

Referências Bibliográficas

AGÜERO, K.A. **Malhas numéricas a partir de imagens sísmicas**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

AGÜERO, K; CAVALCANTI, P.; OLIVEIRA, A.; ESPERANÇA, C. **Numerical meshes form seismic images**. In: XXVI IBERIAN LATIN-AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING, CILAMCE 2005, Guarapari, Brasil, 2005. *Conference Proceedings*.

ADMASU, F.; BACK, S.; TOENNIES, K. Autotracking of faults on 3d seismic data. **Geophysics**, v.71, n.6, p. A49-A53, 2006.

AMINZADEH, F.; DE GROOT, P. **A neural networks based seismic objects detection technique**. In: 75th Annual International Meeting, SEG, 2005. *Expanded Abstracts*.

BAHORICH, M.S.; FARMER, S.L. 3-D seismic coherency for faults and stratigraphic features: the coherence cube. **The Leading Edge**, v.12, n.10, p. 1053-1058, 1995.

BAKKER, P. **Image structure analysis for seismic interpretation**. PhD thesis, Technish Universiteit Delft, Delft, 2002.

BARRETO, G. **Redes neurais não-supervisionadas temporais para identificação e controle de sistemas dinâmicos**. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

BEMMEL, P. VAN; PEPPER, R. SCHLUMBERGER TECHNOLOGY CORPORATION. **Seismic signal processing methos and apparatus for generating a cube of variance values**. United States Patent, 6151555, Nov., 21, 2000.

BHATTACHARYA, P. **Efficient neighbor finding algorithms for quadtrees and octrees**. Master of Technology Thesis, Indian Institute of Technology, Kanpur, 2001.

BOHN, C-A. **Radiosity on evolving networks**. PhD thesis, Universität Dortmund am Fchbereich Informatik, Dortmund, 2000.

BONBEAU, E.; THERAULAZ, G. Swarm smarts. **Scientific American**, March, 2000.

BULHÕES, E.M. **Técnica de volume de amplitudes para mapeamento de feições estruturais**. In: SIXTH INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 1999. *Expanded Abstracts*.

BULHÕES, E.M. **Princípio da sismocamada elementar e sua aplicação à técnica de volume de amplitude (tecva)**. In: NINTH INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 2005. *Expanded Abstracts*.

CANNY, J. A computational approach to edge detection. **IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v.8, p. 679-698, 1986.

CAPRA, F. **A Teia da vida: uma nova compreensão científica dos sistemas vivos**. Tradução: Newton Roberval Eicheberg. São Paulo: Cultrix, 2006. Título original: *The web of life – a new scientific understanding of living systems*, 1997.

CGAL, Computational Geometry Algorithms Library. 2007. Disponível em: <http://www.cgal.org>.

CHEN, H.C.; ASAU, Y. On generating random variates from an empirical distribution. **AIIE Transactions**, v.6, p. 163-166, 1974.

COHEN, I.; COULT, N.; VASSILIOU, A. Detection and extraction of fault surfaces in 3d seismic data. **Geophysics**, v.71, n.4, p. 21-27, 2006.

CORMEN, T.H.; LEISERSON, C.E.; RIVEST, R.L. **Introduction to Algorithms**, second edition, The MIT Press, McGraw-Hill Book Company, 2001.

DEVROYE, L. **Non-uniform random variate generation**. Springer-Verlag New York Inc., 1986.

DORIGO, M.; DI CARO, G.; GAMBARDELA, L.M. Ant algorithms for discrete optimization. **Artificial Life**, v.5, n.2, p. 137-172, 1999.

DORIGO, M.; STÜTZLE, T. **Ant colony optimization**. The MIT Press, 2004.

DORN, G.A. Modern 3d seismic interpretation. **The Leading Edge**, v.17, p. 1262-1273, 1998.

DORN, G.A.; JAMES, H.E.; EVINS, L. **Automatic fault extraction (AFE) in 3d seismic data**. In: 2005 CSEG Conference, Canadian Society of Exploration Geophysicists, p. 247-250, 2005. *Expanded Abstracts*.

DUARTE, O.O. **Dicionário enciclopédico inglês-português de geologia e geofísica**, segunda edição. Sociedade Brasileira de Geofísica, 2003.

FEHMERS, G.; HÖCKER, C. Fast structural interpretation with structure-oriented filtering. **Geophysics**, v.68, n.4, p. 1286-1293, August 2003.

FELZNSZWALB, P.; HUTTENLOCHER, D. Efficient graph-based image segmentation. **International Journal of Computer Vision**, v.59, n.2, September 2004.

FIGUEIREDO, A. **Mapeamento Automático de Horizontes e Falhas em Dados Sísmicos 3D baseado no algoritmo de Gás Neural Evolutivo**. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

FORSYTH, D.A.; PONCE, J. **Computer vision: a modern approach**, Prentice Hall, 2002.

