

7 Casca cilíndrica parcialmente cheia

Estuda-se, neste capítulo, a influência da altura do fluido interno à casca cilíndrica e do tipo de fundo, que pode ser rígido ou flexível, no comportamento não-linear da casca.

O potencial de velocidade do fluido interno é obtido, desde que se tenha a expansão para os deslocamentos laterais, com o auxílio das equações (3.20) e (3.21), para o caso de fundo rígido, ou das equações (3.23) e (3.24), para o caso de um fundo flexível. Determina-se, em seguida, a partir do potencial de velocidade, a pressão hidrodinâmica, equação (3.22).

Considerando-se a expansão modal para os deslocamentos laterais com 6 GDL, definida na equação (4.21), apresenta-se na Tabela 7.1 a variação freqüência natural da casca cilíndrica com a altura interna do fluido e do tipo de fundo. A relação entre as densidades do material da casca e o do fluido, ρ_S/ρ_F , é de 7,85.

Tabela 7.1 - Freqüência natural mínima da casca cilíndrica (rad/s) para diversas alturas de fluido interno e do tipo de fundo.

Altura	Fundo Rígido	Fundo Flexível
H = 0 (vazia)	3165,00	3165,00
H = 0,25 L	2988,11	3018,31
H = 0,50 L	2267,81	2339,52
H = 0,75 L	1811,23	1849,91
H = L (cheia)	1701,11	1704,36

Observa-se, a partir da Tabela 7.1, que, à medida que a altura interna do fluido aumenta, a freqüência natural da casca decresce para ambas as hipóteses referentes ao fundo da casca. Esse comportamento é esperado já que a pressão hidrodinâmica do fluido altera apenas os termos de inércia do sistema. Tem-se assim uma massa adicional que provoca a diminuição das freqüências naturais da casca, como apresentado no capítulo 5. Ainda percebe-se, pela Tabela 7.1, que a existência de um fundo rígido, impondo a velocidade axial do fluido nula na

extremidade inferior da casca, diminui as freqüências naturais se comparada com a mesma casca com um fundo flexível.

Avalia-se, na Figura 7.1, como varia a relação freqüência-amplitude para diversos valores da altura de fluido interno. O parâmetro adimensional de freqüência da casca, Ω^* , é definido pela relação entre a freqüência natural não-linear e a linear. Na Figura 7.1a têm-se os resultados para uma casca com fundo flexível e na Figura 7.1b, os resultados para uma casca com o fundo rígido. Observa-se que a freqüência decresce à medida que cresce a amplitude de vibração. Este comportamento com perda de rigidez, é característico de cascas cilíndricas. O fluido interno intensifica essa característica não-linear, observando-se uma crescente perda de rigidez à medida que a altura do fluido interno aumenta. Este efeito é mais pronunciado para cascas com fundo flexível e para valores de $H > 0,50L$.

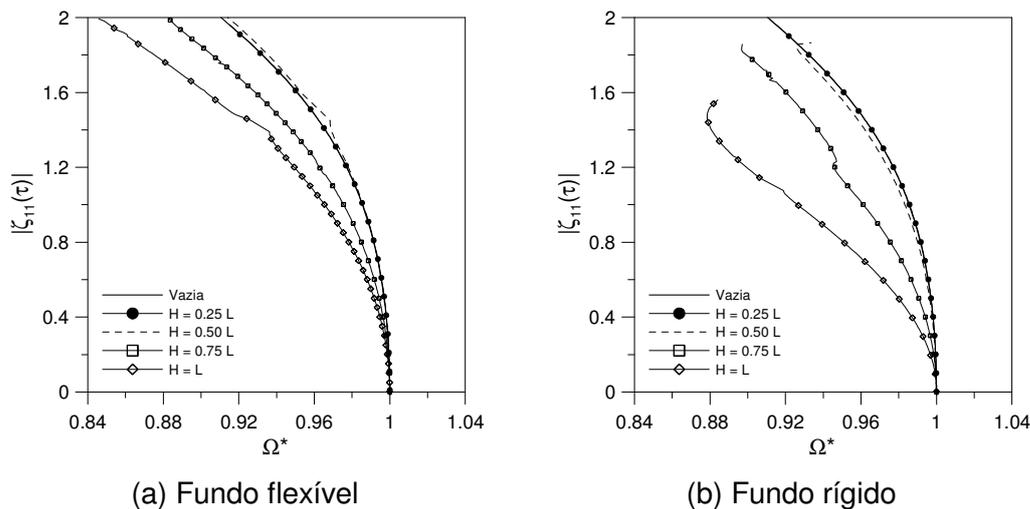
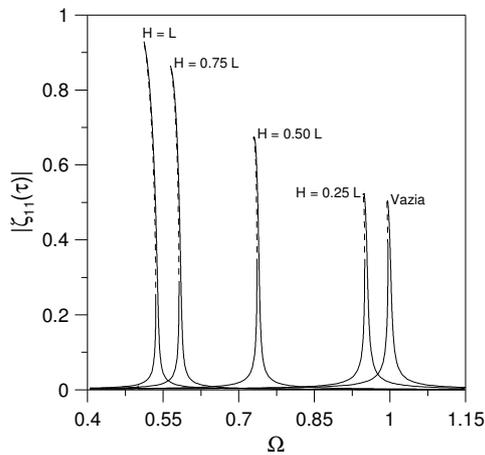


