

## 2

### Descrição do Problema

A degradação, provocada pela passagem de um sinal através de dispositivos não lineares, é um problema de grande importância que deve ser analisado adequadamente. Este problema está presente tanto na radiodifusão via satélite, onde amplificadores de alta potência e *transponders* não-lineares estão presentes, quanto na radiodifusão terrestre onde, com o objetivo de ampliar ao máximo o tamanho da área geográfica na qual o serviço é oferecido, são utilizados amplificadores de alta potência operando na sua região não-linear. Nesta seção é apresentada uma modelagem matemática para a não-linearidade. Na prática, um sinal,

$$x(t) = \rho(t) \cos(2\pi f_c t + \phi(t) + \lambda), \quad (2-1)$$

ao passar por um sistema não-linear (Amplificador de potência) vai gerar um sinal de saída  $z(t)$  de mesma frequência, mas com amplitude e fase dependentes de forma não linear da amplitude  $\rho(t)$  do sinal de entrada  $x(t)$ , ou seja,

$$z(t) = g[\rho(t)] \cos(2\pi f_c t + \phi(t) + f[\rho(t)] + \lambda) \quad (2-2)$$

Os chamados efeitos de conversão AM/AM e conversão AM/PM, produzidas pelo dispositivo não linear, são caracterizadas pelas funções  $g(\cdot)$  e  $f(\cdot)$ . Estas duas funções caracterizam o dispositivo não-linear sem memória, e podem ser expressas pela função complexa

$$C[\rho(t)] = g[\rho(t)] e^{jf[\rho(t)]} \quad (2-3)$$

Na literatura, existem diversos modelos matemáticos para modelar uma não-linearidade, tais como no presente trabalho, onde a função complexa  $C(\cdot)$  é caracterizada pela expansão em série de potência

$$C[\rho(t)] = \sum_{\ell=0}^{\infty} \gamma_{2\ell+1} [\rho(t)]^{2\ell+1} \quad (2-4)$$

onde os coeficientes complexos  $\gamma_{2\ell+1}$  são determinados de modo a garantir que a série em (2-4) aproxima-se da função complexa em (2-3)

Na Figura 2.1,  $\tilde{x}(t)$  representa a envoltória complexa da portadora na entrada e  $\tilde{z}(t)$  representa a envoltória complexa da portadora na saída de uma não-linearidade sem memória cujo relacionamento entrada-saída é dado por (2-4).

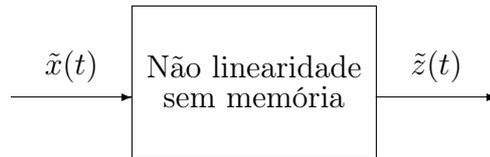


Figura 2.1: Diagrama de blocos do sinal passando por um dispositivo não-linear

Considerando que a não-linearidade é representada por (2-4), é possível mostrar que [4] as envoltórias complexas  $\tilde{z}(t)$  e  $\tilde{x}(t)$  se relacionam através de

$$\begin{aligned} \tilde{z}(t) &= \sum_{\ell=0}^{\infty} \gamma_{2\ell+1} \tilde{x}^{\ell+1}(t) \tilde{x}^{*\ell}(t) \\ &= \sum_{\ell=0}^{\infty} \gamma_{2\ell+1} |\tilde{x}(t)|^{2\ell} \tilde{x}(t) \end{aligned} \quad (2-5)$$

No caso de uma não-linearidade com memória, um dos modelos matemáticos mais utilizados é o modelo correspondente à configuração em cascata de filtros com uma não-linearidade sem memória, tal como se mostra no diagrama da Figura 2.2.

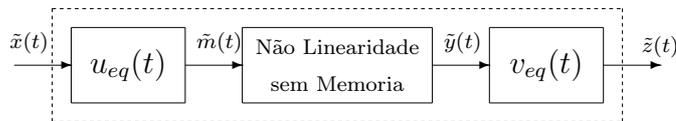


Figura 2.2: Diagrama de blocos de um dispositivo não-linear com memória

Nesta figura  $u_{eq}$  e  $v_{eq}$  retratam as respostas ao impulso dos equivalentes passa baixa dos filtros,  $\tilde{x}(t)$  e  $\tilde{z}(t)$  representam as envoltórias complexas dos sinais na entrada e na saída da não-linearidade, respectivamente. É importante ressaltar que se  $\tilde{y}(t)$  é ESA (Estacionário no Sentido Amplo), então a média, a função autocorrelação e a densidade espectral de potência são facilmente obtidas.

A função complexa  $C(\cdot)$  é caracterizada por curvas fornecidas pelos fabricantes dos equipamentos (por exemplo amplificadores não lineares). Estas curvas são geralmente expressas em função dos *back-offs* de entrada e de saída da não-linearidade sem memória. Assim, o diagrama da Figura 2.3 representa o bloco

central da Figura 2.2, onde a não-linearidade do bloco nomeado *modelo não linear* (com parâmetro  $\gamma$ ) está dado em função dos *back-offs* de entrada e de saída. Aqui  $P_{s_i}$  e  $P_{s_o}$  significam as potências de saturação de entrada e saída do dispositivo não linear.

