

Referências Bibliográficas

- [1] BENEDETTO, S.; BIGLIERI, E. ; CASTELANI, V.. **Digital Transmission Theory**. Prentice-Hall, 1st edition, 1987.
- [2] SARI, H.; KARAM, G. ; JEANCLAUDE, I.. **Transmission techniques for digital terrestrial tv broadcasting**. IEEE Communications Magazine, 33:100–109, Fevereiro 1995.
- [3] RAPPAPORT, T. S.. **Wireless Communications: Principles and Practice**. Prentice Hall PTR, 1996.
- [4] DORF, R. C.; BISHOP, R. H.. **Modern Control Systems**. Addison Wesley Longman, Inc, 8th edition, 1998.
- [5] ALAMOUTI, S. M.. **A simple transmit diversity technique for wireless communications**. IEEE J. Selected Areas Commun., 16(8):1451–1458, Outubro 1998.
- [6] MOON, T. K.; STIRLING, W. C.. **Mathematical Methods and Algorithms for Signal Processing**. Prentice-Hall, 1st edition, 1999.
- [7] WANG, Z.; GIANNAKIS, G. B.. **Wireless multicarrier communications: Where *Fourier* meets *Shannon***. IEEE Signal Processing Magazine, 17(3):29–48, Maio 2000.
- [8] PARSONS, J. D.. **The Mobile Radio Propagation Channel**. Wiley, 1st edition, 2000.
- [9] INGLE, V. K.; PROAKIS, J. G.. **Digital Signal Processing Using *MATLAB*®**. Brooks/Cole, 2000.
- [10] PRASAD, R.; NEE, R. V.. **OFDM for Wireless Multimedia Communications**. Artech House, 2000.
- [11] HAYKIN, S.. **Adaptive Filter Theory**. Prentice Hall, 4th edition, 2001.
- [12] DE A. ALBUQUERQUE, J. P.; FORTES, J. M. P. ; FINAMORE, W. A.. **Modelos Probabilísticos em Engenharia Elétrica**. CETUC, PUC-Rio, 2001.

- [13] MUQUET, B.; WANG, Z.; GIANNAKIS, G. B.; DE COURVILLE, M. ; DUHAMEL, P.. **Cyclic prefixing or zero padding for wireless multicarrier transmissions?** IEEE Transactions on Communications, 50(12):2136–2148, Dezembro 2002.
- [14] PINTO, E.; DE ALBUQUERQUE, C. P.. **A técnica de transmissão OFDM.** Revista Científica Periódica - Telecomunicações, (1):01–10, Junho 2002.
- [15] DINIZ, P. S. R.; DA SILVA, E. A. B. ; NETO, S. L.. **Digital Signal Processing.** Cambridge University Press, 1st edition, 2002.
- [16] BENVENUTO, N.; TOMASIN, S.. **On the comparison between OFDM and single-carrier modulation with a DFE using a frequency-domain feedforward filter.** IEEE Transactions on Communications, 50(6):947–955, Junho 2002.
- [17] SAMPAIO-NETO, R.. **Transmissão Digital - Notas de aula.** CETUC, PUC-Rio, 2003.
- [18] WANG, Z.; MA, X. ; GIANNAKIS, G. B.. **OFDM or single-carrier block transmissions?** IEEE Transactions on Communications, 52(3):380–394, Março 2004.
- [19] OHNO, S.. **Performance of single-carrier block transmissions over multipath fading channels with linear equalization.** IEEE Transactions on Signal Processing, 54(10):3678–3687, Outubro 2006.
- [20] CHUNG, R.; HWANG, J.. **Cyclic intersymbol interference of frequency domain decision feedback equalizer: Effect and mitigation.** Wireless Personal Communications, 39:327–341, Novembro 2006.
- [21] PEDERSEN, M. S.; PETERSEN, K. B.. **The Matrix Cookbook.** Desconhecido, 16 fevereiro edition, 2006.