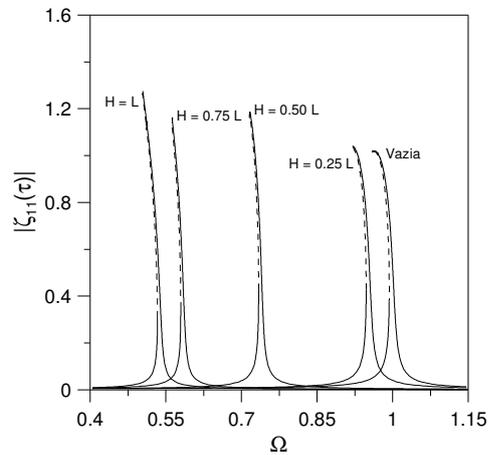
Figura 7.1 – Relação freqüência-amplitude para a casca cilíndrica variando a altura do fluido interno e as considerações sobre o fundo do tanque.

As Figuras 7.2 e 7.3 mostram, para valores crescentes da pressão lateral, Γ_2 , as curvas de ressonância para, respectivamente, casca com fundo flexível e rígido e valores crescentes da altura do fluido interno. Nestas figuras apresenta-se a variação do módulo da amplitude modal ζ_{11} com o parâmetro adimensional de freqüência, Ω . Nota-se que, à medida que a altura do fluido interno cresce, as curvas de ressonância deslocam-se para a esquerda em função do decréscimo das freqüências naturais. As figuras foram obtidas através do método de Newton-Raphson e do emprego de técnicas de continuação, onde as linhas contínuas representam as soluções estáveis e as linhas tracejadas

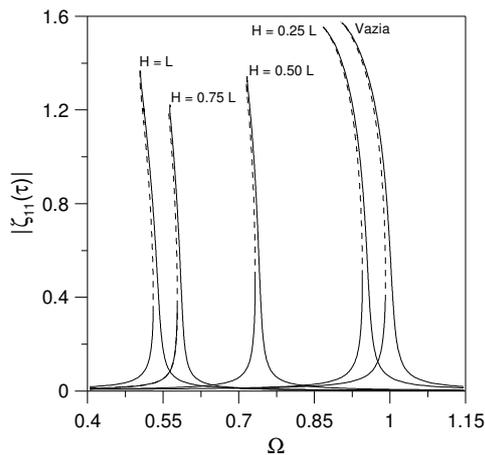
representam as soluções instáveis. Em função do tipo de não linearidade (perda de rigidez), todas as respostas apresentam multiplicidade de soluções para valores da frequência de excitação inferiores ao da frequência natural linear, gerando a possibilidade de saltos nos dois pontos de bifurcação nó-sela.