FRITZKE, B. **Growing cell structures – a self-organizing network for unsupervised and supervised learning**. Technical Report ICSTR-93-026, International Computer Science Institute, Berkeley, 1993. *Technical Report*.

FRITZKE, B. Growing cell structures – a self-organizing network for unsupervised and supervised learning. **Neural Networks** v.7, p. 1441-1460, 1994.

FRITZKE, B. A growing neural gas network learns topology. **Advances in Neural Information Processing Systems**, v.7, p. 625-632, MIT Press, 1995.

FRITZKE, B. **Growing self-organizing networks – why?**. In: ESANN'96: EUROPEAN SYMPOSIUM ON ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS, p. 61-72, 1996. *Conference Proceedings*.

FRITZKE, B. **Some competitive learning methods**. 1997. *Technical Report*. Disponível em: <http://www.neuroinformatik.ruhr-uni-bochum.de/ini/VDM/research/gsn/JavaPaper/>

GDALYAHU, Y; WEINSHALL, D. Self-organization in vision: stochastic clustering for image segmentation, perceptual grouping, and image database organization. **IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v.23, n.10, p. 1053-1074, 2001.

GERHARDT, A. **Aspectos da visualização volumétrica de dados sísmicos**. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1998.

GERHARDT, A.; MACHADO, M.; GATTASS, M. **A combined approach to 3d seismic data segmentation and rendering**. In: SIXTH INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 1999. *Expanded Abstracts*.

GERHARDT, A.; MACHADO, M.; SILVA, P.M.; GATTASS, M. **Two-dimensional opacity functions for improved volume rendering of seismic data**. In: SEVENTH INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 2001. *Expanded Abstracts*.

GERSZTENKORN, A.; MARFURT, K. Eigenstructured-based coherence computations as an aid to 3D structural and stratigraphic mapping. **Geophysics**, v.64, n.5, p. 1468-1479, 1999.

GIBSON, D.; SPANN, M.; TURNER, J. **Automatic fault detection for 3D seismic data**. In: VIITH DIGITAL IMAGE COMPUTING: TECHNIQUES AND APPLICATIONS, Sydney, Australia, p. 821-830, 2003. *Conference Proceedings*.

HAGLUND, L. **Adaptive Multidimensional Filtering**. PhD thesis, Linköping University, Sweden, 1992.

HALE, D. **Atomic meshes – a method for meshing digital images**. In: 10TH INTERNATIONAL MESHING ROUNDTABLE, 2001. *Conference Proceedings*.

HALE, D. **Atomic meshes – from seismic imaging to reservoir simulation**. In: 8TH EUROPEAN CONFERENCE ON THE MATHEMATICS OF OIL RECOVERY, 2002. *Conference Proceedings*.

HALE, D.; EMANUEL, J. **Atomic meshing of seismic images**. In: 72th Annual International Meeting, SEG, 2002. *Expanded Abstracts*.

HALE, D.; EMANUEL, J. **Seismic interpretation using global image segmentation**. In: 73th Annual International Meeting, SEG, 2003. *Expanded Abstracts*.

HALE, D.; KILLOUGH, J.; EMANUEL, J. **Seismic interpretation with fluid flow simulation**. In: 74th Annual International Meeting, SEG, 2004. *Expanded Abstracts*.

HAYKIN, S. **Redes Neurais, princípios e prática**. Tradução: Paulo Martins Engel. Porto Alegre: Boockman Companhia Editora, 2001. Título original: Neural networks: a comprehensive foundation, second edition, Prentice Hall Inc., NY, 1999.

HECKBERT, P. **Fast surface particle repulsion**. In: SIGGRAPH '97, New Frontiers in Modeling and Texturing Course, p. 95-114. ACM Press, August 1997.

HOLMSTRÖM, J. **Growing Neural Gas. Experiments with GNG, GNG with utility and supervised GNG**. Master thesis, Uppsala University, Uppsala, 2002.

