

1

Introdução

A engenharia estrutural, nos últimos anos, motivada pelo aperfeiçoamento tanto nos procedimentos de cálculo quanto nos detalhes construtivos e nos avanços dos materiais empregados na construção, passou por severas mudanças na concepção estrutural de seus elementos, tornando-os mais leves e esbeltos. As estruturas tipo casca são um bom exemplo de quão esbeltos podem ser os atuais elementos estruturais (Figura 1.1). Geram-se, assim, estruturas econômicas, porém mais suscetíveis à perda de estabilidade e a vibrações excessivas quando submetidas a carregamentos estáticos ou dinâmicos. Assim, para minimizar esses efeitos indesejáveis, os conhecimentos da estabilidade e da dinâmica da estrutura tornam-se fundamentais no projeto e na análise estrutural. Torna-se também imprescindível a consideração das não-linearidades nos projetos estruturais.

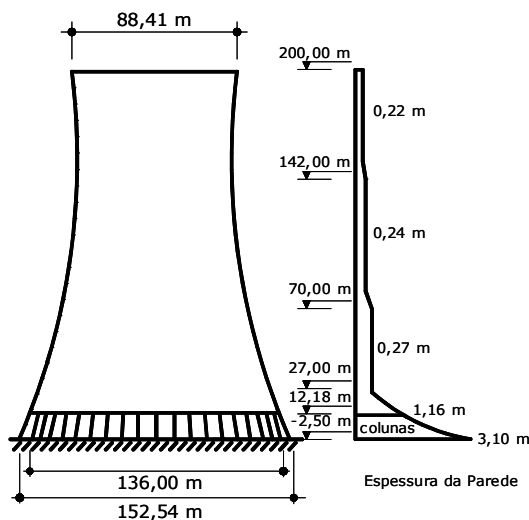


Figura 1.1 – Torre de resfriamento de Niederaussem – Alemanha (Busch et al., 2002).

Há diversas aplicações de cascas cilíndricas nas mais variadas áreas da engenharia. Apesar de ter uma forma geométrica simples, a casca cilíndrica pode apresentar um complexo comportamento não-linear, quando submetida a uma excitação externa. Este comportamento ainda não está totalmente compreendido e um grande conjunto de novos fenômenos não-lineares ainda estão sendo descobertos. Recentemente, devido aos avanços teóricos e

numéricos, a dinâmica não-linear de cascas tem apresentado notáveis progressos. Uma das principais motivações para o estudo do comportamento estático e dinâmico destas estruturas é a grande diferença encontrada entre os resultados teóricos e experimentais e freqüentes acidentes reportados na literatura.

As equações diferenciais que descrevem os sistemas físicos reais são, geralmente, não-lineares e aproximações para torná-las lineares são comumente utilizadas, pois se pretende que a estrutura trabalhe em um regime linear. Porém, para sistemas estruturais esbeltos, essa aproximação pode ser extremamente grosseira e os fenômenos não-lineares associados à vibração da casca cilíndrica tornam-se difíceis de serem controlados. Uma ampla revisão da literatura sobre vibrações não-lineares, livres e forçadas, de cascas, com ou sem fluido, pode ser encontrada em Amabili e Païdoussis (2003). Além da não-linearidade geométrica, expressa através das relações entre deformações e deslocamentos, os sistemas físicos também podem apresentar não-linearidades relacionadas ao material empregado, às condições de contorno, às considerações sobre o amortecimento estrutural e ao tipo de carregamento aplicado.

A partir da década de 60, já é possível encontrar trabalhos pioneiros (Chu, 1961, Nowinski, 1963) no estudo de vibrações não-lineares de casca cilíndricas. Ambos os autores observam que nos instantes iniciais do carregamento a casca apresenta um ganho de rigidez, isto é a freqüência aumenta com o acréscimo da amplitude de vibração.

Esse ganho de rigidez é questionado por Evensen (1963), que mostra que as análises de Nowinski (1963) e Chu (1961) são imprecisas, pois não atendem à condição de contorno de deslocamento transversal nulo nas extremidades da casca e, particularmente, a formulação de Chu (1961) não atende as equações de continuidade do deslocamento circunferencial.

