 2t_f w_f \quad (3.55)$$

onde

β – ângulo de inclinação do reforço;

s_f – espaçamento do reforço;

A_f – área da seção transversal do reforço;

t_f – espessura do reforço;

w_f – largura dos estribos do reforço;

$f_{f,e}$ – tensão efetiva do reforço;

d_f – altura útil do reforço.

O valor da tensão efetiva do CFC é dado por:

$$f_{f,e} = Rf_{f,u} \quad (3.56)$$

onde

R – coeficiente de redução de resistência do reforço;

$f_{f,u}$ – tensão última do reforço.

O coeficiente de redução de resistência é calculado em função dos modos de ruptura do reforço. Um limite superior deste coeficiente é estabelecido com o objetivo de se controlar a perda de resistência associada à abertura da fissura, que leva à diminuição da contribuição do engrenamento dos agregados.

Ruptura do reforço

Baseado nos ensaios executados em vigas com o rompimento do reforço, Khalifa *et al.* (1998) propõem a seguinte formulação para o cálculo do coeficiente de redução de resistência:

$$R = 0,56(\rho_f E_f)^2 - 1,22(\rho_f E_f) + 0,78 \quad (3.57)$$

sendo

$$\rho_f E_f \leq 0,7 \text{ GPa} \quad (3.58)$$

com

$$\rho_f = \frac{2t_f w_f}{b_w s_f} \quad (3.59)$$

onde

ρ_f – taxa do reforço à força cortante;

b_w – tensão efetiva do reforço;

E_f – módulo de elasticidade do reforço.

Sendo o modo de execução com **envolvimento completo** ou com **envolvimento em U, com uma efetiva ancoragem da extremidade do reforço**, o valor de R encontrado para este modo de ruptura deve ser comparado com o limite superior do coeficiente de redução dado por:

$$R = \frac{0,006}{\varepsilon_{f,u}} \quad (3.60)$$

onde

$\varepsilon_{f,u}$ – deformação específica última do reforço.

Adota-se para os tipos de execução mencionados no parágrafo anterior, o menor dos dois valores calculados pelas expressões 3.57 e 3.60.

Ruptura por aderência

Para este modo de ruptura o modelo baseia-se na determinação do comprimento de ancoragem efetivo e na rigidez axial do reforço $t_f E_f$.

O comprimento de ancoragem L_e foi estudado por Miller (1999), sendo adotado um valor de 75 mm por esse pesquisador.

A expressão para o coeficiente de redução para esse modo de ruptura escreve-se:

$$R = \frac{\sqrt[3]{f_c^2} w_{f,e}}{\varepsilon_{f,u} d_f} [738,93 - 4,06(t_f E_f)] 10^{-6} \quad (3.61)$$

sendo

$$20 \text{ mmGPa} \leq t_f E_f \leq 90 \text{ mmGPa} \quad (3.62)$$

onde

f_c – resistência à compressão do concreto;

$w_{f,e}$ – largura efetiva do reforço.

A parcela da força cortante resistida pelo reforço em CFC, admitindo-se as bielas inclinadas a 45°, depende da configuração do mesmo:

a) **para envolvimento em U:**

$$w_{f,e} = d_f - L_e \quad (3.63)$$

b) **para colagem somente nos lados da viga:**

$$w_{f,e} = d_f - 2L_e \quad (3.64)$$

onde d_f é a altura efetiva do reforço.

Para envolvimento completo da seção tem-se:

$$w_{f,e} = w_f \quad (3.65)$$

O valor do coeficiente de redução para esse modo de ruptura (expressão 3.61) deve ser comparado com os valores calculados pelas expressões 3.57 e 3.60 adotando-se o menor deles.

3.3.7. NBR – 6118 (2003)

Esta norma apresenta dois modelos de cálculo possíveis para a determinação da resistência à força cortante em vigas de concreto armado, o da treliça clássica modificada e a treliça generalizada. No primeiro, denominado Modelo de Cálculo I, o ângulo da diagonal comprimida de concreto é igual a 45° e a contribuição do concreto V_c , é considerada constante. Já para o Modelo de Cálculo II, a inclinação da diagonal comprimida (biela de concreto) pode variar entre 30° e 45°.

Para a determinação da parcela V_c considera-se o Modelo de Cálculo I na flexão simples, sendo:

$$V_c = V_{c0} = 0,6 f_{ctd} b_w d \quad (3.66)$$

com

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 f_{ctm}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \times 0,3}{\gamma_c} \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (3.67)$$

onde

f_{ck} – resistência característica à compressão do concreto;

γ_c – coeficiente de segurança do concreto;

d – altura útil;

b_w – largura da alma da viga.

Considerando-se os estribos de aço com inclinação de 90° em relação a horizontal tem-se:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw} f_{yk} 0,9d}{s} \quad (3.68)$$

onde

A_{sw} – área do estribo vertical;

s – espaçamento entre os estribos;

f_{yk} – tensão de escoamento da armadura transversal característica.

A condição do elemento estrutural solicitado à força cortante é satisfatória quando verificados os estados limites últimos, atendidas simultaneamente as duas condições seguintes:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (3.69)$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (3.70)$$

onde

V_{Sd} – força cortante solicitante de cálculo da seção;

V_{Rd2} – força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

V_{Rd3} – força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal.

A verificação da compressão diagonal do concreto (bielas de compressão) é feita por meio da seguinte expressão:

$$V_{Rd2} = 0,27\alpha_v b_w d \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (3.71)$$

com

$$\alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (3.72)$$

3.3.8. Modelo de Colloti et al. (2004)

Esse modelo considera os diversos tipos de mecanismos de ruptura das vigas reforçadas à força cortante, incluindo-se o modo de ruptura devido ao descolamento do reforço.

Sendo o CFC um material elástico linear a contribuição do reforço depende da sua deformação específica na vizinhança da fissura. Os resultados experimentais mostram que a deformação específica não é uniforme, mas varia ao longo da fissura, e o deslocamento local do reforço pode ocorrer próximo à mesma. Dependendo do comprimento de ancoragem do reforço pode ocorrer ruptura por aderência do mesmo. A contribuição do reforço deve ser limitada a uma deformação específica efetiva à tração do CFC, a qual é menor que a deformação específica última desse material.

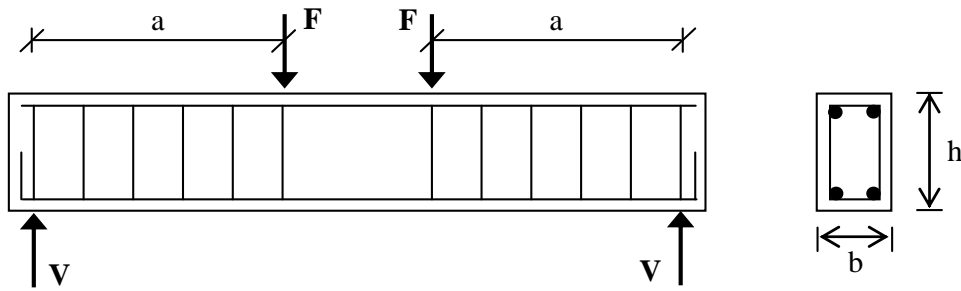


Figura 3.10 – Esquema das vigas modeladas; adaptada de Colloti *et al.* (2004).

Para a viga simplesmente apoiada solicitada por duas forças concentradas (Figura 3.10), são admitidas as seguintes hipóteses para a formulação do modelo:

1) a força cortante V origina uma tensão transversal média ao longo da alma da viga:

$$\tau = \frac{V}{bd_v} \quad (3.73)$$

onde b é a largura e d_v é altura útil da viga.

2) os estribos internos verticais de aço têm um espaçamento uniforme s , e estão sujeitos a uma tensão equivalente dada por:

$$\sigma_s = \rho_{sw} f_y \quad (3.74)$$

A taxa geométrica da armadura transversal de aço é dada por:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{bs} \quad (3.75)$$

onde

A_{sw} – área armadura transversal de aço;

f_y – tensão de tração no aço.

3) após a fissuração desenvolve-se um campo de tensões, consistindo-se de uma compressão uniaxial σ_c inclinada de um ângulo θ com relação ao eixo horizontal.

4) a resistência do concreto comprimido é dada por:

$$f_c = v_c f'_c \quad (3.76)$$

onde

f'_c – resistência obtida em corpos-de-prova padronizados;

v_c – fator de efetividade do concreto.

Assumindo-se que a eficácia do reforço externo à força cortante pode ser avaliada de uma maneira similar à adotada para os estribos internos de aço, a taxa mecânica de armadura total para resistir essa força é dada por:

$$\psi = \psi_i + \psi_e \quad (3.77)$$

com

$$\psi_i = \frac{A_{sw} f_y}{b s f_c} \quad (3.78)$$

onde

ψ_i – taxa mecânica de armadura interna;

ψ_e – taxa mecânica do reforço em CFC.

Ruptura por aderência

A Figura 3.11 mostra a força vertical F_b do reforço em forma de estribos verticais para resistir à força cortante.

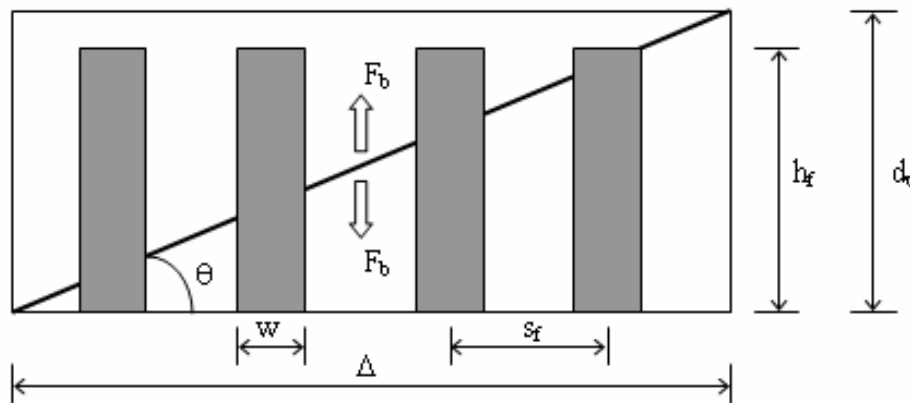


Figura 3.11 – Esquema para avaliação da aderência de estribos externos; adaptada de Coloti *et al.* (2004).

