

3 Apresentação dos Resultados e Discussão

3.1. Teste de Malha

Foram testados três tipos diferentes de malhas cujo número de elementos variou de 200 a 800 (891 a 3381 nós). A geometria escolhida para rodar os casos do teste de malha foi a geometria 1 por ser a situação mais crítica (maior contração, $r_o=0,1$ u.c.)

As tabelas 3.1, 3.2 e 3.3 resumem a estrutura das três diferentes malhas montadas nas cinco regiões da geometria. A fig. (3.1) ilustra a aplicação dessas malhas à geometria, escolhida para o teste de malha. Os casos simulados com a malha 3 requeriam do computador utilizado grande parte de sua memória (o computador utilizado possuía 1Gb de memória ram). Houve tentativas de serem realizadas simulações com malhas de 880 e 960 elementos, mas não foi obtido sucesso por limitação computacional.

Tabela 3.1 – Resumo da malha 1

Região	Nº de Elementos
1	50
2	25
3	50
4	25
5	50
Total	200

Tabela 3.2 – Resumo da malha 2

Região	Nº de Elementos
1	120
2	64
3	120
4	64
5	120
Total	488

Tabela 3.3 – Resumo da malha 3

Região	Nº de Elementos
1	200
2	100
3	200
4	100
5	200
Total	800

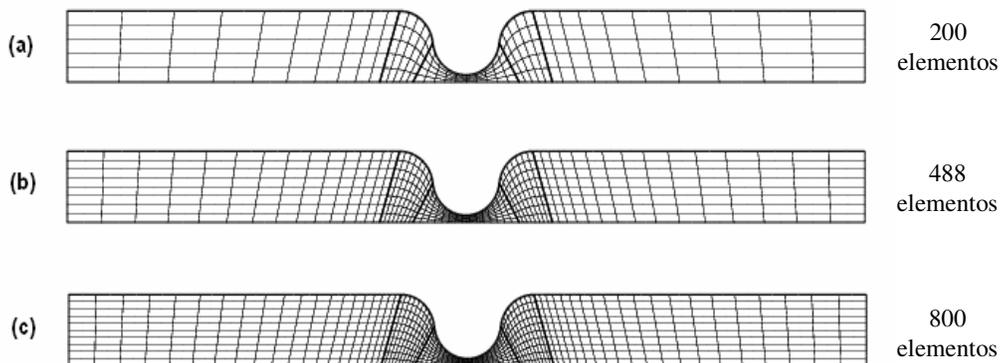


Figura 3.1 – Ilustração das 3 diferentes malhas aplicadas à geometria 1 ($r_o=0,1$): (a) malha 1 (grossa), (b) malha 2 (intermediária) e (c) malha 3 (fina).

Para ser feita avaliação da qualidade das malhas nesse trabalho, foi realizada comparação entre os resultados finais obtidos da variação adimensional de pressão (ΔP^*) em função do número de Reynolds (Re). Utilizou-se nessas verificações fluido newtoniano e o modelo de Carreau-Yasuda. Os resultados para fluido newtoniano são apresentados na fig. (3.2) e os resultados do fluido de Carreau-Yasuda na fig. (3.3). As variações médias entre as malhas 1 e 2 foram da ordem de 0,17%, ao passo que entre as malhas 2 e 3 foram da ordem de 0,02%. Campos de pressão foram construídos a partir das 3 diferentes malhas e são apresentados em escala de cores com suas respectivas linhas de corrente na fig. (3.4) e na fig. (3.5) para fluido newtoniano e fluido de Carreau-

Yasuda, respectivamente. A comparação dos campos de pressão, em ambos os fluidos, confirma o comportamento da avaliação dos resultados globais dos escoamentos. Os padrões da escala de cores variaram pouco, sendo a variação da malha 1 em relação à malha 2 mais significativa que a variação da malha 2 em relação a malha 3. Também pode ser observado, através das linhas de corrente, que não houve recirculação.

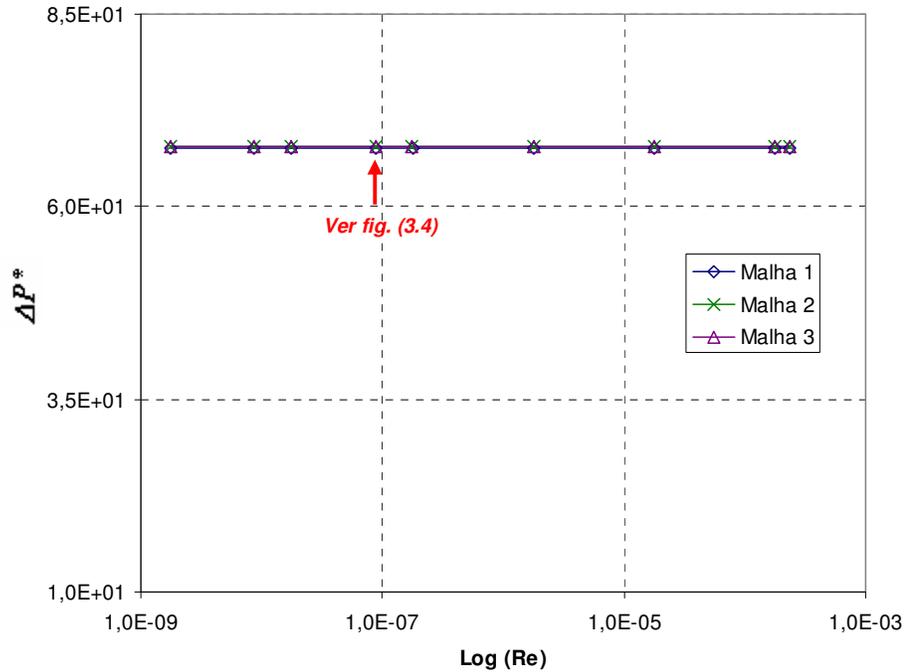


Figura 3.2 – Teste de malha na geometria 1 ($r_o=0,1u.c.$) em escoamento de fluido newtoniano com $\mu = 1.000 \text{ Pa.s}$ e $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$.

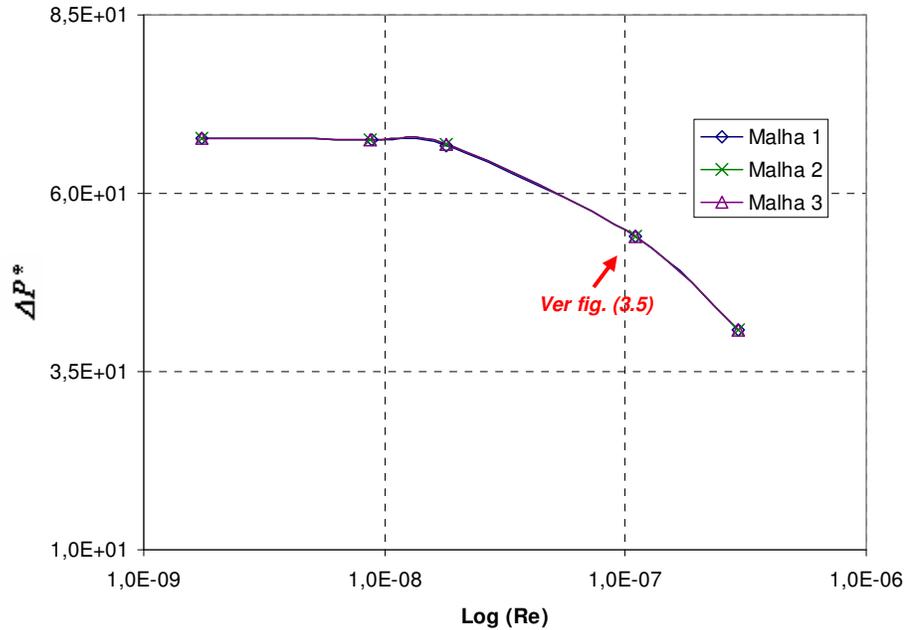


Figura 3.3 – Teste de malha na geometria 1 ($r_o=0,1$ u.c.) em escoamento do fluido de Carreau-Yasuda com $\eta_0=1.000$ Pa.s; $\eta_\infty=1$ Pa.s; $\lambda=0,1$; $n=0,6$ e $\rho = 1.000$ kg/m³.

Além da observação dos gráficos de escala de cores dos campos de pressão foram plotados gráficos da pressão na linha de centro do escoamento em função da coordenada X, que varia de 5,5 a 6,5 mm.. Nas figs. (3.6) e (3.7) mostram-se os resultados da pressão na linha de centro para os mesmos escoamentos apresentados nos campos de pressão das figs. (3.4) e (3.5), o que confirma a proximidade dos resultados nas diferentes malhas.

Em função desses resultados obtidos e do fato da malha 3 levar o computador disponível próximo ao seu limite, optou-se por utilizar a malha 2 neste trabalho.

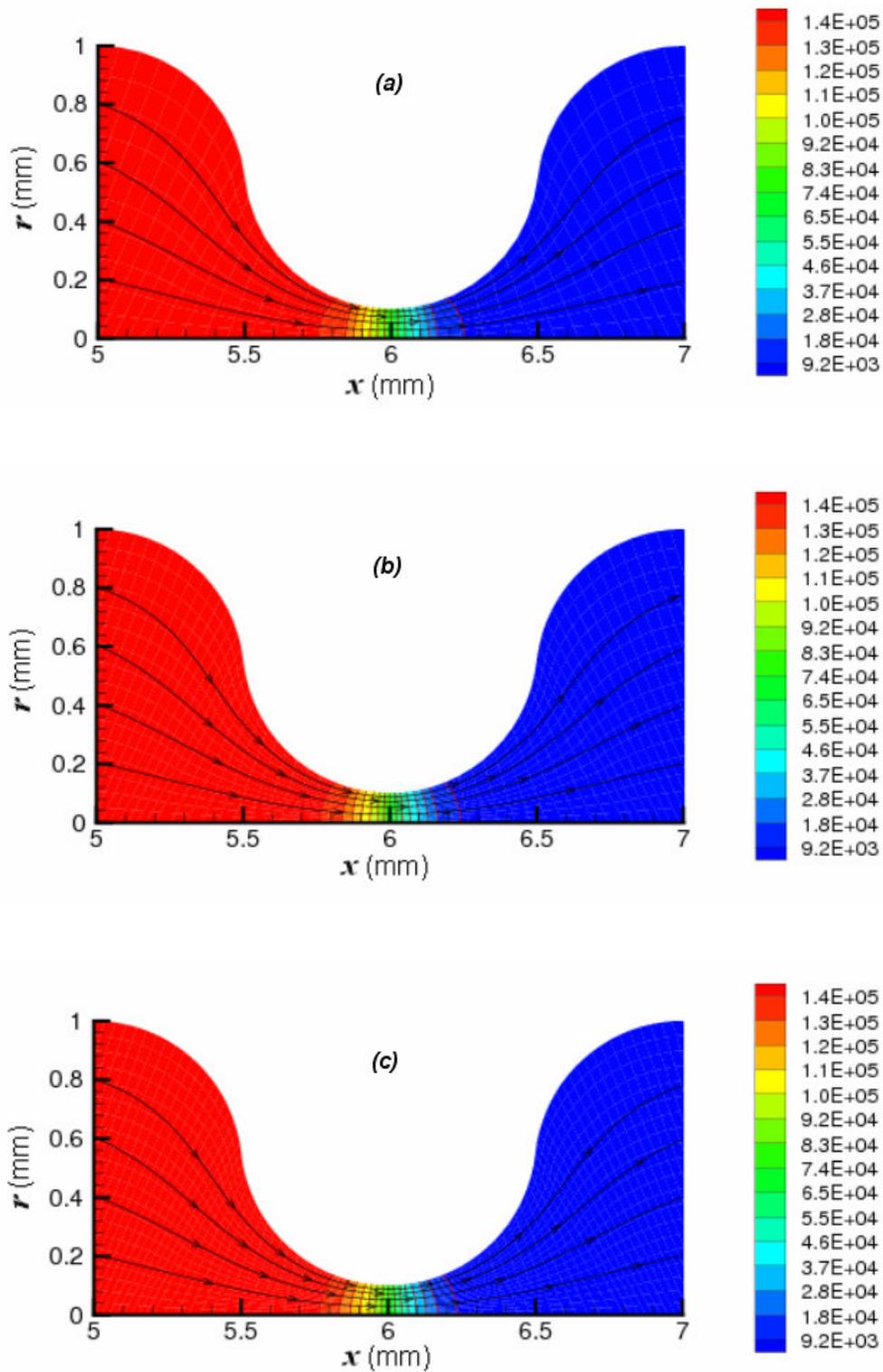


Figura 3.4 – Campo de pressões na geometria 1 ($r_0=0,1\text{mm}$) e linhas de corrente em escoamento de fluido newtoniano ($\mu = 1.000 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ e $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$) e com ΔP total (x de 0 a 12 mm) = $1,48 \times 10^5 \text{ Pa}$: (a) Malha 1, (b) Malha 2 e (c) Malha 3.