- HOPPE, H. **Progressive meshes**. In: SIGGRAPH '96, p. 99-108, 1996. *Conference Proceedings*.
- HOPPE, H. **Efficient implementation of progressive meshes**. Tech. rep. MSR-TR-98-02, Microsoft Research, 1998. *Technical Report*.
- HUBELI, A. **Multiresolution techniques for non-manifolds**. Doctor of Technical Sciences, Federal Institute of Technology of Zurich, Zurich, 2002.
- IVRISSIMTZIS, I.; JEONG, W.-K.; SEIDEL H.-P. **Using growing cell structures for surface reconstruction**. In: SHAPE MODELING INTERNATIONAL 03, p. 78-86, 2003. *Conference Proceedings*.
- IVRISSIMTZIS, I., JEONG, W.-K., LEE, Y., LEE, S., SEIDEL H.-P. **Neural Meshes: surface reconstruction with a learning algorithm**. Tech. rep. MPI-I-2003-4-007, MPI-Informatik, Saarbrücken, 2003. *Technical Report*.
- IVRISSIMTZIS, I.; JEONG, W.-K.; LEE, Y., LEE, S., SEIDEL H.-P. **Neural Meshes: statistical methods in surface reconstruction**. Tech. rep. MPI-I-2004-4-005, MPI-Informatik, Saarbrücken, 2004. *Technical Report*.
- IVRISSIMTZIS, I., JEONG, W.-K., LEE, Y., LEE, S., SEIDEL H.-P. **Neural Meshes ensembles**. In: 2ND INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON 3D DATA PROCESSING, VISUALIZATION, AND TRANSMISSION, 3DPVT 2004, THESSALONIKI, GREECE, 2004, p. 308-315. 2004. *Conference Proceedings*.
- IVRISSIMTZIS, I., JEONG, W.-K., LEE, Y., LEE, S., SEIDEL H.-P. **Surface reconstruction based on Neural Meshes**. In: MATHEMATICAL METHODS FOR CURVES AND SURFACES 2005. *Conference Proceedings*.
- JEONG, W.-K., KIM, C-H. **Direct reconstruction of displaced subdivision surface from unorganized points**. In: PACIFIC GRAPHICS 01, p. 160-168, 2001. *Conference Proceedings*.
- JEONG, W.-K., IVRISSIMTZIS, I.; SEIDEL, H.-P. **Neural meshes: statistical learning based on normals**. In: PACIFIC GRAPHICS 03, p. 404-408, 2003. *Conference Proceedings*.
- JEONG, W.-K.; WHITAKER, R.; DOBIN, M. **Interactive 3d seismic fault detection on the graphics hardware**. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON VOLUME GRAPHICS 2006. *Conference Proceedings*.
- KASS, M.; WITKIN, A. Analyzing oriented patterns. **Computer Vision, Graphics and Image Processing**, v.37, p. 362-385, 1987.
- KASS, M.; WITKIN, A.; TERZOPOULOS, D. Snakes: active contour models. **International Journal of Computer Vision**, p. 321-331, 1988.
- KELSO, S.R.; GANONG A.H.; BROWN, T.H. Hebbian synapses in hippocampus. **Proceedings of the National Academy of Sciences USA**, v.83, p. 5326-5330, 1986.
- KEMPEN, G.M.P. VAN; BRINK, N. VAN DEN; VLIET, L.J. VAN; GINKEL, M. VAN; VERBEEK, P.W. **The application of a local dimensionality estimator to the analysis of 3d microscopic network structures**. In: SCIA'99, Proc. 11th Scandinavian Conference on Image Analysis, Kangerlussuaq, Greenland, p. 447-455. *Conference Proceedings*.
- KOHONEN, T. Self-organized formation of topologically correct feature maps. **Biological Cybernetics**, v.43, p. 59-69, 1982.

KUWAHARA, M.; HACHIMURA, K.; EIHO, S.; KINOSHITA, M. Processing of ri-angiocardigraphic images. In: **Digital Processing of Biomedical Images**. Editores: Preston, K.; Onoe, M. Plenum Press New York, p. 187–203, 1976.

LABRUNYE, E. **Extraction automatique d'information géologique á partir d'images sísmiques tridimensionnelles**. Thèse Doct. Géosciences, Institut National Polytechnique de Lorraine, Lorraine, 2004.

LINES, L.R.; NEWRICK, R.T. **Fundamentals of geophysical interpretation**. SEG, Society of Exploration Geophysicists. 2004.

LORENSEN, W.; CLINE, H. A high resolution 3d surface construction algorithm. **Computer Graphics**, v.21, n.14, p. 163-168, 1987.

LUO, Y.; MARHOON, M.; DOSSARY, S. Edge-preserving smoothing and applications. **The Leading Edge**, pp. 136-158, February 2002.

MACHADO, M. **Segmentação de dados sísmicos via hyperstack para visualização**. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000.

MACHADO, M.; GERHARDT, A.; GATTASS, M. **Seismic Data Segmentation via Hyperstack Region Growing**. In: SEVENTH INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 2001. *Expanded Abstracts*.

MACHADO, M.; VELLASCO, M.; SILVA, P.M.; GATTASS, M. **Using neural networks to evaluate the effectiveness of a new seismic fault attribute**. In: BIENNIAL BRAZILIAN SYMPOSIUM ON ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS, SBRN'2006, 2006. *Conference Proceedings*.

MACHADO, M.; VELLASCO, M.; SILVA, P.M.; GATTASS, M. **Providing Spatial Coherence Information to Fault Meta-Attribute**. In: 76TH ANNUAL INTERNATIONAL MEETING, SEG, 2006. *Expanded Abstracts*.

MACHADO, M.; GATTASS, M. **Fault identification using competitive learning**. In: TENTH INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 2007. *Expanded Abstracts*.

