4
Redução dos efeitos de inter-modulação produzidos pelo sistema composto

Ao inserir o sistema de pré-distorção(com parâmetro $\boldsymbol{\delta}$) ao sistema não linear equivalente (com parâmetro $\boldsymbol{\gamma'}$), se gera um novo sistema também com características não lineares chamado *sistema composto* (com parâmetro $\boldsymbol{\alpha}$). Este sistema vai gerar produtos de intermodulação os quais foram definidos analiticamente na seção anterior, estes efeitos, são apresentados na relação (3-37) da qual pode-se ressaltar que quanto ao sistema não linear original, o número de intermodulações aumenta, conforme aumenta o número de elementos do parâmetro $\boldsymbol{\alpha}$ que modela o *sistema composto*, tal como se mostra em (3-25). Mas, tem-se a vantagem de que os efeitos produzidos pelas potências de intermodulação em (3-37) dependem do parâmetro $\boldsymbol{\delta}$, o qual é uma incógnita dentro de nosso sistema respeito ao qual se podem fazer mudanças tais que se consiga valores adequados para reduzir ao máximo os produtos de intermodulação produzidos pelo *sistema composto*.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0610750/CA

4.1
Estratégias

Nesta seção são apresentadas duas estratégias para o dimensionamento do circuito de pré-distorção. Ambas visam à redução da intermodulação gerada pelo *sistema composto*. A primeira delas procura minimizar a soma das potências dos produtos de intermodulação de ordens pré-especificadas utilizando o método SQP(*Sequential Quadratic Programming*) [8]. A segunda estratégia tenta equalizar os valores das potências dos produtos de intermodulação de ordem também pré-especificada utilizando, como a estratégia anterior, o método SQP orientado a otimizações do tipo *minimax* [3]. Cada uma dessas estratégias é apresentada a seguir.

Estratégia 01

Nesta estratégia, a função objetivo a ser minimizada é a soma das potências dos produtos de intermodulação de ordens pré-especificadas. Assim,

sendo $\mathcal{S}$ o conjunto que contém as ordens dos produtos de intermodulação a serem consideradas na função objetivo, a função a ser minimizada é dada por

$$f_1(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}) \;=\; \sum_{\ell \in \mathcal{S}} B_\ell \tag{4-1}$$

ou, considerando (3-34)

$$f_1(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}) \;=\; \sum_{\ell \in \mathcal{S}} h_\ell(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}) \tag{4-2}$$

Assim os valores de $\boldsymbol{\delta}$ e $P_{\tilde{x}}$ a serem utilizados no circuito de pré-distorção serão dados por

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\delta} \\ P_{\tilde{x}} \end{pmatrix} = \min_{\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}}{}^{-1} \; f_1(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}) \;=\; \min_{\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}}{}^{-1} \left\{ \sum_{\ell \in \mathcal{S}} h_\ell(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}(t)}) \right\} \tag{4-3}$$

onde a notação

$$\min_x{}^{-1} f(x)$$

denomina o valor de x que minimiza a função $f(x)$.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0610750/CA

Estratégia 02

De modo a equalizar os valores das potências dos produtos de intermodulação de ordens pré-especificadas, a função a ser minimizada é o máximo das potências dos produtos de intermodulação de ordens também pré-especificadas. Assim, sendo $\mathcal{S}$ o conjunto que contém as ordens dos produtos de intermodulação a serem considerados na função objetivo, a função a ser minimizada é dada por

$$f_2(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}) \;=\; \max_{\ell \in \mathcal{S}} \; B_\ell \tag{4-4}$$

como na estratégia anterior, se considera-se (3-34) tem-se

$$f_2(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}) \;=\; \max_{\ell \in \mathcal{S}} \; h_\ell(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}) \tag{4-5}$$

Neste caso, os valores de $\boldsymbol{\delta}$ e $P_{\tilde{x}}$ a serem utilizados no circuito de pré-distorção serão dados por

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\delta} \\ P_{\tilde{x}} \end{pmatrix} = \min_{\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}}{}^{-1} \; f_2(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}) \;=\; \min_{\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}}{}^{-1} \left\{ \max_{\ell \in \mathcal{S}} \; h_\ell(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}(t)}) \right\} \tag{4-6}$$

Note que as Funções Objetivo $f_1(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}})$ e $f_2(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}})$ dependem de $\boldsymbol{\delta}$ e $P_{\tilde{x}}$, ou seja, dos parâmetros do circuito de pré-distorção e da potência média da envoltória complexa $\tilde{x}(t)$ do sinal a sua entrada. Esta dependência pode ser apreciada na relação (3-34).

Além disso, para evitar que as potências dos produtos de intermodulação, que não participam da função objetivo, aumentem descontroladamente e para garantir que o sistema não-linear original trabalhe no ponto de operação adequado, é necessário que as minimizações em (4-3) e (4-6)sejam feitas considerando algumas restrições. Estas restrições a serem utilizadas são apresentadas nas seções seguintes.

4.2 Restrições a serem consideradas na redução dos efeitos de intermodulação

A primeira restrição a ser considerada procura garantir que a potência média de saída do circuito de pré-distorção seja igual a um. Para definir a função que modela esta restrição, determinamos a autocorrelação da sinal de saída do sistema de pré-distorção. Para isso considerasse a Figura 4.1.