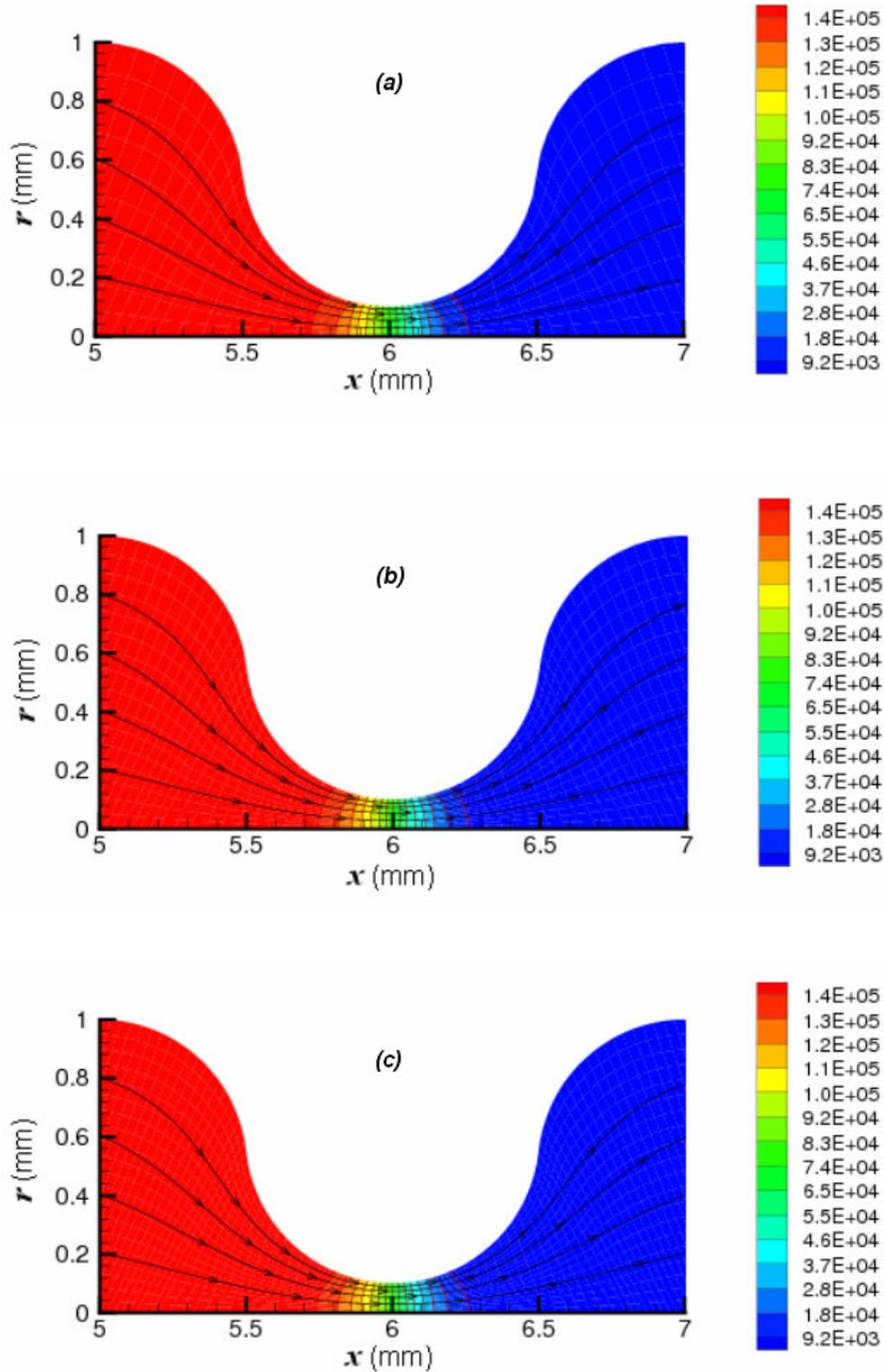


Figura 3.5 – Campo de pressões na geometria 1 ($r_o=0,1\text{mm}$) e linhas de corrente em escoamento do fluido de Carreau-Yasuda ($\eta_0=1.000$ Pa.s; $\eta_\infty=1$ Pa.s; $\lambda=0,1$; $n=0,6$ e $\rho = 1.000$ kg/m³) e com ΔP total (x de 0 a 12 mm) = $1,48 \times 10^5$ Pa: (a) Malha 1, (b) Malha 2 e (c) Malha 3.

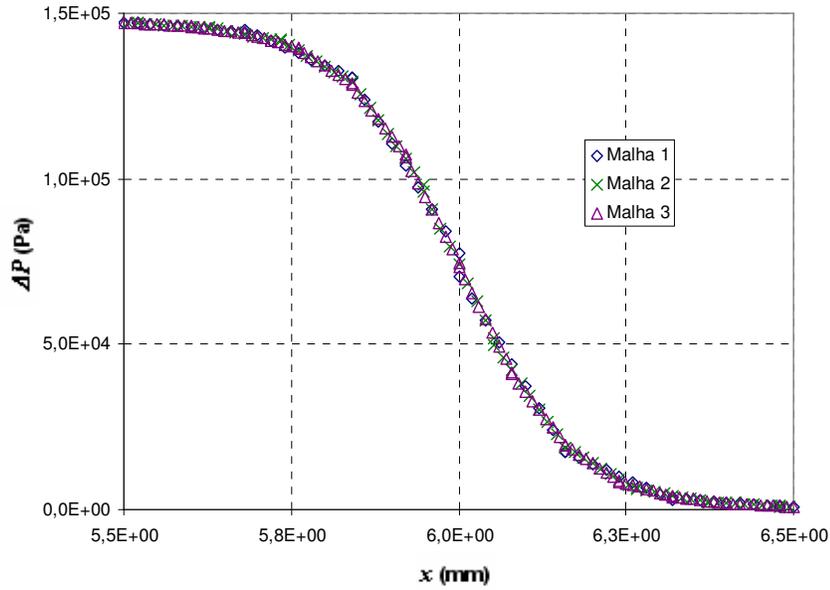


Figura 3.6 – Pressão na linha de centro de escoamento na geometria 1 ($r_o=0,1\text{mm}$) em escoamento de fluido newtoniano ($\mu = 1.000 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ e $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$) e com ΔP total (x de 0 a 12 mm) = $1,48 \times 10^5 \text{ Pa}$.

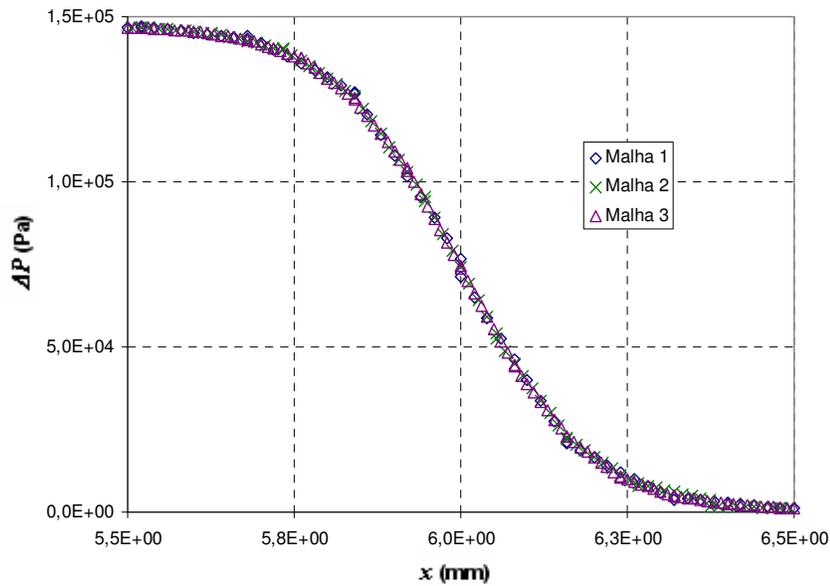


Figura 3.7 – Pressão na linha de centro de escoamento na geometria 1 ($r_o=0,1\text{mm}$) em escoamento do fluido de Carreau-Yasuda ($\eta_0=1.000 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; $\eta_\infty=1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; $\lambda=0,1$; $n=0,6$ e $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$) e com ΔP total (x de 0 a 12 mm) = $1,48 \times 10^5 \text{ Pa}$.

3.2. Raios Equivalentes

Tanto no escoamento de fluidos newtonianos, quanto “power law”, só existe solução analítica para canal circular com seção reta constante. Essa não é uma boa aproximação geométrica para ser simulado o escoamento em meio poroso real. Conforme já discutido em seções anteriores, canais circulares com seção reta convergente/divergente simulam esse meio de maneira mais adequada. “Softwares” CFD podem fazer simulações completas de canais com as geometrias apresentadas neste estudo de maneira individual. Mas quando se pretende buscar a solução em inúmeros capilares de maneira simultânea, como ocorre em simulações numéricas de rede de capilares, o esforço computacional requerido nas simulações completas pode ser muito grande, inviabilizando muitos projetos. Nesse contexto, aplicar simplificações na solução do escoamento e conseguir associar escoamentos em canais com garganta à escoamentos em canais de raios constantes equivalentes pode ser uma boa alternativa (fig. (3.8)). Esse tipo de contribuição, além de ser aplicável em estudos numéricos, ainda pode ser utilizado para auxiliar estudos experimentais onde a fabricação de canais convergente/divergente não seja possível.

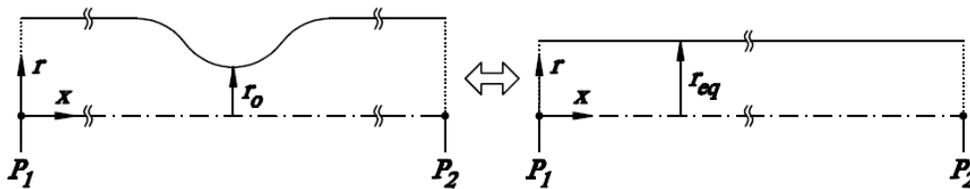


Figura 3.8 – Representação de canal convergente/divergente associado a canal com raio constante equivalente.

Simulações numéricas completas, realizadas através de código CFD, serão comparadas com metodologias baseadas nos conceitos da teoria da lubrificação. Essa simplificação assume que o escoamento é quase paralelo, dessa forma se faz necessário investigar sua validade para o escoamento em canais com contração abrupta. Mais detalhes sobre a teoria da lubrificação podem ser encontrados em Panton (Panton, 1996).

Nessa seção serão estudados escoamentos em capilares convergente/divergente de fluidos newtonianos e fluidos “power law” com a intenção de se estabelecer uma metodologia simples para se obter raios

constantes equivalentes.

Nos capilares convergentes/divergentes deste trabalho existem regiões de raio externo constante no trecho de entrada e no trecho de saída da geometria de análise, conforme já discutido no Capítulo anterior. Quando se estuda raios equivalentes aos raios de um capilar com garganta, o interesse fica voltado apenas ao trecho central (garganta) onde há variação do raio do capilar. Por isso, defini-se como P_1' e P_2' as respectivas pressões na entrada e na saída da garganta, conforme indicado na fig. (3.9). Fica então definido $\Delta P'$ como sendo P_2' menos P_1' . Vale ressaltar que essas pressões são as observadas na linha de centro do capilar, que não necessariamente serão iguais às outras pressões na mesma seção transversal.

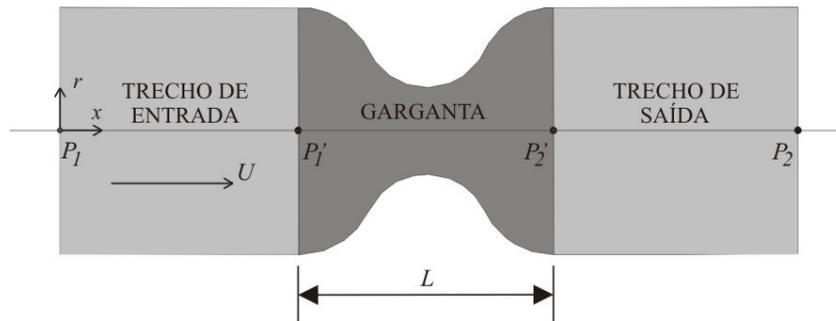


Figura 3.9 – Ilustração da geometria de análise com indicação de $\Delta P'$ ($P_2' - P_1'$) e dos trechos de entrada, da garganta e de saída do escoamento.

3.2.1. Fluido Newtoniano

Raio Equivalente Ajustado

A vazão Q para escoamentos de fluidos newtonianos em duto de seção circular constante é dada pela eq.(3-1) (Fox, Mcdonald, 1992).

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \mu L} \quad (3-1)$$

onde R é o raio do duto, ΔP é a diferença de pressão, μ é a viscosidade e L é o comprimento do canal.

Para o escoamento de fluido newtoniano em tubo capilar de seção circular com geometria convergente/divergente adotou-se a formulação apresentada em eq.(3-2).

$$Q = \frac{\pi R_{eq\ aj}^4 \Delta P'}{8 \mu L} \quad (3-2)$$

onde $R_{eq\ aj}$ é definido como o raio equivalente ajustado a um duto de seção circular com raio constante, por onde escoar a mesma vazão Q de fluido.

A partir da eq.(3-2) o raio equivalente ajustado pode ser isolado na expressão, de tal forma que ele seja definido em função das características do fluido (μ) e das informações do escoamento (L , $\Delta P'$ e Q), conforme a eq. (3-3).

$$R_{eq\ aj} = \left(\frac{L}{\Delta P'} \frac{8 \mu}{\pi} Q \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3-3)$$

As tabelas 3.4, 3.5 e 3.6 apresentam resultados para os escoamentos de fluido newtoniano nas geometrias 1 ($r_o=0,1$ mm), 5 ($r_o=0,5$ mm) e 8 ($r_o=0,8$ mm), respectivamente. São apresentados os raios equivalentes ajustados ($R_{eq\ aj}$) utilizando a eq. (3-3), a partir dos dados impostos e resultados numéricos dos escoamentos. Na simulação com código CFD são dados de entrada a diferenças de pressão (ΔP) entre a entrada e a saída da geometria. A diferença de pressão na linha de simetria do canal entre a entrada e na saída da garganta ($\Delta P'$) foi calculada pelo “software”, assim como a vazão (Q). Posteriormente os adimensionais (Re e ΔP^*) e o $R_{eq\ aj}$ foram calculados com os dados obtidos. Assim como esperado, o valor do $R_{eq\ aj}$ foi o mesmo para todos os $\Delta P'$ s. Essa é a solução completa que servirá de referência na comparação com a solução simplificada pela teoria de lubrificação.