MACHADO, R.; SILVA, M.E. Estruturas em rochas. In: **Decifrando a terra**. Organizadores: Teixeira, W.; Toledo, M.C.M.; Fairchild, T.R.; Taioli, F. Oficina de Textos, São Paulo, p. 399-420, 2000.

MARFURT, K.J.; KIRLIN, R.L.; FARMER, S.L.; BAHORICH, M.S. 3-d seismic attributes using a semblance-based coherency algorithm. **Geophysics**, v.63, n.4, p. 1150-1165, 1998.

MARFURT, K.J.; SUDHAKER, V.; GERSZTENKORN, A.; CRAWFOR, K.D.; NISSEN, S.E. Coherency calculations in the presence of structural dip. **Geophysics**, v.64, n.1, p. 104-111, 1999.

MARFURT, K.J. **3-D Seismic Attributes for Prospect Identification and Reservoir Characterization**. SBGf. Rio de Janeiro. 2006. Notas do curso.

MARTINETZ, T.; SCHULTEN, K. "Neuro-gas" network learns topologies. In: **Artificial neural networks**, Amsterdam: North Holland; v.1, p. 397-402, 1991.

MARTINETZ, T.M. **Competitive hebbian learning rule forms perfectly topology preserving maps**, In: ICANN'93 INTERNATIONAL CONFERENCE ON ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS, p. 427-434, 1993. *Conference Proceedings*.

MARTINETZ, T.M.; SCHULTEN, K. Topology representing networks. **Neural Networks**, v.7, n.3, p. 507-522, 1994.

MEINICKE, M.K.G. **Opacidade 3d na visualização volumétrica de dados sísmicos**. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

O'ROURKE, J. **Computational geometry in C**. Cambridge University Press, 1993.

PAULY, M. **Point primitives for interactive modeling and processing of 3d geometry**. PhD thesis, Federal Institute of Technology (ETH) of Zurich, Zurich, 2003.

PEDERSEN, S., RANDEN, T., SONNELAND, L. **Automatic fault extraction using artificial ants**. In: 72TH ANNUAL INTERNATIONAL MEETING, SEG, 2002. *Expanded Abstracts*.

PEDERSEN, S.; SCHLUMBERGER TECHNOLOGY CORPORATION. **Image feature extraction**. United States Patent, 7203342, April, 10, 2007.

POTHEN, A. Graph partitioning algorithms with applications to scientific computing. In: KEYES, D.E.; SAMEH, A.; VENKATAKRISHNAN, V. (Eds.). **Parallel Numerical Algorithms**. Kluwer, 1997, p. 323-368.

RABANNI, T.; HEUVEL, F.; VOSSelman, G. **Segmentation of point clouds using smoothness constraint**, In: PROCEEDINGS OF THE ISPRS COMMISSION V SYMPOSIUM IMAGE ENGINEERING AND VISION METROLOGY, p. 248-253, 2006. *Conference Proceedings*.

RANDEN, T.; REYMOND, B.; SJULSTAD H.I.; SØNNELAND, L. **New seismic attributes for automated stratigraphic facies boundary detection**. In: 68TH ANNUAL INTERNATIONAL MEETING, SEG, 1998, p. 628-631, 1998. *Expanded Abstracts*.

RANDEN, T.; PEDERSEN, S.; SONNELAND, L. **Automatic extraction of faults surfaces from three-dimensional seismic data**. In: 71TH ANNUAL INTERNATIONAL MEETING, SEG, 2001, p. 551-554, 2001. *Expanded Abstracts*.

RANDEN, T.; SONNELAND, L. Atlas of 3D Seismic Attributes. In: **Mathematical Methods and Modelling in Hydrocarbon Exploration and Production**. Editores: Iske, A.; Randen, T. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, p. 23-46, 2005.

RAO, A.R.; SCHUNCK, B.G. Computing oriented texture fields. **CVGIP: Graphical Models and Image Processing**, v.53, n.2, p. 157-185, 1991.

RODRIGUEZ, J.G.; ANGELOPOULOU, A.; PSARROU, A. Growing Neural Gas (GNG): A Soft Competitive Learning Method for 2D Hand Modelling. **IEICE Transactions on Information and Systems**, v.E89-D, n.7, p. 2124-2131, 2006.

ROOIJ, M. DE; TINGDHAL, K. Meta-attributes – the key multivolume, multiattribute interpretation. **The Leading Edge**, v.21, p. 1050-1053, 2002.

RUTHNER, M.P. **Aplicação da transformada S na decomposição espectral de dados sísmicos**. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

SALEEM, W. **A flexible framework for learning-based Surface Reconstruction**. Master thesis, University of Saarland, Saarbrücken, Germany, 2004.

SALEEM, W.; SCHALL, O.; PATANÈ, G.; BELYAEV, A.; SEIDEL, H-P. On stochastic methods for surface reconstruction. **The Visual Computer**, v.23, n.6, p. 381-395, 2007.