Sendo:

$$\Delta = d_v \cot g \theta \quad (3.79)$$

$$A_b = 2 n_l w_f h_f = 2 \left(\frac{\Delta}{s_f} \right) w_f h_f \quad (3.80)$$

onde

A_b – área do reforço externo colado ao concreto;

w_f – largura do estribo externo;

h_f – altura do estribo externo;

s_f – espaçamento do estribo externo.

A força a ser transmitida por aderência é dada por:

$$F_b = \frac{A_b \tau_f}{2} = 2 \left(\frac{\Delta}{2s_f} \right) w_f h_f \tau_u \quad (3.81)$$

onde τ_u é a tensão última de aderência entre o CFC e o concreto.

A força distribuída por unidade de comprimento é dada por:

$$p_b = \frac{F_b}{\Delta} = \left(\frac{w_f h_f}{s_f} \right) \tau_u \quad (3.82)$$

Essa pesquisa adotada uma expressão empírica para a tensão de aderência CFC-Concreto, obtida por Swamy *et al.* (1986):

$$\tau_u = 2,77 + 0,06(f'_c - 20) \quad (3.83)$$

para

$$f'_c > 20 \text{ MPa} \quad (3.84)$$

Ruptura do reforço

Nesse caso a ruptura à força cortante é governada pela ruptura dos estribos, e o mecanismo de resistência do reforço externo é análogo aos estribos de aço internos de aço. Os resultados de diversos experimentos encontrados na literatura mostram que a ruptura dos estribos de CFC geralmente ocorre para uma tensão média menor que a resistência nominal do material, devido à concentração de tensões, por exemplo, nas quinas. A contribuição do reforço à força cortante por unidade de comprimento é dada por:

$$p_f = \frac{A_f f_{f,e}}{s_f} = \frac{2t_f w_f V_f f_{f,u}}{s_f} \quad (3.85)$$

onde

A_f – área do reforço externo à força cortante;

t_f – espessura do CFC;

$f_{f,e}$ – resistência efetiva do CFC;

$f_{f,u}$ – resistência nominal última do CFC;

v_f – fator de efetividade do reforço.

Considerando-se esses dois modos de ruptura para o reforço tem-se:

1) para estribos em U:

$$\psi_e = \min \left[\frac{P_b}{bf_c}; \frac{P_f}{bf_c} \right] \quad (3.86)$$

$$\psi = \psi_i + \psi_e = \frac{A_{sw}f_y}{bsf_c} + \min \left[\frac{w_f h_f \tau_u}{bs_f f_c}; \frac{2w_f t_f f_{f,e}}{bs_f f_c} \right] \quad (3.87)$$

2) para o reforço envolvendo totalmente a seção:

$$\psi_e = \frac{P_f}{bf_c} \quad (3.88)$$

$$\psi = \psi_i + \psi_e = \frac{A_{sw}f_y}{bsf_c} + \frac{2w_f t_f f_{f,e}}{bs_f f_c} \quad (3.89)$$

Definindo-se os seguintes parâmetros:

$$\eta = \frac{A_{sw}f_y}{bd_v f_c} \quad (3.90)$$

$$\alpha = \frac{a}{d_v} \quad (3.91)$$

As seguintes relações são funções dos modos de ruptura da viga (Nielsen, 1984):

a) esmagamento da biela de concreto e/ou do escoamento dos estribos:

– para:

$$0 \leq \psi \leq \psi_0 = \frac{\sqrt{1+\alpha^2} - \alpha}{2\sqrt{1+\alpha^2}} \quad (3.92)$$

$$\frac{\tau}{f_c} = \frac{\sqrt{1+\alpha^2} - \alpha}{2} + \psi\alpha \quad (3.93)$$

– para:

$$\psi_0 \leq \psi \leq 0,5 \quad (3.94)$$

$$\frac{\tau}{f_c} = \sqrt{\psi(1-\psi)} \quad (3.95)$$

– para:

$$\psi \geq 0,5 \quad (3.96)$$

$$\frac{\tau}{f_c} = 0,5 \quad (3.97)$$

b) modo de ruptura relacionado ao esmagamento da biela de concreto e/ou do escoamento da armadura longitudinal:

– para:

$$\psi \leq \psi_0 \quad (3.98)$$

$$\frac{\tau}{f_c} = \frac{\sqrt{4\eta(1-\eta^2) + \alpha^2} - \alpha}{2} \quad (3.99)$$

$$\eta \leq 0,5 \quad (3.100)$$

ou

$$\frac{\tau}{f_c} = \frac{\sqrt{1 + \alpha^2} - \alpha}{2} \quad (3.101)$$

$$\eta > 0,5 \quad (3.102)$$

– para:

$$\psi > \psi_0 \quad (3.103)$$

$$\frac{\tau}{f_c} = \psi \left(\sqrt{\frac{2\eta}{\psi} + \alpha^2} - \alpha \right) \quad (3.104)$$

c) modo de ruptura relacionado à resistência das barras longitudinais e/ou ao esmagamento da seção de concreto (ruptura à flexão):

$$\frac{\tau}{f_c} = \frac{M_u}{abd_v f_c} \quad (3.105)$$

Com o menor dos três valores de τ acima determinados, tem-se a força cortante resistida pela viga por meio da expressão 3.73.

3.3.9. Modelo Cinemático

Este modelo obedece às hipóteses do estudo de Hoang e Nielsen (1998) que desenvolveram um modelo cinemático da Teoria da Plasticidade (*upper-bound*) para a análise de vigas de concreto armado solicitadas à força cortante, sendo complementado por Sánchez et al. (2006), que apresentaram condições suplementares de modo a calcular a força cortante última de vigas reforçadas com estribos de CFC.

Hoang e Nielsen (1998) propuseram inicialmente em suas análises que a ruptura à força cortante ocorre de dois modos: a) compressão da biela de concreto da alma da viga; b) o desenvolvimento da fissura inclinada devido à força cortante. Sendo a armadura transversal de grande magnitude, a ruptura ocorre por esmagamento da biela de concreto. E para vigas com baixa taxa de armadura transversal ou sem essa armadura, a resistência à força cortante é determinada pelo modelo da fissura deslizante (*cracking sliding model*).

O estudo da resistência da biela comprimida é realizado considerando-se um campo de tensões estaticamente admissível na alma da viga. Neste modelo o concreto é admitido sob um estado uniaxial de tensão de compressão σ_c , inclinada de um ângulo θ com o eixo longitudinal da viga, e com a armadura longitudinal de flexão resistindo à componente longitudinal dessa tensão, cuja componente vertical é resistida pelos estribos verticais (Figura 3.12).

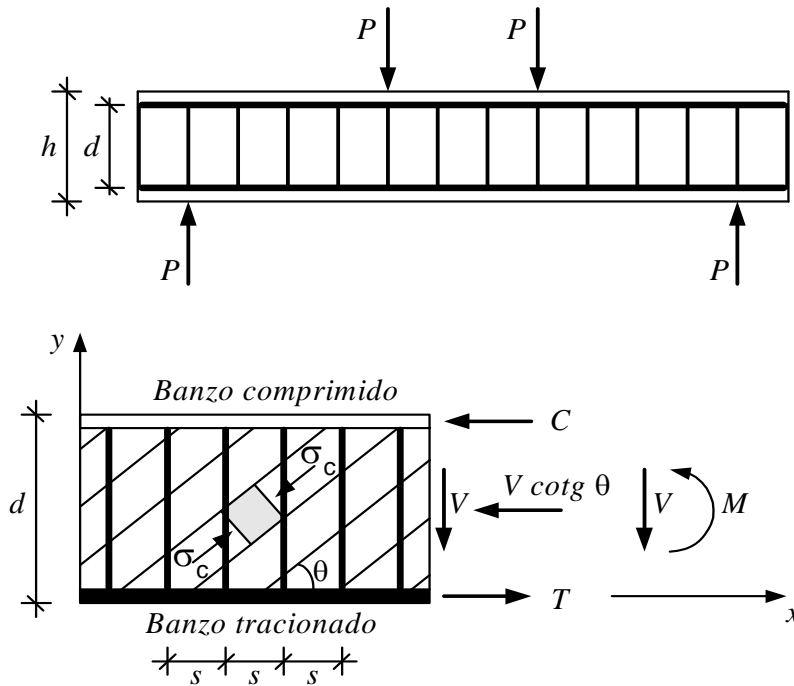


Figura 3.12 – Campo de compressão diagonal na biela de concreto; adaptada de Hoang e Nielsen (1998).

Este modelo assume que a taxa de armadura longitudinal é elevada, e que a ruptura ocorrerá após o aço dos estribos atingirem o escoamento, sendo as vigas sub-dimensionadas transversalmente.

A ruptura da biela ocorre quando se atinge uma compressão efetiva $\nu_0 f_c$, sendo f_c a resistência à compressão do concreto, e ν_0 é o fator de efetividade do concreto.

Sendo ω a taxa mecânica da armadura transversal (estribos), a tensão tangencial máxima é pode ser expressa por:

– para:

$$\omega \leq \frac{\nu_0}{2} \tag{3.106}$$

$$\frac{\tau}{\nu_0 f_c} = \sqrt{\frac{\omega}{\nu_0} \left(1 - \frac{\omega}{\nu_0}\right)} \tag{3.107}$$

– para:

$$\omega > \frac{\nu_0}{2} \tag{3.108}$$

$$\frac{\tau}{v_0 f_c} = 0,5 \tag{3.109}$$

E o ângulo da biela comprimida é expresso pela seguinte equação:

$$\operatorname{tg} \theta = \sqrt{\frac{\omega}{1-\omega}} \leq 1 \tag{3.110}$$

O fator de efetividade do concreto é dado por:

$$v_0 = \frac{0,88}{\sqrt{f_c}} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{h}} \right) (1 + 26\rho_{sl}) \tag{3.111}$$

onde

$$\rho_{sl} = \frac{A_{sl}}{b_w d} \tag{3.112}$$

A Figura 3.31 apresenta os esquemas que originaram os cálculos da resistência à força cortante pelo modelo da fissura deslizante, que foram obtidas com base nas condições de compatibilidade e critérios de plastificação e ruptura dos materiais, e formam uma solução cinemática da Teoria da Plasticidade para vigas de concreto armado.

