

4

Filtros com Realimentação

Este capítulo apresenta o filtro de realimentação conhecido como *Decision Feedback Equalizer* (DFE). Este equalizador faz parte da classe dos filtros *data-aided* e se torna muito importante em cenários onde há interferência intersimbólica e quando os canais são variantes no tempo. Quando há forte distorção da amplitude do sinal, os equalizadores lineares aumentam a parcela de contribuição do ruído no símbolo à ser detectado. Isto piora consideravelmente o desempenho do sistema.

Este capítulo analisa a estrutura do erro que incide sobre os blocos transmitidos em cada um dos sistemas (CP-SC-FDE e ZP-SC-FDE) e em seguida apresenta um esquema de filtragem que inclui um laço de retorno (tornando a estrutura não-linear), necessário pois a filtragem linear não é capaz de eliminar completamente a IES.

4.1

Análise do bloco recebido single-carrier (SC-FDE)

A partir do modelo apresentado na Figura 3.1, observa-se que o vetor $\mathbf{y}(i)$, na entrada do decisor de mínima distância é

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}(i) &= \mathbf{V}(L_1) \mathbf{T}^T(L_1) \mathbf{W}_{M_1}^H \tilde{\mathbf{z}}(i) \\
 &= \mathbf{V}(L_1) \mathbf{T}^T(L_1) \mathbf{W}_{M_1}^H \underbrace{\tilde{\mathbf{R}}(i) \tilde{\mathbf{a}}(i)}_{=\tilde{\mathbf{A}}(i) \tilde{\mathbf{r}}(i)} \\
 &= \mathbf{V}(L_1) \mathbf{T}^T(L_1) \mathbf{W}_{M_1}^H \tilde{\mathbf{A}}(i) \mathbf{W}_{M_1} \mathbf{T}(L_1) \mathbf{x}_n(i) \\
 &= \mathbf{V}(L_1) \mathbf{T}^T(L_1) \mathbf{W}_{M_1}^H \tilde{\mathbf{A}}(i) \mathbf{W}_{M_1} \mathbf{T}(L_1) [\mathbf{q}(i) \star \mathbf{d}(i) + \mathbf{n}_{M_1}(i)] \\
 &= \mathbf{V}(L_1) \mathbf{T}^T(L_1) \mathbf{W}_{M_1}^H \tilde{\mathbf{A}}(i) \mathbf{W}_{M_1} \mathbf{T}(L_1) [\mathbf{Q}_T(i) \mathbf{V}^T(L_1) \mathbf{b}(i) + \mathbf{n}_{M_1}(i)]. \quad (4-1)
 \end{aligned}$$

4.1.1

Análise do bloco recebido CP-single-carrier (CP-SC-FDE)

Quando considerado o CP-SC-FDE, $L_1 = L$, $M_1 = N$ e $\mathbf{V}(L) \mathbf{T}^T(L) = \mathbf{I}_N$. Assim, a expressão (4-1) se torna

$$\mathbf{y}_{CP}(i) = \mathbf{W}_N^H \tilde{\mathbf{A}}(i) \mathbf{W}_N \underbrace{\mathbf{T}(L) \mathbf{Q}_T(i) \mathbf{V}^T(L)}_{\mathbf{Q}_c(i)} \mathbf{b}(i) + \underbrace{\mathbf{W}_N^H \tilde{\mathbf{A}}(i) \mathbf{T}(L) \mathbf{n}(i)}_{\boldsymbol{\nu}_{CP}(i)}, \quad (4-2)$$

em que a equivalência $\mathbf{T}(L) \mathbf{Q}_T(i) \mathbf{V}^T(L) = \mathbf{Q}_c(i)$ já fora utilizada em (2-39) e $\boldsymbol{\nu}_{CP}(i)$ representa o vetor de ruído, com matriz de covariância diagonal, que perturba a detecção no caso de transmissão CP. Rescrevendo (4-2) de maneira equivalente, obtém-se