- SHERIFF, R.E. **Encyclopedic dictionary of exploration geophysics**. SEG, Society of Exploration Geophysicists.1991.
- SHI, J.; MALIK, J. Normalized cuts and image segmentation. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and machine intelligence**, v.22, n.8, p. 888-905, 2000.
- SILVA, P.M.; MACHADO, M.; GATTASS, M. **3d seismic volume rendering**. In: EIGHTH INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 2003. *Expanded Abstracts*.
- SILVA, P.M. **Visualização volumétrica de horizontes em dados sísmicos 3d**. Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.
- STRANG, G. **Introduction to linear algebra**. Wellesley-Cambridge Press.1998.
- STRANG, W.G.; FIX, G.J. **An Analysis of the Finite Element Method**. Wellesley-Cambridge Press.1973.
- SZWARCFITER, J.L.; MARKEZON, L. **Estruturas de dados e seus algoritmos**. LTC – Livros Técnicos e Científicos S.A., 1994.
- TANER, M.T. Seismic attributes. **Recorder**, v.26, n.9, p. 48-56, 2001.
- TAUBIN, G. **A signal processing approach to fair surface design**, In: SIGGRAPH 95 COFERENCE PROCEEDINGS, ANNUAL CONFERENCE SERIES, p. 351-358, 1995. *Conference Proceedings*.
- TURING, A. The chemical basis of morphogenesis. **Philosophical Transactions of the Royal Society B**, v.237, p. 5-72, 1952.
- VOSELMAN, G; GORTE, B.; SITHOLE, G.; RABANNI, T. Recognising structure in laser scanner point clouds. **International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**, v.46, part 8/W2, p. 33-38, 2004.
- WEISS, Y. **Segmentation using eigenvectors: a unifying view**, In: PROCEEDINGS OF THE IEEE CONFERENCE ON COMPUTER VISION AND PATTERN RECOGNITION, p. 731-737, 1999. *Conference Proceedings*.
- YU, Y. **Surface reconstruction from unorganized points using self-organizing neural networks**, In: IEEE VISUALIZATION 99, p. 61-64, 1999. *Conference Proceedings*.
- ZAHN, C. Graph theoretical methods for detecting and describing gestalt clusters. **IEEE Transaction on Computers**, v.C-20, n.1, p. 68-86, 1971.
- ZHANG, T.Y.; SUEN, C.Y. A fast parallel algorithm for thinning digital patterns. **Communications of the ACM**, v.27, p. 236-239, 1984.

Apêndice A: Tensor de estrutura do gradiente

Este apêndice introduz o chamado tensor de estrutura do gradiente, bem como formas de extrair informações a partir dele.

Considere uma imagem, isto é, um campo escalar real definido sobre um conjunto de pixels (2D) ou voxels (3D). O vetor gradiente informa a direção de maior crescimento do campo. Se, localmente, o campo tiver uma estrutura linear ou planar (o campo é constante ao longo de uma linha ou de um plano), o gradiente será perpendicular à estrutura. Esse é o caso dos horizontes em dados sísmicos, ao longo dos quais a variação do sinal é pequena. Devido à presença de ruído, é necessário calcular de alguma forma a orientação média da imagem na vizinhança de cada ponto. Entretanto, este cálculo não pode ser feito simplesmente somando todos os vetores de uma região e dividindo pelo número de elementos (observe, por exemplo, que em torno de um ponto de máximo ou de mínimo, a soma dos vetores gradiente resulta em um vetor nulo).

Assim, o problema em questão pode ser colocado da seguinte forma: dados os vetores $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k$, em N dimensões, estimar a orientação média quando o sinal de cada \mathbf{v}_i é ignorado. Essa forma de abordar o problema se baseia no trabalho de Rao et al. (1991).

Seja \mathbf{u} o vetor unitário ao longo da orientação média a ser estimada. A estimação é feita de forma que o vetor \mathbf{u} maximize a soma do quadrado das projeções J :

$$J = \sum_{i=1}^k (\mathbf{v}_i^T \mathbf{u})^2$$

A expressão acima pode ser reescrita como:

$$J = \sum_{i=1}^k \mathbf{v}_i^T \mathbf{u} \mathbf{u}^T \mathbf{v}_i = \sum_{i=1}^k \mathbf{u}^T \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^T \mathbf{u} = \sum_{i=1}^k \mathbf{u}^T (\mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^T) \mathbf{u} = \mathbf{u}^T \left(\sum_{i=1}^k \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^T \right) \mathbf{u}$$

A matriz \mathbf{T}

$$\mathbf{T} = \sum_{i=1}^k \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^T \quad (\text{A.1})$$

é simétrica; assim, pelo teorema de decomposição espectral (ver livros textos de álgebra linear como, por exemplo, Strang (1998)) \mathbf{T} pode ser decomposta como:

Tensor de estrutura do gradiente

$$\mathbf{T} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^{-1} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^T$$

onde $\mathbf{\Lambda}$ é uma matriz real diagonal e \mathbf{Q} é uma matriz ortogonal formada pelos autovetores de \mathbf{T} . Voltando à projeção J , tem-se, então, que:

$$J = \mathbf{u}^T \mathbf{T} \mathbf{u} = \mathbf{u}^T \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^T \mathbf{u} = (\mathbf{u}^T \mathbf{Q})\mathbf{\Lambda}(\mathbf{Q}^T \mathbf{u}) = (\mathbf{Q}^T \mathbf{u})^T \mathbf{\Lambda} (\mathbf{Q}^T \mathbf{u}) = \mathbf{y}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{y}.$$

Observe que \mathbf{y} é também um vetor unitário, obtido pela mudança de base definida pela matriz de rotação \mathbf{Q} . Logo, para J ser máximo, o vetor \mathbf{u} deve estar alinhado com a direção de maior autovalor de \mathbf{T} .

O tensor \mathbf{T} é conhecido como tensor de estrutura e pode ser usado como ferramenta de análise local de estruturas lineares. Várias implementações e aplicações diferentes do tensor de estrutura são encontradas na literatura, sendo as mais antigas descritas nos trabalhos de Kass et al. (1987), Rao et al. (1991) e Haglund (1992).

Observe que o tensor de estrutura \mathbf{T} é semelhante à matriz de covariância, diferindo apenas pela ausência do desconto da média dos vetores $\bar{\mathbf{v}}$:

$$\mathbf{C} = \sum_{i=1}^k (\mathbf{v}_i - \bar{\mathbf{v}})(\mathbf{v}_i - \bar{\mathbf{v}})^T.$$

Entretanto, como se deseja apenas estimar a direção média, pode-se pensar que, a cada vetor \mathbf{v}_i incluído, também se inclui o seu simétrico $-\mathbf{v}_i$, de forma que ao final tem-se $\bar{\mathbf{v}} = 0$.

Por sua vez, o chamado tensor de estrutura do gradiente (TEG) é definido utilizando-se o gradiente \mathbf{g} como vetor de orientação. Como estimativas de derivadas de dados não suavizados são muito ruidosas, a estimativa do gradiente é feita pela convolução da imagem $I(\mathbf{x})$ com derivadas parciais de primeira ordem da Gaussiana de desvio padrão σ_g . O filtro Gaussiano é escolhido por ser invariante por rotações e separável. Para uma imagem N -dimensional as componentes do gradiente são:

$$g_i = I(\mathbf{x}) \otimes \frac{\partial}{\partial x_i} G(x; \sigma_g), i \in \{1, \dots, N\}$$

O tensor de estrutura do gradiente é definido como

$$\mathbf{T} = \overline{\mathbf{g}\mathbf{g}^T}$$

onde $\overline{(\quad)}$ indica algum tipo de média ponderada local. Novamente o núcleo Gaussiano é utilizado para calcular as médias dos elementos do tensor:

$$\overline{T_{ij}} = T_{ij} \otimes G(x; \sigma_T).$$

Observe que duas escalas foram introduzidas na definição do tensor: a escala envolvida na diferenciação (escala local) e a escala envolvida no processo de

Tensor de estrutura do gradiente

suavização dos elementos do tensor (escala de integração). Esta segunda escala está relacionada com o tamanho das estruturas que se deseja detectar, e normalmente é escolhida de forma a ser entre três e dez vezes maior do que a escala local: $3\sigma_g < \sigma_T < 10 \sigma_g$ (Bakker, 2002).

A riqueza da análise pelo tensor de estrutura torna-se aparente com o estudo de seus autovalores. Em três dimensões, os autovalores, $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$, podem ser utilizados para distinguir, dentre quatro diferentes casos, qual a estrutura presente localmente nos dados (Bakker, 2002):

λ_1	λ_2	λ_3	Descrição
0	0	0	Energia zero, sem contraste. Intensidade constante sem qualquer estrutura mensurável.
>0	0	0	Estrutura planar.
>0	>0	0	Estrutura linear. Se $\lambda_1 = \lambda_2$, então a seção transversal à estrutura linear é isotrópica, isto é, cilíndrica.
>0	>0	>0	A estrutura subjacente desvia do modelo de estrutura linear. Se $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$, então a estrutura é isotrópica.

Tabela 7: Estruturas locais identificadas pelos autovalores do tensor de estrutura do gradiente.