A

Equalizadores MMSE

Um equalizador MMSE (*Minimum Mean-Squared Error*) minimiza o erro médio quadrático entre o vetor equalizado e o transmitido. Também conhecido como solução de (*Wiener*). De forma geral, a função custo a ser minimizada é

$$J(\mathbf{A}_0) \triangleq \mathbb{E} [\|\mathbf{b}(i) - \mathbf{A}_0(i)\mathbf{r}(i)\|^2], \quad (\text{A-1})$$

onde $\mathbf{A}_0(i)$ representa a matriz de equalização para o i -ésimo bloco. Expandindo (A-1),

$$\begin{aligned} J(\mathbf{A}_0) &= \mathbb{E} \left\{ [\mathbf{b}(i) - \mathbf{A}_0(i)\mathbf{r}(i)]^{\mathcal{H}} [\mathbf{b}(i) - \mathbf{A}_0(i)\mathbf{r}(i)] \right\} \\ &= \mathbb{E} [\mathbf{b}^{\mathcal{H}}(i)\mathbf{b}(i) - \mathbf{b}^{\mathcal{H}}(i)\mathbf{A}_0(i)\mathbf{r}(i) - \mathbf{r}^{\mathcal{H}}(i)\mathbf{A}_0^{\mathcal{H}}(i)\mathbf{b}(i) + \mathbf{r}^{\mathcal{H}}(i)\mathbf{A}_0^{\mathcal{H}}(i)\mathbf{A}_0(i)\mathbf{r}(i)]. \end{aligned} \quad (\text{A-2})$$

Como todas as parcelas de (A-2) são escalares, pode-se rescrevê-la de forma equivalente fazendo

$$\begin{aligned} J(\mathbf{A}_0) &= \mathbb{E} \{ \text{tr}[\mathbf{b}^{\mathcal{H}}(i)\mathbf{b}(i)] - \text{tr}[\mathbf{b}^{\mathcal{H}}(i)\mathbf{A}_0(i)\mathbf{r}(i)] - \text{tr}[\mathbf{r}^{\mathcal{H}}(i)\mathbf{A}_0^{\mathcal{H}}(i)\mathbf{b}(i)] \\ &\quad + \text{tr}[\mathbf{A}_0^{\mathcal{H}}(i)\mathbf{A}_0(i)\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^{\mathcal{H}}(i)] \}, \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

onde $\text{tr}[\cdot]$ significa o traço de uma matriz quadrada. O traço do produto de matrizes se mantém para deslocamento cíclicos [21], isto é, $\text{tr}[\mathbf{XYZ}] = \text{tr}[\mathbf{ZXY}] = \text{tr}[\mathbf{YZX}]$. Tomando-se o gradiente de (A-3) com relação à $\mathbf{A}$ e observando-se propriedades das derivadas parciais de traço de matrizes complexas [6], obtém-se

$$\nabla_{\mathbf{A}_0} J = \mathbb{E} [\mathbf{A}_0^*(i)\mathbf{r}^*(i)\mathbf{r}^T(i) - \mathbf{b}^*(i)\mathbf{r}^T(i)]. \quad (\text{A-4})$$

Igualando-se (A-4) à zero para achar o ponto de mínimo (e conjugando termos), chega-se em

$$\mathbf{A}_{MMSE}(i) = \mathbb{E} [\mathbf{b}(i)\mathbf{r}^{\mathcal{H}}(i)] \{ \mathbb{E} [\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^{\mathcal{H}}(i)] \}^{-1}. \quad (\text{A-5})$$

Dependendo da faixa de guarda utilizada (CP ou ZP), o vetor $\mathbf{r}(i)$ pode ser definido como em (2-39) e em (2-45). Caso a equalização seja realizada

no domínio da frequência, o equalizador é representado por $\tilde{\mathbf{A}}_0(i)$ e o bloco (transformado) na entrada do filtro de equalização é encontrado em (2-65) e em (2-72).

A.1 CP-SC-TDE

No caso do CP-SC-TDE, a fórmula (A-5) fica

$$\mathbf{A}_{0,MMSE}(i) = \mathbb{E} [\mathbf{b}(i)\mathbf{r}_{CP}^{\mathcal{H}}(i)] \left\{ \mathbb{E} [\mathbf{r}_{CP}(i)\mathbf{r}_{CP}^{\mathcal{H}}(i)] \right\}^{-1}. \quad (\text{A-6})$$

O bloco observado na recepção é definido em (2-39). Substituindo-o na equação (A-6) e suprimindo o índice i por conveniência, obtém-se

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{0,MMSE} &= \mathbb{E} \left\{ \mathbf{b} [\mathbf{b}^{\mathcal{H}} \mathbf{Q}_c^{\mathcal{H}} + \mathbf{n}_N^{\mathcal{H}}] \right\} \left\{ \mathbb{E} [(\mathbf{Q}_c \mathbf{b} + \mathbf{n}_N) (\mathbf{b}^{\mathcal{H}} \mathbf{Q}_c^{\mathcal{H}} + \mathbf{n}_N^{\mathcal{H}})] \right\}^{-1} \\ &= \sigma_b^2 \mathbf{Q}_c^{\mathcal{H}} [\sigma_b^2 \mathbf{Q}_c \mathbf{Q}_c^{\mathcal{H}} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_N]^{-1}. \end{aligned} \quad (\text{A-7})$$