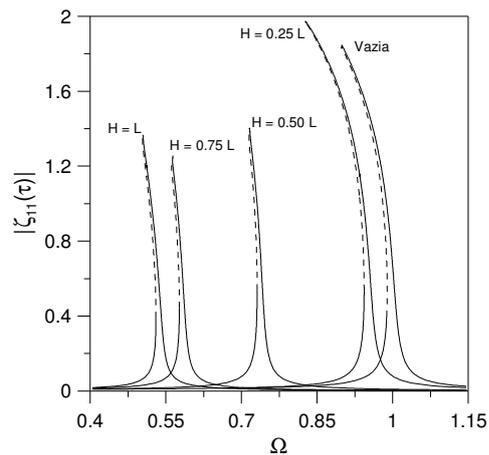
(a) $\Gamma_2 = 0,25$



(b) $\Gamma_2 = 0,50$



(c) $\Gamma_2 = 0,75$



(d) $\Gamma_2 = 1,00$

Figura 7.2 – Curvas de ressonância - variação do módulo da amplitude modal ζ_{11} com a frequência de excitação para valores crescentes de pressão lateral, Γ_2 , e fundo flexível ($\varepsilon = 0,001$).

Ainda, nas Figuras 7.2 e 7.3, observa-se que, para um dado valor da pressão lateral, a amplitude máxima da resposta forçada é dependente do nível do fluido. Observa-se também que o aumento da magnitude da pressão lateral provoca, como esperado, um acréscimo nas amplitudes de vibração. Destaca-se que a variação da máxima amplitude de vibração, para a altura de fluido $H = 0,25 L$ ou para a casca vazia, com o incremento da pressão lateral é maior

do que a máxima variação da amplitude de vibração dos demais casos. Isto para as duas hipóteses concernentes ao fundo da casca cilíndrica.

A consideração de fundo rígido ou flexível da casca cilíndrica influencia a máxima amplitude de vibração para cada altura de fluido interno, sendo que, no caso rígido, a máxima amplitude de vibração é menor que no caso flexível. Por exemplo, seja $H = L$, na Figura 7.2c a máxima amplitude do modo de vibração é em torno de 1,4 enquanto que na Figura 7.3c a máxima amplitude é inferior a 1,2. Deve-se salientar que essa diferença tende a diminuir à medida que a altura de fluido interno diminui.