Na prática, os autovalores não devem ser comparados com zero, mas sim contra limiares determinados pelo ruído e pela energia do sinal. A energia total do gradiente é dada pelo traço de TEG:

$$E_g = Tr(\mathbf{T}) = \sum_{i=1}^3 \lambda_i .$$

Kempen et al. (1999) propuseram medidas independentes da confiança da classificação da estrutura local como planar ou linear:

$$C_{plano} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$$

$$C_{linha} = \frac{\lambda_2 - \lambda_3}{\lambda_2 + \lambda_3}$$

Com uso das medidas de confiança, a classificação das estruturas pode ser reescrita como:

Tensor de estrutura do gradiente

Tipo	Autovalores	C_{plano}	C_{linha}
isotrópico	$\lambda_1 \approx \lambda_2 \approx \lambda_3$	≈ 0	≈ 0
planar	$\lambda_1 \gg \lambda_2 \approx \lambda_3$	≈ 1	≈ 0
linear	$\lambda_1 \approx \lambda_2 \gg \lambda_3$	≈ 0	≈ 1

Tabela 8: Estruturas locais identificadas pelas medidas de confiança derivadas dos autovalores do tensor de estrutura do gradiente.

Apêndice B: Geradores para probabilidades discretas não-uniformes

Este apêndice faz uma rápida apresentação de alguns algoritmos de geração de números aleatórios para probabilidades discretas não-uniformes. A apresentação se baseia no livro de Devroye (1986).

A geração de números aleatórios tem intrigado cientistas há várias décadas. Um grande esforço tem sido empenhado na criação de aleatoriedade em máquinas determinísticas (não aleatórias), isto é, no projeto de algoritmos computacionais chamados de **geradores** que sejam capazes de produzir seqüências de números “aleatórios”. Todos os geradores têm defeitos porque todos constroem o n -ésimo número de uma seqüência em função dos $n-1$ números anteriores, inicializados com uma semente não-aleatória. Além disso, para cada gerador, é sempre possível encontrar um teste estatístico de uma propriedade que faz o gerador falhar (Devroye, 1986).

Uma variável aleatória discreta é uma variável aleatória que toma valores com probabilidade diferente de zero sobre um conjunto de pontos finito ou infinito contável. Sem perda de generalidade pode-se considerar tal conjunto como o conjunto dos inteiros não-negativos. A distribuição de uma variável aleatória X é determinada pelo vetor de probabilidade p_0, p_1, \dots :

$$P(X = i) = p_i \quad (i = 0, 1, 2, \dots).$$

O vetor de probabilidade, em geral, pode ser obtido de várias maneiras; por exemplo, a partir de uma expressão analítica ou de um subprograma que permite calcular p_i para cada i (modelo caixa-preta). No caso de interesse desta tese, entretanto, a variável aleatória toma valores apenas sobre um conjunto finito com K elementos e o vetor de probabilidades corresponde a uma tabela de valores p_0, p_1, \dots, p_K .

Os algoritmos de geração de seqüências de números com uma dada distribuição não-uniforme se baseiam na hipótese de que se dispõe de um gerador perfeito de números aleatórios uniformes. Existem vários algoritmos para geração de números aleatórios discretos. Neste documento são apresentados alguns algoritmos pertencentes à classe dos **métodos de inversão**. Para uma visão mais completa, ver Devroye (1986).

Geradores para probabilidades discretas não-uniformes

Os métodos de inversão são baseados na observação de que as probabilidades acumuladas contínuas se distribuem uniformemente sobre o intervalo $[0,1]$. Se U é uma variável aleatória com distribuição uniforme sobre o intervalo $[0,1]$, então uma variável aleatória X com uma distribuição acumulada contínua F pode ser obtida usando $X=F^{-1}(U)$. No caso em que X é uma variável aleatória discreta, esse fato pode ser reescrito como:

$$F(X-1) = \sum_{i < X} p_i < U \leq \sum_{i \leq X} p_i = F(X).$$

Assim, a variável aleatória X divide o intervalo $[0,1]$ em intervalos $(F(X-1), F(X)]$, cada um com probabilidade $P(X=i) = F(i) - F(i-1) = p_i$. Uma solução exata das desigualdades de inversão pode ser sempre obtida em tempo finito.

Existem várias técnicas possíveis para resolver as desigualdades de inversão. A mais simples é a inversão por pesquisa seqüencial:

Algoritmo de Inversão por pesquisa seqüencial

```

Gerar U a partir da distribuição uniforme em [0,1]
X ← 0; S ← p0
ENQUANTO U > S FAÇA
    X ← X+1; S ← S+pX
RETORNE X

```

O número de comparações é igual a $X+1$, onde X é o valor da variável aleatória gerado. Uma otimização óbvia para a pesquisa seqüencial é permutar os inteiros de forma a se ter as probabilidades ordenadas decrescentemente.

Outras reorganizações são possíveis. Por exemplo, pode-se trocar a pesquisa seqüencial por pesquisa em árvore binária. Nesse caso, cada nó folha possui um número inteiro entre 0 e K . Cada nó interno possui um número real igual à soma das probabilidades de todos os nós folha encontrados antes do nó em um percurso em ordem simétrica (*inorder traversal*).