Tabela 3.4 – Resultados de fluido newtoniano ($\mu=1.000$ Pa.s e $\rho=1.000$ kg/m³) na geometria 1 ($r_o=0,1$ mm)

$\Delta P'$ (Pa)	Q (mm ³ /s)	Re	ΔP^*	$R_{eq\ aj}$ (mm)
2,99E+00	3,54E-07	1,77E-12	6,78E+01	0,157
2,99E+01	3,54E-06	1,77E-11	6,78E+01	0,157
2,99E+02	3,54E-05	1,77E-10	6,78E+01	0,157
2,96E+03	3,50E-04	1,75E-09	6,78E+01	0,157
1,48E+04	1,75E-03	8,74E-09	6,78E+01	0,157
2,99E+04	3,54E-03	1,77E-08	6,78E+01	0,157
1,48E+05	1,75E-02	8,74E-08	6,78E+01	0,157
2,99E+05	3,54E-02	1,77E-07	6,78E+01	0,157
2,99E+06	3,54E-01	1,77E-06	6,78E+01	0,157
2,99E+07	3,54E+00	1,77E-05	6,78E+01	0,157
2,99E+08	3,54E+01	1,77E-04	6,78E+01	0,157
3,99E+08	4,72E+01	2,36E-04	6,78E+01	0,157

Tabela 3.5 – Resultados de fluido newtoniano ($\mu=1.000$ Pa.s e $\rho=1.000$ kg/m³) na geometria 5 ($r_o=0,5$ mm)

$\Delta P'$ (Pa)	Q (mm ³ /s)	Re	ΔP^*	$R_{eq\ aj}$ (mm)
1,77E+00	4,72E-05	4,72E-11	6,36E+01	0,607
1,77E+01	4,72E-04	4,72E-10	6,36E+01	0,607
1,77E+02	4,72E-03	4,72E-09	6,36E+01	0,607
1,36E+03	3,62E-02	3,62E-08	6,36E+01	0,607
8,86E+03	2,36E-01	2,36E-07	6,36E+01	0,607
1,77E+04	4,72E-01	4,72E-07	6,36E+01	0,607
8,86E+04	2,36E+00	2,36E-06	6,36E+01	0,607
1,77E+05	4,72E+00	4,72E-06	6,36E+01	0,607
1,77E+06	4,72E+01	4,72E-05	6,36E+01	0,607
1,77E+07	4,72E+02	4,72E-04	6,36E+01	0,607
3,54E+07	9,44E+02	9,44E-04	6,36E+01	0,607
3,66E+07	9,75E+02	9,75E-04	6,36E+01	0,607

Tabela 3.6 – Resultados de fluido newtoniano ($\mu=1.000$ Pa.s e $\rho=1.000$ kg/m³) na geometria 8 ($r_o=0,8$ mm).

$\Delta P'$ (Pa)	Q (mm ³ /s)	Re	ΔP^*	$R_{eq aj}$ (mm)
7,62E-01	8,75E-05	5,47E-11	1,40E+02	0,874
7,62E+00	8,75E-04	5,47E-10	1,40E+02	0,874
7,62E+01	8,75E-03	5,47E-09	1,40E+02	0,874
3,17E+02	3,65E-02	2,28E-08	1,40E+02	0,874
7,62E+02	8,75E-02	5,47E-08	1,40E+02	0,874
3,81E+03	4,38E-01	2,74E-07	1,40E+02	0,874
7,62E+03	8,75E-01	5,47E-07	1,40E+02	0,874
3,81E+04	4,38E+00	2,74E-06	1,40E+02	0,874
7,62E+04	8,75E+00	5,47E-06	1,40E+02	0,874
7,62E+05	8,75E+01	5,47E-05	1,40E+02	0,874
7,62E+06	8,75E+02	5,47E-04	1,40E+02	0,874
1,52E+07	1,75E+03	1,09E-03	1,40E+02	0,874

Raio Equivalente Analítico

Para o escoamento de fluido newtoniano em tubo capilar de seção circular com geometria convergente/divergente adotou-se agora a vazão obtida através de raio equivalente ajustado, Q^* , conforme eq.(3-4).

$$Q^* = \frac{\pi R_{eq an}^4}{8 \mu} \frac{\Delta P'}{L} \quad (3-4)$$

Onde $R_{eq an}$ é definido como o raio equivalente analítico a um duto de seção circular com raio constante.

O raio equivalente analítico, para fluidos newtonianos, é obtido apenas em função da geometria da garganta, conforme o desenvolvimento apresentado abaixo que resulta na eq.(3-5).

$$Q = \frac{\pi R^4}{8 \mu} \left(\frac{dP}{dx} \right)$$

$$\frac{8 \mu Q}{\pi} \int_0^L \frac{dx}{R^4} = \int_{P_1}^{P_2} dP = \Delta P \quad \Rightarrow \quad \int_0^L \frac{dx}{R^4} = \frac{L}{R_{eq\ an}^4}$$

$$R_{eq\ an} = \left\{ \frac{L}{\int_0^L \frac{1}{R(x)^4} dx} \right\}^{\frac{1}{4}} \quad (3-5)$$

Sendo $x=0$ e $x=L$ o início e o final da garganta, respectivamente.

Para ser calculado $R_{eq\ an}$ foi necessário fazer uma integração numérica. O programa CFD forneceu pares ordenados (r, x) dos pontos localizados no raio externo da geometria, no trecho da garganta. Com esses dados foi possível calcular $R_{eq\ an}$ através da eq.(3-7)

$$\int_0^L \frac{1}{R(x)^4} dx = \int_0^L f(x) dx \quad (3-6)$$

$$\int_0^L f(x) dx = \sum_{i=1}^{j-1} \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2} \Delta x \quad (3-7)$$

Com a intenção de comparar os dois raios equivalentes, $R_{eq\ aj}$ e $R_{eq\ an}$ foi construída a tabela 3.7. Para poder avaliar o erro em função da geometria da garganta foram realizadas simulações para geometrias com oito valores diferentes para r_o .

Os raios constantes equivalentes a capilares com gargantas, obtidos com a solução completa do escoamento ($R_{eq\ aj}$), podem ser muito bem aproximados pela solução de raios equivalentes obtidos com auxílio da teoria de lubrificação ($R_{eq\ an}$). Para o caso dos fluidos newtonianos, o maior erro observado foi de 6,2%. Os raios equivalentes não variaram em função da diferença de pressão. Desta forma, os erros obtidos foram constantes para cada geometria avaliada (por isso a tabela 3.7 trás apenas 1 diferença de pressão para cada geometria). Esse comportamento era esperado para os fluidos newtonianos, já que a viscosidade permanece constante com a variação da taxa de deformação, que é função da diferença de pressão.

Tabela 3.7 – Comparação de $R_{eq\ aj}$ e $R_{eq\ an}$ – fluido newtoniano ($\mu=1.000$ Pa.s e $\rho=1.000$ kg/m³).

r_o (mm)	$\Delta P'$ (Pa)	Q (mm ³ /s)	Re	(2D)	(Lub.)	Erro
				$R_{eq\ aj}$ (mm)	$R_{eq\ an}$ (mm)	
0,1	1,48E+05	1,75E-02	8,74E-08	0,157	0,161	2,6%
0,2	1,45E+05	1,81E-01	4,53E-07	0,282	0,295	4,7%
0,3	1,33E+05	6,47E-01	1,08E-06	0,397	0,421	5,9%
0,4	1,12E+05	1,43E+00	1,79E-06	0,505	0,536	6,2%
0,5	8,86E+04	2,36E+00	2,36E-06	0,607	0,641	5,6%
0,6	6,69E+04	3,22E+00	2,68E-06	0,703	0,733	4,3%
0,7	5,00E+04	3,89E+00	2,78E-06	0,793	0,815	2,7%
0,8	3,81E+04	4,38E+00	2,74E-06	0,874	0,885	1,2%

Os erros entre $R_{eq\ aj}$ e $R_{eq\ an}$ variaram em função da geometria, sendo os maiores erros atingidos nas contrações intermediárias, e não nas mais abruptas, como seria intuitivo. Para um melhor entendimento dessa variação são apresentadas as figs. (3.10) a (3.17). Foi construída uma figura para cada simulação apresentada na tabela 3.7. Essas figuras apresentam em sua parte (a) a pressão na linha de centro do escoamento em toda a extensão do capilar (trecho de entrada, garganta e trecho de saída) e na parte (b) o campo de pressões e linhas de corrente no trecho da garganta.

Com a observação em seqüência das partes (a) das figuras, pode ser observada a influência da garganta para a perda de carga geral do capilar. Para as geometrias 1, 2, 3, 4 e 5 a perda de carga na garganta é mais relevante que nos trechos de entrada e saída do escoamento. A partir da geometria 6 até a geometria 8 a perda de carga na garganta é menos significativa que nos trechos de entrada e saída.

Nas ilustrações dos campos de pressões pode ser observado o posicionamento das linhas isobáricas, que são aquelas que dividem duas faixas consecutivas de pressão no gráfico de escala de cores.

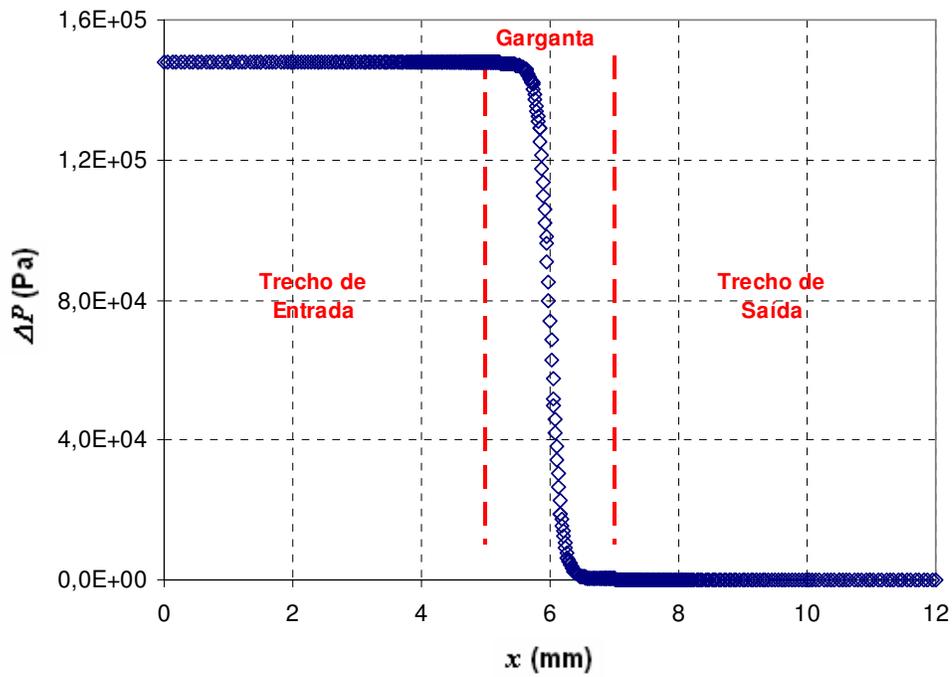
As isobáricas e o gráfico de pressão na linha de centro no escoamento através da geometria 1 demonstram que a perda de carga ocorre praticamente toda apenas na região central da garganta (fig. (3.10)). Com isso as isobáricas formam linhas praticamente transversais à direção do escoamento, comportamento semelhante ao esperado para isobáricas de um escoamento em duto de raio constante. Por isso o erro entre o $R_{eq\ aj}$ e $R_{eq\ an}$ foi muito pequeno

(2,6%).

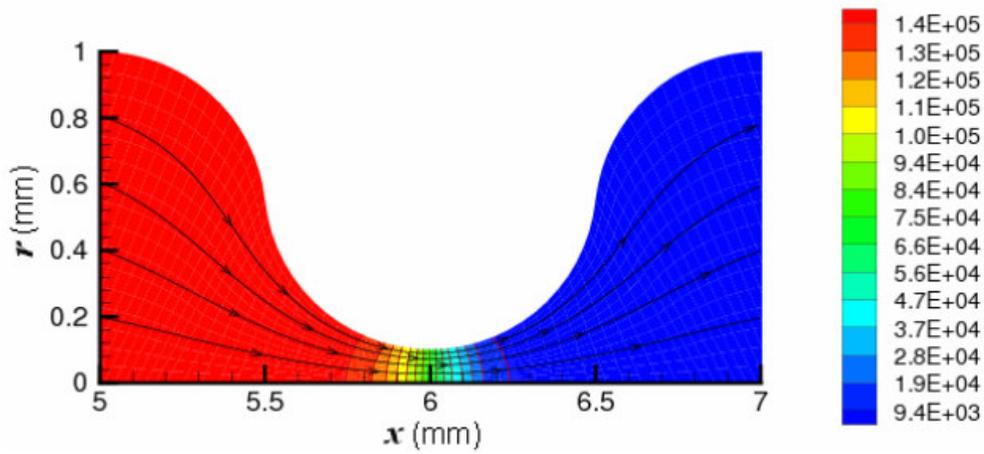
Fazendo avaliação semelhante para as geometrias 2, 3, 4, 5 e 6 (fig. (3.11) à fig. (3.15)), é constatado que as isobáricas assumem formato muito distante da posição transversal à direção do escoamento (vertical). Essas geometria, apesar de terem apresentado erros maiores que as de contração mais abrupta (geometria 1) e as com contração mais suave (geometrias 7 e 8), ainda apresentaram erro satisfatoriamente baixo. Vale ressaltar que o maior erro entre $R_{eq\ aj}$ e $R_{eq\ an}$ foi atribuído à geometria 4, que possui as isobáricas menos verticais, dentre as simulações apresentadas.

As geometrias 7 e 8 possuem contração mais suave, por isso as suas isobáricas ficam mais verticais. A perda de carga atribuída à garganta varia pouco em relação à perda de carga distribuída nos trechos de entrada e saída do capilar, conforme fig. (3.16) e fig. (3.17).

Os números de Reynolds dos escoamentos foram muito baixos, principalmente em função das pequenas dimensões dos capilares. Em nenhuma das simulações com fluidos newtonianos foram observados vórtices de recirculação.