A.2 ZP-SC-TDE

No caso do ZP-SC-TDE, (A-5) fica da forma

$$\mathbf{A}_{0,MMSE}(i) = \mathbb{E} [\mathbf{b}(i)\mathbf{r}_{ZP}^{\mathcal{H}}(i)] \left\{ \mathbb{E} [\mathbf{r}_{ZP}(i)\mathbf{r}_{ZP}^{\mathcal{H}}(i)] \right\}^{-1}. \quad (\text{A-8})$$

Substituindo (2-45) na equação (A-8) e suprimindo o índice i , obtém-se

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{0,MMSE} &= \mathbb{E} \left\{ \mathbf{b} [\mathbf{b}^{\mathcal{H}} \mathbf{Q}_0^{\mathcal{H}} + \mathbf{n}_M^{\mathcal{H}}] \right\} \left\{ \mathbb{E} [(\mathbf{Q}_0 \mathbf{b} + \mathbf{n}_M) (\mathbf{b}^{\mathcal{H}} \mathbf{Q}_0^{\mathcal{H}} + \mathbf{n}_M^{\mathcal{H}})] \right\}^{-1} \\ &= \sigma_b^2 \mathbf{Q}_0^{\mathcal{H}} [\sigma_b^2 \mathbf{Q}_0 \mathbf{Q}_0^{\mathcal{H}} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M]^{-1}. \end{aligned} \quad (\text{A-9})$$

A.3 CP-SC-FDE

No caso do CP-SC-FDE, a fórmula (A-5) fica

$$\tilde{\mathbf{A}}_{0,MMSE}(i) = \mathbb{E} [\mathbf{b}(i)\tilde{\mathbf{r}}_{CP}^{\mathcal{H}}(i)] \left\{ \mathbb{E} [\tilde{\mathbf{r}}_{CP}(i)\tilde{\mathbf{r}}_{CP}^{\mathcal{H}}(i)] \right\}^{-1}. \quad (\text{A-10})$$

O bloco observado na recepção é definido em (2-65). Substituindo-o na equação (A-10) e suprimindo o índice i por conveniência, obtém-se

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}_{0,MMSE} &= \mathbb{E} \left\{ \mathbf{b} [\mathbf{b}^{\mathcal{H}} \mathbf{W}_N^{\mathcal{H}} \tilde{\mathbf{Q}}_d^{\mathcal{H}} + \tilde{\mathbf{n}}_N^{\mathcal{H}}] \right\} \left\{ \mathbb{E} [(\tilde{\mathbf{Q}}_d \mathbf{W}_N \mathbf{b} + \tilde{\mathbf{n}}_N) (\mathbf{b}^{\mathcal{H}} \mathbf{W}_N^{\mathcal{H}} \tilde{\mathbf{Q}}_d^{\mathcal{H}} + \tilde{\mathbf{n}}_N^{\mathcal{H}})] \right\}^{-1} \\ &= \sigma_b^2 \mathbf{W}_N^{\mathcal{H}} \tilde{\mathbf{Q}}_d^{\mathcal{H}} \underbrace{[\sigma_b^2 \tilde{\mathbf{Q}}_d \tilde{\mathbf{Q}}_d^{\mathcal{H}} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_N]^{-1}}_{\tilde{\mathbf{A}}_{MMSE}}, \end{aligned} \quad (\text{A-11})$$

em que $\tilde{\mathbf{A}}_{MMSE}$ é uma matriz diagonal. A equalização MMSE nesse caso pode ser vista como um processamento realizado por uma matriz diagonal, seguida de uma IDFT N -pontos que só depende dos símbolos por bloco (parâmetro N).