Algoritmo de Inversão por pesquisa binária 1

```

Gerar U a partir da distribuição uniforme em [0,1]
Ptr ← Raiz da árvore
ENQUANTO Ptr ≠ Folha FAÇA
    SE Valor(Ptr) > U ENTÃO

```

Geradores para probabilidades discretas não-uniformes

```

     $Ptr \leftarrow \text{FilhoAEsquerda}(Ptr)$ 
  SENÃO
     $Ptr \leftarrow \text{FilhoADireita}(Ptr)$ 
  RETORNE  $X \leftarrow \text{Valor}(Ptr)$ 

```

No caso de uma árvore completa com $2K+1$ nós, a árvore tem uma altura de

$$L = 1 + \lfloor \log_2(2K + 1) \rfloor$$

e a busca sempre executa L comparações. A cada comparação metade dos valores são eliminados.

Uma variação da pesquisa em árvore binária atribui a todos os nós (inclusive os nós folha) um valor real de probabilidade: cada nó folha possui a probabilidade associada ao seu número inteiro, enquanto que cada nó interno tem, como probabilidade, a soma de seus dois filhos. Essa variação é utilizada, por exemplo, em Gydalyahu et al. (2001). Para gerar um número inteiro aleatório entre 0 e K , se percorre-se a árvore a partir da raiz até alcançar o nó folha resultante. A cada nó interno, é feita uma seleção uniforme de um número entre 0 e o valor do nó. Caso o valor seja menor do que o valor do filho da esquerda, varre-se a subárvore da esquerda. Caso contrário, varre-se a subárvore da direita.

Algoritmo de Inversão por pesquisa binária 2

```

 $Ptr \leftarrow \text{Raiz da árvore}$ 
  ENQUANTO  $Ptr \neq \text{Folha}$  FAÇA
    Gerar  $U$  a partir da distribuição uniforme em  $[0, \text{Valor}(Ptr)]$ 
    SE  $\text{Valor}(\text{FilhoAEsquerda}(Ptr)) > U$  ENTÃO
       $Ptr \leftarrow \text{FilhoAEsquerda}(Ptr)$ 
    SENÃO
       $Ptr \leftarrow \text{FilhoADireita}(Ptr)$ 
  RETORNE  $X \leftarrow \text{Valor}(Ptr)$ 

```

Nesta variação, a construção da árvore é mais simples, mas cada comparação é precedida de uma seleção sobre uma distribuição uniforme.

O número esperado de comparações em uma árvore de pesquisa binária é igual a $\sum_{i=0}^K p_i D_i$, onde D_i é a profundidade da i -ésima folha. A árvore de pesquisa

Geradores para probabilidades discretas não-uniformes

binária ótima em relação ao número de comparações é a árvore de Huffman. Esta é construída deixando os nós de menor probabilidade mais afastados do nó raiz. A necessidade de ordenação pelos valores de probabilidade torna o tempo de construção da árvore de Huffman da ordem de $O(K \log K)$.

O algoritmo conhecido como **método de tabelas-guia** (*method of guide tables*) proposto por Chen e Asau (1974) se baseia em técnicas de *hashing* para executar a inversão. As probabilidades acumuladas são definidas por

$$q_i = \sum_{j=0}^i p_j \quad (0 \leq i \leq K).$$

Os métodos de inversão por pesquisa seqüencial ou por pesquisa em árvore binária se baseiam em identificar o intervalo $(q_{i-1}, q_i]$ a partir de uma seleção uniforme sobre $[0,1]$ com a variável aleatória U . O método de tabelas-guia, por outro lado, explora a divisão em intervalos equi-espaçados, tais como $(\frac{i-1}{K+1}, \frac{i}{K+1}]$, $1 \leq i \leq (K+1)$. Com isso, dado um valor numérico de U , o intervalo está automaticamente definido. Para achar o valor correspondente de X é utilizado um conjunto de valores auxiliares g_i que formam a tabela guia:

$$g_i = \max_{q_j < \frac{i}{K+1}} j$$

O algoritmo pode ser escrito como:

Método de tabelas-guia

Gerar U a partir da distribuição uniforme em $[0,1]$

$X \leftarrow \lfloor (K+1)U + 1 \rfloor$

$X \leftarrow g_X + 1$

ENQUANTO $q_{X-1} > U$ FAÇA

$X \leftarrow X - 1$

RETORNE X

É possível mostrar que o número esperado de comparações $E(C)$ no método das tabelas-guia é menor ou igual a 2 (ver Devroye, 1986). Além disso, com a utilização de tabelas de tamanho $\alpha(K+1)$ elementos, onde α é um número inteiro maior ou igual a 1, tem-se que

$$E(C) \leq 1 + \frac{1}{\alpha}.$$

Geradores para probabilidades discretas não-uniformes

Dentre os métodos discutidos, o método das tabelas-guia é o que obtém melhores resultados em termos de velocidade.

Nesta tese foram implementados o algoritmo de inversão por pesquisa binária 2 e o método de tabelas-guia. Como era esperado, este último método teve um desempenho superior.