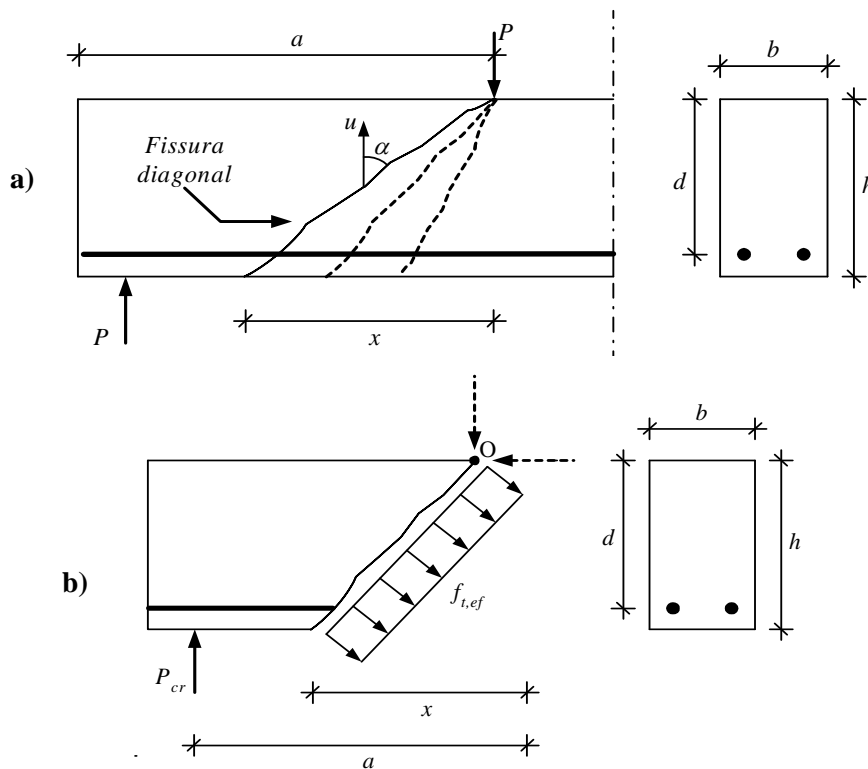


Figura 3.13 – Modelo da fissura deslizante: a) fissura diagonal; b) distribuição de tensão na formação da fissura; adaptada de Hoang e Nielsen (1998).

Sánchez *et al.* (2006) propõem a inserção no modelo cinemático de uma parcela adicional para o cálculo da resistência à força cortante de vigas de concreto armado que é a parcela referente aos estribos de CFC (Figura 3.14).

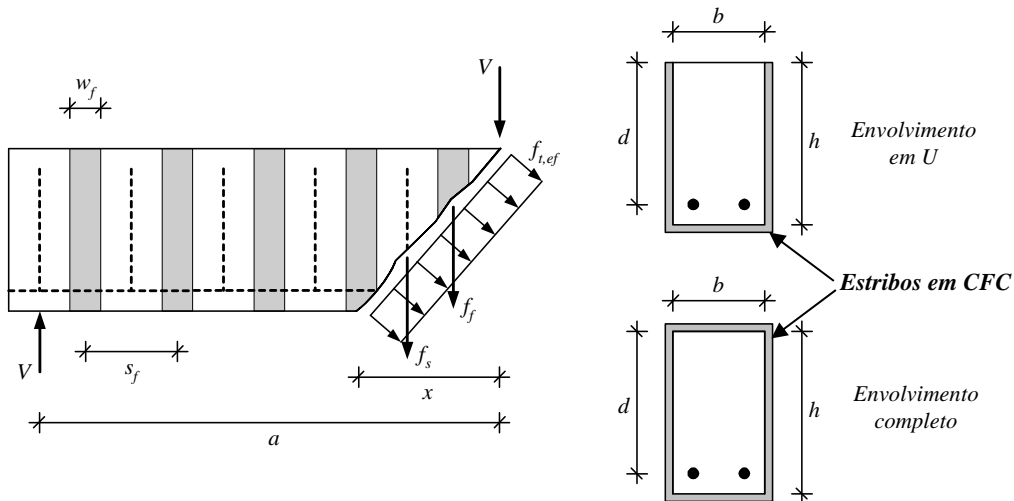


Figura 3.14 – Esquema do modelo da fissura deslizante para vigas de concreto armado reforçadas com estribos em CFC; adaptada de Sánchez *et al.* (2006).

A taxa mecânica da armadura transversal da viga é admitida como a soma de dois termos referentes ao aço e o CFC:

$$\omega = \omega_{sw} + \omega_{fw} \tag{3.113}$$

sendo:

$$\omega_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w d} \frac{f_{yw}}{f_c} \tag{3.114}$$

$$\omega_{fw} = \frac{2t_f w_f \text{sen } \beta}{b_w s_f} \frac{f_{f,e}}{f_c} \tag{3.115}$$

Para o cálculo da tensão efetiva do CFC $f_{f,e}$ foi adotado o modelo de Chen e Teng (2002), apresentado no item 3.11, cuja hipótese está baseada na existência de aderência entre o estribo de CFC e o concreto.

A tensão tangencial última normalizada é dada por:

$$\frac{\tau_u}{\tau_c} = 11,64 \sqrt{\frac{(\omega_{sw} + \omega_{fw})}{v_0}} \tag{3.116}$$

onde

$$\tau_c = 0,059\nu_0 f_c \quad (3.117)$$

A solução cinemática proposta para a resistência última à força cortante de uma viga com estribos regularmente espaçados pode ser expressa da seguinte forma:

– para:

$$\frac{(\omega_{sw} + \omega_{fw})}{\nu_0} \leq 0,21 \quad (3.118)$$

$$\frac{\tau_u}{\tau_c} = 11,64 \sqrt{\frac{(\omega_{sw} + \omega_{fw})}{\nu_0}} - \frac{16,95}{\nu_0 h} (\omega_{sw} s + \omega_{fw} s_f) \quad (3.119)$$

– para:

$$\frac{(\omega_{sw} + \omega_{fw})}{\nu_0} > 0,21 \quad (3.120)$$

$$\frac{\tau_u}{\tau_c} = 2,67 + \frac{16,95}{\nu_0} \left[\omega_{sw} \left(0,75 - \frac{s}{h} \right) + \omega_{fw} \left(0,75 - \frac{s_f}{h} \right) \right] \quad (3.121)$$

O ângulo teórico θ_{CIN} pode ser expresso utilizando-se a seguinte relação:

$$tg \theta_{CIN} = \frac{h}{x} \quad (3.122)$$

onde

h – altura da viga;

x – projeção horizontal da fissura diagonal.

Segundo Hoang e Nielsen (1998) para vigas com estribos verticais a distância x é determinada por meio da expressão:

$$\frac{x}{h} = \sqrt{\frac{2\tau_c}{\omega f_c}} \quad (3.123)$$

Adaptando-se as expressões 3.107 e 3.116, tem-se:

$$tg \theta_{CIN} = \left[\frac{2\tau_c}{(\omega_{sw} + \omega_{fw}) f_c} \right]^{-0,5} \quad (3.124)$$

onde θ_{CIN} é o ângulo de inclinação da linha de plastificação (*yield line*) assumida igual ao ângulo de inclinação da fissura.

3.4. Estudos Teóricos e Experimentais

3.4.1. Estudo de Kani (1964)

Segundo os estudos experimentais desenvolvidos por Kani (1964), o modo de ruptura de uma viga solicitada à flexão simples está condicionado à relação a/d , onde:

a – distância da aplicação da força até o apoio considerado;

d – altura útil.

Conforme a variação da aplicação da força F (Figura 3.15) esse estudo mostra que para valores de a/d acima de 5,0, a ruptura da viga ocorre por flexão. Para $a/d \leq 1,0$ a ruptura está associada ao desenvolvimento de uma fissura diagonal próxima ao apoio.

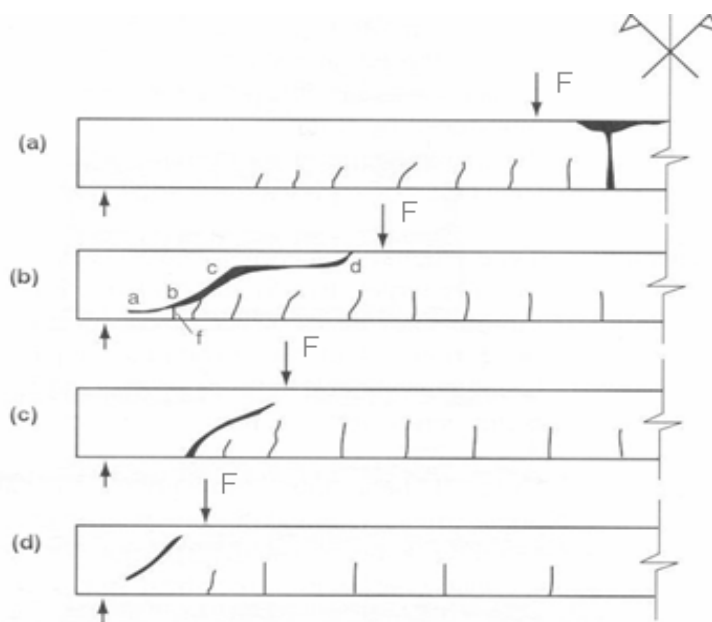


Figura 3.15 – Variação da posição da força concentrada; adaptada de Kani (1964).

Na figura 3.16 se constata a existência de um determinado intervalo de valores de a/d em que a capacidade resistente é influenciada pela força cortante dentro de uma região em que o momento correspondente à ruptura por cortante, M_{CR} , é inferior ao momento fletor resistente da viga, M_{FL} .

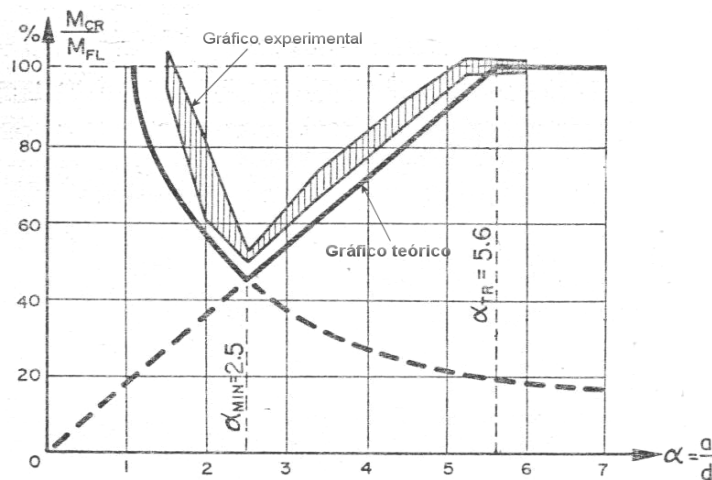


Figura 3.16 – Vale de ruptura por tração diagonal; adaptada de Kani (1964).