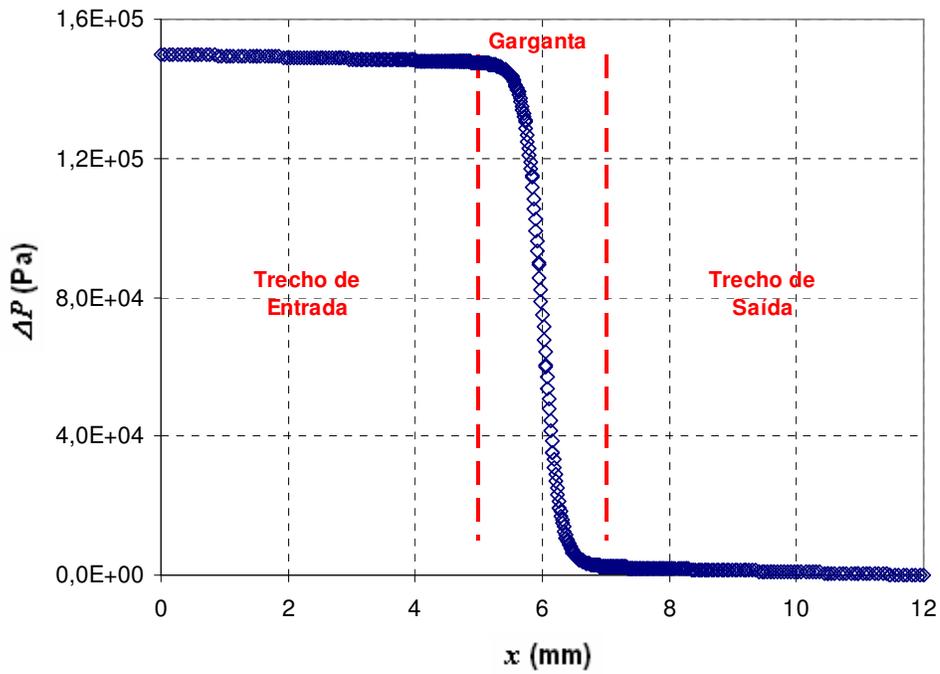


(a)

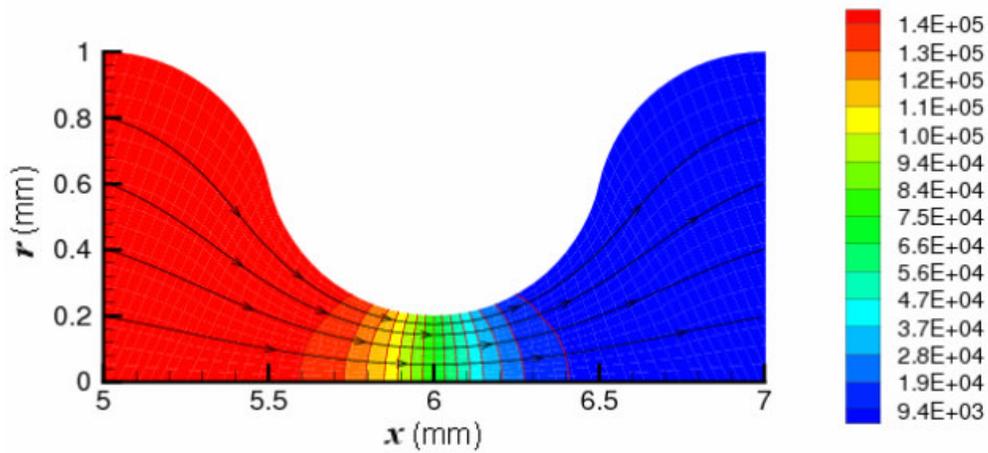


(b)

Figura 3.10 – escoamento de fluido newtoniano ($\mu = 1.000$ Pa.s, $\rho = 1.000$ kg/m³) na geometria 1 ($r_o=0,1$ mm), com ΔP total (x de 0 a 12 mm) $1,5 \times 10^5$ Pa: (a) pressão na linha de centro, (b) Campo de pressões e linhas de corrente no trecho da garganta.

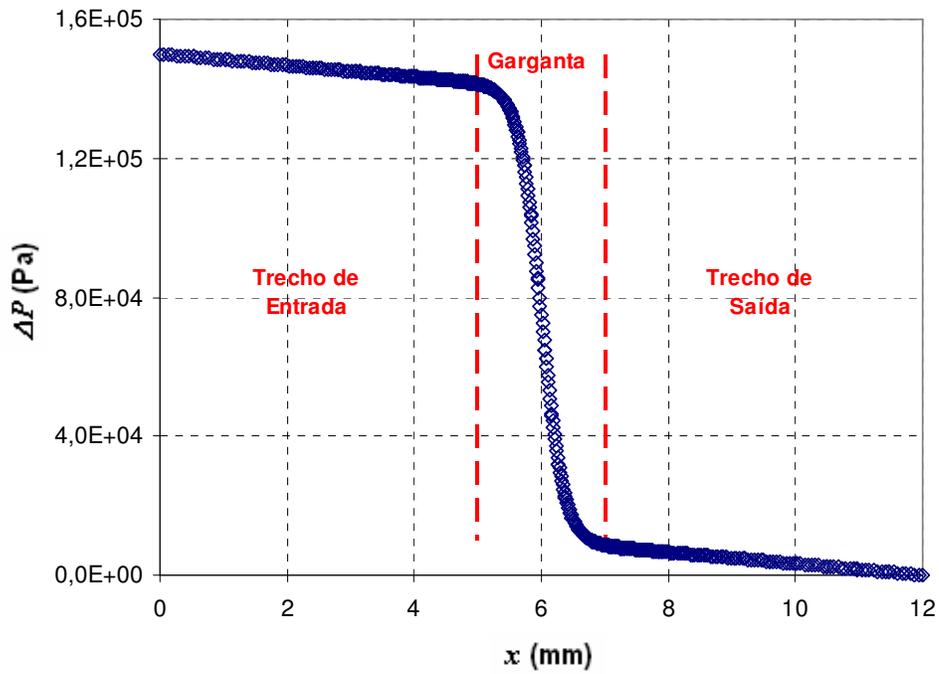


(a)

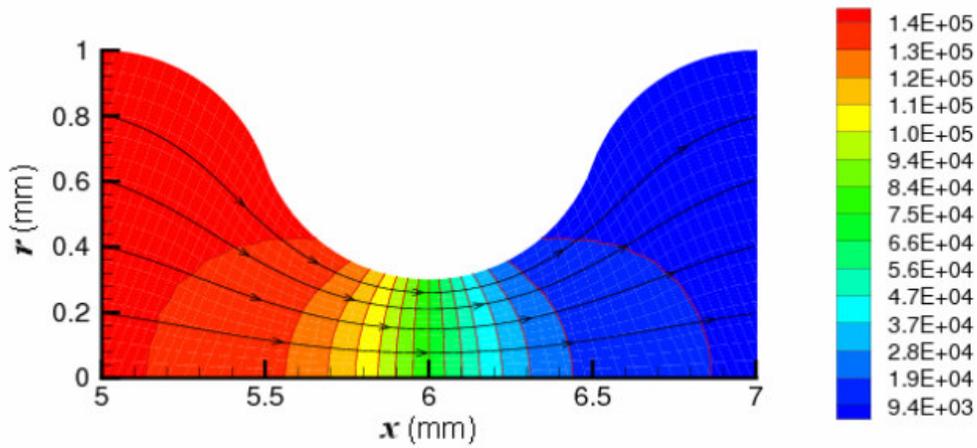


(b)

Figura 3.11 – escoamento de fluido newtoniano ($\mu = 1.000$ Pa.s, $\rho = 1.000$ kg/m³) na geometria 2 ($r_o=0,2$ mm), com ΔP total (x de 0 a 12 mm) $1,5 \times 10^5$ Pa: (a) pressão na linha de centro, (b) Campo de pressões e linhas de corrente no trecho da garganta.

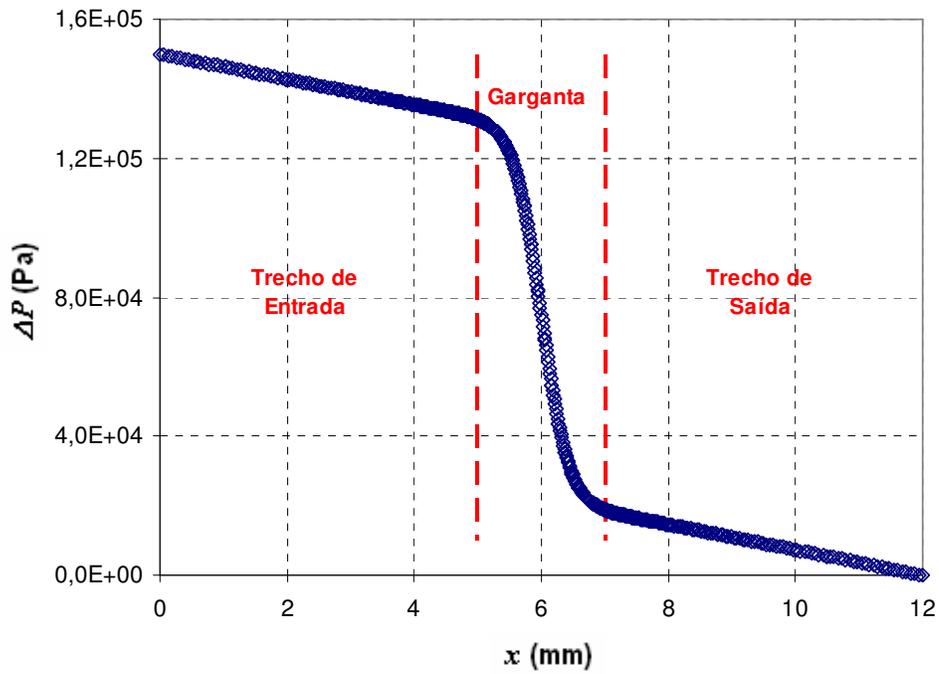


(a)

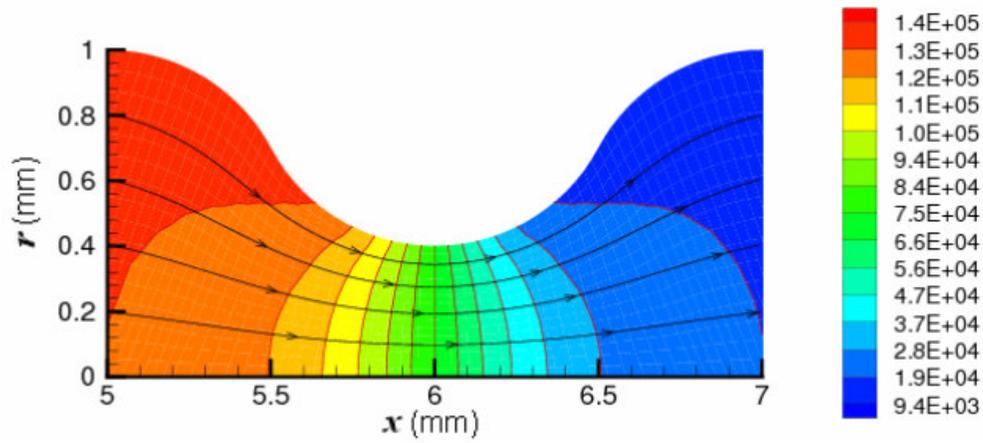


(b)

Figura 3.12 – escoamento de fluido newtoniano ($\mu = 1.000$ Pa.s, $\rho = 1.000$ kg/m³) na geometria 3 ($r_o=0,3$ mm), com ΔP total (x de 0 a 12 mm) $1,5 \times 10^5$ Pa: (a) pressão na linha de centro, (b) Campo de pressões e linhas de corrente no trecho da garganta.

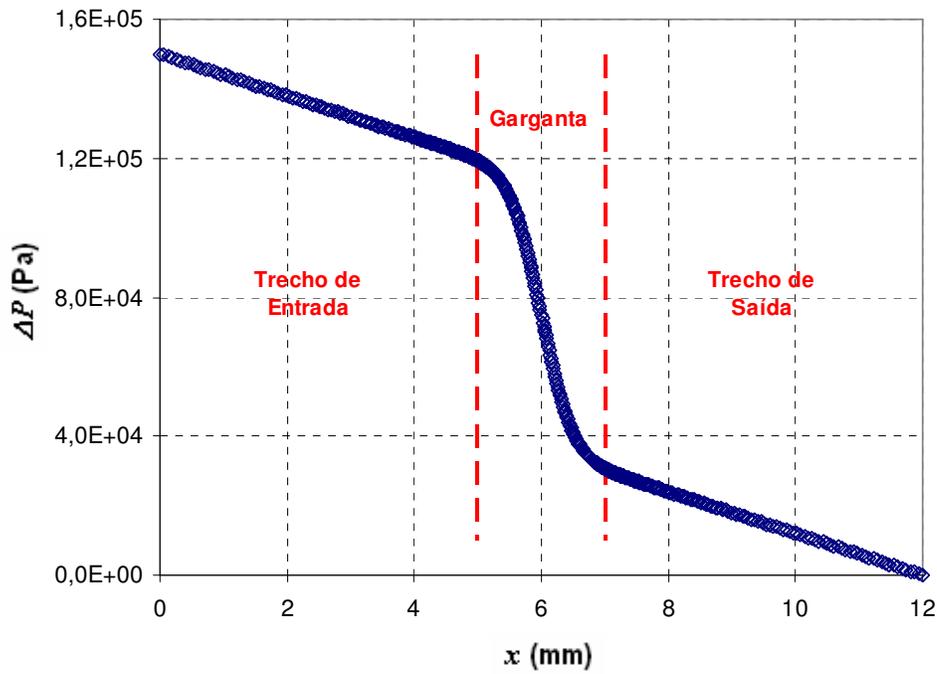


(a)

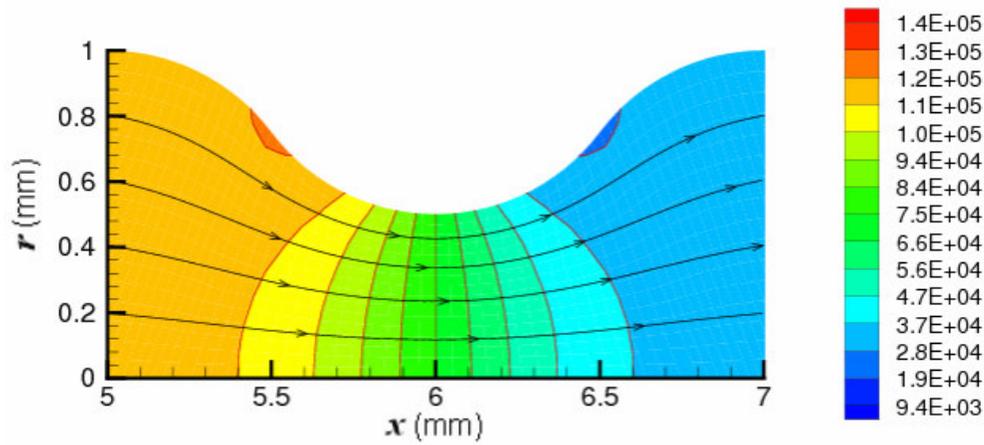


(b)

Figura 3.13 – escoamento de fluido newtoniano ($\mu = 1.000 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$) na geometria 4 ($r_o=0,4\text{mm}$), com ΔP total (x de 0 a 12 mm) $1,5 \times 10^5 \text{ Pa}$: (a) pressão na linha de centro, (b) Campo de pressões e linhas de corrente no trecho da garganta.

