

10

Opção Chooser

10.1

Definição

A opção chooser permite de **escolher em uma data definida** se a opção será **uma opção de compra ou de venda**. No início, essa opção é uma opção de compra e de venda simultaneamente. Na data t será uma opção de compra ou de venda definitivamente até o vencimento. Esse tipo de opção foi introduzido em 1990.

A opção "*simple chooser*" feita com opções européias tem o payoff seguinte:

$$Chooser = \text{Max}[C(S_t, k, T - t), P(S_t, k, T - t), t]$$

Onde

S_t é o valor do ativo no instante t , o tempo onde devemos escolher o tipo de opção, k é o strike das opções de compra e de venda, T é a data final de exercício. “C” e “P” são os valores das opções européias de compra e de venda com os parâmetros dados.

O payoff da função representa o máximo entre a opção de compra e de venda européia com data de exercício “T” calculados no instante “t” onde deverá ser escolhida a natureza da opção.

10.2 Cálculo teórico (Rubinstein)

Rubinstein (1991) mostrou o cálculo seguinte para avaliar a opção chooser:

“ y ” é o dividend yield do título (%), “ t ” é o tempo de escolha do tipo da opção, “ r ” é a taxa livre de risco (%), “ v ” a volatilidade do título.

Usando a fórmula da paridade entre as opções de compra e de venda na data “ t ”:

$$P(S_t, k, T) = C(S_t, k, T) - S_t \cdot e^{-y(T-t)} + k \cdot e^{-r(T-t)}$$

Então temos:

$$Chooser = \text{Max}[C(S_t, k, T), P(S_t, k, T), t] = C(S_t, k, T) + \text{Max}[0, k \cdot e^{-r(T-t)} - S_t \cdot e^{-y(T-t)}]$$

E finalmente:

$$Chooser = S \cdot e^{-yT} \cdot N(d_1) - k \cdot e^{-rT} \cdot N(d_1 - v \cdot \sqrt{T}) - S \cdot e^{-yT} \cdot N(-f_1) + k \cdot e^{-rT} \cdot N(-f_1 + v \cdot \sqrt{t})$$

com

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S \cdot e^{-yT}}{k \cdot e^{-rT}}\right)}{v \cdot \sqrt{T}} + \frac{1}{2} v \cdot \sqrt{T} \quad f_1 = \frac{\ln\left(\frac{S \cdot e^{-yT}}{k \cdot e^{-rT}}\right)}{v \cdot \sqrt{t}} + \frac{1}{2} v \cdot \sqrt{t}$$

e onde $N(x)$ é a probabilidade acumulada de $-\infty$ a x , da distribuição normal centrada padronizada.

10.3 Método de Monte-Carlo

Para apreçar a opção chooser com o método de Monte-Carlo, primeiro devemos realizar a simulação de preço do ativo básico no instante " t ", a seguir deve-se escolher a natureza final da opção nesse momento, simular o preço final até o instante " T " e calcular o payoff dependendo do tipo de opção escolhida. Para escolher a natureza da opção, devemos avaliar no instante " t " com a fórmula de Black-Scholes os preços das opções de compra e de venda com data de exercício " T ", e escolher a mais valiosa.

Sendo uma opção chooser com os parâmetros:

Preço do ativo no início	$S=100$
Strike da opção	$k=100$
Tempo à expiração	$T=1$
Taxa livre de risco	$r=5\%$
Volatilidade do ativo	$\sigma=20\%$
Dividend Yield	$y=0$
Chooser Time	$t=0.3$

Usando a mesma fórmula de simulação de preço (ver Capítulo 3):

$$S_t = S_0 e^{\left(r - y - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma \cdot \epsilon \cdot \sqrt{t}}$$

podemos achar um preço no instante " t ".

- Se, no momento " t ", o preço da opção de compra europeia for maior que o preço da opção de venda, a opção de compra será escolhida.

O payoff dessa simulação deverá ser: $Payoff = \max[S_T - k, 0]$, com

$$S_T = S_t e^{\left(r - y - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t) + \sigma \cdot \epsilon \cdot \sqrt{T-t}} \quad \epsilon \sim N(0,1)$$

o preço no instante final simulado a partir do preço no instante " t ".

- Se, no momento " t ", o preço da opção de venda europeia for maior que o preço da opção de compra, a opção de venda será escolhida.
Temos: $Payoff = \max[k - S_T, 0]$ e a mesma fórmula para S_T .

10.4

Análise de sensibilidade

Os parâmetros padrões da opção usados pelas análises de sensibilidade são:

Preço do ativo no início	S=100
Strike da opção	k=100
Tempo à expiração	T=1
Taxa livre de risco	r=5%
Volatilidade do ativo	v=20%
Dividend Yield	y=0
Chooser Time	t=0.3

10.4.1

Sensibilidade em mudança no número de simulações

Calculando 10 preços consecutivamente, podemos calcular a média do preço e o desvio-padrão assumindo a distribuição normal.

Número de simulações	Preço simulado		Preço teórico	Erro médio (%)
	μ	σ		
100	12,2507	1,6978	12,7094	3,60
1000	12,4849	0,5211		1,76
10 000	12,6922	0,1459		0,13
100 000	12,7104	0,0478		0.008

Tabela 45 – Valores das opções – Sensibilidade em relação ao número de simulações

O aumento do número de simulações faz convergir o preço simulado em média para o valor teórico, o erro é de somente 0,008% quando 100 000 simulações são usadas. O desvio-padrão da distribuição dos preços simulados cai e a precisão aumenta.