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{CP}(i) &= \mathbf{W}_N^H \tilde{\mathbf{A}}(i) \mathbf{W}_N \mathbf{Q}_c(i) \mathbf{W}_N^H \mathbf{W}_N \mathbf{b}(i) + \boldsymbol{\nu}_{CP}(i) \\ &= \mathbf{W}_N^H \underbrace{\tilde{\mathbf{A}}(i) \tilde{\mathbf{Q}}_d(i)}_{\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_d} \mathbf{W}_N \mathbf{b}(i) + \boldsymbol{\nu}_{CP}(i), \end{aligned} \quad (4-3)$$

onde $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_d$ denota a matriz de erro (diagonal) entre a resposta em frequência do canal e a equalização. Caso o canal fosse conhecido no lado do receptor, poderia-se realizar uma equalização ZF e assim $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_d = \mathbf{I}_M$. Assim, teria-se na recepção o vetor transmitido $\mathbf{b}(i)$ corrompido apenas por $\boldsymbol{\nu}_{CP}(i)$.

Porém, como é apresentado no Capítulo 2, a equalização MMSE tem desempenho superior à ZF, e por conta disso $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_d \neq \mathbf{I}_M$. Dessa maneira, tem-se uma matriz de erro circulante

$$\boldsymbol{\epsilon}_c(i) = \mathbf{W}_N^H \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_d(i) \mathbf{W}_N, \quad (4-4)$$

e portanto, o bloco recebido no esquema CP-SC-FDE é

$$\mathbf{y}_{CP}(i) = \boldsymbol{\epsilon}_c(i) \mathbf{b}(i) + \boldsymbol{\nu}_{CP}(i). \quad (4-5)$$

Esta matriz circulante $\boldsymbol{\epsilon}_c(i)$, que multiplica o bloco de dados $\mathbf{b}(i)$, provoca interferência intersimbólica dentro do bloco recebido $\mathbf{y}_{CP}(i)$. O produto $\boldsymbol{\epsilon}_c(i) \mathbf{b}(i)$ corresponde à uma convolução circular da primeira coluna de $\boldsymbol{\epsilon}_c(i)$ com $\mathbf{b}(i)$. A detecção do k -ésimo símbolo do i -ésimo bloco, $y^{(i)}[k]$, contém interferência causada por todos os símbolos do i -ésimo bloco, visto que esta observação é uma combinação linear de todas as componentes do bloco $\mathbf{b}(i)$ adicionada das componentes de ruído contidas em $\boldsymbol{\nu}_{CP}(i)$.

A Figura 4.1 ilustra o valor médio quadrático das componentes da primeira coluna da matriz de erro $\boldsymbol{\epsilon}_c(i)$. Verifica-se uma dispersão da energia ao longo de toda as N componentes da primeira coluna desta matriz de erro.

Esta interferência originada pela prefixação CP como faixa de guarda, causa aos olhos do decisor, uma espécie de não-causalidade no sistema, pois há perturbações no mesmo por símbolos que ainda não foram observados na recepção. Ao analisar a primeira coluna de $\boldsymbol{\epsilon}_c(i)$, tem-se uma idéia do comprimento da resposta desse erro resultante como pode ser observado na Figura 4.1.