A confirmação do trabalho de Evensen (1963) ocorre quando Olson (1965), contrariando os resultados presentes na literatura, observa experimentalmente uma relação freqüência amplitude diferente da de Chu (1961) e Nowinski (1963). Olson (1965) mostra que nos instantes iniciais a casca exibe uma perda de rigidez, apresentando, assim, uma diminuição da freqüência com o acréscimo da amplitude de vibração. Em seguida, Evensen (1967) observa através de resultados experimentais o mesmo comportamento que Olson (1965), chegando a uma concordância entre resultados teóricos e experimentais.

Tudo isso é possível devido à correta consideração do acoplamento modal com a inclusão de modos axi-simétricos na expansão modal. Sabendo da importância dos termos axi-simétricos, Dowell e Ventres (1968) e Atluri (1972), utilizando expansões modais diferentes, ambas contendo termos axi-simétricos, obtêm uma relação frequência amplitude com ganho de rigidez. O erro se deve à representação incorreta dos termos axi-simétricos na expansão modal, conforme observado por Varadan et al. (1989).

Os resultados experimentais obtidos por Chiba (1993) para vibrações de grande amplitude comprovam a perda de rigidez da casca cilíndrica no trecho inicial da relação frequência amplitude. A participação do modo axi-simétrico nas vibrações não-lineares de grande amplitude da casca é observada, através do método dos elementos finitos, no trabalho apresentado por Ganapathi e Varadan (1996).

Apresentam-se a seguir alguns trabalhos importantes sobre vibrações não-lineares de cascas e mostra-se que a abordagem analítica nesse tipo de estudo é basicamente através da expansão modal dos deslocamentos transversais. Geram-se, assim, modelos de dimensão reduzida capazes de descrever o comportamento não-linear da casca de forma eficaz. Porém devem-se reter os termos corretos na expansão modal para que não se obtenham resultados incompatíveis com resultados conhecidos experimentalmente e atendam as condições de contorno do sistema.

Quanto ao estudo da estabilidade dinâmica de casca cilíndrica, destaca-se o trabalho de Lam e Ng (1997) que avalia a estabilidade dinâmica de cascas cilíndricas esbeltas isotrópicas, simplesmente apoiadas, e submetidas a cargas axiais estáticas e periódicas. Esse estudo é conduzido utilizando-se quatro teorias para cascas cilíndricas (Donnell, Love, Sanders e Flügge). As equações de Mathieu-Hill para a análise linear de estabilidade são obtidas e a instabilidade paramétrica é analisada utilizando o método de Bolotin. Os resultados numéricos apresentados pelos autores mostram que, para um carregamento axial composto de uma parcela estática e outra periódica, bem abaixo da carga crítica de flambagem da casca, as teorias de Sanders, Love, e Flügge fornecem resultados bastante próximos.

Já Popov et al. (1998), tendo por base o trabalho de Hunt et al. (1986), utilizam um modelo com apenas dois graus de liberdade para obter as equações de movimento de cascas cilíndricas infinitamente longas submetidas a um carregamento axial periódico. Através dessa modelagem, que retém os modos mais importantes do acoplamento modal, é possível utilizar diversas ferramentas

da dinâmica não-linear para determinar as fronteiras de instabilidade paramétrica e escape do sistema de um dado vale potencial, bem como os mecanismos de escape presentes no processo de perda de estabilidade através de diagramas de bifurcação.