O intervalo de valores da relação a/d , em que o comportamento é influenciado pela presença do cortante, é designado “Vale de Ruptura por Tração Diagonal” (Figura 3.16). Para valores de a/d fora desta faixa, o comportamento é regido pela flexão (Garcia, 2002).

Kani (1964) concluiu também, que quanto maior é a porcentagem de armadura longitudinal, maior é a probabilidade de uma ruptura regida pelo cortante, já que o incremento desta armadura origina um aumento da resistência à flexão superior ao da resistência ao cortante.

3.4.2. Estudo de Khalifa et al. (1999)

Para aumentar resistência à força cortante de vigas de concreto armado de seções **T**, utiliza-se o reforço com CFC aplicado nos lados da seção na forma de **U**, formando estribos com fibras perpendiculares ao eixo longitudinal da viga. Nesse caso deve-se garantir a ancoragem da extremidade da força de tração desses estribos, pois o comprimento de ancoragem é por vezes insuficiente para garantir que não ocorra a ruptura por aderência, ou seja, de modo que o estribo de CFC seja efetivo na resistência. Esta situação é mais crítica em regiões de momento fletor negativo, pois as fissuras inclinadas desenvolvem-se na parte superior da viga, onde se tem um menor comprimento de ancoragem junto às mesas da seção **T**, levando ao rompimento prematuro (por aderência) do reforço estrutural.

No caso da ancoragem mecânica dos estribos em U, observa-se que a ancoragem aumenta a resistência à força cortante em 20% em relação àquelas vigas ensaiadas sem ancoragem na extremidade (Sato *et al.*, 1997a).

Esse tipo de ancoragem ocorre por meio da fixação da extremidade, ou próximo a essa, do CFC no interior do concreto. A Figura 3.17 mostra três configurações usadas para a ancoragem do reforço: a) distante do canto (em uma superfície plana); b) após o canto; c) antes do canto.

As aplicações típicas dessas ancoragens são mostradas na Figura 3.18.

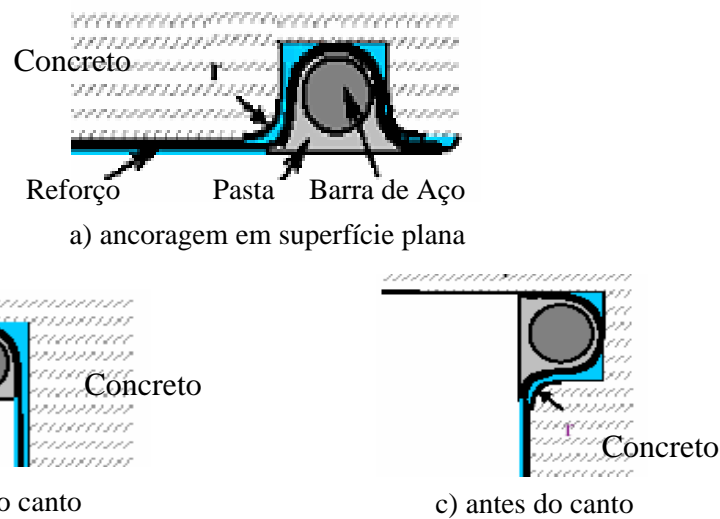


Figura 3.17 – Diferentes esquemas da ancoragem; adaptada de Khalifa *et al.* (1999).

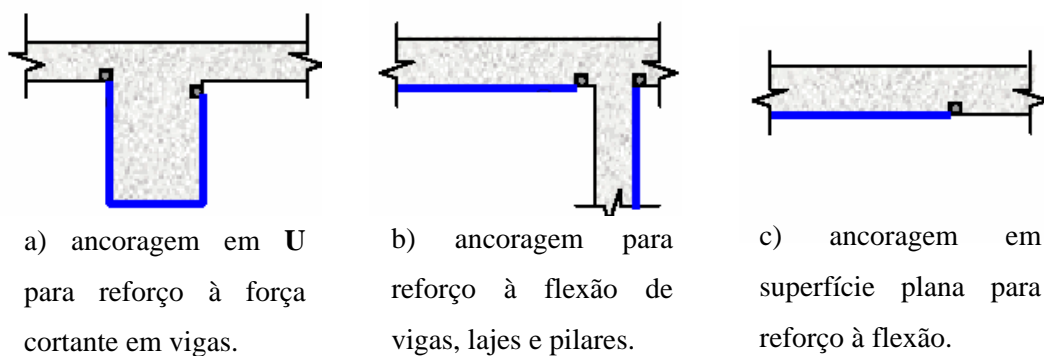


Figura 3.18 – Posicionamento dos sistemas de ancoragem; adaptada de Khalifa *et al.* (1999).

Neste trabalho a ancoragem do reforço em CFC foi obtida por meio da abertura de sulcos no concreto perpendiculares à direção longitudinal da viga, próximos ao extremo das fibras de carbono. O rasgo foi executado utilizando-se

ferramentas e métodos convencionais, sendo o diâmetro recomendado da barra de aço é de 10 mm , e a dimensão do sulco pode ser de 1,5 vezes esse diâmetro.

Esses autores ensaiaram e analisaram três vigas de concreto armado simplesmente apoiadas. Os detalhes das vigas e suas dimensões são mostrados na Figura 3.19. A viga BT1 foi a viga de referência, na qual não se usou reforço. As vigas BT2 e BT3 foram reforçadas usando-se tecido de CFC aderidos em suas superfícies na forma de estribos em U, porém, a viga BT3 teve o seu reforço ancorado em ambos os lados da mesa da seção T, no flange da mesa. A viga BT2 não teve nenhuma ancoragem. Os esquemas das vigas ensaiadas, com a instalação dos LVDT e dos extensômetros elétricos de resistência (EER) são mostrados na Figura 3.20. A espessura da camada de CFC foi de $0,165\text{ mm}$ e as taxas de armadura de aço transversal interna e longitudinal são dadas, respectivamente, por: $\rho_{sw} = 1,05\%$ e $\rho_{sl} = 2,25\%$.

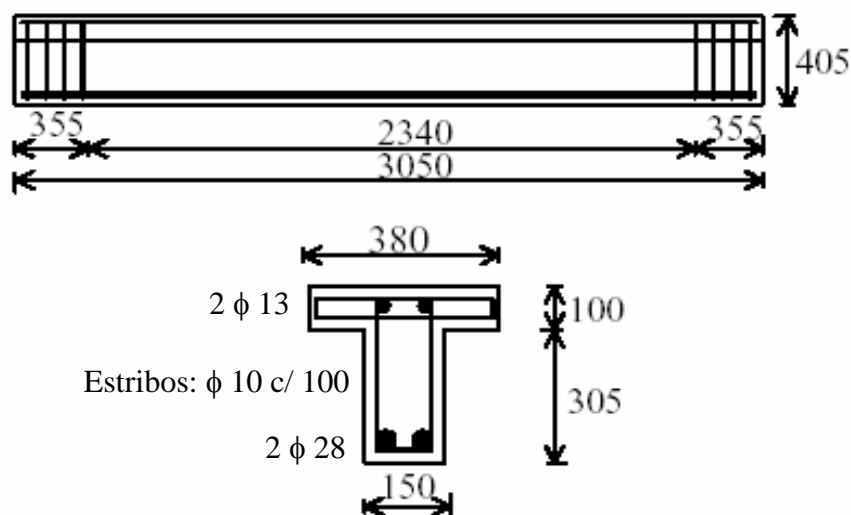


Figura 3.19 – Dimensões e detalhamento das vigas (dimensões em mm); adaptada de Khalifa *et al.* (1999).

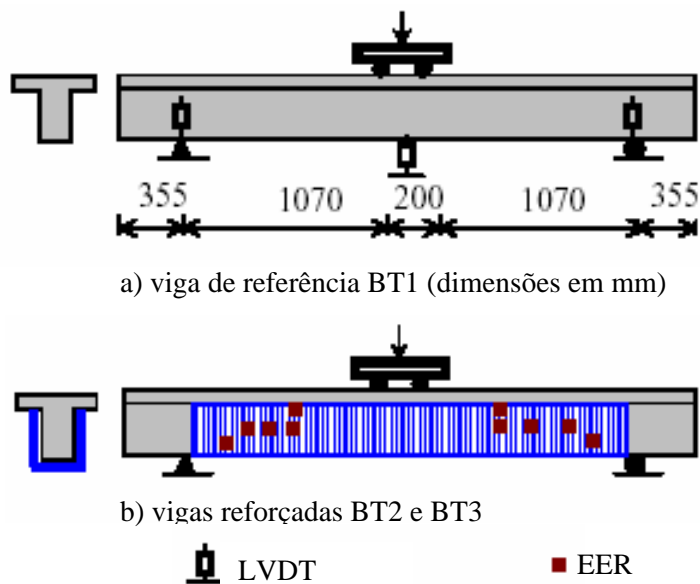


Figura 3.20 – Esquemas das vigas ensaiadas e da instalação dos LVDT e dos EER; adaptada de Khalifa *et al.* (1999).

A viga BT1 apresentou a primeira fissura diagonal para a força aplicada de 110 kN, e o rompimento da mesma ocorreu para uma força de 180 kN.

Na viga BT2 a ruptura devido à força cortante se iniciou com o descolamento do CFC situado sobre a fissura principal, que surgiu no mesmo local observado na viga BT1. Em seguida ocorreu a ruptura da biela de compressão para uma força de 310 kN. A deformação específica máxima da fibra foi da ordem de 4,5‰, a qual corresponde a 28% da deformação específica última do CFC.

Na viga BT3 o modo de ruptura mudou de compressão da biela (como observado na viga BT2) para o modo de ruptura à flexão. A deformação específica máxima na fibra foi da ordem de 6,3‰, ou seja, 40% da deformação específica última. Não ocorreu descolamento do reforço nesta viga quando da ruptura. Após o rompimento à flexão o CFC rompeu-se no extremo da fissura próxima ao apoio.