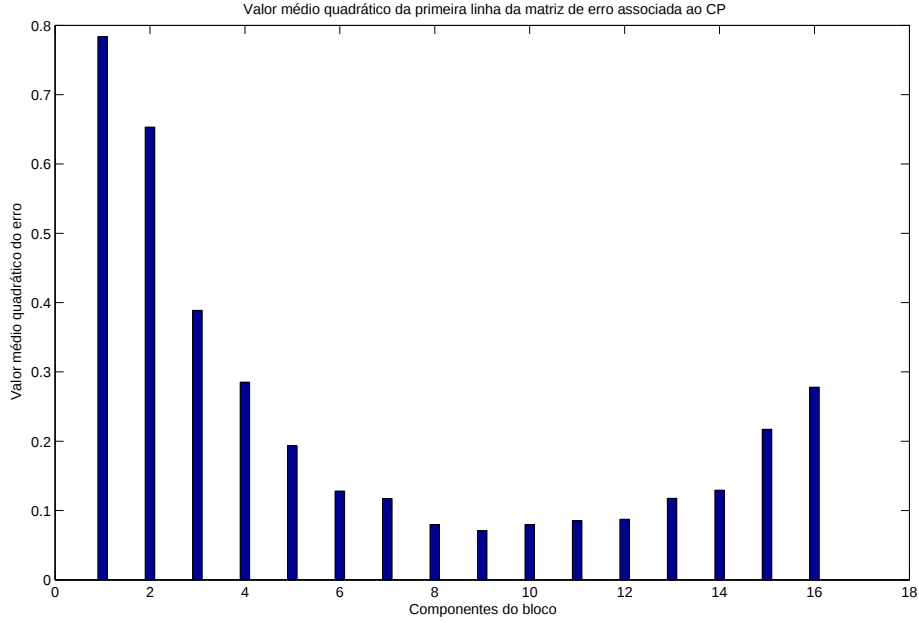


Figura 4.1: Energia da matriz de erro associada à detecção do bloco CP.

4.1.2

Análise do bloco recebido ZP-single-carrier (ZP-SC-FDE)

Quando considerado o ZP-SC-FDE, $L_1 = 0$, $M_1 = M$ e a matriz $\mathbf{T}(0)$ é uma matriz identidade de tamanho M . Assim, simplifica-se a expressão (4-1) para

$$\mathbf{y}_{ZP}(i) = \mathbf{V}(0)\mathbf{W}_M^H \tilde{\mathbf{A}}(i)\mathbf{W}_M \mathbf{Q}_T(i)\mathbf{V}^T(0)\mathbf{b}(i) + \mathbf{V}(0)\mathbf{W}_M^H \tilde{\mathbf{A}}(i)\mathbf{W}_M \mathbf{n}_M(i). \quad (4-6)$$

Analisando o produto $\mathbf{Q}_T(i)\mathbf{V}^T(0)$, percebe-se que as últimas L colunas de $\mathbf{Q}_T(i)$ estão multiplicando apenas os zeros da matriz $\mathbf{V}^T(0)$ definida em (2-13). Portanto, pode-se modificar as últimas L colunas de $\mathbf{Q}_T(i)$ sem com isso alterar o resultado final do produto. Vamos então fazer com que a matriz *Toeplitz*, definida em (2-33), que representa matricialmente a operação de convolução linear do canal, passe a ser uma matriz circulante $\mathbf{Q}_c(i)$. Voltando para a equação (4-6), é possível rescrevê-la de forma equivalente à

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{ZP}(i) &= \mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\mathbf{A}}(i)\mathbf{W}_M \mathbf{Q}_c(i)\mathbf{W}_M^H \mathbf{W}_M \mathbf{V}^T(0)\mathbf{b}(i) + \underbrace{\mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\mathbf{A}}(i)\mathbf{W}_M \mathbf{n}_M(i)}_{\boldsymbol{\nu}_{ZP}(i)} \\ &= \mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\mathbf{A}}(i)\tilde{\mathbf{Q}}_d(i)\mathbf{W}_{MN}\mathbf{b}(i) + \boldsymbol{\nu}_{ZP}(i) \\ &= \mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_d(i)\mathbf{W}_{MN}\mathbf{b}(i) + \boldsymbol{\nu}_{ZP}(i) \\ &= \boldsymbol{\epsilon}_{ZP}(i)\mathbf{b}(i) + \boldsymbol{\nu}_{ZP}(i), \end{aligned} \quad (4-7)$$

onde $\boldsymbol{\nu}_{ZP}(i)$ representa a parcela do ruído, que por conta do produto

$\mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\mathbf{A}}(i)$, passa a ter alguma correlação entre as amostras. Esta correlação é fraca, como mostra a Figura A.1. A equação (4-7) mostra que, tal qual o caso da transmissão CP-SC-FDE, há IES no bloco recebido quando considerada a faixa de guarda ZP. Analisando a matriz $\boldsymbol{\epsilon}_{ZP}(i)$, percebe-se que