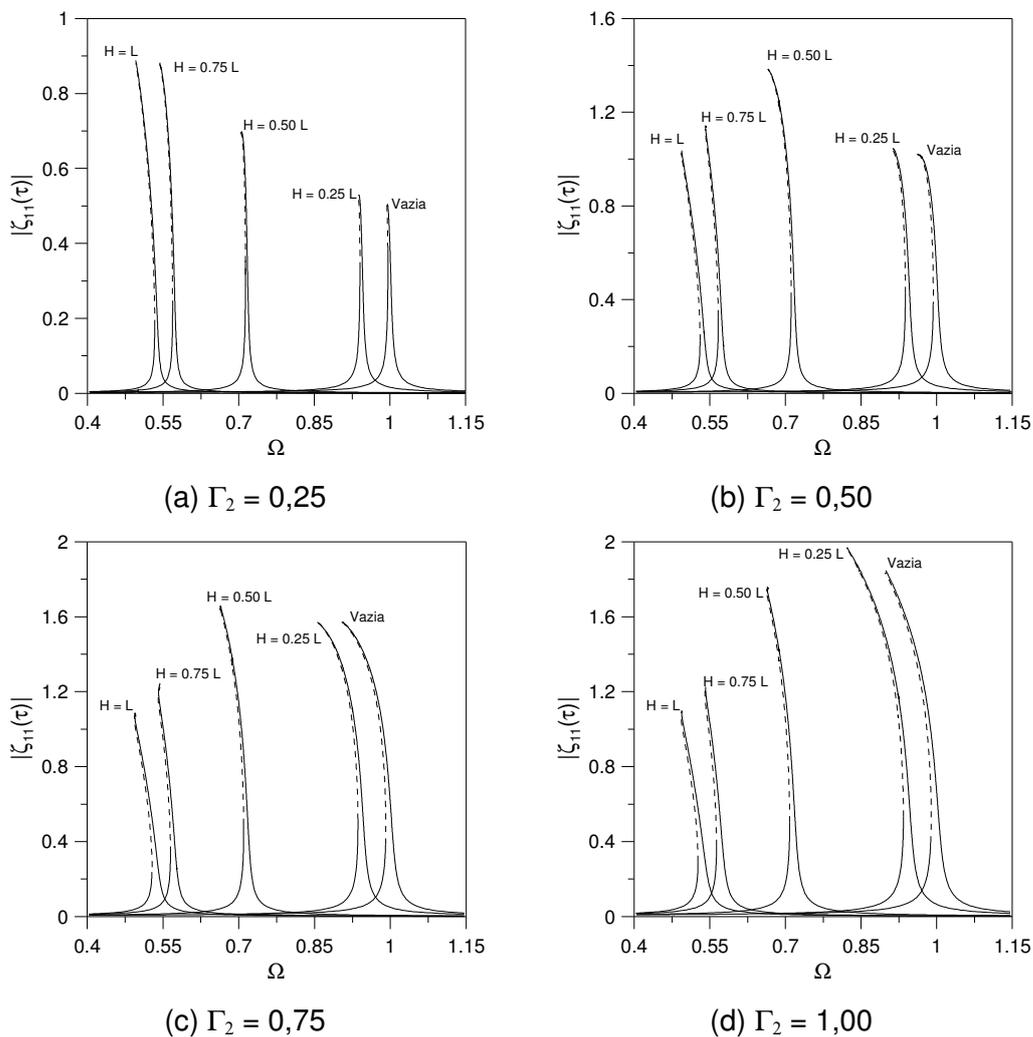


Figura 7.3 – Curvas de ressonância - variação do módulo da amplitude modal ζ_{11} com a frequência de excitação para valores crescentes de pressão lateral, Γ_2 , e fundo rígido ($\epsilon = 0,001$).

Para uma casca cilíndrica submetida a um carregamento axial harmônico, como o definido na equação (5.2), a altura do fluido interno modifica as fronteiras de instabilidade da casca cilíndrica. As Figura 7.4 e 7.5 apresentam as fronteiras

de instabilidade para uma casca cilíndrica, com diversos níveis de fluido interno, apoiada, respectivamente, sobre um fundo flexível e um fundo rígido. Como referência, nessas figuras as retas verticais tracejadas representam a menor frequência natural da casca vazia e o dobro da menor frequência natural, associadas, respectivamente, à região secundária e à principal de instabilidade paramétrica.

A partir das Figura 7.4 e 7.5 é possível observar que as fronteiras de instabilidade paramétrica e as de escape, transiente e permanente, da casca cilíndrica sofrem um deslocamento para a esquerda à medida que se aumenta a altura do fluido interno, devido ao decréscimo das frequências naturais provocado pela massa adicionada do fluido.

