

**Gustavo Lourenço Gomes Pires**

**Teoria dos Valores Extremos: Valor em Risco para Ativos  
de Renda Variável**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para  
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Industrial da PUC-Rio.

Orientador: Carlos Patrício Samanez

Rio de Janeiro  
Abril de 2008

**Gustavo Lourenço Gomes Pires**

**Teoria dos Valores Extremos: Valor em Risco para Ativos  
de Renda Variável**

Dissertação apresentada como requisito parcial para  
obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Industrial da PUC-Rio.  
Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo  
assinada.

**Prof. Carlos Patrício Samanez**

Orientador

Departamento de Engenharia Industrial – PUC-Rio

**Prof. Fabio Rodrigo Siqueira Batista**

Departamento de Engenharia Industrial – PUC-Rio

**Prof. José Paulo Teixeira**

Departamento de Engenharia Industrial – PUC-Rio

**Prof. José Eugenio Leal**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 10 de abril de 2008.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

**Gustavo Lourenço Gomes Pires**

Graduado em Engenharia de Produção Elétrica na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro em 2005. Participou de palestras e cursos relacionados ao Mercado Financeiro.

Ficha Catalográfica

Pires, Gustavo Lourenço Gomes

Teoria dos valores extremos: valor em risco para ativos de renda variável / Gustavo Lourenço Gomes Pires.; orientador: Carlos Patrício Samanez. – 2008.

136 f.; 30 cm

Dissertação (Mestrado em Engenharia Industrial)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Industrial – Teses. 2. Valor em risco. 3. Teoria dos valores extremos. 4. Backtest. I. Samanez, Carlos Patrício. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Industrial. III. Título.

CDD: 658.5

Para minha família,  
pelo incentivo e demonstração de carinho e amor.

## **Agradecimentos**

Ao meu orientador, Professor Carlos Patrício Samanez, pelo estímulo e parceria para a realização deste trabalho.

Aos meus pais e irmã, pelo amor, educação e força.

A minha tia Conceição e a meu tio Dulciliam, pelo carinho, apoio e torcida constante.

Aos meus amigos da PUC-Rio.

Aos professores que participaram da Comissão Examinadora.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia Industrial, pelos ensinamentos e pela ajuda.

A CAPES, pelo auxílio financeiro.

## Resumo

Pires, Gustavo Lourenço Gomes. **Teoria dos Valores Extremos: Valor em Risco para Ativos de Renda Variável**. Rio de Janeiro, RJ, 2008. 136p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A partir da década de 90, a metodologia de Valor em Risco (VaR) se difundiu pelo mundo, tanto em instituições financeiras quanto em não financeiras, como uma boa prática de mensuração de riscos. Um dos fatos estilizados mais pronunciados acerca das distribuições de retornos financeiros diz respeito à presença de caudas pesadas. Isso torna os modelos paramétricos tradicionais de cálculo de Valor em Risco (VaR) inadequados para a estimação de VaR de baixas probabilidades, dado que estes se baseiam na hipótese de normalidade para as distribuições dos retornos. Sendo assim, o objetivo do presente trabalho é investigar o desempenho de modelos baseados na Teoria dos Valores Extremos para o cálculo do VaR. Os resultados indicam que os modelos baseados na Teoria dos Valores Extremos são adequados para a modelagem das caudas, e consequentemente para a estimação de Valor em Risco quando os níveis de probabilidade de interesse são baixos.

## Palavras-chave

Valor em risco; Teoria dos Valores Extremos; Backtest

## Abstract

Pires, Gustavo Lourenço Gomes. **Extreme Value Theory: Value at Risk for Variable-Income Assets**. Rio de Janeiro, RJ, 2008. 136p. Msc. Dissertation - Department of Industrial Engineering, Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro.

Since the 90 decade, the use of Value at Risk (VaR) methodology has been disseminated among both financial and non-financial institutions around the world, as a good practice in terms of risks management. The existence of fat tails is one of the striking stylized facts of financial returns distributions. This fact makes the use of traditional parametric models for Value at Risk (VaR) estimation unsuitable for the estimation of low probability events. This is because traditional models are based on the conditional normality assumption for financial returns distributions. The main purpose of this dissertation is to investigate the performance of VaR models based on Extreme Value Theory. The results indicates that Extreme Value Theory based models are suitable for low probability VaR estimation.

