

Introdução

O estudo das superfícies de revolução de \mathbb{R}^3 soluções de uma equação de curvatura começou em 1776 quando Meusnier encontrou o catenóide, que foi a primeira superfície mínima a ser descoberta, além do plano.

Em 1841, C. Delaunay classificou todas as superfícies de revolução de \mathbb{R}^3 com curvatura média constante. Ele mostrou que a curva geratriz de toda superfície desse tipo é a trajetória do foco de uma cônica que se desloca sem escorregar ao longo de uma reta. W.Y. Hsiang e W.C. Yu fizeram um estudo análogo ao de Delaunay para dimensões superiores, o que deu início à uma teoria que generaliza as superfícies de revolução de \mathbb{R}^3 , chamada de Geometria Equivariante.

Podemos destacar vários nomes que vêm contribuindo nessa área, como por exemplo, T. Otsuki [10], F. Brito & M. L. Leite [4], H. Alencar, A. Barros, O. Palmas, J. G. Reyes, & W. Santos [1], entre outros.

Uma hipersuperfície é equivariante, se ela é invariante pela ação de um certo grupo de isometrias do espaço ambiente. Neste trabalho estudamos hipersuperfícies equivariantes de \mathbb{S}^n e de \mathbb{H}^n , construídas a partir de uma curva em \mathbb{S}^2 e em \mathbb{H}^2 respectivamente, chamada de curva geratriz. Estudamos quando essas hipersuperfícies são mínimas ou têm curvatura média constante e o estudo reduz-se à curva geratriz. As técnicas utilizadas são similares à aquelas usadas em [2] por H. Anciaux. Quando a curva for fechada, a hipersuperfície associada a ela será compacta e quando a curva for mergulhada, a hipersuperfície associada a ela será mergulhada.

Serão demonstrados três teoremas principais. São eles:

Teorema 1 *Existe uma família enumerável \mathcal{F} de hipersuperfícies equivariantes mínimas compactas imersas em \mathbb{S}^{n+1} .*

Teorema 2 *Dado $H > 0$, existe uma família enumerável \mathcal{F}_H de toros equivariantes com curvatura média constante H imersos em \mathbb{S}^3 , e além dos toros planos, existe ao menos um outro toro de \mathcal{F}_H mergulhado em \mathbb{S}^3 .*

Se $H > \frac{\sqrt{3}}{3}$, então existem ao menos dois toros em \mathcal{F}_H mergulhados

além dos toros planos. E quanto maior for o valor de H , mais mergulhos teremos em \mathcal{F}_H .

Teorema 3 *Existe uma família \mathcal{F} , a um parâmetro real, de hipersuperfícies mínimas equivariantes mergulhadas em \mathbb{H}^{n+1} .*

No primeiro capítulo, definimos alguns conceitos básicos de Geometria Riemanniana e enunciamos sem demonstração alguns resultados clássicos que serão necessários ao longo da dissertação. As referências usadas são [6] e [9] o leitor familiar com Geometria Riemanniana, poderá omitir este primeiro capítulo.

No segundo capítulo estudamos as hipersuperfícies equivariantes de \mathbb{S}^{n+1} destacando os casos mínimos e CMC, e demonstrando os Teoremas 1 e 2.

O último capítulo trata das hipersuperfícies equivariantes de \mathbb{H}^{n+1} enfocando-se sobre o caso mínimo, e demonstrando o Teorema 3.