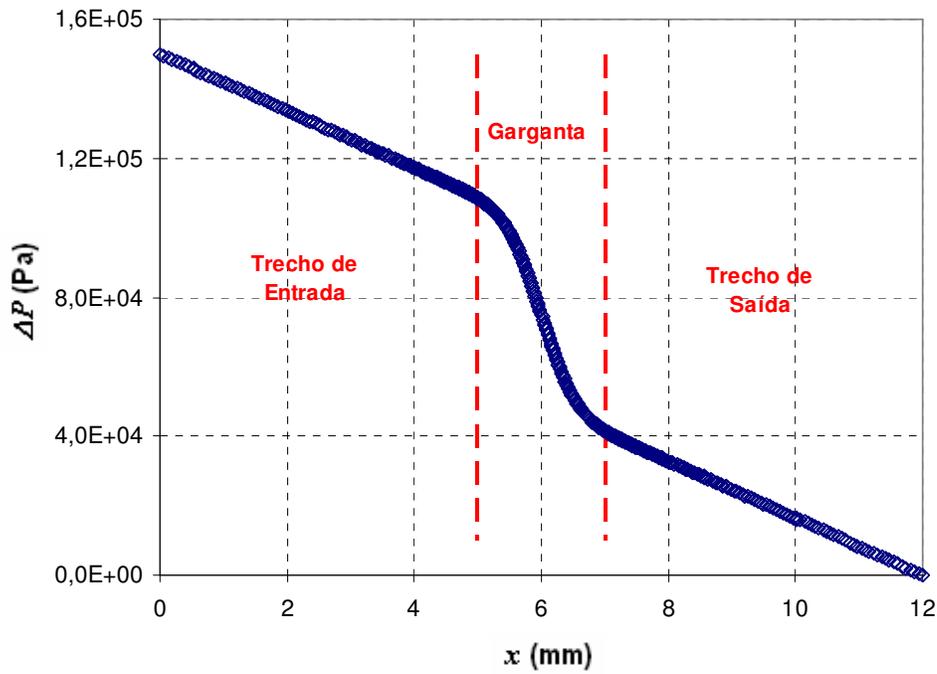


(a)

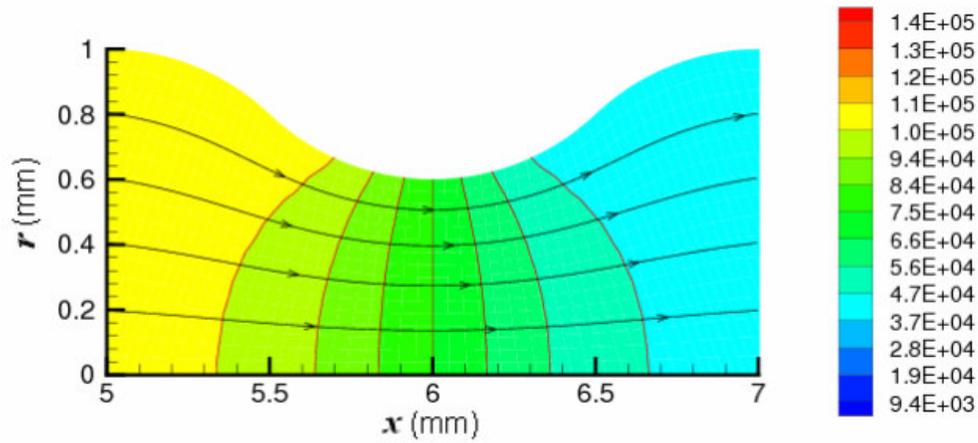


(b)

Figura 3.14 – escoamento de fluido newtoniano ($\mu = 1.000$ Pa.s, $\rho = 1.000$ kg/m³) na geometria 5 ($r_o=0,5$ mm), com ΔP total (x de 0 a 12 mm) $1,5 \times 10^5$ Pa: (a) pressão na linha de centro, (b) Campo de pressões e linhas de corrente no trecho da garganta.

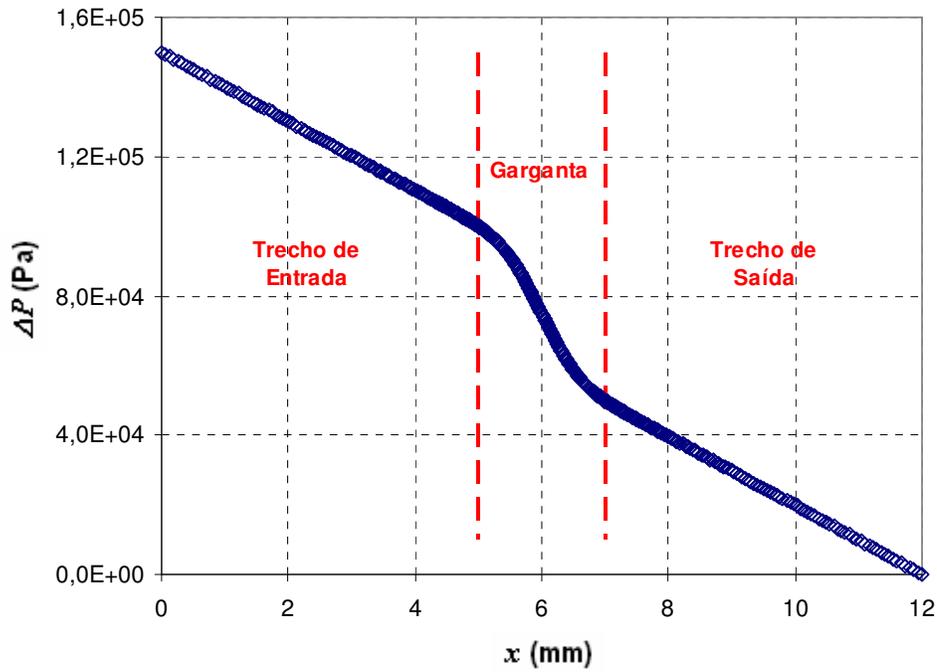


(a)

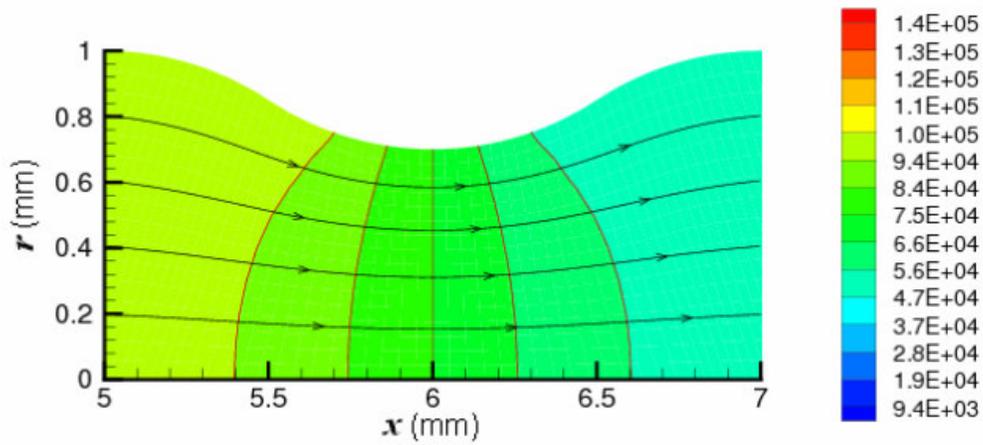


(b)

Figura 3.15 – escoamento de fluido newtoniano ($\mu = 1.000$ Pa.s, $\rho = 1.000$ kg/m³) na geometria 6 ($r_o=0,6$ mm), com ΔP total (x de 0 a 12 mm) $1,5 \times 10^5$ Pa: (a) pressão na linha de centro, (b) Campo de pressões e linhas de corrente no trecho da garganta.

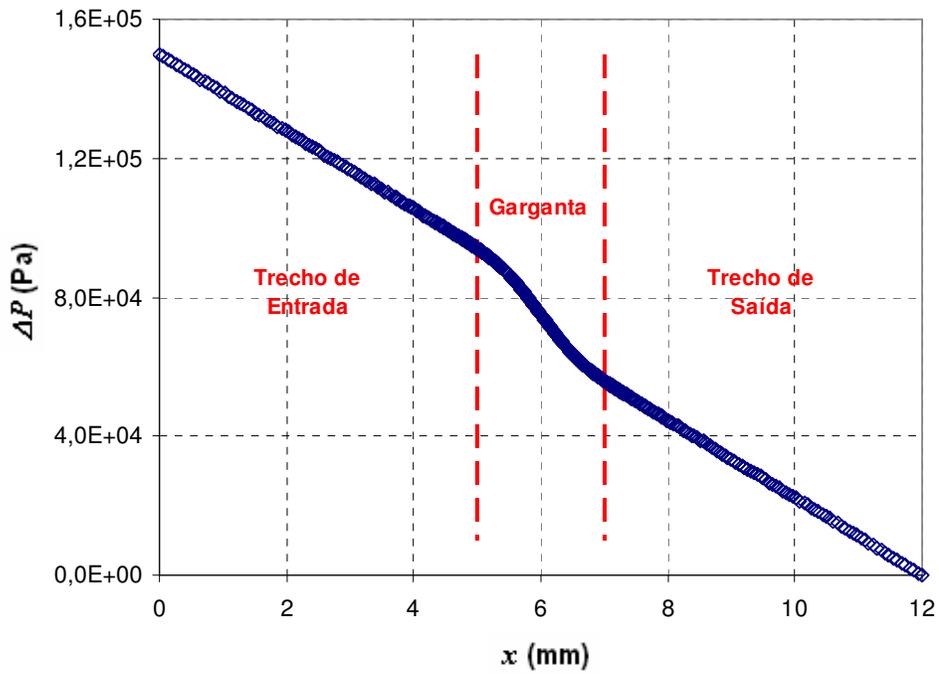


(a)

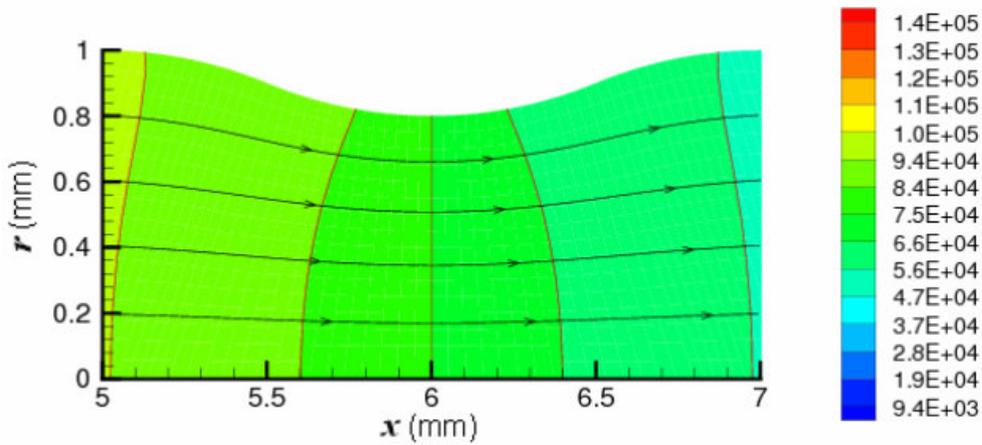


(b)

Figura 3.16 – escoamento de fluido newtoniano ($\mu = 1.000$ Pa.s, $\rho = 1.000$ kg/m³) na geometria 7 ($r_o=0,7$ mm), com ΔP total (x de 0 a 12 mm) $1,5 \times 10^5$ Pa: (a) pressão na linha de centro, (b) Campo de pressões e linhas de corrente no trecho da garganta.



(a)



(b)

Figura 3.17 – escoamento de fluido newtoniano ($\mu = 1.000$ Pa.s, $\rho = 1.000$ kg/m³) na geometria 8 ($r_o=0,8$ mm), com ΔP total (x de 0 a 12 mm) $1,5 \times 10^5$ Pa: (a) pressão na linha de centro, (b) Campo de pressões e linhas de corrente no trecho da garganta.

3.2.2. Fluidos “Power Law”

Raio Equivalente Ajustado

A vazão Q para escoamentos de fluido “power law” (pseudo-plástico) em duto de seção circular constante, de acordo com os estudos de Balhoff e Thompson (Balhoff e Thompson, 2006), é dado pela eq.(3-8).

$$Q = \frac{\pi R^{3+\frac{1}{n}}}{\left(3+\frac{1}{n}\right)(2m)^{\frac{1}{n}}} \left(\frac{\Delta P}{L}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (3-8)$$

onde R é o raio do duto, ΔP é a diferença de pressão, m é o índice de consistência e n é o expoente do modelo Power law.

Para o escoamento de fluido “power law” (pseudo-plástico) em tubo capilar de seção circular com geometria convergente/divergente adotou-se a formulação apresentada em eq.(3-9).

$$Q = \frac{\pi R_{eq\ aj}^{3+\frac{1}{n}}}{\left(3+\frac{1}{n}\right)(2m)^{\frac{1}{n}}} \left(\frac{\Delta P'}{L}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (3-9)$$

onde $R_{eq\ aj}$ é definido como o raio equivalente ajustado a um duto de seção circular com raio constante.