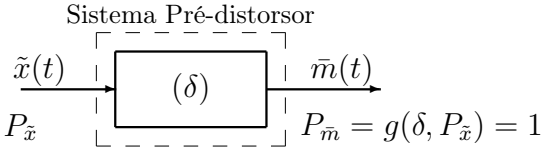

Figura 4.1: Diagrama do sistema de pré-distorção com seus respectivos sinais de entrada e saída

Conforme mencionado nas seções anteriores, o circuito de pré-distorção é também não-linear sem memória modelado pela relação dada em (3-11). O mesmo procedimento que conduziu a (3-26), partindo de (3-15) pode ser utilizado para obter, a partir de (3-11), a autocorrelação de $\bar{m}(t)$. Obtém-se assim

$$R_{\bar{m}}(\tau) = \; P_{\tilde{x}} \; \bar{R}_{\tilde{x}}(\tau) \; \sum_{\ell=0}^{\infty} \left|\bar{R}_{\tilde{x}}(\tau)\right|^{2\ell} \; \left|\mathbf{a}_\ell^T \mathbf{g}_\delta\right|^2 \tag{4-7}$$

e conseqüentemente

$$P_{\bar{m}} = R_{\bar{m}}(0) = P_{\tilde{x}} \; \sum_{\ell=0}^{\infty} \; \left|\mathbf{a}_\ell^T \mathbf{g}_\delta\right|^2 \tag{4-8}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0610750/CA

Note que em (4-7) e (4-8), $\mathbf{g}_\delta$ é dado por

$$\mathbf{g}_\delta = \begin{pmatrix} (P_{\tilde{x}})^0 \boldsymbol{\delta}_1 \\ (P_{\tilde{x}})^1 \boldsymbol{\delta}_3 \\ (P_{\tilde{x}})^2 \boldsymbol{\delta}_5 \\ \vdots \end{pmatrix} \tag{4-9}$$

e, como, em (3-29), os vetores $\mathbf{a}_\ell$ são dados por

$$\mathbf{a}_\ell = \begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{0\ell} \\ \bar{\sigma}_{1\ell} \\ \bar{\sigma}_{2\ell} \\ \vdots \end{pmatrix} \tag{4-10}$$

com

$$\bar{\sigma}_{i\ell} = \begin{cases} \sigma_{i\ell} & ;\ i \geq \ell \\ 0 & ;\ i < \ell \end{cases} \tag{4-11}$$

onde σ_ℓ é definido por

$$\sigma_{i\ell} = \frac{1}{\sqrt{\ell+1}} \frac{(i+1)!\ i!}{(i-\ell)!\ \ell!} \tag{4-12}$$

Em resumo, deseja-se garantir que

$$P_{\bar{m}} = g(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}) \tag{4-13}$$

$$= P_{\tilde{x}} \sum_{\ell=0}^{N_\delta} \left| \mathbf{a}_\ell^{\mathbf{T}} \mathbf{g} \right|^2 = 1, \tag{4-14}$$

que constitui a primeira restrição a ser considerada na minimização de (4-1) e (4-4).

Além da restrição em (4-13), é necessário que outras restrições sejam impostas para evitar que as potências dos produtos de intermodulação que não participam da função objetivo aumentem de maneira indesejável. Neste caso exige-se que as potências dos diversos produtos de intermodulação estejam abaixo de limites pré estabelecidos. Obtém-se assim,

$$B_\ell = h_\ell(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}) < L_\ell \ \ ;\ \ \ell \notin \mathcal{S} \tag{4-15}$$

que caracterizam restrições adicionais a serem consideradas.

Resumindo, os problemas de otimização a serem resolvidas nas 2 estraté-

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0610750/CA

gias serão respectivamente dadas por:
Estratégia 1: Minimizar

$$f_1(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}) \;\; = \;\; \sum_{\ell \in \mathcal{S}} \; h_\ell(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}})$$

sujeito a

$$g(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}) = P_{\tilde{x}} \sum_{\ell=0}^{N_\delta} \; \left|\mathbf{a}_\ell^{\mathbf{T}} \mathbf{g}\right|^2 = 1,$$

e

$$h_\ell(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}) < L_\ell \quad \ell \notin \mathcal{S}$$

Estratégia 2: Minimizar

$$f_2(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}) \;\; = \;\; \max_{\ell \in \mathcal{S}} \; h_\ell(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}})$$

sujeito a

$$g(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}) = P_{\tilde{x}} \sum_{\ell=0}^{N_\delta} \; \left|\mathbf{a}_\ell^{\mathbf{T}} \mathbf{g}\right|^2 = 1,$$

e

$$h_\ell(\boldsymbol{\delta}, P_{\tilde{x}}) < L_\ell \quad \ell \notin \mathcal{S}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0610750/CA

É importante comentar que em ambas estratégias, dadas as características polinomiais das funções complexas envolvidas, as funções objetivo têm diversos mínimos locais.

Optou-se assim por determinar o mínimo local mais próximo da condição inicial que caracteriza a não utilização do circuito de pré-distorção. Pode-se facilmente verificar que este ponto inicial é dado por

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\delta} \\ \cdots\cdots \\ P_{\tilde{x}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \cdots\cdots \\ 1 \end{pmatrix} \tag{4-16}$$