A força última para a viga BT3 foi de 442 kN, com aumentos de 145% e 42% a mais em relação às vigas BT1 e BT2, respectivamente. As deformações específicas lidas pelos EER e as flechas das três vigas são mostrados nas Figuras 3.21 e 3.22, respectivamente. O gráfico da Figura 3.22 mostra que a viga BT3 ganhou mais rigidez e ductilidade do que a viga BT2. A flecha no meio do vão da

viga BT3, quando da ruptura, foi aproximadamente três vezes maior que a flecha da viga BT2.

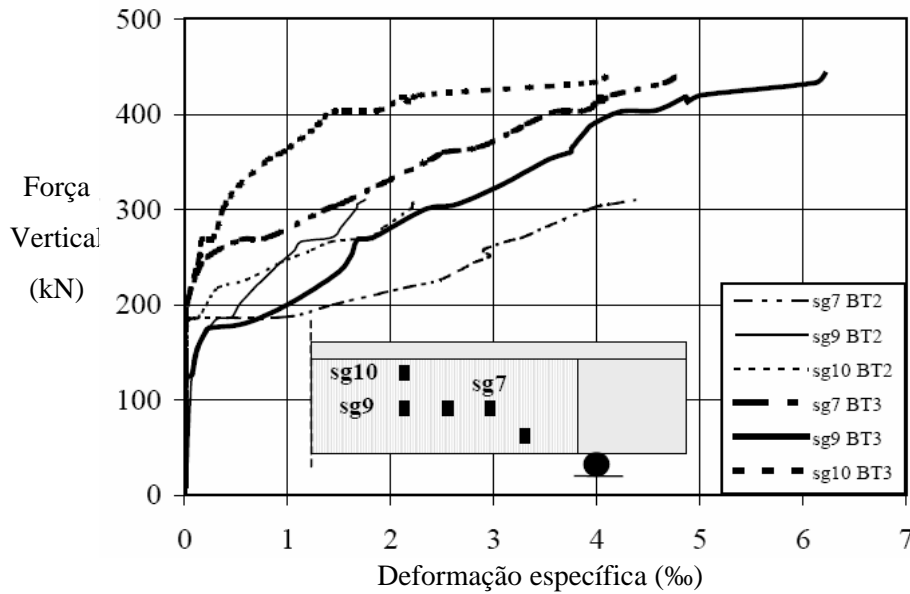


Figura 3.21 –Gráfico força x deformação específica para as vigas BT2 e BT3; adaptada de Khalifa *et al.* (1999).

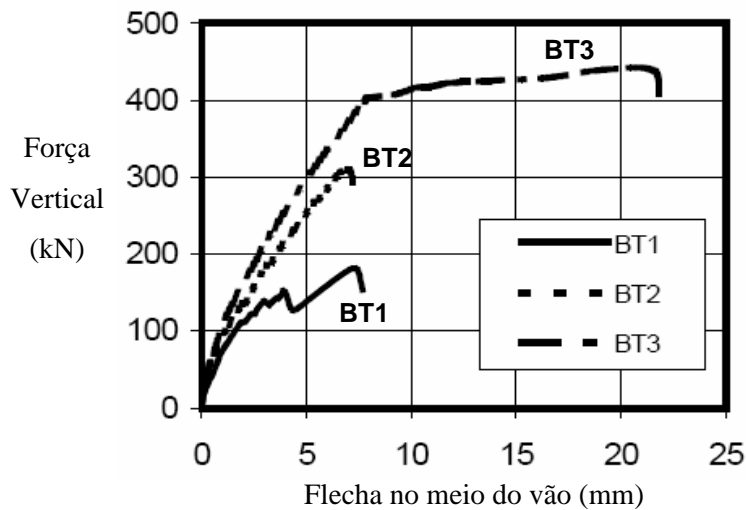


Figura 3.22 – Gráfico força x flecha no meio do vão das vigas; adaptada de Khalifa *et al.* (1999).

A resistência efetiva do CFC foi calculada aplicando-se um coeficiente de redução à sua resistência nominal, a qual é dependente do modo de ruptura, ou seja, pela ruptura do material do reforço por tração ou ruptura por aderência do mesmo.

O reforço com estribos em **U** com ancoragem na extremidade considera apenas a ruptura do material de reforço. O coeficiente de redução é função deste modo de ruptura e da deformação específica última do CFC. Esse limite é reduzido para evitar que a abertura da fissura inclinada seja de grande magnitude, e com isso evitar que ocorra uma perda no efeito de engrenamento dos agregados, o qual contribui para a resistência à força cortante. Analisando-se os resultados entre as vigas BT2 e BT3, tem-se que o uso da ancoragem produz um aumento de aproximadamente 30% na resistência da viga. O sistema de ancoragem dos estribos em **U** fornece uma solução efetiva para casos em que o comprimento de ancoragem reta do reforço não é suficiente. Para uma viga reforçada com CFC sem ancoragem aumentou-se a capacidade resistente à força cortante, porém, a viga rompeu devido ao descolamento do reforço por ruptura de aderência. Na viga ensaiada onde foi usada a ancoragem, a capacidade à força cortante da viga aumentou ainda mais, e não ocorreu o descolamento do reforço quando da ruptura da viga.

3.4.3. Estudo de Silva Filho (2001)

Silva Filho realizou estudos experimentais em oito vigas bi-apoiadas de concreto de seção transversal **T**, com comprimento total de 4,4 m e vão livre de 4,0 m, com duas cargas concentradas e relação $\frac{a}{d} = 3,01$. Todas as vigas foram subdimensionadas à força cortante, onde havia uma viga de referência, outras sete foram pré-fissuradas e posteriormente reforçadas externamente à força cortante com compósitos de fibras de carbono (CFC) e, então, levadas à ruptura. O esquema do ensaio e a geometria das vigas são mostrados na Figura 3.23.

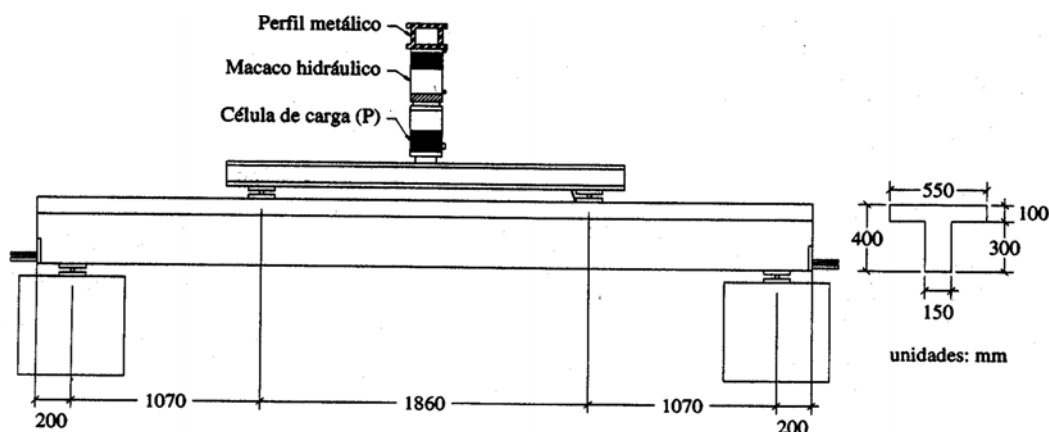


Figura 3.23 – Esquema de carregamento e geometria da viga; adaptada de Silva Filho (2001).

As oito vigas tinham a mesma taxa de armadura transversal ($\rho_{sw} = 1,68 \text{ cm}^2 / m$) e longitudinal ($\rho_l = 2,55 \%$), no qual se buscou uma capacidade resistente à força cortante de 65% da capacidade resistente a flexão. Os detalhes das armaduras estão esquematizados na Figura 3.24.

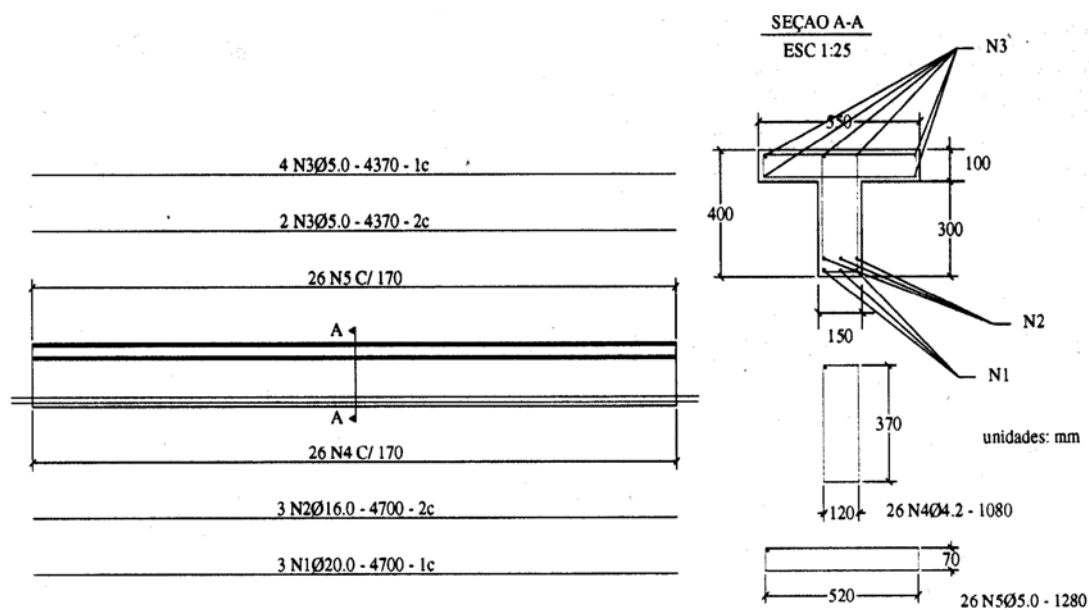


Figura 3.24 – Detalhamento das armaduras; adaptada de Silva Filho (2001).

Nas vigas reforçadas com CFC variou-se o tipo de ancoragem (envolvimento completo e em U), o número de camadas e o ângulo de inclinação do mesmo. A largura w_{fe} adotada foi de 150 mm e o dimensionamento à força cortante foi realizado pelo método do ACI. A tensão de escoamento da barra de

aço de 4,2 mm foi de 770 MPa. O tecido de fibras de carbono utilizado nos ensaios foi a fibras unidirecionais de alta resistência CF130, do sistema MBrace. Foram adotados os seguintes valores para o CFC, fornecido pelo fabricante desse sistema: $f_{fu} = 3790$ MPa, $E_f = 22800$ MPa, $t_f = 0,165$ mm e $\varepsilon_{fu} = 1,7\%$. As demais características mecânicas e geométricas deste estudo experimental são apresentadas na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Propriedades mecânicas e geométricas das vigas.