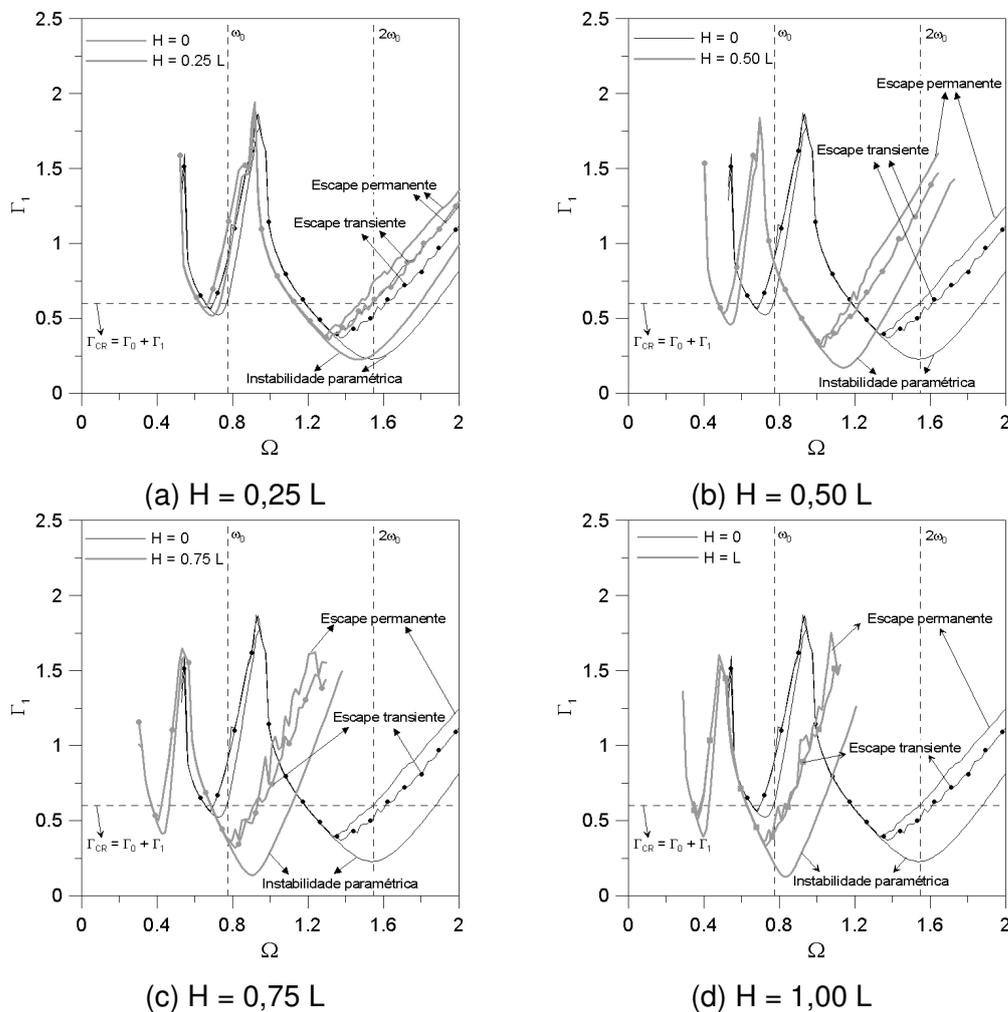


Figura 7.4 – Variação das fronteiras de instabilidade da casca cilíndrica, apoiada sobre um fundo flexível, com a altura do fluido interno. Carga brusca. ($\Gamma_0 = 0,40$).