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\epsilon}_{ZP}(i) &= \mathbf{V}(0) \mathbf{W}_M^H \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_d(i) \mathbf{W}_M \mathbf{V}^T(0) \\ &= \mathbf{V}(0) \boldsymbol{\epsilon}_c(i) \mathbf{V}^T(0).\end{aligned}\quad (4-8)$$

A pré-multiplicação por $\mathbf{V}(0)$ e a pós-multiplicação por $\mathbf{V}^T(0)$ têm o efeito de produzir uma matriz tal que, ao se calcular o valor médio quadrático de uma de suas linhas, obtém-se a energia do erro (considerando que não é polarizado) que interfere em cada um dos N símbolos de um determinado bloco. A Figura 4.2 ilustra a energia da primeira coluna. A partir desta análise, verifica-se que há uma concentração da energia ao redor do N -ésimo símbolo, e que depois há um rápido decaimento da energia do erro. Este fato possibilita o combate à estas interferências remanescentes da filtragem linear, como é visto na seção seguinte.

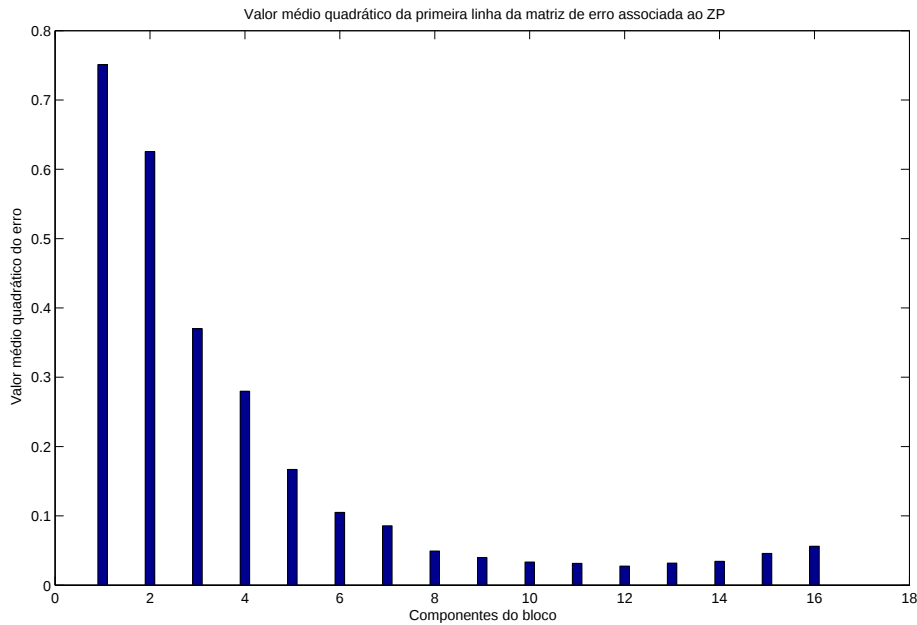


Figura 4.2: Energia da matriz de erro associada à detecção do bloco ZP.

4.2

DFE - Solução MMSE

Devido as características das matrizes de erro (4-4) e (4-8) que corrompem os dados enviados, apenas a transmissão ZP-SC-FDE permite uma

$$\mathbf{C}^{(i)}[p] = [\hat{b}^{(i)}[p-1], \hat{b}^{(i)}[p-2], \dots, \hat{b}^{(i)}[p-F]]; \quad p = 0, 1, \dots, N-1. \quad (4-12)$$

Para uma análise vetorial do i -ésimo bloco de erro, pode-se escrever os N símbolos em (4-10) da forma

$$\mathbf{e}_{DFE}(i) = \mathbf{b}(i) - \mathbf{y}_{DFE}(i). \quad (4-13)$$

Na entrada do detector, tem-se

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{DFE}(i) &= \tilde{\mathbf{A}}_0(i) \tilde{\mathbf{r}}(i) - \mathbf{C}(i) \mathbf{f}(i) \\ &= \mathbf{V}(0) \mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\mathbf{A}}(i) \tilde{\mathbf{r}}(i) - \mathbf{C}(i) \mathbf{f}(i) \\ &= \mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\mathbf{R}}(i) \tilde{\mathbf{a}}(i) - \mathbf{C}(i) \mathbf{f}(i). \end{aligned} \quad (4-14)$$