Gonçalves e Del Prado (2000) investigam a resposta não-linear de uma casca cilíndrica sujeita a uma excitação axial periódica. Eles verificam que a resposta dinâmica da casca apresenta características de perda de rigidez. Também observam que as cargas críticas de instabilidade paramétrica e escape podem ser bem inferiores à carga crítica estática da casca. A teoria não-linear de Donnell para cascas é utilizada e a solução obtida pelo método de Galerkin. Tanto uma expansão modal com dois termos, semelhante à apresentada por Popov et al. (1998), quanto uma expansão mais refinada com oito termos é utilizada, mostrando a convergência da solução com o número de modos empregados na expansão. Como continuação deste trabalho, Gonçalves e Del Prado (2002), utilizando desta vez apenas a expansão modal com dois termos, investigam os mecanismos de escape do vale potencial pré-flambagem, tanto na região primária quanto na região secundária de ressonância, além de investigar o tempo de escape e evolução das bacias de atração do sistema, tópicos importantes em projetos de controle de vibrações.

Popov (2003) mostra como o emprego da teoria de bifurcações e sistemas dinâmicos não-lineares tem aperfeiçoado a compreensão da flambagem estrutural de cascas cilíndricas sob carregamentos dinâmicos e vibração de cascas sob excitação paramétrica. O trabalho avalia as diferenças entre os resultados obtidos pela análise linear e não-linear de cascas cilíndricas, mostrando que desconsiderar a não-linearidade pode levar a resultados errôneos.

Gonçalves e Del Prado (2005) estudam, para uma casca cilíndrica simplesmente apoiada e submetida a um carregamento axial dinâmico, a convergência da resposta não-linear da casca, das fronteiras de instabilidade e dos diagramas de bifurcação em função do número de modos obtidos por técnicas de perturbação. Os autores mostraram o que o acoplamento modal entre o modo fundamental de vibração e o modo axi-simétrico, com duas vezes o número de ondas na direção axial, é capaz de detectar, de forma qualitativa, o comportamento real na vizinhança dos pontos de bifurcação.

Gonçalves et al. (2007a) estudam as vibrações não-lineares de uma casca cilíndrica simplesmente apoiada a partir de uma expansão modal que retém os termos não-lineares mais importantes. As condições de contorno representativas

do apoio simples são atendidas inclusive a condição de contorno não-linear, proveniente de um carregamento axial existente nas bordas. A escolha dessa expansão modal é feita a partir da seleção dos modos até quarta ordem encontrados a partir de técnicas de perturbação (Gonçalves e Batista, 1988). A importância destes modos é constatada através do método de Karhunen-Loève (Sirovich, 1987a-c).

As soluções analíticas para as equações diferenciais parciais de movimento de uma casca cilíndrica são raramente encontradas na literatura, e um método de discretização se faz necessário para reduzir as equações diferenciais de movimento do sistema contínuo para um sistema de equações diferenciais ordinárias de movimento que possam ser resolvidas por um método de integração numérica ou por técnicas de perturbação. Entre as técnicas de discretização podem ser citadas as seguintes: Galerkin, Rayleigh-Ritz, diferenças finitas, elementos finitos e elementos de contorno.

O método dos elementos finitos possui várias vantagens na análise de sistemas complexos, sendo uma boa ferramenta para projetos estruturais. Porém na análise de cascas cilíndricas necessita-se de uma refinada discretização para se obter uma resposta minimamente confiável, principalmente se os efeitos não-lineares estão sendo considerados na análise. Assim esta aproximação se torna dispendiosa e impraticável para analisar problemas fundamentais de dinâmica não-linear, já que para uma análise paramétrica detalhada um grande número de casos deve ser analisado, tornando computacionalmente cara a utilização do método dos elementos finitos para análise dinâmica de cascas cilíndricas.

Torna-se assim necessário o desenvolvimento de modelos matemáticos que sejam simultaneamente precisos e de dimensão reduzida (um pequeno número de graus de liberdade) e que permitam uma análise paramétrica detalhada do comportamento local e global da casca cilíndrica.