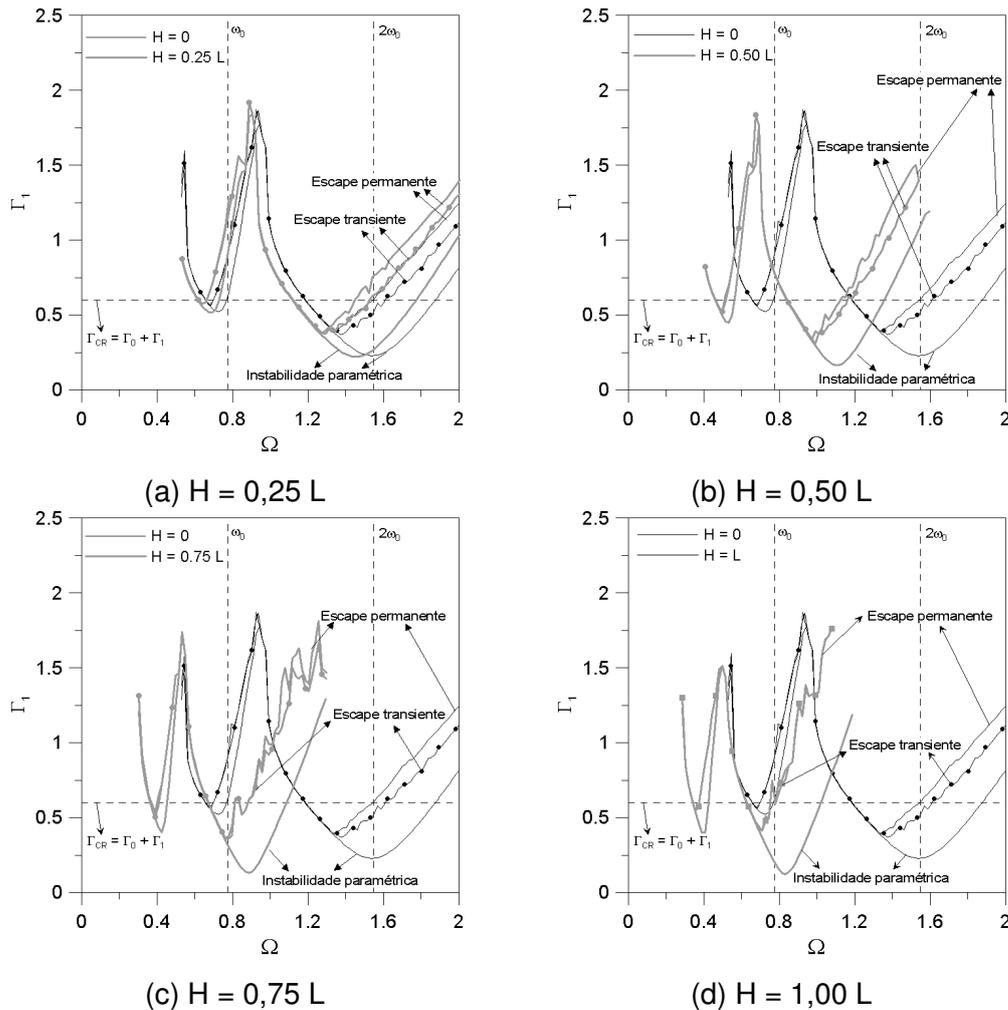


Figura 7.5 – Variação das fronteiras de instabilidade da casca cilíndrica, apoiada sobre um fundo rígido, com a altura do fluido interno. Carga brusca. ($\Gamma_0 = 0,40$).

Nas Figuras 7.4a e 7.5a verifica-se que, para $H = 0,25 L$, não há grandes modificações das fronteiras de instabilidade paramétrica e de escape quando as comparamos com os da mesma casca vazia. Já as fronteiras de instabilidade e de escape das Figuras 7.4c e 7.5c, relativas a uma altura de fluido $H = 0,75 L$, estão próximas às fronteiras de uma casca cilíndrica completamente cheia, Figuras 7.4d e 7.5d. Observa-se que as maiores modificações nas fronteiras de instabilidade ocorrem na faixa de h entre $0,25 L$ e $0,75 L$.

Apesar da diferença existente entre as frequências naturais quanto ao tipo de fundo presente à casca cilíndrica as fronteiras de instabilidade paramétrica das Figuras 7.4 e 7.5 são praticamente idênticas. Há pequenas diferenças apenas nas fronteiras de escape transiente e permanente.

No caso da casca cilíndrica submetida a um carregamento externo podem ocorrer importantes mudanças qualitativas da resposta permanente durante o processo de seu enchimento e de esvaziamento. Considere-se, por exemplo,

uma casca cilíndrica apoiada sobre um fundo flexível, submetida a um pré-carregamento estático $\Gamma_0 = 0,40$, a uma amplitude de excitação $\Gamma_1 = 0,60$ e a uma frequência de excitação de $\Omega = 1,05$. A Figura 7.6 apresenta a resposta permanente e o respectivo plano de fase da resposta de uma casca cilíndrica contendo diversos níveis de fluido interno.