## Keywords

Value at Risk; Extreme Value Theory; Backtest

## Sumário

1 Introdução .....	17
1.1. Revisão Bibliográfica .....	18
1.2. Estrutura do Trabalho .....	20
2 Value at Risk e retorno de um investimento.....	22
2.1. Definição do valor em risco .....	23
2.2. Backtesting.....	25
2.2.1. Backtesting Hipotético.....	25
2.2.2. Validação de um Modelo de VaR utilizando a Taxa de Exceções.....	25
2.3. Retorno de um Ativo .....	26
2.3.1. Retorno Aritmético .....	27
2.3.2. Retorno Logarítmico.....	27
3 Modelos de escolha de carteiras de investimento .....	29
3.1. Modelo de Índice Único .....	29
3.1.1. Características do Modelo de Índice Único .....	33
3.2. Estimação de Beta.....	34
3.2.1. Estimação de betas históricos.....	35
3.3. Otimização de carteiras.....	36
3.4. Dominância Estocástica.....	38
4 A Teoria dos Valores Extremos .....	41
4.1. As medidas de risco e a Teoria dos Valores Extremos .....	41
4.2. A distribuição dos mínimos .....	41
4.2.1. O teorema de Fisher-Tippett .....	47
4.3. Métodos de estimação .....	49
4.3.1. Abordagem Paramétrica .....	50
4.3.2. Abordagem Não Paramétrica .....	52
4.4. Valores Extremos aplicados ao Value at Risk .....	54



4.4.1. Estimativa dos Parâmetros.....	55
4.5. Cálculo do VaR.....	57
4.6. VaR Multiperiódico.....	59
 5 Elaboração das carteiras de ações .....	 60
5.1. Considerações gerais .....	60
5.2. Divisão dos dados em sub-períodos .....	62
5.2.1. Aplicação do Modelo de Índice Único .....	62
5.2.2. Aplicação do critério de Dominância Estocástica de segunda ordem.....	65
5.2.3. Aplicação da metodologia do IBOVESPA .....	66
 6 Descrição e Análise Exploratória dos Dados.....	 69
6.1. Considerações gerais .....	69
6.2. Histogramas.....	70
6.3. Correlograma dos retornos.....	78
6.4. Correlograma dos retornos ao quadrado.....	87
6.5. Análise dos valores extremos.....	95
 7 Metodologia e Resultados.....	 100
7.1. Considerações gerais .....	100
7.2. Metodologia para obtenção dos parâmetros de forma de cauda .....	101
7.3. Comparativo entre as funções de distribuição acumulada.....	107
7.4. Resultados do Backtesting .....	116
 8 Conclusão .....	 128
 9 Referências bibliográficas .....	 130
 Apêndice A: Método da Regressão para TVE.....	 133

## Lista de figuras

Figura 1 – Perdas acumuladas atribuídas aos Derivativos.....	18
Figura 2 – Função de distribuição acumulada das três distribuições para mínimos. ....	45
Figura 3 – Funções densidade de probabilidade para as três distribuições para mínimos. ....	47
Figura 4 – Histograma da carteira selecionada pelo M.I.U. ....	72
Figura 5 – Histograma da carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	72
Figura 6 – Histograma da carteira do IBOVESPA. ....	72
Figura 7 – Histograma da carteira selecionada pelo M.I.U. ....	73
Figura 8 – Histograma da carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	73
Figura 9 – Histograma da carteira do IBOVESPA. ....	74
Figura 10 – Histograma da carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	74
Figura 11 – Histograma da carteira do IBOVESPA. ....	75
Figura 12 – Histograma da carteira selecionada pelo M.I.U. ....	76
Figura 13 – Histograma da carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	76
Figura 14 – Histograma da carteira do IBOVESPA. ....	77
Figura 15 – Histograma da carteira selecionada pelo M.I.U. ....	77
Figura 16 – Histograma da carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	78
Figura 17 – Histograma da carteira do IBOVESPA. ....	78
Figura 18 – Correlograma dos retornos da carteira selecionada pelo M.I.U. ....	80
Figura 19 – Correlograma dos retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	80
Figura 20 – Correlograma dos retornos da carteira do IBOVESPA. ....	81