Viga	Tipo de envolvimento	Camadas de CFC	Inclinação do reforço	s_{fe} (mm)	f_c (MPa)
V1REF	–	–	–	–	44,8
V2	Completo	1	90°	230	41,9
V3	Completo	2	90°	200	42,2
V5	Completo	1	45°	200	45,3
V6	Completo	1	45°	230	46,4
V4	Em U, sem ancoragem na alma	3	90°	200	45,3
V7	Em U, com ancoragem na alma com barras de aço	1	90°	230	45,3
V8	Em U, com ancoragem na alma com barras de aço	2	90°	200	45,3

Durante os ensaios foram posicionados LVDT em alguns pontos da viga para medição da flecha e colados EER no reforço, para medição da deformação específica no compósito. As forças últimas das vigas e as suas respectivas flechas são apresentadas na Tabela 3.4, e a força cortante teórica, a força de ruptura para essa solicitação e o modo de ruptura são apresentados na Tabela 3.5.

Tabela 3.4 – Forças últimas e flechas máximas.

Viga	Força última (kN)	Flecha máxima (mm)
V1REF	320,7	16,8
V2	589,0	39,8
V3	570,0	41,3
V5	579,0	44,1
V6	573,0	44,8
V4	402,4	22,4
V7	480,9	23,8
V8	500,4	23,7

Tabela 3.5 – Força cortante teórica e última, deformação específica e modo de ruptura.

Viga	V_{u_teor} (kN)	V_{u_exp} (kN)	Modo de Ruptura	Deformação máxima do reforço (%)
V1REF	194,0	160,4	Tração diagonal	–
V2	252,5	294,5	Flexão	3,14
V3	333,5	285,0	Flexão	1,88
V5	280,5	289,5	Flexão	1,77
V6	284,0	286,5	Flexão	1,53
V4	321,5	201,2	Descolamento do CFRP	3,37
V7	253,0	245,5	Tração diagonal, com descolamento do CRFP	13,90
V8	296,5	250,2	Tração diagonal, com descolamento do CRFP	0,18

Para as vigas reforçadas com envolvimento completo (V2, V3, V5 e V6) as forças últimas foram 60,5%, em média, em relação à viga de referência V1REF. Porém, não foi possível observar o limite da capacidade resistente à força cortante deste tipo de reforço devido ao tipo de ruptura ocorrido (flexão).

A viga V7, com uma camada de reforço, envolvimento em U e ancoragem do reforço na alma com a utilização de barras de aço, apresentou a capacidade resistente à força cortante 39% superior em relação à viga V1REF. A viga V8 também apresentou a sua capacidade resistente à força cortante 39% superior em relação à viga V1REF. Na viga V4 também com envolvimento em U, porém, sem

ancoragem na alma, houve o descolamento da fibra antes que a viga atingisse a força última.

A respeito das deformações específicas máximas lidas pelos extensômetros colados no reforço constata-se que para maioria das vigas ensaiadas os valores dessas deformações específicas efetivas ficaram bem abaixo do valor último indicado pelo fabricante do reforço que é de 17%. Apenas para a viga V7 o valor da deformação lido no ensaio (13,9%) foi próximo ficou próximo ao estipulado pelo fabricante.

3.4.4. Estudo de Araújo (2002)

Esse autor teve como objetivo dar continuidade ao estudo de Silva Filho, e na sua pesquisa foram mantidas as mesmas características geométricas das vigas, bem como o esquema de aplicação de força adotado em tal estudo. As dimensões das vigas e os detalhes do carregamento são mostrados na Figura 3.23.

Foram analisadas oito vigas de concreto armado, divididas em dois grupos de quatro, no qual para cada grupo havia uma viga de referência e as outras três reforçadas externamente à força cortante com CFC. As principais variáveis em cada grupo foram o espaçamento, as camadas, a inclinação e o tipo de ancoragem das faixas de CFC. O sistema do reforço utilizado foi o MBrace CF130, no qual o mesmo tinha as mesmas características do estudo de Silva Filho (2001).

A largura adotada para os estribos de CFC foi de 150 mm, sendo que os esquemas do reforço e a resistência do concreto f_c para cada viga são mostrados na Tabela 3.6.

Tabela 3.6 – Características do reforço e resistência à compressão do concreto.

Viga	Tipo de envolvimento e ancoragem do reforço	Camadas de CFC	Ângulo do CFC	s_{fe} (mm)	f_c (MPa)
V1REF	–	–	–	–	23,3
V2	Em U (ancoragem na alma c/ 01 camada de 5 cm de CFC)	1	90°	230	22,5
V3	Em U (ancoragem na alma c/ 01 camada de 10 cm de CFC)	1	90°	230	22,5
V4	Em U (ancoragem na alma c/ 02 camadas de 10 cm de CFC)	2	90°	200	22,5
V5REF	–	1	–	–	46,1
V6	Completo	1	90°	230	45,7
V7	Completo	2	90°	200	45,8
V8	Completo	1	45°	325	46,6

Com o objetivo de se evitar a ruptura à flexão, as vigas do grupo 2 tinham uma taxa de armadura longitudinal maior que as do grupo 1. Para o aço de 5,0 mm a tensão de escoamento foi de 866 MPa, e para as barras de 16,0 mm, 20,0 mm e 22,0 mm os valores foram, respectivamente, 656 MPa, 765 MPa e 712 MPa. Os detalhes das armaduras são mostrados nas Figuras 3.25 e 3.26.

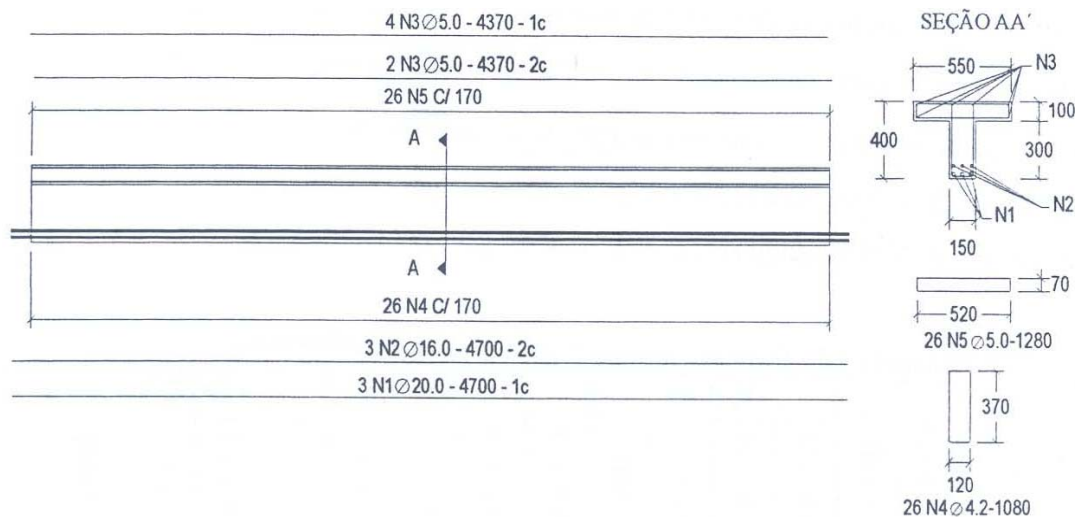


Figura 3.25 – Detalhamento das armaduras do grupo 1; adaptada de Araújo (2002).

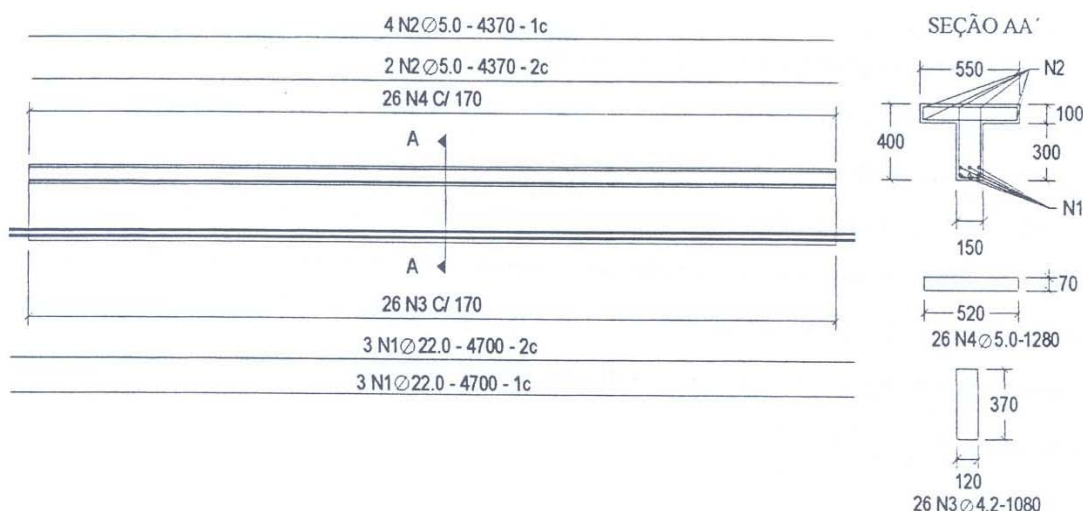


Figura 3.26 – Detalhamento das armaduras do grupo 2; adaptada de Araújo (2002).

Assim como no estudo de Silva Filho (2001), as vigas reforçadas foram pré-fissuradas e então recarregadas até a ruptura. Em todas as vigas foram fixados EER nas armaduras longitudinais e transversais, e também no próprio reforço para a leitura da deformação específica desses materiais. Também foram colocados LVDT no meio de cada viga com o objetivo de se verificar o deslocamento vertical durante o ensaio. A força cortante teórica, a força de ruptura para esse esforço e o modo de ruptura são mostrados na Tabela 3.7.

Tabela 3.7 – Força cortante teórica, última e modo de ruptura.