A partir da eq.(3-9), o raio equivalente ajustado pode ser isolado na expressão, de tal forma que ele seja definido em função das características do fluido (m e n) e das informações do escoamento (L , $\Delta P'$ e Q), conforme a eq.(3-10).

$$R_{eq\ aj} = \left(\frac{2Q}{\pi} \left(3+\frac{1}{n}\right)\right)^{\frac{1}{3+\frac{1}{n}}} \cdot \left(\frac{mL}{\Delta P'}\right)^{\frac{1}{3n+1}} \quad (3-10)$$

As tabelas 3.8, 3.9 e 3.10 apresentam resultados para os escoamentos de fluido “power law” com expoente $n=0,8$ nas geometrias 1 ($r_0=0,1\text{mm}$), 5 ($r_0=0,5\text{mm}$) e 8 ($r_0=0,8\text{mm}$), respectivamente. São apresentados os raios

equivalentes ajustados ($R_{eq\ aj}$), a partir dos dados impostos e resultados numéricos dos escoamentos. Recaptulando, na simulação com código CFD são dados de entrada a diferenças de pressão (ΔP) entre a entrada e a saída da geometria. A diferença de pressão na linha de simetria do canal entre a entrada e na saída da garganta ($\Delta P'$) foi calculada pelo “software”, assim como a vazão (Q). Posteriormente os adimensionais (Re e ΔP^*) e o $R_{eq\ aj}$ foram calculados com os dados obtidos. Assim como esperado, o valor do $R_{eq\ aj}$ foi muito próximo para todos os ΔP 's. Essa é a solução completa que servirá de referência na comparação com a solução simplificada pela teoria de lubrificação.

Investigou-se como essa formulação de raio equivalente iria se comportar para casos de fluido “power law” com características mais distantes do fluido newtoniano. A tabela 3.11 apresenta os resultados de simulações de fluido com expoente “power law” 0,7.

Como esperado, o raio equivalente calculado para o fluido de $n = 0,7$ é menor que para o fluido com $n = 0,8$. Isso se justifica porque quanto menor o valor de n , mais pseudo-plástico será o fluido “power law”, ou seja, menor será a resistência do fluido para uma mesma diferença de pressão. Dessa forma o raio constante equivalente ao escoamento em capilar com garganta será menor.

Raio Equivalente Analítico

Para o escoamento de fluido “power law” em tubo capilar de seção circular com geometria convergente/divergente adotou-se agora a vazão obtida através de raio equivalente analítico, Q^* , conforme eq.(3-11).

$$Q^* = \frac{\pi R_{eq\ an}^{3+\frac{1}{n}}}{\left(3 + \frac{1}{n}\right)(2m)^{\frac{1}{n}}} \left(\frac{\Delta P}{L}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (3-11)$$

Onde $R_{eq\ an}$ é definido como o raio equivalente analítico a um duto de seção circular com raio constante.

O raio equivalente analítico, para fluidos “power law”, não é mais obtido apenas em função da geometria da garganta como no caso newtoniano. Agora os parâmetros reológicos irão interferir no cálculo desse raio, conforme indica a eq.(3-12).

$$Q = \frac{\pi R^\alpha}{8\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right)$$

$$\frac{8\mu Q}{\pi} \int_0^L \frac{dx}{R^\alpha} = \int_{P_1}^{P_2} dP = \Delta P \quad \Rightarrow \quad \int_0^L \frac{dx}{R^\alpha} = \frac{L}{R_{eq\ an}^\alpha}$$

$$R_{eq\ an} = \left\{ \frac{L}{\int_0^L \frac{1}{R(x)^\alpha} dx} \right\}^{\frac{1}{\alpha}} \quad (3-12)$$

onde

$$\alpha = 3n + 1 \quad (3-13)$$

Para ser calculado $R_{eq\ an}$ também foi necessário fazer uma integração numérica. Da mesma forma o programa CFD forneceu pares ordenados (r , x) dos pontos localizados no contorno da geometria, no trecho da garganta. Com esses dados foi possível calcular $R_{eq\ an}$ em processo semelhante ao utilizado para fluido newtoniano, conforme eq.(3-15)

$$\int_0^L \frac{1}{R(x)^\alpha} dx = \int_0^L f(x) dx \quad (3-14)$$

$$\int_0^L f(x) dx = \sum_{i=1}^{j-1} \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2} \Delta x \quad (3-15)$$

Com a intenção de comparar os dois raios equivalentes, $R_{eq\ aj}$ e $R_{eq\ an}$ são novamente apresentadas as tabelas de 3.8 a 3.11. para poder avaliar o erro em função da geometria da garganta foram realizadas simulações para geometrias com diferentes r_o e ΔP .

Tabela 3.8 – Comparação de $R_{eq\ aj}$ e $R_{eq\ an}$ – fluido “power law” ($m=1.000$ Pa.s, $n=0,8$ e $\rho=1.000$ kg/m³) na geometria 1 ($r_o=0,1$ mm).

$\Delta P'$ (Pa)	Q (mm ³ /s)	Re	ΔP^*	(2D)	(Lub.)	Erro
				$R_{eq\ aj}$ (mm)	$R_{eq\ an}$ (mm)	
2,96E+00	4,10E-08	2,05E-13	5,85E+02	0,157		8,3%
2,97E+01	7,20E-07	3,60E-12	3,34E+02	0,156		8,7%
2,96E+02	1,17E-05	5,86E-11	2,05E+02	0,153		10,9%
2,95E+03	1,95E-04	9,76E-10	1,22E+02	0,151	0,170	12,5%
1,46E+04	1,64E-03	8,21E-09	7,21E+01	0,156		9,1%
2,96E+04	4,08E-03	2,04E-08	5,88E+01	0,157		8,5%
1,46E+05	3,03E-02	1,52E-07	3,90E+01	0,157		8,2%
2,97E+05	7,24E-02	3,62E-07	3,31E+01	0,157		8,6%
Média				0,155		9,4%

Tabela 3.9 – Comparação de $R_{eq\ aj}$ e $R_{eq\ an}$ – fluido “power law” ($m=1.000$ Pa.s, $n=0,8$ e $\rho=1.000$ kg/m³) na geometria 5 ($r_o=0,5$ mm).

$\Delta P'$ (Pa)	Q (mm ³ /s)	Re	ΔP^*	(2D)	(Lub.)	Erro
				$R_{eq\ aj}$ (mm)	$R_{eq\ an}$ (mm)	
1,09E+00	4,59E-06	4,59E-12	6,54E+02	0,639		1,9%
1,49E+01	8,55E-05	8,55E-11	3,51E+02	0,589		10,5%
1,88E+02	1,93E-03	1,93E-09	1,56E+02	0,582		11,9%
7,61E+03	2,01E-01	2,01E-07	7,45E+01	0,585	0,651	11,3%
1,53E+04	4,81E-01	4,81E-07	6,23E+01	0,584		11,4%
7,67E+04	3,60E+00	3,60E-06	4,17E+01	0,584		11,4%
1,53E+05	8,56E+00	8,56E-06	3,51E+01	0,585		11,4%
1,53E+06	1,52E+02	1,52E-04	1,97E+01	0,585		11,4%
Média				0,592		10,1%

Tabela 3.10 – Comparação de $R_{eq\ aj}$ e $R_{eq\ an}$ – fluido “power law” ($m=1.000$ Pa.s, $n=0,8$ e $\rho=1.000$ kg/m³) na geometria 8 ($r_o=0,8$ mm).

$\Delta P'$ (Pa)	Q (mm ³ /s)	Re	ΔP^*	(2D)	(Lub.)	Erro
				$R_{eq\ aj}$ (mm)	$R_{eq\ an}$ (mm)	
7,01E+00	1,54E-04	9,65E-11	7,96E+02	0,845		4,9%
7,20E+01	2,75E-03	1,72E-09	4,47E+02	0,839		5,7%
2,67E+02	1,63E-02	1,02E-08	3,14E+02	0,867		2,3%
6,93E+02	4,88E-02	3,05E-08	2,52E+02	0,848	0,887	4,6%
3,72E+03	3,65E-01	2,28E-07	1,68E+02	0,831		6,7%
7,13E+03	8,68E-01	5,42E-07	1,42E+02	0,841		5,4%
3,54E+04	6,48E+00	4,05E-06	9,47E+01	0,842		5,3%
7,08E+04	1,54E+01	9,64E-06	7,97E+01	0,842		5,3%
Média				0,845		5,0%

Tabela 3.11 – Comparação de $R_{eq\ aj}$ e $R_{eq\ an}$ – fluido “power law” ($m=1.000$ Pa.s, $n=0,7$ e $\rho=1.000$ kg/m³) na geometria 5 ($r_o=0,5$ mm)

$\Delta P'$ (Pa)	Q (mm ³ /s)	Re	ΔP^*	(2D)	(Lub.)	Erro
				$R_{eq\ aj}$ (mm)	$R_{eq\ an}$ (mm)	
1,00E+03	1,23E-02	1,23E-08	1,88E+02	0,584		6,9%
6,90E+03	1,78E-01	1,78E-07	8,40E+01	0,574		8,7%
1,41E+04	4,82E-01	4,82E-07	6,23E+01	0,570	0,624	9,6%
7,30E+04	4,80E+00	4,80E-06	3,12E+01	0,564		10,7%
1,46E+05	1,30E+01	1,30E-05	2,31E+01	0,565		10,6%
Média				0,571		9,3%

Os raios constantes equivalentes a capilares com gargantas, obtidos com a solução completa do escoamento ($R_{eq\ aj}$), também podem ser aproximados pela solução de raios equivalentes obtidos com auxílio da teoria de lubrificação ($R_{eq\ an}$), embora com erro maior. Foram ensaiadas diversas diferenças de pressão para cada geometria, e os erros observados tiveram pequena variação na maioria dos casos.

A tabela 3.8 trás uma comparação do $R_{eq\ aj}$ e $R_{eq\ an}$ para a geometria 1, com fluido “power law” com $m=1.000$ Pa.s, $n=0,8$ e $\rho=1.000$ kg/m³, apresentando um erro médio de 9,4%. A fig. (3.18) apresenta o campo de pressões para 3

diferenças de pressão apresentadas. Novamente pode ser feita avaliação das isobáricas, dessa vez ligeiramente menos verticais que no caso newtoniano, ocasionando erro maior que anteriormente.

A tabela 3.9 apresenta a mesma comparação para a geometria 5 e o mesmo fluido, sendo apresentado o maior erro médio, que foi 10,1%. Nos resultados dos fluidos newtonianos as geometrias intermediárias também apresentaram a pior aproximação entre os raios equivalentes calculados de forma completa através da solução do CDF ($R_{eq\ aj}$) e os raios equivalentes onde foi empregada a teoria da lubrificação ($R_{eq\ an}$). A observação da fig. (3.19) constata que as isobáricas fogem muito da vertical.

A tabela 3.10, ainda apresenta resultados do mesmo fluido “power law”, só que em escoamento através da geometria 8. Seguindo a mesma tendência observada para fluidos newtonianos, foram alcançados os menores erros médios se comparados às geometrias anteriores, da ordem de 5,0%. A fig. (3.20) apresenta novamente linhas isobáricas bem próximas da vertical.

Os resultados comparativos da tabela 3.11 referem-se à fluido “power law” com $m=1.000$ Pa.s, $n=0,7$ e $\rho=1.000$ kg/m³ novamente na geometria 5. O erro médio observado foi de 9,3%. A fig. (3.21) apresenta as isobáricas ligeiramente mais na vertical que no caso onde o fluido possui $n=0,8$, embora com contorno diferente.

Assim como nas simulações com fluidos newtonianos, os números de Reynolds atingidos nas simulações com fluido “power law” foram muito baixos e não foram observados vórtices de recirculação.

Por fim as figuras fig. (3.22), fig. (3.23) e fig. (3.24) apresentam os resultados da queda de pressão na linha de centro do escoamento. Desta vez cada uma das figuras apresenta os resultados das geometrias 1, 5 e 8 para um mesmo ΔP . O comportamento foi qualitativamente idêntico para os três ΔP s apresentados, confirmando que apenas no caso da geometria 8 a perda de carga na garganta não é relevante, se comparada à perda de carga distribuída nos trechos de entrada e saída do capilar.