Figura 21 – Correlograma dos retornos da carteira selecionada pelo M.I.U.	81
Figura 22 – Correlograma dos retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica.	82
Figura 23 – Correlograma dos retornos da carteira do IBOVESPA.	82
Figura 24 – Correlograma dos retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica.	83
Figura 25 – Correlograma dos retornos da carteira do IBOVESPA.	83
Figura 26 – Correlograma dos retornos da carteira selecionada pelo M.I.U.	84
Figura 27 – Correlograma dos retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica.	84
Figura 28 – Correlograma dos retornos da carteira do IBOVESPA.	85
Figura 29 – Correlograma dos retornos da carteira selecionada pelo M.I.U.	85
Figura 30 – Correlograma dos retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica.	86
Figura 31 – Correlograma dos retornos da carteira do IBOVESPA.	86
Figura 32 – Correlograma dos retornos quadrados da carteira selecionada pelo M.I.U.	87
Figura 33 – Correlograma dos retornos quadrados da carteira selecionada pela Dominância Estocástica.	88
Figura 34 – Correlograma dos retornos quadrados da carteira do IBOVESPA.	88
Figura 35 – Correlograma dos retornos quadrados da carteira selecionada pelo M.I.U.	89
Figura 36 – Correlograma dos retornos quadrados da carteira selecionada pela Dominância Estocástica.	89
Figura 37 – Correlograma dos retornos quadrados da carteira do IBOVESPA.	90
Figura 38 – Correlograma dos retornos quadrados da carteira selecionada pela Dominância Estocástica.	90
Figura 39 – Correlograma dos retornos quadrados da carteira do IBOVESPA.	91

Figura 40 – Correlograma dos retornos quadrados da carteira selecionada pelo M.I.U. ....	91
Figura 41 – Correlograma dos retornos quadrados da carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	92
Figura 42 – Correlograma dos retornos quadrados da carteira do IBOVESPA. ....	92
Figura 43 – Correlograma dos retornos quadrados da carteira selecionada pelo M.I.U. ....	93
Figura 44 – Correlograma dos retornos quadrados da carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	93
Figura 45 – Correlograma dos retornos quadrados da carteira do IBOVESPA. ....	94
Figura 46 – 1% piores retornos da carteira selecionada pelo M.I.U. ....	95
Figura 47 – 1% piores retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	95
Figura 48 – 1% piores retornos da carteira do IBOVESPA. ....	96
Figura 49 – 1% piores retornos da carteira selecionada pelo M.I.U. ....	96
Figura 50 – 1% piores retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	96
Figura 51 – 1% piores retornos da carteira do IBOVESPA. ....	96
Figura 52 – 1% piores retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	97
Figura 53 – 1% piores retornos da carteira do IBOVESPA. ....	97
Figura 54 – 1% piores retornos da carteira selecionada pelo M.I.U. ....	97
Figura 55 – 1% piores retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	98
Figura 56 – 1% piores retornos da carteira do IBOVESPA. ....	98
Figura 57 – 1% piores retornos da carteira selecionada pelo M.I.U. ....	98
Figura 58 – 1% piores retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	98
Figura 59 – 1% piores retornos da carteira do IBOVESPA. ....	99
Figura 60 – Hill-plot para a carteira selecionada pelo M.I.U. ....	101
Figura 61 – Hill-plot para a carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	102

Figura 62 – Hill-plot para a carteira do IBOVESPA. ....	102
Figura 63 – Hill-plot para a carteira selecionada pelo M.I.U. ....	103
Figura 64 – Hill-plot para a carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	103
Figura 65 – Hill-plot para a carteira do IBOVESPA. ....	103
Figura 66 – Hill-plot para a carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	104
Figura 67 – Hill-plot para a carteira do IBOVESPA. ....	104
Figura 68 – Hill-plot para a carteira selecionada pelo M.I.U. ....	105
Figura 69 – Hill-plot para a carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	105
Figura 70 – Hill-plot para a carteira do IBOVESPA. ....	105
Figura 71 – Hill-plot para a carteira selecionada pelo M.I.U. ....	106
Figura 72 – Hill-plot para a carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	106
Figura 73 – Hill-plot para a carteira do IBOVESPA. ....	107
Figura 74 – Distribuição acumulada dos retornos da carteira selecionada pelo M.I.U. ....	107
Figura 75 – Distribuição acumulada dos retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	108
Figura 76 – Distribuição acumulada dos retornos da carteira do IBOVESPA. ....	108
Figura 77 – Distribuição acumulada dos retornos da carteira selecionada pelo M.I.U. ....	109
Figura 78 – Distribuição acumulada dos retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	110
Figura 79 – Distribuição acumulada dos retornos da carteira do IBOVESPA. ....	110
Figura 80 – Distribuição acumulada dos retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	111
Figura 81 – Distribuição acumulada dos retornos da carteira do IBOVESPA. ....	112
Figura 82 – Distribuição acumulada dos retornos da carteira selecionada pelo M.I.U. ....	113