Viga	V_{u_teor} (kN)	V_{u_exp} (kN)	Modo de Ruptura	Deformação máxima do reforço (%)
V1REF	117,5	130,0	Tração diagonal	–
V2	116,7	147,5	Descolamento do CFC	2,92
V3	116,7	157,5	Descolamento do CFC	2,81
V4	116,7	150,0	Descolamento do CFC	0,84
V5REF	145,3	186,0	Tração diagonal	–
V6	145,0	325,0	Ruptura do CFC	7,50
V7	145,1	394,0	Ruptura do CFC	3,78
V8	145,7	306,0	Ruptura do CFC	6,31

Para as vigas reforçadas com envolvimento em U e ancoragem na alma (V2, V3 e V4) as cargas últimas foram 13,5%, 21,1% e 15,4% superiores, respectivamente, em relação à viga de referência V1REF. Como as faixas horizontais de ancoragem de CFC trabalhavam perpendicularmente à direção das fibras, sua contribuição não era tão efetiva se caso solicitadas longitudinalmente. Logo, ocorreu o descolamento dessa ancoragem e a seguir as vigas V2, V3 e V4 atingiram o colapso por tração diagonal.

Para as vigas V6, V7 e V8 as forças últimas foram 74,7%, 118,8% e 64,5% superiores, respectivamente, em relação à viga de referência V5REF, com envolvimento completo do reforço na alma e mesa das vigas, por meio de furos realizados nas mesas. Para as três vigas a ruptura ocorreu por ruptura do CFC, onde as fibras foram expelidas na região de colapso, levando junto poucos fragmentos de concreto. Este tipo de reforço com envolvimento completo demonstra sua maior eficiência em relação ao envolvimento em U.

A respeito das deformações específicas máximas lidas pelos extensômetros colados no reforço constata-se que para as vigas com envolvimento completo os valores dessas deformações foram bem superiores em relação às vigas com colagem em U.

3.4.5. Estudo de Pellegrino e Modena (2002)

Esses autores estudaram 11 vigas retangulares de concreto reforçadas à força cortante por meio da colagem de tecidos de fibra de carbono (CFC) em ambos os lados da viga. As vigas foram divididas em dois grupos, no qual a diferença entre os mesmos era a presença de armadura transversal interna, havendo uma viga de referência para cada grupo. As vigas foram dimensionadas de forma a garantir que a ruptura à força cortante ocorresse antes da ruptura à flexão. O esquema do carregamento é mostrado na Figura 3.27.

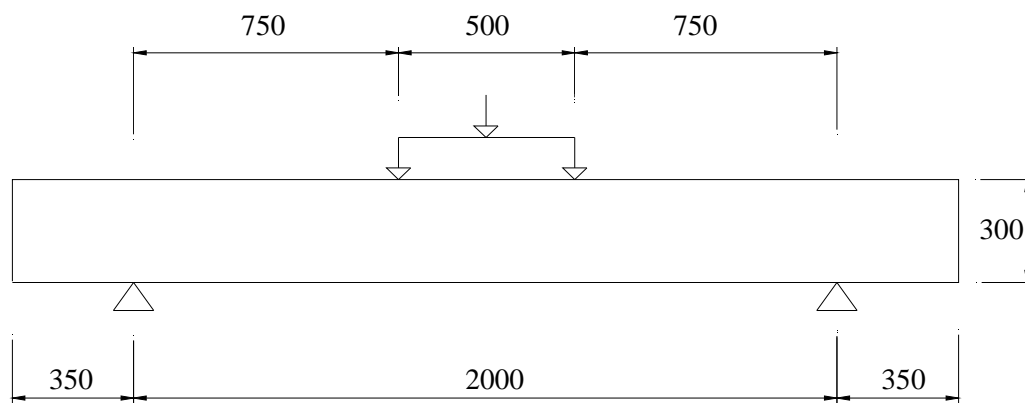
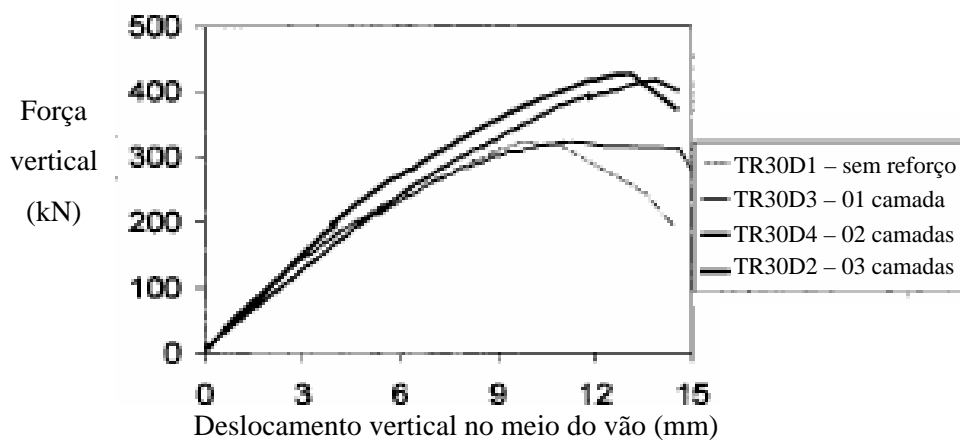
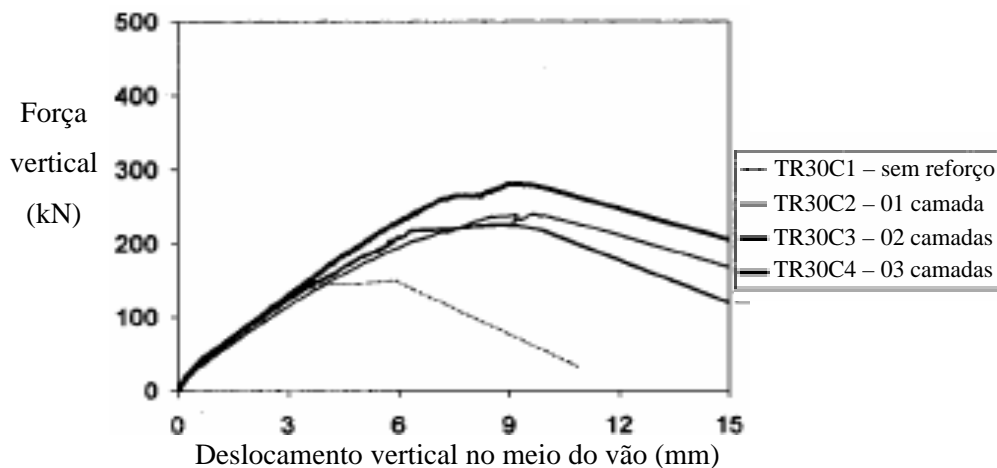
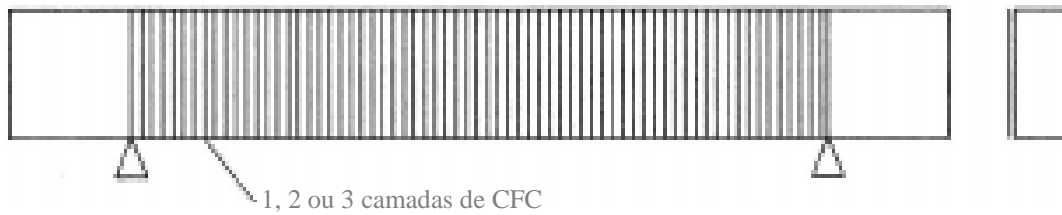


Figura 3.27 – Esquema do carregamento (cotas em mm); adaptada Pellegrino e Modena (2002).

A largura e altura das vigas foram de 20 cm e 35 cm, respectivamente, onde se tem a seguinte relação: $a/d = 3,00$. O valor da tensão de escoamento do aço dos estribos foi de 548 MPa e o módulo de elasticidade dos mesmo foi de 210 GPa. Os demais dados geométricos e mecânicos das vigas e do reforço são mostrados na Tabela 3.8. O esquema do reforço é apresentado na Figura 3.28 e nas Figuras 3.29 e 3.30 são mostrados os deslocamentos verticais medidos nos ensaios das vigas com e sem armadura transversal interna.

Tabela 3.8 – Propriedades da viga e do reforço.

Viga	Estribos	f_c (MPa)	t_f (mm)	E_f (GPa)	f_{fu} (MPa)	ρ_f (%)	ρ_{sw} (%)	$\rho_{s,f} = \frac{E_s A_{sw}}{E_f A_f}$
TR30C1	–	27,5	–	–	–	–	–	–
TR30C2	–	27,5	0,165	233,6	3550	0,22	–	–
TR30C3	–	27,5	0,495	233,6	3550	0,66	–	–
TR30C4	–	27,5	0,495	233,6	3550	0,66	–	–
TR30D1	$\phi 8$ c/20	31,4	–	–	–	–	0,335	–
TR30D10	$\phi 8$ c/20	31,4	0,330	233,6	3550	0,44	0,335	0,68
TR30D2	$\phi 8$ c/20	31,4	0,495	233,6	3550	0,66	0,335	0,46
TR30D20	$\phi 8$ c/20	31,4	0,495	233,6	3550	0,66	0,335	0,46
TR30D3	$\phi 8$ c/20	31,4	0,165	233,6	3550	0,22	0,335	1,37
TR30D4	$\phi 8$ c/20	31,4	0,330	233,6	3550	0,44	0,335	0,68
TR30D40	$\phi 8$ c/20	31,4	0,330	233,6	3550	0,44	0,335	0,68



A viga de referência do grupo sem a presença de estribos (TR30C1) apresentou uma única fissura principal diagonal que se desenvolveu desde o apoio até o ponto de aplicação da força. Com o acréscimo do reforço (TR30C2, TR30C3 e TR30C4) o modelo de fissuração mudou radicalmente, com o surgimento de fissura quase horizontal próxima ao apoio, e fazendo um ângulo de

aproximadamente 45° próximo ao ponto de carregamento. De uma forma geral o mecanismo de ruptura para as vigas desse grupo foi o de ruptura por tração diagonal na região de cortante combinado o descolamento do compósito.

Para a viga de referência do grupo com armadura transversal interna (TR30D1), o modelo de fissuração para a ruptura à força cortante apresentou várias fissuras subverticais, além da fissura principal diagonal.

A viga TR30D3, com uma camada não mostrou nenhum incremento com relação à força última, apresentando apenas uma ruptura mais dútil em relação à viga de referência. Houve neste caso o destacamento do cobrimento do concreto.

O mecanismo de ruptura das vigas TR30D10, D2, D20, D4 e D40 foram praticamente idênticos, com o destacamento do cobrimento do concreto e o aparecimento de várias fissuras na zona de ancoragem do reforço. As inclinações das fissuras foram menores que 45°.