Recentemente, para minimizar o esforço computacional na análise de sistemas dinâmicos não-lineares, grande atenção tem sido dada à derivação de modelos precisos de dimensão reduzida. Particularmente, na mecânica dos sólidos e dos fluidos, essa preocupação tornou-se um campo de investigação muito atraente, permitindo uma compreensão mais profunda de sistemas complexos não-lineares. As abordagens mais comuns são o uso de modos normais não-lineares (Shaw e Pierre, 1993; Vakakis, 1997), o método das formas normais (Nayfeh, 1993), a decomposição de Karhunen-Loève (Sirovich, 1987a-c; Steindl e Troger, 2001) e técnicas de perturbação (Gonçalves e Batista,

1988; Gonçalves e Del Prado, 2004, 2005). Rega e Troger (2005), em um artigo que introduz um número especial da revista *Nonlinear Dynamics* sobre modelos de dimensão reduzida, analisaram os métodos mais comuns de redução da dimensão para o estudo da dinâmica não-linear, com ênfase em aplicações em mecânica.

As soluções modais utilizadas tradicionalmente nos métodos de Galerkin ou Ritz podem até atingir convergência para grandes deslocamentos, utilizando um grande número de modos. No entanto, esta solução pode conter informações redundantes no sentido de que a dinâmica do sistema ser aproximada por um conjunto menor de modos ou não conter modos essenciais. Portanto, o problema consiste em extrair uma base de menor dimensão que contém todas as informações essenciais da base de maior dimensão.

Uma forma para se obter essa base de menor dimensão é a utilização do método Karhunen-Loève. Neste método utiliza-se uma série de dados, obtida por simulação numérica usando um modelo de precisão elevada ou a partir de experimentos físicos, a fim de construir o modelo de dimensão reduzida. Este método é utilizado por Amabili et al. (2003, 2006), para estudar as vibrações não-lineares de cascas cilíndricas. Recentemente, Amabili e Touzé (2006, 2007) compararam a eficiência da decomposição de Karhunen-Loève com o método dos modos normais não-lineares para construir modelos reduzidos para uma casca cilíndrica completamente cheia de fluido. Eles apontam as vantagens de cada abordagem e concluem que, para grandes amplitudes vibração e uma vasta gama de parâmetros, o método de Karhunen-Loève tem um melhor desempenho devido à sua natureza global.

Outra metodologia para obtenção de modelos de dimensão reduzida é o uso de modos normais não-lineares que permitem uma análise modal análoga ao caso linear. O conceito dos modos normais não-lineares foi proposto por Rosenberg (1962) para sistemas conservativos. Uma revisão detalhada deste tópico e as principais aplicações na área de dinâmica de estruturas são apresentadas por Vakakis (1997). O uso do método dos elementos finitos para a obtenção dos modos não-lineares de vibração e posterior dedução de modelos de dimensão reduzida é proposto nos trabalhos de Soares (1998) e Baracho Neto (2003).

Recentemente, para sistemas exibindo múltiplos vales potenciais e/ou múltiplos atratores, têm-se proposto o uso de bacias de atração para se averiguar o grau de segurança de uma estrutura em face de perturbações externas. Para isso, define-se inicialmente uma região de interesse do espaço de

fase, identificam-se os atratores existentes nesta região e estuda-se a evolução das bacias associadas a estes atratores em função de um dado parâmetro de controle. Dá-se particular importância ao tamanho e continuidade da bacia e à estrutura de sua fronteira, que pode ser contínua ou fractal. Os conceitos básicos usados nestes estudos têm por base os trabalhos de Thompson (1989), Soliman e Thompson (1989, 1991), Thompson e Soliman (1991), Lansbury et al. (1992) e Soliman (1993). Contribuições importantes para o estudo da evolução de bacias de atração são encontradas nos trabalhos de McDonald et al. (1985) e Grebogi et al. (1987).

Na maioria das aplicações cascas cilíndricas são usadas como depósitos ou para o transporte de fluidos, sendo, nestes casos, a interação entre o fluido e a estrutura uma importante parte da análise dinâmica. Na literatura, a maioria das pesquisas é dedicada ao estudo de cascas no vácuo e um número bem menor de trabalhos é dedicado ao estudo de cascas contendo um fluido. Dentre os trabalhos mais importantes, pode-se mencionar Ramachandran (1979) que, usando a teoria de Donnell para cascas abatidas, estuda as vibrações não-lineares de cascas cilíndricas circulares de espessura variável e contendo um fluido incompressível.