A função custo, no caso do ZP-SC-FDE-DFE, é expressa por

$$\begin{aligned} J_{DFE} &= \mathbb{E} [\|\mathbf{e}_{DFE}(i)\|^2] \\ &= \mathbb{E} [\|\mathbf{b}(i) - \mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\mathbf{R}}(i) \tilde{\mathbf{a}}(i) + \mathbf{C}(i) \mathbf{f}(i)\|^2]. \end{aligned} \quad (4-15)$$

Expandindo os termos, encontra-se

$$\begin{aligned} J_{DFE} &= \mathbb{E} \left\{ \left[\mathbf{b}^H(i) - \tilde{\mathbf{a}}^H(i) \tilde{\mathbf{R}}^H(i) \mathbf{W}_{MN} + \mathbf{f}^H(i) \mathbf{C}^H(i) \right] \left[\mathbf{b}(i) - \mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\mathbf{R}}(i) \tilde{\mathbf{a}}(i) + \mathbf{C}(i) \mathbf{f}(i) \right] \right\} \\ &= \mathbb{E} \left[\mathbf{b}^H(i) \mathbf{b}(i) - \mathbf{b}^H(i) \mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\mathbf{R}}(i) \tilde{\mathbf{a}}(i) + \mathbf{b}^H(i) \mathbf{C}(i) \mathbf{f}(i) + \tilde{\mathbf{a}}^H(i) \tilde{\mathbf{R}}^H(i) \mathbf{W}_{MN} \mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\mathbf{R}}(i) \tilde{\mathbf{a}}(i) \right. \\ &\quad - \tilde{\mathbf{a}}^H(i) \tilde{\mathbf{R}}^H(i) \mathbf{W}_{MN} \mathbf{b}(i) - \tilde{\mathbf{a}}^H(i) \tilde{\mathbf{R}}^H(i) \mathbf{W}_{MN} \mathbf{C}(i) \mathbf{f}(i) + \mathbf{f}^H(i) \mathbf{C}^H(i) \mathbf{b}(i) \\ &\quad \left. - \mathbf{f}^H(i) \mathbf{C}^H(i) \mathbf{W}_{MN}^H \tilde{\mathbf{R}}(i) \tilde{\mathbf{a}}(i) + \mathbf{f}^H(i) \mathbf{C}^H(i) \mathbf{C}(i) \mathbf{f}(i) \right]. \end{aligned} \quad (4-16)$$

Tirando o gradiente de (4-16) com relação ao filtro linear (*forward*) $\tilde{\mathbf{a}}(i)$, obtém-se

$$\nabla_{\tilde{\mathbf{a}}} J_{DFE} = 2\mathbb{E} \left[-\tilde{\mathbf{R}}^T(i) \mathbf{W}_{MN}^* \mathbf{b}^*(i) + \tilde{\mathbf{R}}^T(i) \mathbf{W}_{MN}^* \mathbf{W}_{MN}^T \tilde{\mathbf{R}}^*(i) \tilde{\mathbf{a}}^*(i) - \tilde{\mathbf{R}}^T(i) \mathbf{W}_{MN}^* \mathbf{C}^*(i) \mathbf{f}^*(i) \right]. \quad (4-17)$$

Já o gradiente de (4-16) com relação ao filtro de *feedback* $\mathbf{f}(i)$ é

$$\nabla_{\mathbf{f}} J_{DFE} = 2\mathbb{E} \left[\mathbf{C}^T(i) \mathbf{b}^*(i) - \mathbf{C}^T(i) \mathbf{W}_{MN}^T \tilde{\mathbf{R}}^*(i) \tilde{\mathbf{a}}^*(i) + \mathbf{C}^T(i) \mathbf{C}^*(i) \mathbf{f}^*(i) \right]. \quad (4-18)$$