A.4 ZP-SC-FDE

No caso do ZP-SC-FDE, a fórmula (A-5) fica

$$\tilde{\mathbf{A}}_{0,MMSE}(i) = \mathbb{E} [\mathbf{b}(i)\tilde{\mathbf{r}}_{ZP}^{\mathcal{H}}(i)] \{ \mathbb{E} [\tilde{\mathbf{r}}_{ZP}(i)\tilde{\mathbf{r}}_{ZP}^{\mathcal{H}}(i)] \}^{-1}. \quad (\text{A-12})$$

O bloco observado na recepção é definido em (2-72). Substituindo-o na equação (A-12) e suprimindo o índice i por conveniência, obtém-se

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}_{0,MMSE} &= \mathbb{E} \left\{ \mathbf{b} \left[\mathbf{b}^{\mathcal{H}} \mathbf{W}_{MN}^{\mathcal{H}} \tilde{\mathbf{Q}}_d^{\mathcal{H}} + \tilde{\mathbf{n}}_M^{\mathcal{H}} \right] \right\} \left\{ \mathbb{E} \left[\left(\tilde{\mathbf{Q}}_d \mathbf{W}_{MN} \mathbf{b} + \tilde{\mathbf{n}}_M \right) \left(\mathbf{b}^{\mathcal{H}} \mathbf{W}_{MN}^{\mathcal{H}} \tilde{\mathbf{Q}}_d^{\mathcal{H}} + \tilde{\mathbf{n}}_M^{\mathcal{H}} \right) \right] \right\}^{-1} \\ &= \underbrace{\sigma_b^2 \mathbf{W}_{MN}^{\mathcal{H}} \tilde{\mathbf{Q}}_d^{\mathcal{H}} \left[\sigma_b^2 \tilde{\mathbf{Q}}_d \underbrace{\mathbf{W}_{MN} \mathbf{W}_{MN}^{\mathcal{H}}}_{\mathbf{F}_{MN}} \tilde{\mathbf{Q}}_d^{\mathcal{H}} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M \right]^{-1}}_{\tilde{\mathbf{A}}_{MMSE}}. \end{aligned} \quad (\text{A-13})$$

Comparando as expressões (A-13) e (A-11), percebe-se que o ZP teria muito

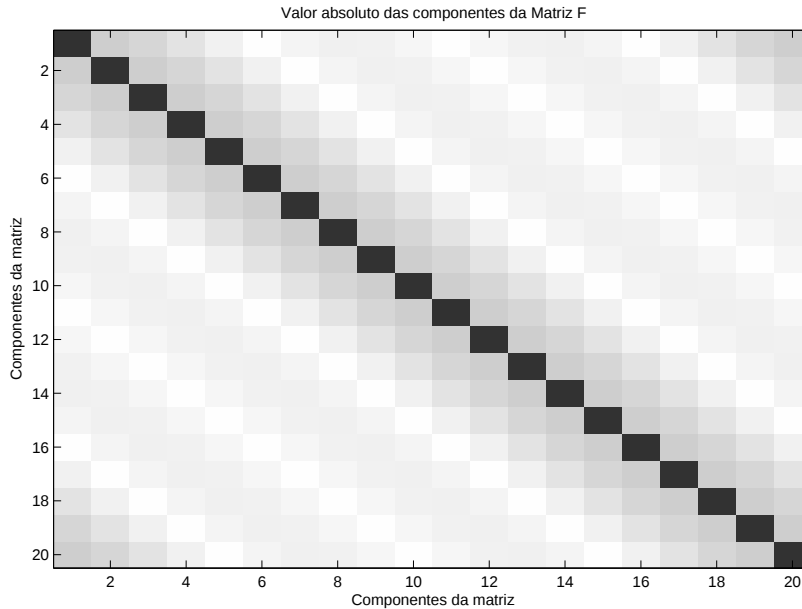


Figura A.1: Módulo das componentes da matriz $\mathbf{F}_{MN}$ para $N = 16$ e $L = 4$.

mais operações por bloco recebido do que o CP, uma vez que a matriz $\mathbf{F}_{MN}$ é uma matriz “cheia”. Na Figura A.1 estão plotados os módulos de cada componente da matriz $\mathbf{F}_{MN}$, que só depende do tamanho do bloco de dados N e

da faixa de guarda L (lembrando que $M = N + L$).