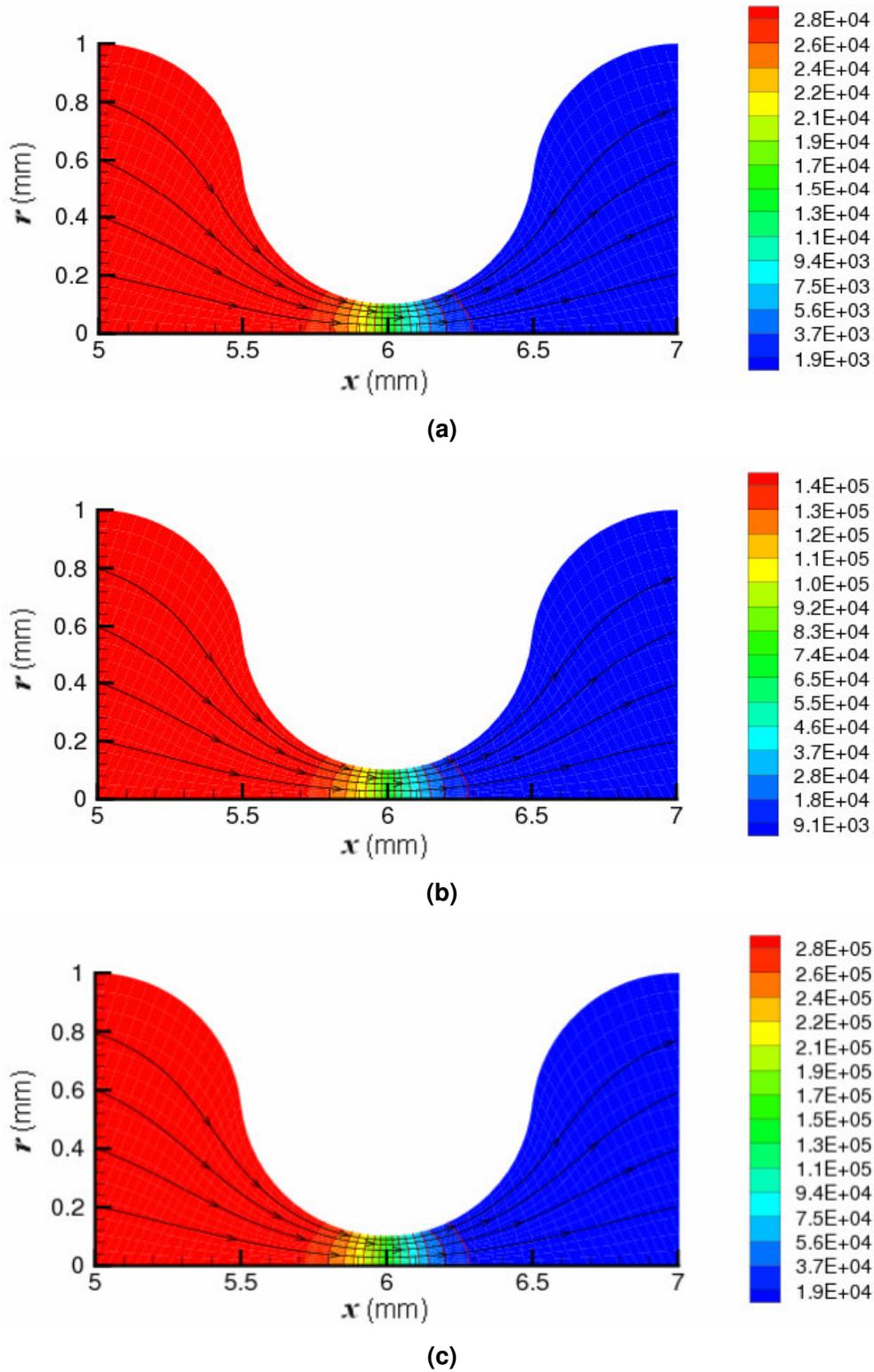
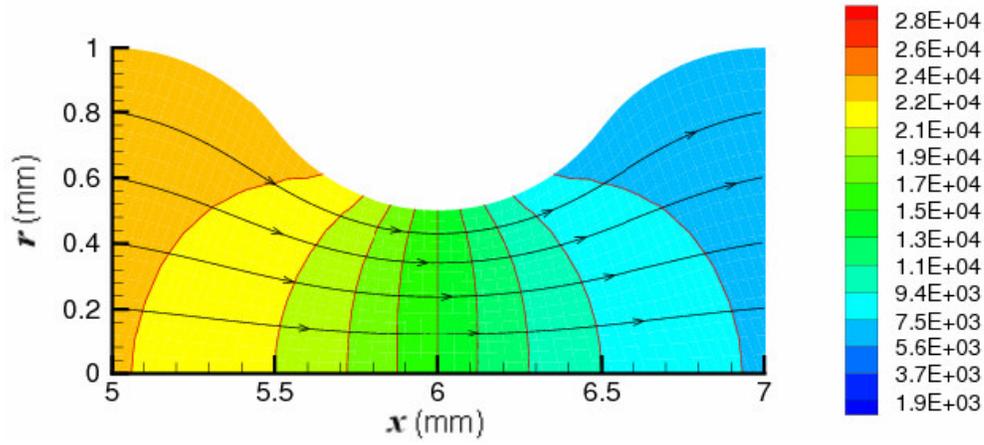
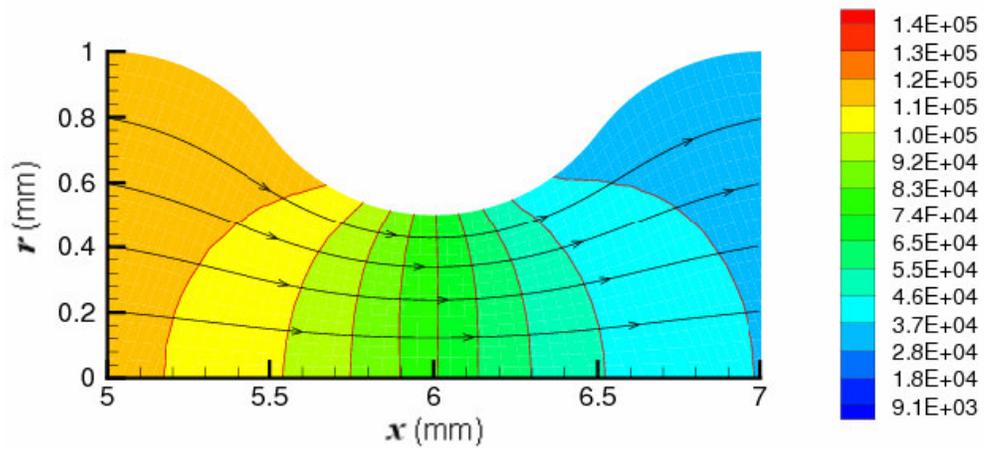


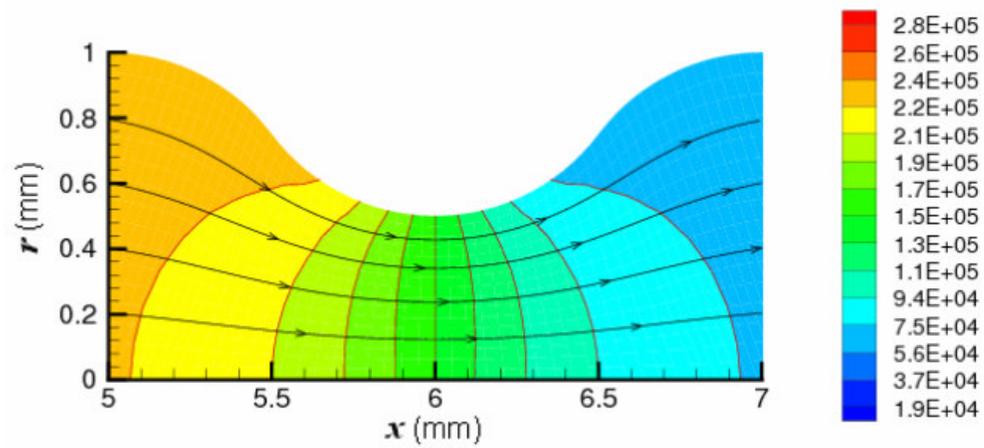
Figura 3.18 – Campo de pressões na geometria 1 ($r_o=0,1\text{mm}$) e linhas de corrente em escoamento do fluido de “power law” ($m=1.000\text{ Pa}\cdot\text{s}$, $n=0,8$ e $\rho=1.000\text{ kg/m}^3$): (a) $\Delta P=3,0 \times 10^4\text{ Pa}$, (b) $\Delta P=1,5 \times 10^5\text{ Pa}$, (c) $\Delta P=3,0 \times 10^5\text{ Pa}$.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.19 – Campo de pressões na geometria 5 ($r_o=0,5\text{mm}$) e linhas de corrente em escoamento do fluido de “power law” ($m=1.000$ Pa.s, $n=0,8$ e $\rho=1.000$ kg/m³): (a) $\Delta P=3,0 \times 10^4$ Pa, (b) $\Delta P=1,5 \times 10^5$ Pa, (c) $\Delta P=3,0 \times 10^5$ Pa.

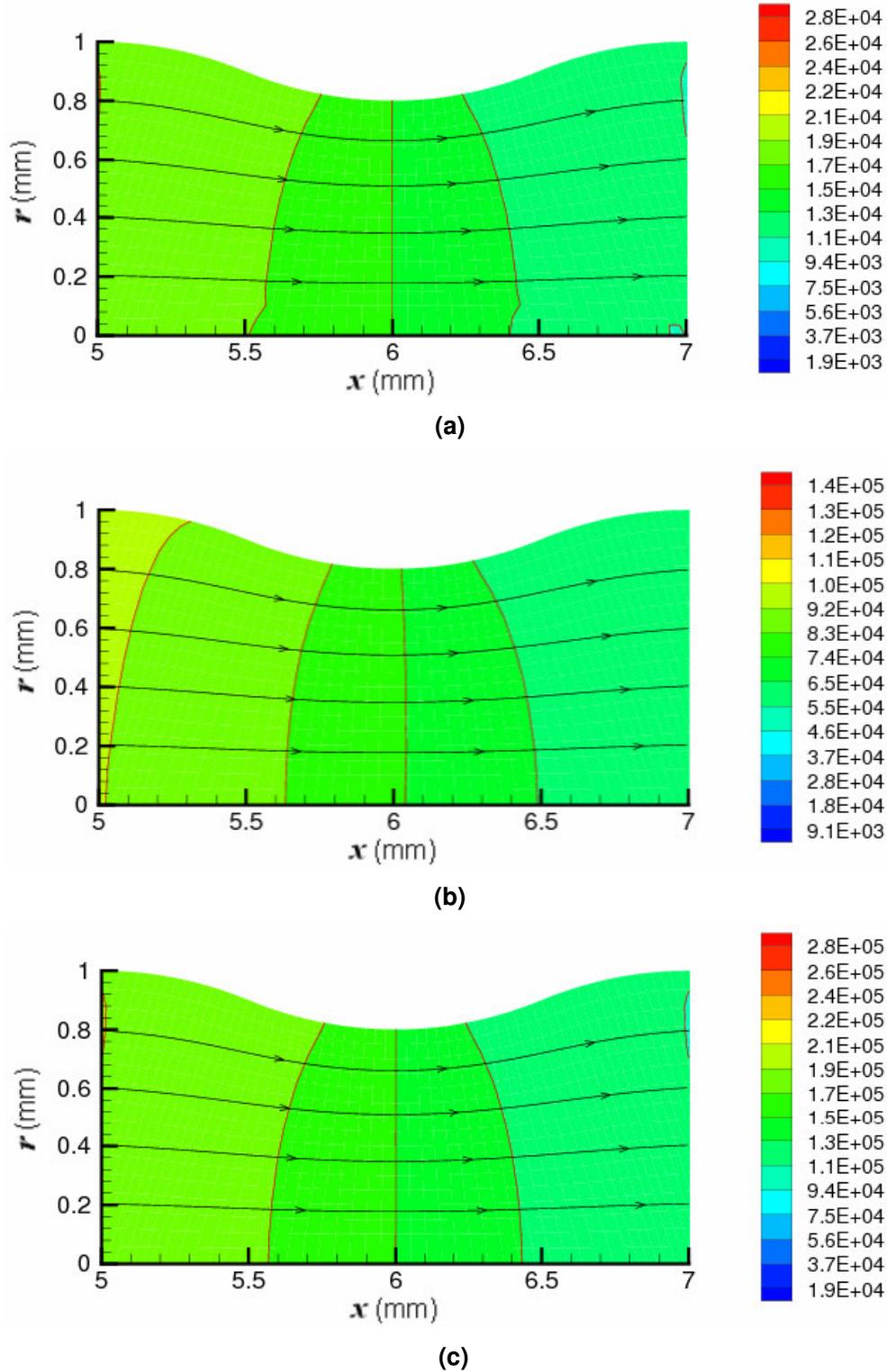


Figura 3.20 – Campo de pressões na geometria 8 ($r_o=0,8\text{mm}$) e linhas de corrente em escoamento do fluido de “power law” ($m=1.000\text{ Pa}\cdot\text{s}$, $n=0,8$ e $\rho=1.000\text{ kg/m}^3$): (a) $\Delta P=3,0 \times 10^4\text{ Pa}$, (b) $\Delta P=1,5 \times 10^5\text{ Pa}$, (c) $\Delta P=3,0 \times 10^5\text{ Pa}$.

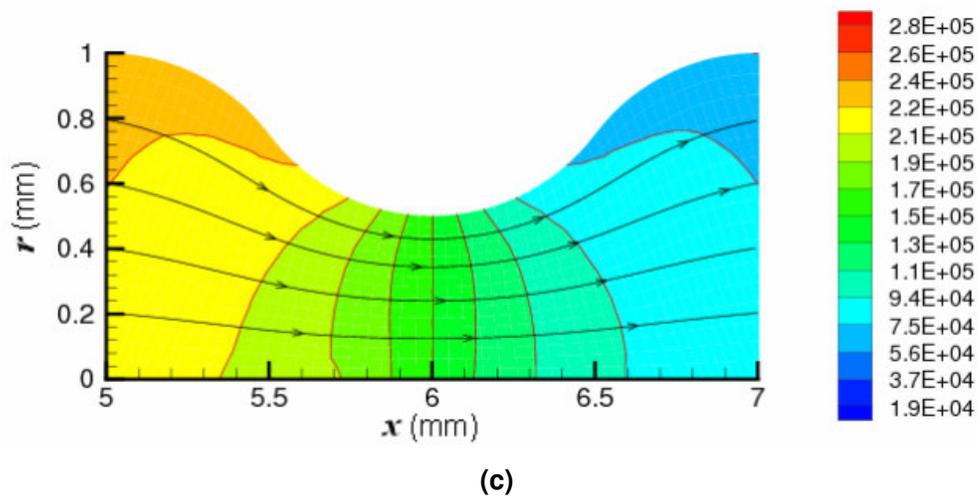
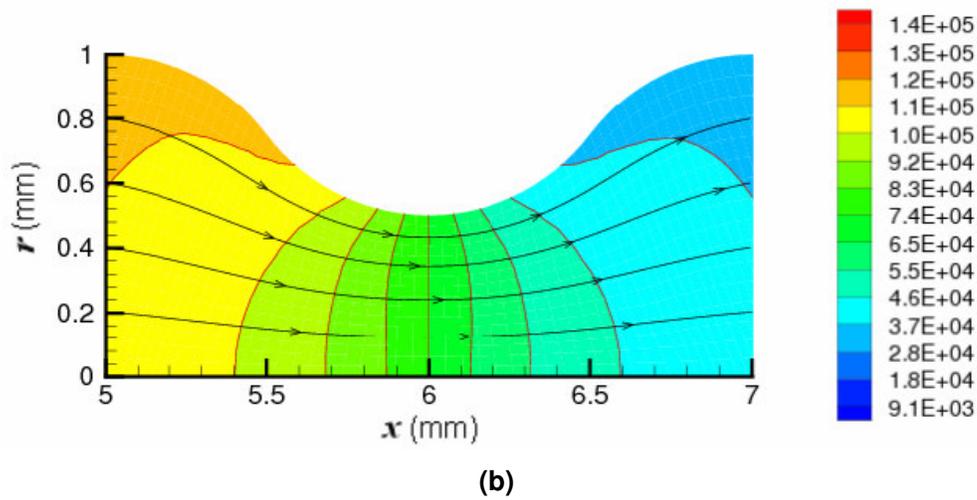
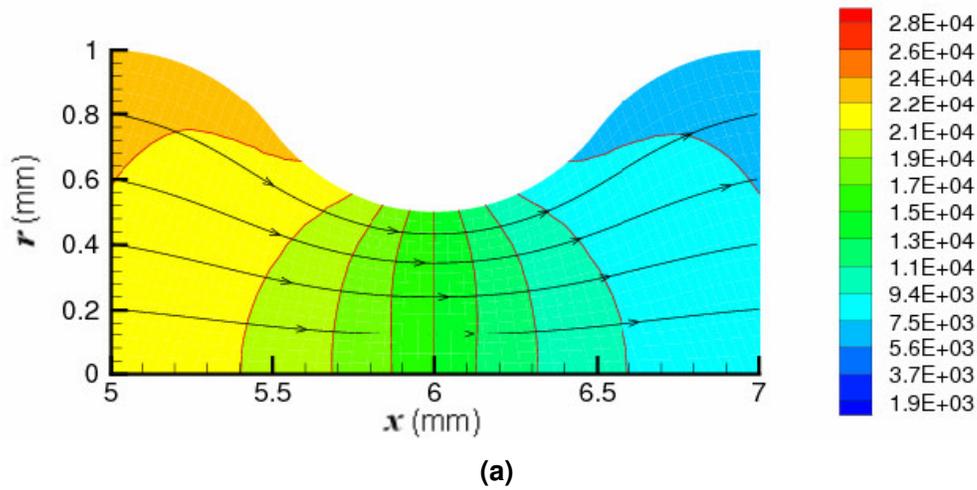