Como a função custo (4-16) é quadrática em ambos os coeficientes ($\tilde{\mathbf{a}}(i)$ e $\mathbf{f}(i)$), vamos igualar o resultado obtido em (4-17) e (4-18) à zero para achar o ponto de mínimo de (4-16). Conjuga-se também o resultado para não aparecer o conjugado dos coeficientes. Rearrmando termos, pode-se rescrever o sistema da seguinte maneira

$$\mathbb{E} \left\{ \begin{array}{lcl} \tilde{\mathbf{R}}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{W}_{MN} \mathbf{W}_{MN}^{\mathcal{H}} \tilde{\mathbf{R}}(i) \tilde{\mathbf{a}}(i) & - & \tilde{\mathbf{R}}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{W}_{MN} \mathbf{C}(i) \mathbf{f}(i) = \tilde{\mathbf{R}}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{W}_{MN} \mathbf{b}(i) \\ \mathbf{C}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{W}_{MN}^{\mathcal{H}} \tilde{\mathbf{R}}(i) \tilde{\mathbf{a}}(i) & - & \mathbf{C}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{C}(i) \mathbf{f}(i) = \mathbf{C}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{b}(i) \end{array} \right\}, \quad (4-19)$$

o que permite escrever (4-19) numa maneira compacta

$$\mathbb{E} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{W}_{MN} \\ \dots \\ \mathbf{C}^{\mathcal{H}}(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{MN}^{\mathcal{H}} \tilde{\mathbf{R}}(i) : \mathbf{C}(i) \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{a}}(i) \\ \dots \\ -\mathbf{f}(i) \end{bmatrix} = \mathbb{E} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{W}_{MN} \\ \dots \\ \mathbf{C}^{\mathcal{H}}(i) \end{bmatrix} \mathbf{b}(i) \right\}. \quad (4-20)$$

Define-se

$$\mathbf{\Lambda}(i) = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{MN}^{\mathcal{H}} \tilde{\mathbf{R}}(i) : \mathbf{C}(i) \end{bmatrix}, \quad (4-21)$$

e

$$\mathbf{v}(i) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{a}}(i) \\ \dots \\ -\mathbf{f}(i) \end{bmatrix}, \quad (4-22)$$

que representa o vetor com os coeficientes de ambos os filtros. Assim, é possível rescrever (4-20) de forma equivalente como

$$\mathbb{E} [\mathbf{\Lambda}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{\Lambda}(i)] \mathbf{v}(i) = \mathbb{E} [\mathbf{\Lambda}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{b}(i)]. \quad (4-23)$$

Então, a solução MMSE para o filtro FDE-DFE é encontrada calculando-se

$$\mathbf{v}(i) = \{\mathbb{E} [\mathbf{\Lambda}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{\Lambda}(i)]\}^{-1} \mathbb{E} [\mathbf{\Lambda}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{b}(i)]. \quad (4-24)$$

A solução MMSE fechada para o caso do ZP-SC-FDE-DFE não é tão simples de calcular quanto no caso dos sistemas SC-FDE apresentados no Capítulo 2. Este trabalho levanta as estatísticas dos valores esperados em 4-24 para obtenção da solução MMSE.

4.3

DFE Adaptativo

Como exposto no Capítulo 3, o equalizador linear implementado com o algoritmo adaptativo RLS, leva vantagens sobre o LMS e NLMS, principalmente no quesito velocidade de convergência e mais importante ainda, robustez à escolha do passo de atualização do algoritmo. Os filtros com realimentação (*feedback*) são estruturas possivelmente instáveis por natureza [4], o que leva a escolha do RLS ser natural para sua implementação adaptativa. Isso posto, esta implementação estima os valores esperados contidos em (4-20) por meio de somatórios ponderados por uma fator de esquecimento com decaimento exponencial, ou seja,

$$J_{RLS} = \sum_{l=1}^i \lambda^{i-l} \|\mathbf{e}_{DFE}(l)\|^2, \quad (4-25)$$

Resultados de simulação

Os resultados apresentados nas figuras a seguir, apresentam os sistemas ZP-SC com filtro de DFE (1, 2 ou 3 taps) e os sistemas SC com equalizadores lineares apenas (referenciados nas legendas como LE). Os equalizadores MMSE consideram conhecimento de canal, situação que serve como limitante teórico para o desempenho dos algoritmos que o implementam adaptativamente.