A Tabela 3.9 apresenta os resultados dos ensaios e o comparativo dos valores experimentais e teóricos. Para o cálculo do V_c e V_f foram utilizados as expressões do Eurocode, e para a parcela do reforço à força cortante $V_{f,teór}$ foi adotado o modelo de Khalifa *et al.* (1998).

Tabela 3.9 – Resultados ensaios dos experimentos de Pellegrino e Modena (2002).

Viga	Camadas de CFC	$V_{n,exp}$ (kN)	$V_{n,teor}$ (kN)	$V_{f,test}$ (kN)	$V_{f,teor}$ (kN)	$\frac{V_{f,exp}}{V_{f,teor}}$	$\frac{V_{f,teor}}{V_{n,teor}}$	$\frac{V_{f,exp}}{V_{n,exp}}$
TR30C1	–	74,7	65,9	–	–	–	–	–
TR30C2	01	120,0	108,0	45,3	42,1	1,08	0,64	0,61
TR30C3	03	112,8	150,3	38,1	88,4	0,43	1,34	0,51
TR30C4	03	140,2	150,3	65,5	88,4	0,74	1,34	0,88
TR30D1	–	161,5	126,9	–	–	–	–	–
TR30D10	02	193,0	198,5	31,5	71,6	0,44	0,56	0,19
TR30D2	03	213,3	219,5	51,8	92,6	0,56	0,73	0,32
TR30D20	03	247,5	219,5	86,0	92,6	0,93	0,73	0,53
TR30D3	01	161,4	169,0	0,0	42,1	0,00	0,33	0,00
TR30D4	02	208,8	198,5	47,3	71,6	0,66	0,56	0,29
TR30D40	02	212,0	198,5	50,5	71,6	0,71	0,56	0,31

Esses autores concluíram que com o uso de estribos de aço e do reforço com CFC, a eficácia desse reforço transversal diminui quando a rigidez axial $E_f \rho_f$ aumenta e também quando aumenta a relação entre a rigidez da armadura transversal e a rigidez do CFC $\frac{E_{sw} \rho_{sw}}{E_f \rho_f}$.

Com base nos resultados experimentais, os autores propuseram uma nova expressão para o cálculo do fator de redução R para ruptura de vigas por descolamento do reforço, inicialmente proposto por Khalifa *et al.* (1998).

$$R^* = -0,53 \ln \rho_{s,f} + 0,29 \quad (3.125)$$

3.4.6. Estudo de Bouselham e Challal (2004)

Esses autores compilaram e analisaram inúmeras pesquisas a fim de estudar os mais variados parâmetros com maior influência no comportamento de vigas de concreto armado reforçadas externamente à força cortante com Polímeros Reforçados com Fibras (FRP), incluindo não somente as fibras de carbono, mas também as de aramida e de vidro.

Neste trabalho foram considerados mais de 100 resultados em ensaios experimentais de vigas de concreto reforçadas à força cortante, nos quais a Tabela 3.10 apresenta as diversas propriedades e parâmetros verificados nesses ensaios.

Uma primeira análise da base de dados estudada é mostrada na Figura 3.31, na qual se constata a maior eficiência do reforço com FRP por meio do envolvimento completo da viga, onde todas as vigas com esta configuração romperam por fratura (tração) do compósito, seguido do envolvimento em U e da colagem somente nos lados.

Tabela 3.10 – Propriedades e parâmetros analisados por Bouselham e Challal (2004).

Geometria da Viga	Tipo de Viga	Concreto e Aço	Tipo de Fibras	Configuração do Reforço
Seção retangular	Vigas com $a/d > 2,5$	Resistência do concreto	Carbono	Colagem somente no lados
Seção T	Vigas esbeltas	Armadura longitudinal	Aramida	Em U
Vão menor que 2m	Fator de escala (altura útil)	Armadura transversal	Vidro	Envolvimento completo
Vão entre 2m e 4m	Pré-fissuração	–	–	Contínuo
Vão maior que 4m	–	–	–	Em estribos (tiras)
–	–	–	–	Ângulo do reforço igual a 90 graus
–	–	–	–	Ângulo do reforço difere de 90 graus

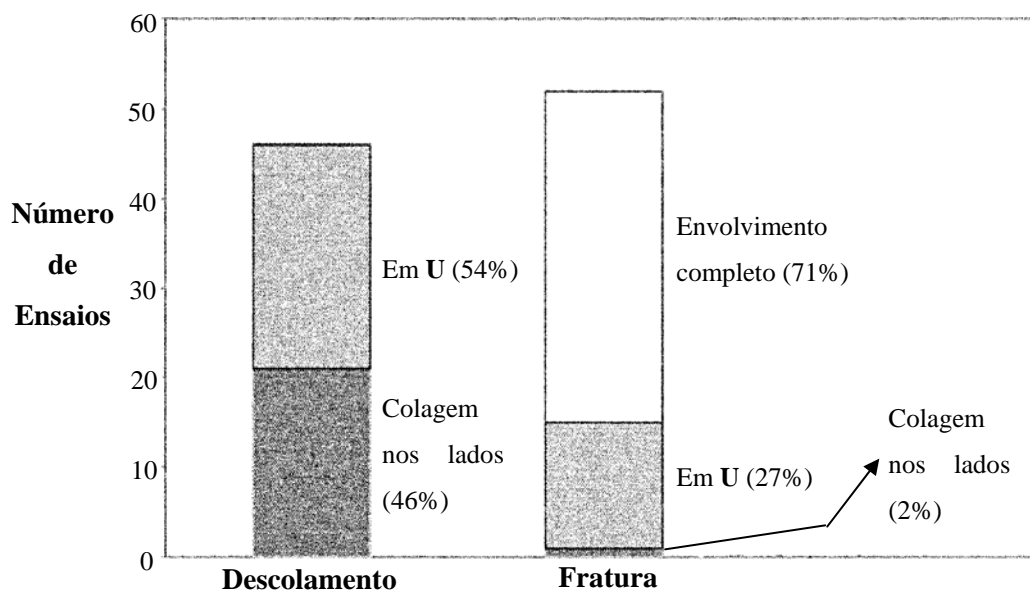


Figura 3.31 – Modos de ruptura e tipo de envolvimento do reforço com FRP; adaptada de Bouselham e Challal (2004).

Na seqüência foi então analisada para os fatores apresentados na Tabela 3.10, onde os autores apresentam diversas relações nas quais se destaca a da

rigidez $E_f \rho_f$, a resistência à compressão do concreto f_c e deformação específica efetiva do PRF $\varepsilon_{f,e}$. Pela Figura 3.32 constata-se que à medida que a deformação efetiva $\varepsilon_{f,e}$ diminui, a relação $E_f \rho_f / f_c^{2/3}$ aumenta, onde $\varepsilon_{f,u}$ é a deformação específica última do reforço. Nesta análise gráfica, observa-se também que o tipo de ruptura é influenciado pela deformação específica efetiva do compósito, sendo que para $\varepsilon_{f,e}$ de pequena magnitude tem-se a ruptura por descolamento, e para $\varepsilon_{f,e}$ de grande magnitude tem-se a ruptura por fratura do FRP.

Outra relação importante observada por esses autores é a $\frac{E_s \rho_{sw}}{E_f \rho_f}$, onde o

aumento da mesma acarreta um decréscimo no ganho de resistência total V , tanto para ruptura por descolamento quanto para ruptura por fratura (tração) do compósito.

A relação $\frac{E_s \rho_{sl}}{E_f \rho_f}$ influencia também a resistência total V nas vigas cuja

ruptura é por descolamento do FRP. Essa influência é um pouco menor nas vigas que rompem por fratura do reforço.

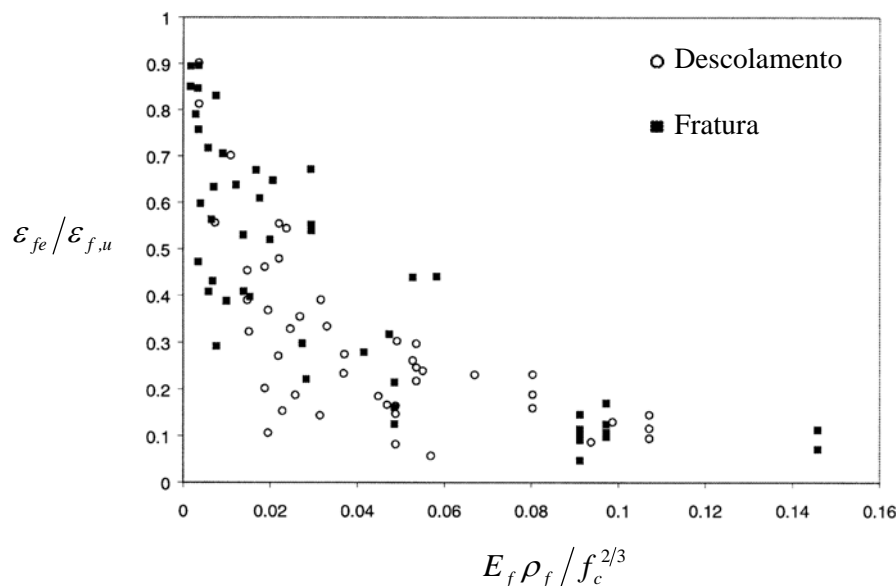


Figura 3.32 – Relação entre deformação e rigidez do FRP e resistência do concreto; adaptada de Bousseth e Challal (2004).

Outro fator importante, neste caso para o tipo de ruptura das vigas ensaiadas está relacionado ao parâmetro $\frac{a}{d}$, sendo que para:

- $\frac{a}{d} \leq 2,5$, ocorre a fratura do FRP;
- $2,5 < \frac{a}{d} \leq 3,2$, observa-se uma zona de transição onde pode ocorrer tanto a fratura do reforço como o descolamento do mesmo;
- $\frac{a}{d} > 3,2$, ocorre a ruptura por descolamento do FRP.

Para o caso do efeito escala Boussselham e Challal (2004) consideraram que este parâmetro influencia as vigas sem a presença de armadura transversal, na qual os autores constataram que para as rupturas por descolamento do FRP, as vigas com altura útil d menor que 300 mm, o ganho de resistência total V tende a diminuir com o aumento da altura útil.

Esses autores concluíram que as diversas relações entre as grandezas associadas ao reforço à força cortante com FRP possuem um caráter apenas qualitativo e que mais investigações experimentais são necessárias para confirmar e traduzir por meio de equações as variações apresentadas neste trabalho.