Gonçalves e Batista (1986) estudam as frequências naturais de cascas cilíndricas simplesmente apoiadas, parcial ou completamente cheias de um fluido não-viscoso e incompressível. Eles utilizam a teoria de Sanders para descrever o campo de deformações da casca e o método de Rayleigh-Ritz para formular as equações não-lineares de movimento. Os autores mostram a influência da altura do fluido nas frequências naturais e nos modos de vibração da casca cilíndrica e concluem que a presença do fluido diminui de forma sensível as frequências naturais.

Continuando o estudo de interação fluido-estrutura, Gonçalves e Batista (1988) estudam as vibrações não-lineares de cascas cilíndricas simplesmente apoiadas e cheias com um fluido não-viscoso e incompressível. Na modelagem é utilizada a teoria não-linear de cascas de Sanders e uma expansão modal refinada contendo 22 termos para descrever o campo de deslocamentos. Quanto ao efeito do líquido no comportamento dinâmico não-linear da casca, os autores concluem que a presença do fluido denso provoca um aumento das características de perda de rigidez em comparação com a mesma casca no vácuo.

Amabili et al. (1998) estudam as vibrações não-lineares livres e forçadas de uma casca cilíndrica simplesmente apoiada, no vácuo ou contendo um fluido.

Na análise é utilizada a teoria não-linear de Donnell. As condições de contorno para o deslocamento radial e de continuidade circunferencial são satisfeitas, enquanto que as restrições axiais são obedecidas na *média*. Amabili et al. adotam uma expansão modal com três graus de liberdade e, para a discretização das equações de movimento, utilizam o método de Galerkin. O fluido é considerado como não-viscoso. A solução da casca é obtida tanto numericamente quanto pelo Método das Formas Normais. Os resultados numéricos são obtidos para os casos de vibração livre e forçada com a casca cheia ou vazia mostrando uma perda de rigidez inicial.

Amabili et al. (1999) investigam a estabilidade dinâmica de uma casca cilíndrica considerando o escoamento de um fluido não-viscoso. No trabalho, é utilizada a teoria não-linear de Donnell. Para a expansão modal do sistema considera-se uma expansão modal contendo sete graus de liberdade. Os autores concluem que é possível ocorrer a flambagem da casca para velocidades de escoamento muito menores que as descritas pela teoria linear. Para o caso de vibrações forçadas, Amabili et al. (2000a, 2000b) verificam que a resposta da casca varia com a velocidade de escoamento do fluido e que podem ocorrer saltos dinâmicos entre os diversos ramos dos diagramas de bifurcação. Os autores mostram que, aumentando a velocidade de escoamento do fluido, a resposta da casca torna-se menos não-linear, porém, para grandes velocidades, a resposta da casca e a não-linearidade aumentam substancialmente.

Pellicano et al. (2000), usando a teoria não-linear de Donnell para cascas abatidas, estudam a instabilidade dinâmica de cascas cilíndricas circulares simplesmente apoiadas e submetidas a cargas axiais periódicas contendo um fluido. Mostra-se que a presença do líquido aumenta o amortecimento e acrescenta uma massa adicional, reduzindo o valor das frequências naturais e provocando mudanças nas cargas de estabilidade dinâmica.

Gonçalves et al. (2005a, b) estudam, para uma casca cilíndrica completamente cheia de fluido, simplesmente apoiada e submetida a um carregamento harmônico, a influência da massa adicionada nas fronteiras de instabilidade paramétrica, nos diagramas de bifurcação e na evolução das bacias de atração da casca. Os autores observam que a massa adicional do fluido diminui as frequências naturais da casca, provocando assim, um deslocamento das fronteiras de instabilidade paramétrica para a região de baixas frequências.