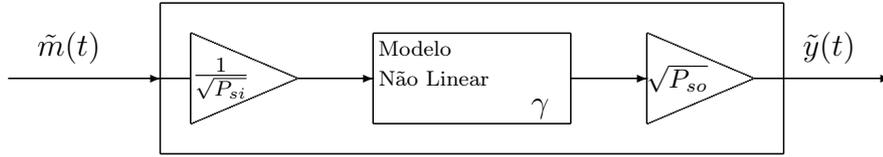


Figura 2.3: Diagrama de blocos de um dispositivo não-linear sem memória

Em [13,14], mostrou-se que, se  $\tilde{m}(t)$  é um processo estocástico gaussiano, estacionário no sentido amplo (ESA), próprio [7], e de média nula como o da Figura 2.3, a autocorrelação do processo estocástico de saída  $\tilde{y}(t)$  se relaciona com a autocorrelação do processo estocástico  $\tilde{m}(t)$  através da relação descrita por:

$$\frac{R_{\tilde{y}}(\tau)}{P_{s_o}} = 2 b_{in} \bar{R}_{\tilde{m}}(\tau) \sum_{\ell=0}^{\infty} |\bar{R}_{\tilde{m}}(\tau)|^{2\ell} |\mathbf{a}_{\ell}^T \mathbf{g}_{\gamma}|^2 \quad (2-6)$$

onde

$$\bar{R}_{\tilde{m}}(\tau) = \frac{R_{\tilde{m}}(\tau)}{P_{\tilde{m}}} = \frac{\mathbb{E}[\tilde{m}(t_1)\tilde{m}^*(t_2)]}{\mathbb{E}[|\tilde{m}(t)|^2]} \quad (2-7)$$

$$b_{in} = \frac{P_m}{P_{s_i}} = \frac{P_{\tilde{m}}}{2 P_{s_i}} \quad (2-8)$$

e

$$\mathbf{g}_{\gamma} = \begin{pmatrix} (2 b_{in})^0 \gamma_1 \\ (2 b_{in})^1 \gamma_3 \\ (2 b_{in})^2 \gamma_5 \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (2-9)$$

Ainda em (2-6), os vetores  $\mathbf{a}_{\ell}$  são dados por

$$\mathbf{a}_{\ell} = \begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{0\ell} \\ \bar{\sigma}_{1\ell} \\ \bar{\sigma}_{2\ell} \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (2-10)$$

com

$$\bar{\sigma}_{i\ell} = \begin{cases} \sigma_{i\ell} & ; i \geq \ell \\ 0 & ; i < \ell \end{cases} \quad (2-11)$$

onde  $\sigma_{i\ell}$  é definido por

$$\sigma_{i\ell} = \frac{1}{\sqrt{\ell+1}} \frac{(i+1)! i!}{(i-\ell)! \ell!} \quad (2-12)$$

Considerando que (2-8) determina o valor de back-off de entrada, é importante ressaltar que (2-6) indica que: Se  $\tilde{m}(t)$  é estacionário no sentido amplo,  $\tilde{y}(t)$  é também estacionário no sentido amplo. Neste caso,  $R_{\tilde{y}}(\tau)$  é função da diferença  $\tau = t_2 - t_1$  e a sua Transformada de Fourier corresponde à Densidade Espectral de Potência de  $\tilde{y}(t)$ , a qual é dada por

$$S_{\tilde{y}}(f) = P_{s_o} \sum_{\ell=0}^{\infty} B_{\ell} \bar{S}_{\ell}(f) \quad (2-13)$$

onde

$$B_{\ell} = 2 b_{in} \left| \mathbf{a}_{\ell}^T \mathbf{g}_{\gamma} \right|^2 \quad (2-14)$$

e

$$\bar{S}_{\ell}(f) = \mathcal{F} \left[ \bar{R}_{\tilde{m}}(\tau) \left| \bar{R}_{\tilde{m}}(\tau) \right|^{2\ell} \right] \quad (2-15)$$

Note que as funções  $\bar{S}_{\ell}(f)$  em (2-15) são determinadas através da convolução das Densidades Espectrais de Potências normalizadas de  $\tilde{m}(t)$ , ou seja,

$$\bar{S}_{\ell}(f) = \underbrace{\bar{S}_{\tilde{m}}(f) * \dots * \bar{S}_{\tilde{m}}(f)}_{\ell+1} * \underbrace{\bar{S}_{\tilde{m}}(-f) * \dots * \bar{S}_{\tilde{m}}(-f)}_{\ell} \quad (2-16)$$

onde  $\bar{S}_{\tilde{m}}(f)$  é dada por (B-24).

É interessante observar que no somatório em (2-13), o  $\ell$ -ésimo termo corresponde à Densidade Espectral de Potência associada aos produtos de intermodulação de ordem  $2\ell + 1$ . A parcela correspondente a  $\ell = 0$  representa a Densidade Espectral de Potência do sinal desejado.

A Densidade Espectral de Potência em (2-13) pode ser normalizado para que a potência média da envoltória complexa do sinal desejado na saída da

não-linearidade seja unitária, resultando

$$\bar{S}_{\bar{y}}(f) = \frac{S_{\bar{y}}(f)}{P_{so}B_0} = \bar{S}_{\bar{m}}(f) + \sum_{\ell=1}^{\infty} \frac{B_{\ell}}{B_0} \bar{S}_{\ell}(f) \quad (2-17)$$

O resultado em (2-17), demonstrado em [13, 14], permite quantificar as distorções correspondentes aos produtos de intermodulação de diferentes ordens. Sabe-se que normalmente os produtos de intermodulação de 3<sup>a</sup> ordem são praticamente os principais responsáveis pela degradação do sinal devido à não-linearidade.

Uma das maneiras de reduzir os efeitos produzidos por sistemas não lineares é a utilização de sistemas de pré-distorção. Estes circuitos, introduzem uma distorção adequada no sinal a ser transmitido através da não-linearidade de modo a compensar as distorções que são produzidas por ela.

A idéia proposta no presente trabalho consiste em inserir um circuito não-linear de pré-distorção que utiliza o mesmo modelo matemático dado em (2-5). Os detalhes do sistema de pré-distorção proposto são apresentados na seção seguinte.