Quanto maior o valor de uma componente, mais escura é sua representação

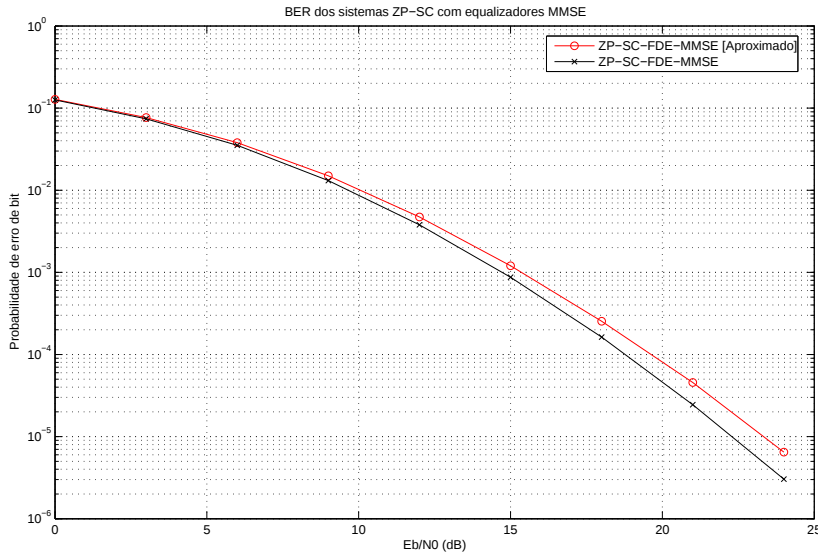


Figura A.2: ZP-SC-FDE: equalização MMSE x aproximado.

na figura. Percebe-se então que a maior parte da energia está concentrada no entorno da diagonal principal. Assim, uma aproximação é realizada considerando $\mathbf{F}_{MN} = \mathbf{W}_{MN} \mathbf{W}_{MN}^H \approx \frac{N}{M} \mathbf{I}_M = \mathbf{F}'_{MN}$. A seguir, a figura A.2 ilustra que a pequena perda de desempenho pela aproximação é mínima tendo em vista o ganho computacional obtido. A solução aproximada é então

$$\tilde{\mathbf{A}}_{0,MMSE}(i) = \sigma_b^2 \mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\mathbf{Q}}_d^H(i) \underbrace{\left[\sigma_b^2 \frac{N}{M} \tilde{\mathbf{Q}}_d(i) \tilde{\mathbf{Q}}_d^H(i) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M \right]^{-1}}_{\tilde{\mathbf{A}}_{MMSE}}. \quad (\text{A-14})$$

A.5 CP-OFDM-FDE

No caso do CP-OFDM-FDE, a fórmula (A-5) fica

$$\tilde{\mathbf{A}}_{0,MMSE} = \mathbb{E} [\mathbf{b}(i) \tilde{\mathbf{r}}_{CP}^H(i)] \{ \mathbb{E} [\tilde{\mathbf{r}}_{CP}(i) \tilde{\mathbf{r}}_{CP}^H(i)] \}^{-1}. \quad (\text{A-15})$$

O bloco observado na recepção é definido em (5-6). Substituindo-o na equação (A-15) e suprimindo o índice i por conveniência, obtém-se

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{A}}_{0,MMSE} &= \mathbb{E} \left\{ \mathbf{b} \left[\mathbf{b}^H \tilde{\mathbf{Q}}_d^H + \tilde{\mathbf{n}}_N^H \right] \right\} \left\{ \mathbb{E} \left[\left(\tilde{\mathbf{Q}}_d \mathbf{b} + \tilde{\mathbf{n}}_N \right) \left(\mathbf{b}^H \tilde{\mathbf{Q}}_d^H + \tilde{\mathbf{n}}_N^H \right) \right] \right\}^{-1} \\ &= \sigma_b^2 \tilde{\mathbf{Q}}_d^H \left[\sigma_b^2 \tilde{\mathbf{Q}}_d \tilde{\mathbf{Q}}_d^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_N \right]^{-1} \\ &= \tilde{\mathbf{A}}_{MMSE}\end{aligned}\tag{A-16}$$

A.6 ZP-OFDM-FDE

No caso do ZP-OFDM-FDE, a fórmula (A-5) fica

$$\tilde{\mathbf{A}}_{0,MMSE}(i) = \mathbb{E} \left[\mathbf{b}(i) \tilde{\mathbf{r}}_{ZP}^H(i) \right] \left\{ \mathbb{E} \left[\tilde{\mathbf{r}}_{ZP}(i) \tilde{\mathbf{r}}_{ZP}^H(i) \right] \right\}^{-1}.\tag{A-17}$$