Del Prado et al. (2003, 2004) e Gonçalves et al. (2006) avaliam para uma casca cilíndrica simplesmente apoiada completamente cheia de fluido e submetida a um carregamento dependente do tempo o escape transiente da

casca. Nessas análises os autores avaliam nos instantes iniciais da resposta não-linear, as fronteiras de instabilidade paramétrica e as bacias de atração da casca, concluindo que pode ocorrer perda de estabilidade e possível dano do material durante o regime transiente da resposta, mostrando a importância da análise transiente em problemas de dinâmica não-linear.

1.1. Motivação

O estudo da dinâmica não-linear, das oscilações não-lineares e dos mecanismos de escape de um sistema estrutural, pode ser feito através de métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos ou Métodos dos Elementos de Contorno, de procedimentos analíticos ou de ensaios experimentais. O esforço computacional que demandam as análises a partir dos métodos numéricos e a dificuldade de detectar certos fenômenos da dinâmica não-linear, até mesmo em ensaios experimentais, são os principais motivos para o estudo de modelos reduzidos para o estudo do problema.

1.2. Objetivos

Esta tese está inserida na linha de pesquisa em Instabilidade e Dinâmica das Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio. Pretende-se, com essa pesquisa, fornecer uma contribuição na área de modelos reduzidos (pequeno número de graus de liberdade) para a análise não-linear de cascas cilíndricas com fluido interno.

O objetivo é propor uma metodologia para a determinação dos campos de deslocamentos axial e circunferencial em função do campo de deslocamento lateral da casca cilíndrica, capazes de atender as condições de contorno lineares e não-lineares do problema, além das condições de simetria e continuidade. Desta maneira, ao se determinar um modelo reduzido para descrever o campo de deslocamento lateral, que pode ser pelo método da perturbação, pela expansão de Karhunen-Loève, ou, até mesmo, por uma expansão polinomial, determinam-se automaticamente os demais campos de deslocamento da casca, diminuindo sensivelmente o número de graus de liberdade.

Outro objetivo, porém não menos importante que o primeiro, refere-se ao estudo da integridade de sistemas dinâmicos, principalmente, em sistemas multidimensionais. A escolha da janela de interesse das bacias de atração é um

ponto questionável neste tópico. Assim, propõe-se uma forma mais criteriosa que as encontradas na literatura até o momento para a escolha da área de interesse das bacias de atração.

1.3. Organização do trabalho

Este trabalho está organizado em oito capítulos, incluindo este de introdução, e apresenta a formulação matemática da casca cilíndrica, da interação do fluido com a estrutura e dos modelos reduzidos empregados, além de resultados obtidos para a análise das vibrações não-lineares e da integridade do sistema dinâmico. A estruturação se dá da seguinte forma:

- O capítulo 2 apresenta a formulação das equações de movimento de uma casca cilíndrica a partir dos funcionais de energia. O campo de deformações da superfície média segue a teoria não-linear de Donnell para cascas abatidas;
- No capítulo 3 são apresentadas as equações para formulação da interação do fluido interno com a casca cilíndrica, bem como a obtenção da pressão hidrodinâmica do fluido;
- O capítulo 4 apresenta os modelos reduzidos obtidos a partir do método da perturbação e da expansão de Karhunen-Loève. Apresenta-se, a partir dos resultados das análises estática e dinâmica não-lineares deste capítulo, uma redução polinomial capaz de reduzir, a expansão modal multidimensional para os deslocamentos laterais, a uma expansão com apenas um grau-de-liberdade;
- No capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos na análise das vibrações não-lineares da casca cilíndrica submetida a uma pressão lateral harmônica ou a uma carga axial harmônica. Os modelos reduzidos utilizados neste capítulo são selecionados a partir dos modelos apresentados no capítulo anterior;
- Já no capítulo 6 apresenta-se, para um sistema com um grau-de-liberdade e para um sistema multidimensional, o estudo da integridade da casca a partir da evolução das bacias de atração;
- No capítulo 7 apresenta-se a análise das vibrações não-lineares de cascas cilíndricas parcialmente cheias com um fluido; e,

- Finalmente, no capítulo 8 são apresentadas as principais conclusões deste trabalho e algumas sugestões para trabalhos futuros.