

5 A Análise das demonstrações

Esse capítulo visa apresentar a base documental da pesquisa e os procedimentos usados para a análise das demonstrações.

Os textos analisados se dividem em dois grupos. O primeiro reúne três obras históricas que são importantes por mostrar estilos de prova em três épocas bem distintas. Obviamente a lista de obras analisadas nesse grupo é muito incompleta, não contemplando livros importantes pelas posições epistemológicas ou metodológicas tomadas em relação à demonstração em geometria plana. Haja vista Clavius e seu seguidor Tacquet, Arnauld, Robert Simson, Simpson, Clairaut, Lacroix, entre outros que balizam os vários caminhos que os livros de geometria tomaram. As três obras históricas selecionadas são:

Elementos de Euclides, versão em inglês de Heath, *Euclid: The thirteen books of The Elements*, 1959¹;

Cours Mathématique I, de Pierre Hérigone, versão bilíngüe em latim e francês de 1634;

Elementos de Geometria de Adrien-Marie Legendre, 1ª edição de 1794 e a versão para o português por Manoel Ferreira de Araújo Guimarães de 1809.

O segundo grupo reúne livros-texto usados no ensino de geometria em escolas brasileiras a partir do século XIX, selecionados entre obras que apresentassem o ensino dedutivo da geometria plana elementar. Com isso, aproximadamente, reúne obras escritas para o que hoje designamos como as últimas séries do Ensino Fundamental e como Ensino Médio. Isso, devido aos deslocamentos sofridos pelos conteúdos ao longo dos anos, nos currículos escolares dos séculos XIX e XX (Beltrame, 2000). São eles:

Elementos de Geometria pelo Marquês de Paranaguá, Rio de Janeiro, Typographia Austral, 1838;

Elementos de Geometria e Trigonometria Rectilinea compilados por C. B. Ottoni, 9ª edição da Editora Francisco Alves, Rio de Janeiro, sem data (1ª ed. 1853);

Curso de Geometria por Timotheo Pereira, Livraria Francisco Alves, Rio de Janeiro, 2ª edição de 1898 e 11ª edição de 1927;

Elementos de Geometria por André Perez y Marin e Carlos F. de Paula, 3ª edição da Companhia Melhoramentos de São Paulo, sem data (1ª ed. 1912);

Elementos de geometria, livro da série de publicações F.I.C., sem edição, 1933; versão para o português de Eugenio de Barros Raja Gabaglia;

Curso de Matemática, 3ª Serie. II - Geometria, Euclides Roxo, edição da Livraria Francisco Alves, Rio de Janeiro, 1931;

Matemática Ginásial, Euclides Roxo, Mello e Souza, Cecil Thiré, 4ª série, 2ª edição da Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1945;

Curso de Matemática, 4ª Série – Curso Ginásial, Algacyr Munhoz Maeder, 13ª. Edição da Edição Melhoramentos, 1959;

Matemática – Curso Moderno, Osvaldo Sangiorgi, Companhia Editora Nacional, volume 4 e 3, São Paulo, 1969.

Note que o conjunto das obras usadas no ensino brasileiro de geometria dedutiva cobre um período que acaba nos anos 60 do século passado, porque o ensino da geometria com essa abordagem deixa de constar dos livros-texto.

O objetivo de investigar as mudanças ocorridas na demonstração em geometria plana no ensino brasileiro a partir do século XIX exigiu considerar o padrão canônico euclidiano e, por sua vez, a demonstração em âmbito escolar leva à obra de Legendre, referência de releitura da obra euclidiana e, ainda, quando o livro-texto propõe estratégias para o ensino de como demonstrar, uma matriz se encontra em Hérigone. Os níveis de análise, padrão dedutivo e didatização dos conteúdos, permitem identificar características que se incorporam não só no texto demonstrativo, mas no próprio livro-texto. Daí, a importância do trabalho inicial com a demonstração em obras históricas.

Um ponto de partida da pesquisa foi observar o texto de um mesmo teorema e operar apenas a partir de informações contidas no livro-texto. No entanto, a

1 Todos os teoremas dos *Elementos* de Euclides citados nesta Tese provêm dessa versão de Heath.

análise de caráter local, o texto do teorema, exigiu necessariamente uma análise de ordem mais geral, ou seja, considerar o livro em que o teorema estava inserido e, em alguns casos, a coleção da qual o livro faz parte.

E, assim, reunidas, um conjunto de observações permitiu compor um quadro característico, de ordem mais geral, revelador de estruturas sob as quais os conteúdos e o próprio livro usado no ensino da demonstração em geometria plana, em nosso país, se organizam.

O teorema de Tales e o teorema de Pitágoras foram as proposições selecionadas para análise, escolha que se justifica, pois ambos cobrem o estudo da semelhança de figuras, conteúdo básico da geometria plana previsto nos programas escolares, que se desdobra em vários outros conteúdos e cuja importância se reconhece pela aplicação em muitas outras áreas da matemática e de outras ciências. Além disso, é um conteúdo fundamentalmente relacionado com a questão epistemológica, como será visto.

O teorema de Pitágoras permite mostrar a demonstração clássica euclidiana pelo método da equivalência de áreas. A grande variedade de provas deste teorema é outra razão da escolha: nos *Elementos*, Euclides apresenta duas provas com métodos diferentes, os textos chineses antigos também abordam o teorema, além das provas sem recurso discursivo, apenas visual que o teorema permite. O texto demonstrativo com suas regras fixas de redação que Proclo, nos anos 400, já dizia ser a mais adequada em matemática. Já o teorema de Tales traz uma questão histórica importante, a mesma nomeação para proposições diferentes.

Ainda visando sistematizar as análises das demonstrações, foram observados no texto do teorema o método de prova e as etapas da redação, sendo que os textos das obras históricas foram os primeiros a serem analisados. Também foi preciso considerar o caráter particular da demonstração matemática que obedece ao desenvolvimento dedutivo e a relação método de prova e contexto teórico das proposições usadas no desenvolvimento da demonstração.

Num quadro geral, o conteúdo teórico das demonstrações sofre modificações, as marcas textuais dos passos dedutivos da prova vão desaparecendo do texto, a redação se distancia cada vez mais do modelo euclidiano, observando que não se trata prioritariamente de rigor dedutivo. As operações algébricas e aritméticas aos poucos substituem a forma discursiva euclidiana usada na designação dos objetos e relações que o desenvolvimento da

prova envolve, mudando também o conteúdo teórico da prova. A prova geométrica torna-se uma prova algébrica.

A perspectiva histórica mostra que as modificações no desenvolvimento das demonstrações ocorrem em correlação com um discurso didático que as justifica, e que está fortemente baseado em críticas ao modelo euclidiano ou a modificações importantes desse modelo, como é o caso de Legendre, que anunciava estar trazendo de volta o rigor euclidiano, mas incorporou os números reais à geometria. Os autores justificam a maior adequação do conteúdo ao ensino-aprendizagem, basicamente, com o discurso da clareza, da inteligibilidade e da ordem. Isso leva a perceber o quanto o desenvolvimento da matemática e a exposição do conteúdo de uma forma didática nos livros-texto, estão implicados um no outro porque estão envolvidos pelas mesmas questões básicas.