O bloco observado na recepção é definido em (5-10). Substituindo-o em cada um dos valores esperados da equação (5-10) e suprimindo o índice i por conveniência, obtém-se

$$\mathbb{E} \left[\mathbf{b}(i) \tilde{\mathbf{r}}_{ZP}^H(i) \right] = \mathbb{E} \left\{ \mathbf{b} \left[\mathbf{b}^H \mathbf{W}_N \mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\mathbf{Q}}_d^H + \tilde{\mathbf{n}}_M^H \right] \right\},\tag{A-18}$$

e

$$\left\{ \mathbb{E} \left[\tilde{\mathbf{r}}_{ZP}(i) \tilde{\mathbf{r}}_{ZP}^H(i) \right] \right\}^{-1} = \left\{ \mathbb{E} \left[\left(\tilde{\mathbf{Q}}_d \mathbf{W}_{MN} \mathbf{W}_N^H \mathbf{b} + \tilde{\mathbf{n}}_M \right) \left(\mathbf{b}^H \mathbf{W}_N \mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\mathbf{Q}}_d^H + \tilde{\mathbf{n}}_M^H \right) \right] \right\}^{-1}.\tag{A-19}$$

Substituindo as expressões (A-18) e (A-19) em (A-17), chega-se finalmente à

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{A}}_{0,MMSE} &= \sigma_b^2 \mathbf{W}_N \mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\mathbf{Q}}_d^H \left[\sigma_b^2 \tilde{\mathbf{Q}}_d \mathbf{W}_{MN} \mathbf{W}_N^H \mathbf{W}_N \mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\mathbf{Q}}_d^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M \right]^{-1} \\ &= \sigma_b^2 \mathbf{W}_N \mathbf{W}_{MN}^H \underbrace{\tilde{\mathbf{Q}}_d^H \left[\sigma_b^2 \tilde{\mathbf{Q}}_d \mathbf{W}_{MN} \mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\mathbf{Q}}_d^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M \right]^{-1}}_{\tilde{\mathbf{A}}_{MMSE}}.\end{aligned}\tag{A-20}$$

Fazendo uso da mesma aproximação $\mathbf{W}_{MN} \mathbf{W}_{MN}^H \approx \frac{N}{M} \mathbf{I}_M$ realizada no *single-carrier*, obtém-se

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{A}}_{0,MMSE} &= \sigma_b^2 \mathbf{W}_N \mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\mathbf{Q}}_d^H \left[\frac{N}{M} \left(\sigma_b^2 \tilde{\mathbf{Q}}_d \tilde{\mathbf{Q}}_d^H + \frac{M \sigma_n^2}{N} \mathbf{I}_M \right) \right]^{-1} \\ &= \frac{M \sigma_b^2}{N} \mathbf{W}_N \mathbf{W}_{MN}^H \underbrace{\tilde{\mathbf{Q}}_d^H \left[\left(\sigma_b^2 \tilde{\mathbf{Q}}_d \tilde{\mathbf{Q}}_d^H + \frac{M \sigma_n^2}{N} \mathbf{I}_M \right) \right]^{-1}}_{\tilde{\mathbf{A}}_{MMSE}}.\end{aligned}\tag{A-21}$$

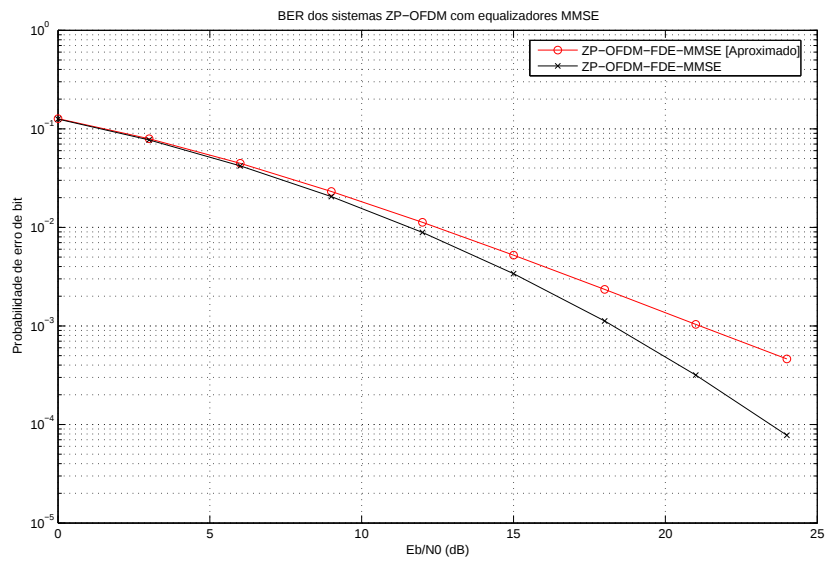


Figura A.3: ZP-OFDM-FDE: equalização MMSE x aproximado.