A Figura 4.5 apresenta o Erro Médio Quadrático (EMQ) em diferentes pontos do diagrama de blocos da Figura 4.4. O EMQ pré-dfe considera $\|\mathbf{b}(i) - \mathbf{y}(i)\|$ e o EMQ pós-dfe computa o erro de $\|\mathbf{b}(i) - \mathbf{y}_{DFE}(i)\|$. Em princípio, não faz muito sentido computar o EMQ pré-dfe, visto que o filtro é otimizado para trabalhar conjuntamente com a seção de retorno (*feedback*). No entanto, as curvas de EMQ apresentadas na Figura 4.5 ilustram o quanto o filtro de retorno está atuando efetivamente, quando comparados com o EMQ da seção linear (*forward*) apenas.

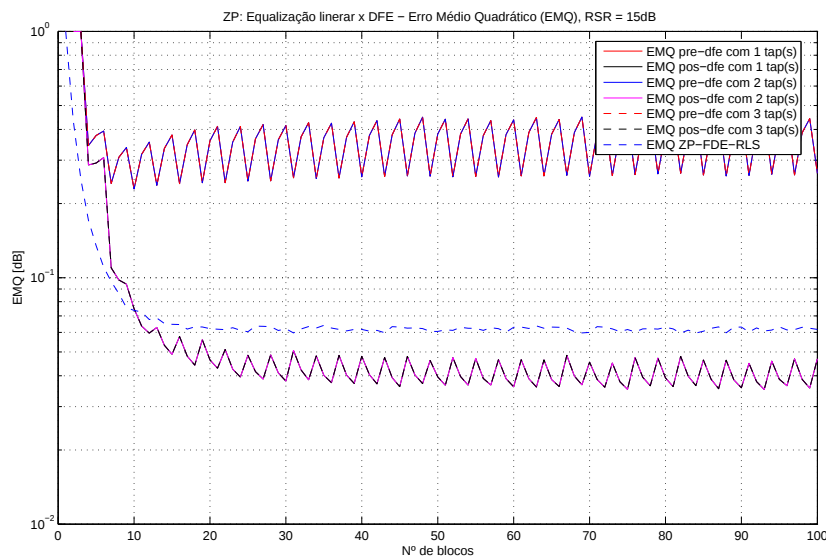


Figura 4.5: Erro médio quadrático do modelo ZP-DFE. Componentes pré-DFE e pós-DFE.

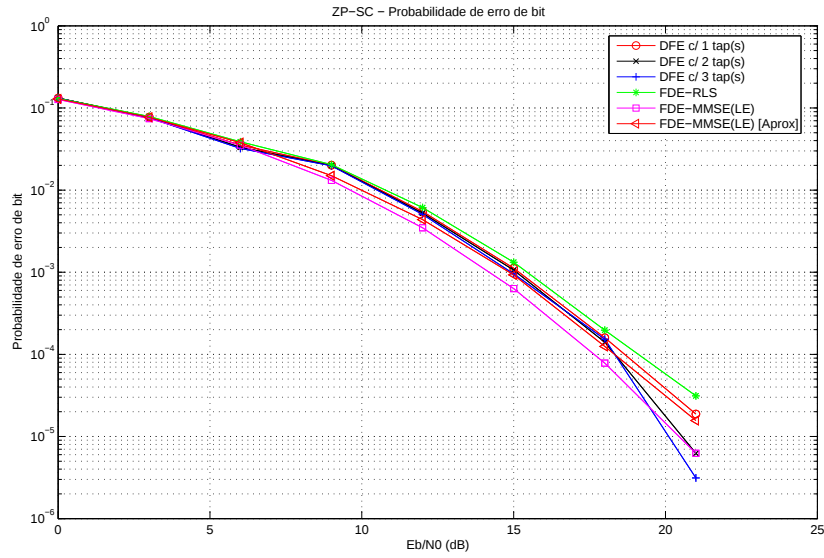


Figura 4.6: ZP-SC: Probabilidade de erro de bit para sistemas com equalização linear (LE) e com *feedback* (DFE).