Figura 83 – Distribuição acumulada dos retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	113
Figura 84 – Distribuição acumulada dos retornos da carteira do IBOVESPA. ....	114
Figura 85 – Distribuição acumulada dos retornos da carteira selecionada pelo M.I.U. ....	115
Figura 86 – Distribuição acumulada dos retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica. ....	115
Figura 87 – Distribuição acumulada dos retornos da carteira do IBOVESPA. ....	116
Figura 88 – Período de backtest da carteira selecionada pelo M.I.U. com uma confiança de 97,5%. ....	117
Figura 89 – Período de backtest da carteira selecionada pela Dominância Estocástica com uma confiança de 97,5%. ....	117
Figura 90 – Período de backtest da carteira do IBOVESPA com uma confiança de 97,5%. ....	118
Figura 91 – Período de backtest da carteira selecionada pelo M.I.U. com uma confiança de 97,5%. ....	118
Figura 92 – Período de backtest da carteira selecionada pela Dominância Estocástica com uma confiança de 97,5%. ....	119
Figura 93 – Período de backtest da carteira do IBOVESPA com uma confiança de 97,5%. ....	119
Figura 94 – Período de backtest da carteira selecionada pela Dominância Estocástica com uma confiança de 97,5%. ....	120
Figura 95 – Período de backtest da carteira do IBOVESPA com uma confiança de 97,5%. ....	120
Figura 96 – Período de backtest da carteira selecionada pelo M.I.U. com uma confiança de 97,5%. ....	121
Figura 97 – Período de backtest da carteira selecionada pela Dominância Estocástica com uma confiança de 97,5%. ....	121
Figura 98 – Período de backtest da carteira do IBOVESPA com uma confiança de 97,5%. ....	122
Figura 99 – Período de backtest da carteira selecionada pelo M.I.U. com uma confiança de 97,5%. ....	122

Figura 100 – Período de backtest da carteira selecionada pela Dominância Estocástica com uma confiança de 97,5%.....	123
Figura 101 – Período de backtest da carteira do IBOVESPA com uma confiança de 97,5%.....	123

## Lista de tabelas

Tabela 1 - Universo de ações disponíveis para investimento. ....	61
Tabela 2 - Sub-períodos amostrais. ....	62
Tabela 3 - Interpretação para o Coeficiente de Correlação. ....	63
Tabela 4 - Novo universo de ações candidatas a integrar as carteiras em cada intervalo. ....	64
Tabela 5 – Aumento do número de intervalos.....	69
Tabela 6 – Dias úteis entre retornos extremos usando M.I.U.....	95
Tabela 7 – Dias úteis entre retornos extremos usando D.E. ....	95
Tabela 8 – Dias úteis entre retornos extremos do IBOVESPA ....	96
Tabela 9 – Dias úteis entre retornos extremos usando M.I.U.....	96
Tabela 10 – Dias úteis entre retornos extremos usando D.E. ....	96
Tabela 11 – Dias úteis entre retornos extremos do IBOVESPA ....	96
Tabela 12 – Dias úteis entre retornos extremos usando D.E. ....	97
Tabela 13 – Dias úteis entre retornos extremos do IBOVESPA ....	97
Tabela 14 – Dias úteis entre retornos extremos usando M.I.U. ....	97
Tabela 15 – Dias úteis entre retornos extremos usando D.E. ....	98
Tabela 16 – Dias úteis entre retornos extremos do IBOVESPA ....	98
Tabela 17 – Dias úteis entre retornos extremos usando M.I.U. ....	98
Tabela 18 – Dias úteis entre retornos extremos usando D.E. ....	98
Tabela 19 – Dias úteis entre retornos extremos do IBOVESPA ....	99
Tabela 20 – Resultado do Backtesting para o Intervalo 1. ....	124
Tabela 21 – Resultado do Backtesting para o Intervalo 2. ....	125
Tabela 22 – Resultado do Backtesting para o Intervalo 3. ....	125
Tabela 23 – Resultados do Backtesting para o Intervalo 4.....	126
Tabela 24 – Resultado do Backtesting para o Intervalo 5. ....	127