10.4.2

Sensibilidade em mudança no tempo de escolha

Os cálculos são feitos com 100 000 simulações para garantir a precisão.

Tempo escolha	Preço simulado	Preço teórico	Erro (%)
0,05	10,78	10,74	0,38
0,20	11,96	12,02	0,52
0,35	12,96	13,02	0,43
0,50	13,83	13,85	0,15
0,65	14,50	14,58	0,52
0,80	15,30	15,23	0,44
0,95	15,82	15,83	0,11

Tabela 46 – Valores das opções – Sensibilidade em relação a mudanças no tempo de escolha

Aumentando o tempo de escolha e deixando os outros parâmetros fixos, a precisão fica igual. Precisamos só aumentar o número de simulações para fazer diminuir o erro.

Na simulação, o preço do ativo é simulado duas vezes. Uma vez no tempo de escolha, onde a decisão da natureza da opção será escolhida, e no instante final quando o payoff é calculado. Quanto maior for o tempo depois da escolha, maior será a incerteza no preço final. Assim, é normal ver o preço da opção chooser cair, sendo menos flexível quando o tempo de escolha diminui.

O gráfico pode ser visto no anexo 3.20.

10.4.3 Sensibilidade em relação ao preço de exercício

Os cálculos são feitos com 100 000 simulações para garantir a precisão.

Preço de exercício	Preço simulado	Preço teórico	Erro (%)
80	24,51	24,60	0,37
85	20,48	20,56	0,39
90	16,99	17,05	0,35
95	14,29	14,35	0,42
100	12,68	12,71	0,24
105	12,24	12,32	0,65
110	13,15	13,20	0,38
115	15,15	15,19	0,26
120	18,01	18,04	0,17

Tabela 47 – Valores das opções – Sensibilidade em relação ao valor do preço de exercício

A opção *chooser* é uma call e uma put no mesmo tempo até ser feita a escolha. É lógico ver o preço da opção aumentar, na diminuição e no aumento no preço do strike. Assim, com strike baixo, a parte da opção de compra se torna muito valiosa (maior chances de ficar "*in-the-money*") e a opção ganha valor (o preço aumenta). Ocorre o contrário com um preço de exercício alto e a parte put da opção.

O mínimo da opção pode ser encontrado, com o valor do preço de exercício igual ao valor esperado no vencimento da opção, valor que minimiza a opção de compra e de venda no mesmo tempo. O *drift* da simulação é dado por $Drift = \left(r - y - \frac{\sigma^2}{2} \right)$ e indica daqui ao vencimento qual é o valor esperado da simulação. (Ver anexo 1.7).

Com os parâmetros escolhidos, o *drift* vale $Drift = \left(r - y - \frac{\sigma^2}{2} \right) = 0,05 - \frac{0,2^2}{2} = 3\%$, é o valor esperado daqui a 1 ano é:

$E[\text{Preços}] = 103$, sendo 100 o preço inicial.

O gráfico pode ser visto no anexo 3.21.

10.4.4 Sensibilidade em mudança na volatilidade

Os cálculos são feitos com 100 000 simulações para garantir a precisão.

Volatilidade	Preço simulado	Preço teórico	Erro (%)
5	5,33	5,32	0,10
9	6,84	6,85	0,19
13	8,88	8,85	0,33
17	11,17	11,02	1,37
21	13,18	13,27	0,68
25	15,48	15,57	0,58
29	17,94	17,89	0,28
33	20,28	20,22	0,30
37	22,44	22,56	0,53
41	24,94	24,89	0,17
45	27,29	27,23	0,22

Tabela 48 – Valores das opções – Sensibilidade em relação a mudanças na volatilidade

Quando a volatilidade aumenta, a incerteza sobre o valor futuro do ativo aumenta também. Os preços podem atingir valores mais extremos, tanto para baixo quanto para acima. Assim, o preço da opção aumenta com a volatilidade, quase linearmente para valores maiores que 13%. O erro da simulação é muito baixo para todos os valores de volatilidade e converge para o preço teórico.

O gráfico pode ser visto no anexo 3.22.

10.4.5

Sensibilidade em relação à taxa livre de risco

Os cálculos são feitos com 100 000 simulações para garantir a precisão.

Taxa livre de risco	Preço simulado	Preço teórico	Erro (%)
1	12,35	12,30	0,42
2	12,25	12,32	0,57
3	12,33	12,39	0,48
4	12,55	12,52	0,24
5	12,69	12,71	0,16
6	12,98	12,93	0,39
7	13,28	13,21	0,53
8	13,45	13,53	0,59
9	13,94	13,89	0,36
10	14,39	14,29	0,70
11	14,65	14,72	0,48

Tabela 49 – Valores das opções – Sensibilidade em relação na taxa livre de risco

Aumentando a taxa livre de risco, o erro na simulação fica igual e o preço simulado converge para a solução teórica.

Na fórmula analítica, uma relação quadrática existe entre o preço da opção e o valor da taxa livre de risco.

O gráfico pode ser visto no anexo 3.23.