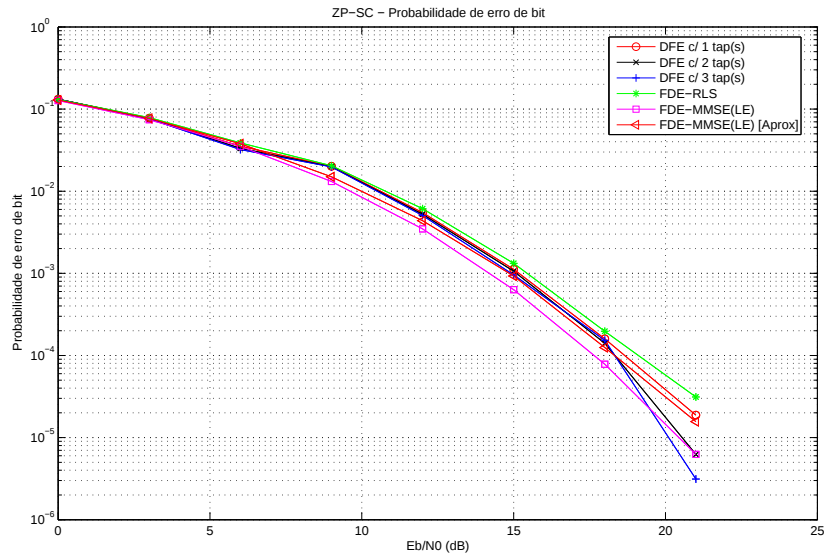


Figura 4.7: ZP-SC: Probabilidade de erro de bit para sistemas com equalização linear (LE) e com *feedback* (DFE), Zoom em 12dB.

4.5

Considerações finais

Este capítulo apresenta a estrutura da matriz resultante de erro $\epsilon(i)$ que pré-multiplica o bloco de dados $\mathbf{b}(i)$ e é entregue ao decisor de mínima distância. A estrutura CP-SC-FDE não possibilita uma eliminação trivial da IES, visto que há dispersão da energia ao longo das N componentes do canal equivalente, contido na primeira coluna de $\epsilon_{CP}(i)$ (ver Figura 4.1).

Apenas os sistemas de ZP-SC-FDE apresentam uma matriz de erro $\epsilon_{ZP}(i)$ que permite parcial eliminação da IES pela introdução de uma estrutura de uma estrutura de realimentação (*feedback*) nos sistemas ZP-SC-FDE.

Além disso, é mostrado que apesar do filtro de *feedback* apresentar um aumento no custo computacional do sistema, o erro que incide sobre o bloco de dados a ser filtrado pelo laço de retorno tem resposta com poucos *taps*, o que torna possível a implementação deste equalizador com poucos coeficientes.

Resultados de simulação ilustram o ganho de desempenho pela introdução deste filtro de *feedback*, que opera no domínio do tempo. Este ganho de desempenho fica mais evidente conforme aumenta-se o número de multipercursos do canal considerado. Por motivos de limitação computacional, não é simulado neste trabalho um sistema com número alto destes multipercursos. Num sistema real, o número de multipercursos e o intervalo entre eles são ambos eventos aleatórios e são função da taxa de símbolos de transmissão. Neste caso, o DFE é indicado, visto que seu projeto não se altera muito. Mesmo considerando esta aleatoriedade, o bloco transmitido $\mathbf{b}(i)$ continuaria a ter, na recepção, uma matriz de erro residual pré-multiplicando-o com baixa dispersão de energia ao longo de suas componentes, tornando a técnica interessante.