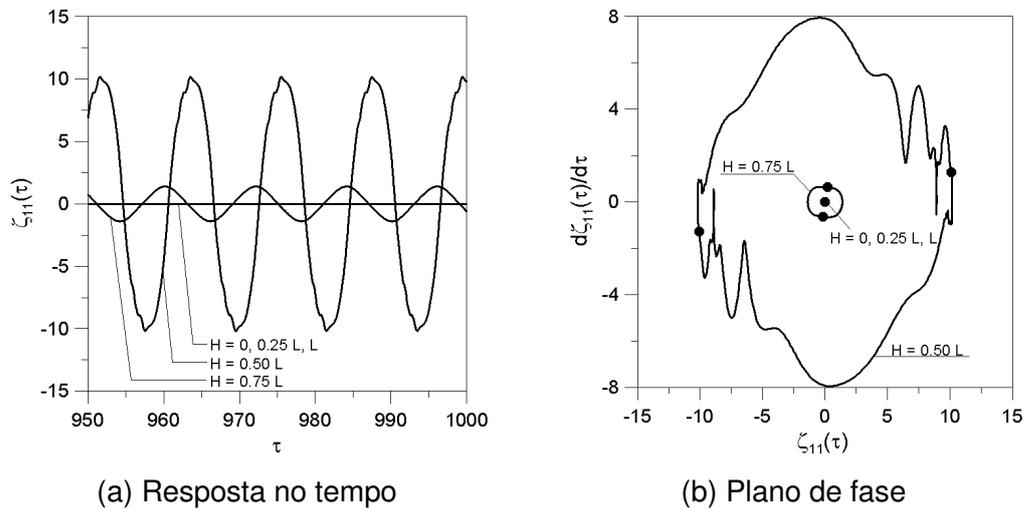


Figura 7.6 – Resposta no tempo e plano de fase para diversos níveis de fluido interno. Fundo flexível. ($\Gamma_0 = 0,40$, $\Gamma_1 = 0,60$, $\Omega = 1,05$).

Observa-se, a partir da Figura 7.6, que, durante o processo de enchimento da casca cilíndrica, ocorrem mudanças qualitativas no comportamento global da casca. Nesta figura, para níveis de fluido inferiores a $0,25 L$, a resposta permanente é a trivial. Porém, para valores da altura do fluido em torno de $0,50 L$, as vibrações são de grande amplitude e fora do vale pré-flambagem. As amplitudes de vibração tornam-se moderadas e dentro do vale pré-flambagem quando o nível de fluido interno chega em $0,75 L$, e voltam a ser nulas quando a casca está completamente cheia.

A Figura 7.7 mostra os diagramas de bifurcação para diversos níveis de fluido interno de uma casca cilíndrica apoiada sobre um fundo flexível e submetida a um carregamento axial harmônico com $\Gamma_0 = 0,40$ e $\Gamma_1 = 0,60$. Nesta figura o parâmetro de controle utilizado é a frequência da excitação do carregamento axial, Ω . Observa-se, nesta figura, que a variação do parâmetro de controle provoca alterações significativas nas amplitudes de vibração da casca cilíndrica com mudanças qualitativas bruscas, no tipo de resposta, levando a vários saltos.

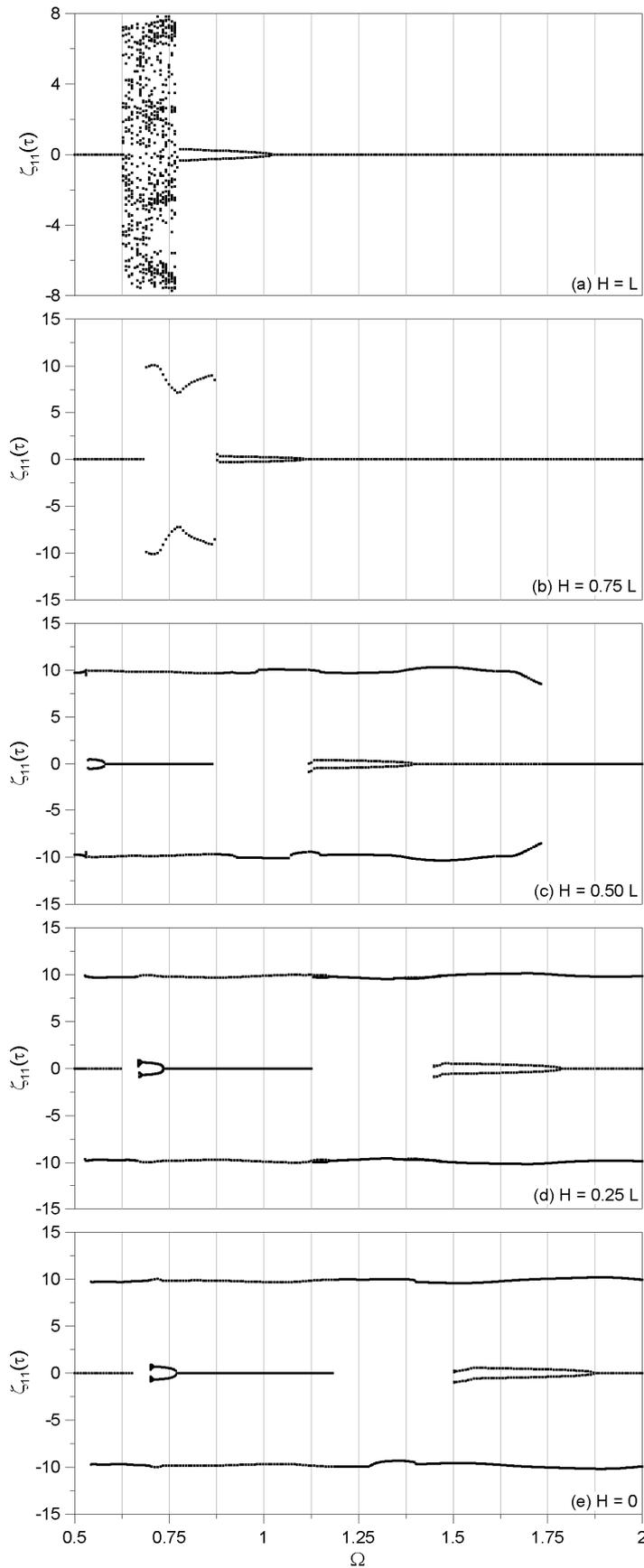


Figura 7.7 – Diagrama de bifurcação em função frequência da excitação. ($\Gamma_0 = 0,40$ e $\Gamma_1 = 0,60$). Modelo com 6 GDL.

Estas mudanças bruscas podem ocorrer durante o processo de enchimento ou esvaziamento da casca como ilustra a Figura 7.8 que mostra o diagrama de bifurcação da casca tendo como parâmetro de controle o nível de fluido, H/L , considerando $\Gamma_0 = 0,40$, $\Gamma_1 = 0,60$ e $\Omega = 1,05$. Observa-se que o escape do vale de energia potencial pré-flambagem é inevitável quando o parâmetro de controle está entre 0,34 e 0,56, já que não existe qualquer solução estável no vale pré-flambagem neste intervalo.

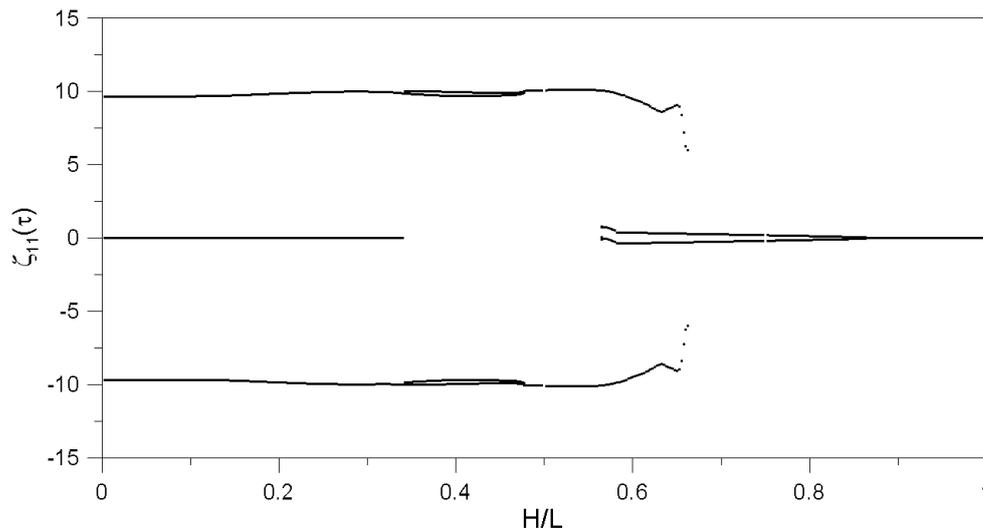


Figura 7.8 – Diagrama de bifurcação em função do nível fluido interno. ($\Gamma_0 = 0,40$; $\Gamma_1 = 0,60$; $\Omega = 1,05$). Modelo com 6 GDL.