Figura 3.21 – Campo de pressões na geometria 5 ($r_o=0,5\text{mm}$) e linhas de corrente em escoamento do fluido de “power law” ($m=1.000\text{ Pa}\cdot\text{s}$, $n=0,7$ e $\rho=1.000\text{ kg/m}^3$): (a) $\Delta P=3,0 \times 10^4\text{ Pa}$, (b) $\Delta P=1,5 \times 10^5\text{ Pa}$, (c) $\Delta P=3,0 \times 10^5\text{ Pa}$.

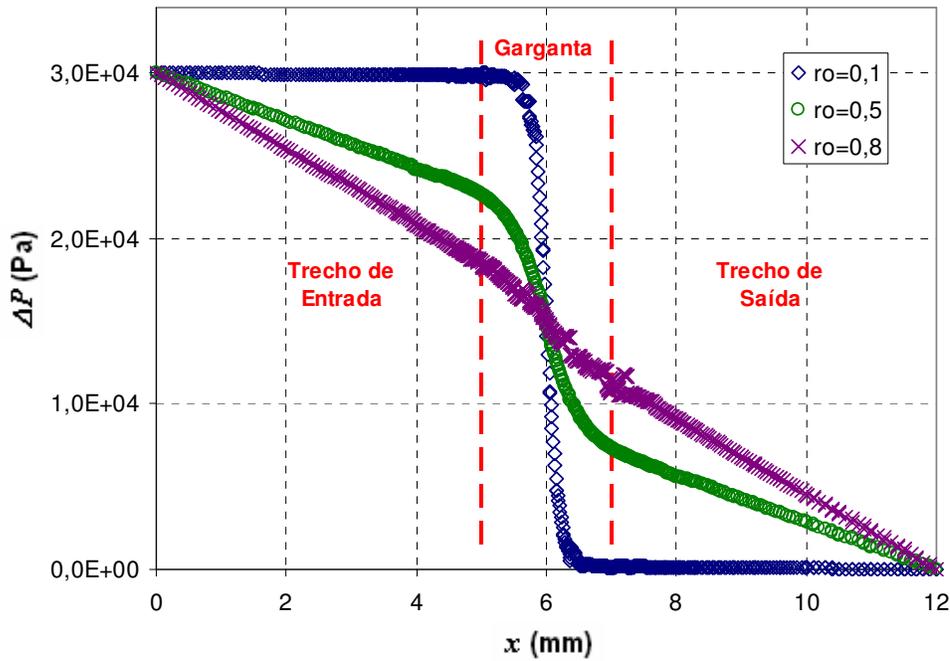


Figura 3.22 – Pressão na linha de simetria em escoamentos de fluido de “power law” ($m=1.000 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; $n=0,8$; e $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$) com $\Delta P=3,0 \times 10^4$, nas geometrias 1, 5 e 8.

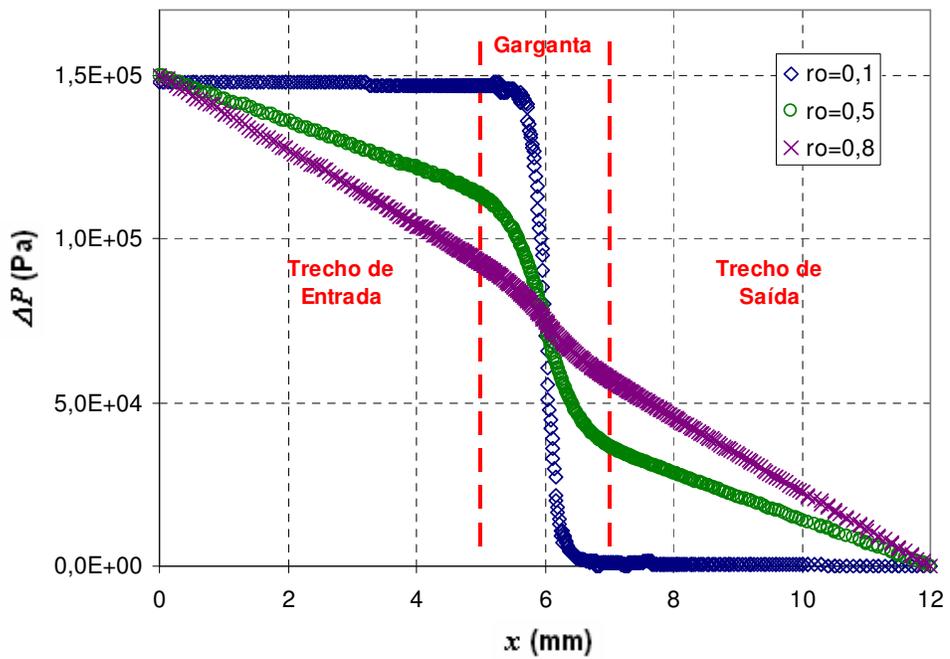


Figura 3.23 – Pressão na linha de simetria em escoamentos de fluido de “power law” ($m=1.000 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; $n=0,8$; e $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$) com $\Delta P=1,5 \times 10^5$, nas geometrias 1, 5 e 8.

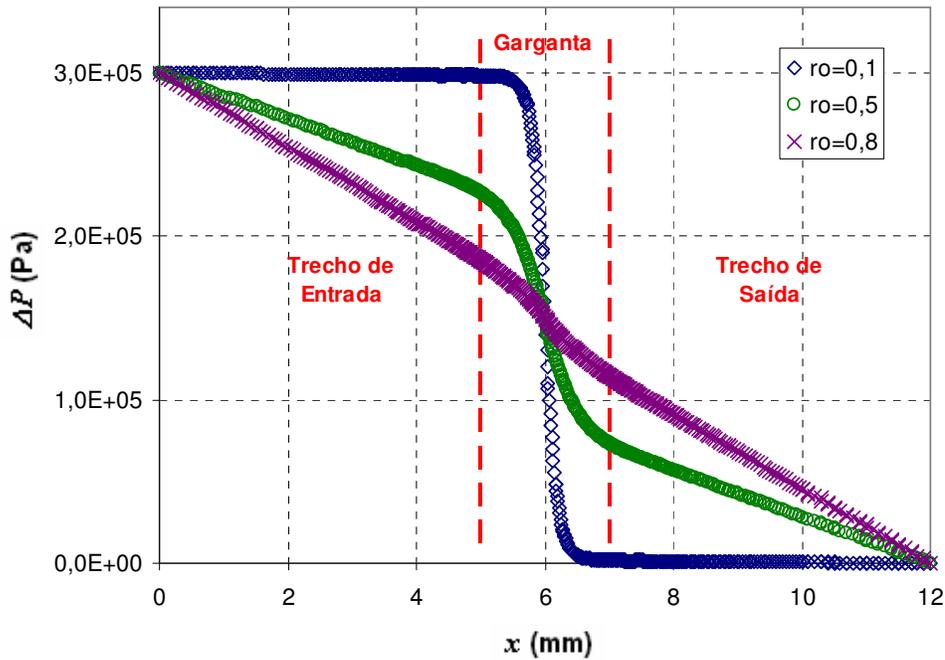


Figura 3.24 – Pressão na linha de simetria em escoamentos de fluido de “power law” ($m=1.000 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; $n=0,8$; e $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$) com $\Delta P=3,0 \times 10^5$, nas geometrias 1, 5 e 8.

3.3. Escoamento de Fluido Carreau-Yasuda

Nesta última seção deste Capítulo, serão apresentados alguns resultados de escoamentos de fluidos de Carreau-Yasuda em capilares convergentes/divergentes. Embora sejam resultados já conhecidos na literatura, trata-se de simulações realizadas durante o período de elaboração desse trabalho, tendo sido importante para consolidar o conhecimento, além de servir de base para trabalhos futuros.

A fig. (3.25) apresenta a variação do expoente adimensional n no escoamento de fluido de Carreau-Yasuda através da geometria 1 (construção mais acentuada). Na fig. (3.26) e na fig. (3.27) são apresentados resultados semelhantes para escoamentos nas geometrias 5 e 8, respectivamente. É possível observar que o expoente n indica o grau de desvio do comportamento newtoniano, conforme previsto. Para os diferentes valores de n , o escoamento passa a se comportar como o de fluido não newtoniano no mesmo ponto, que é

definido pela região onde a taxa de cisalhamento assume valor de $1/\lambda$. As simulações foram realizadas até o limite de ΔP que foi possível fazer com que os resultados numéricos convergissem.

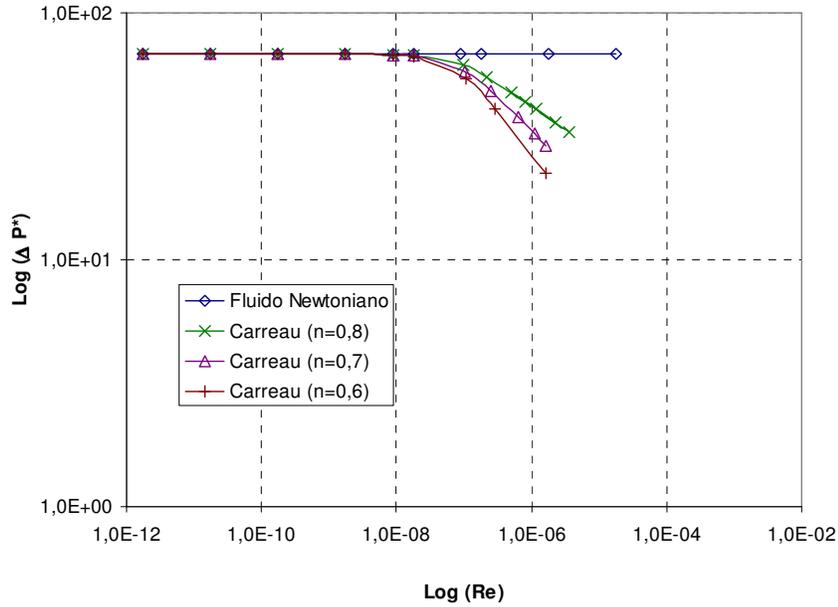


Figura 3.25 – Fluido de Carreau-Yasuda variando do expoente n ($\eta_0=1.000$ Pa; $\eta_\infty=1$ Pa; $\lambda=0,1$ e $\rho=1.000\text{kg/m}^3$), através da geometria 1 ($r_0=0,1$ mm)

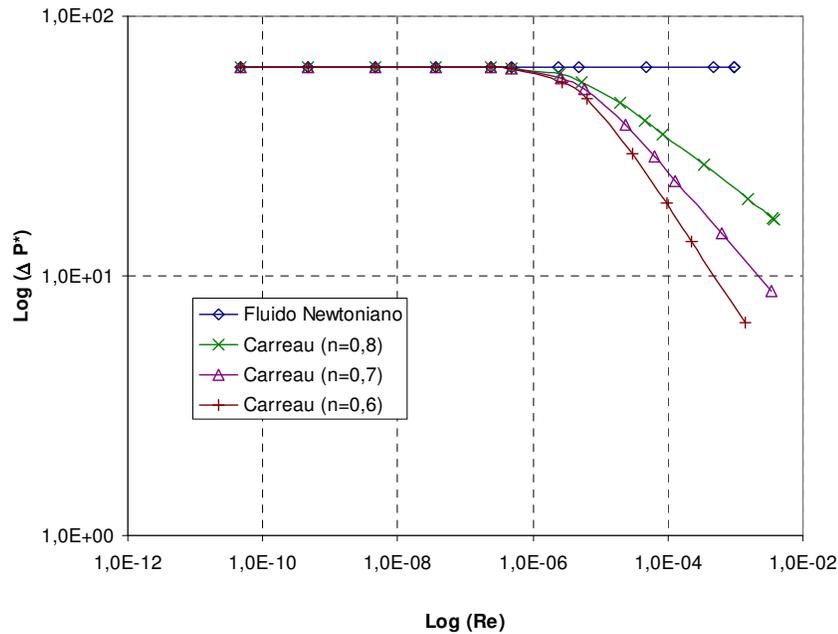


Figura 3.26 – Fluido de Carreau-Yasuda variando do expoente n ($\eta_0=1.000$ Pa; $\eta_\infty=1$ Pa; $\lambda=0,1$ e $\rho=1.000\text{kg/m}^3$), através da geometria 5 ($r_0=0,5$ mm)

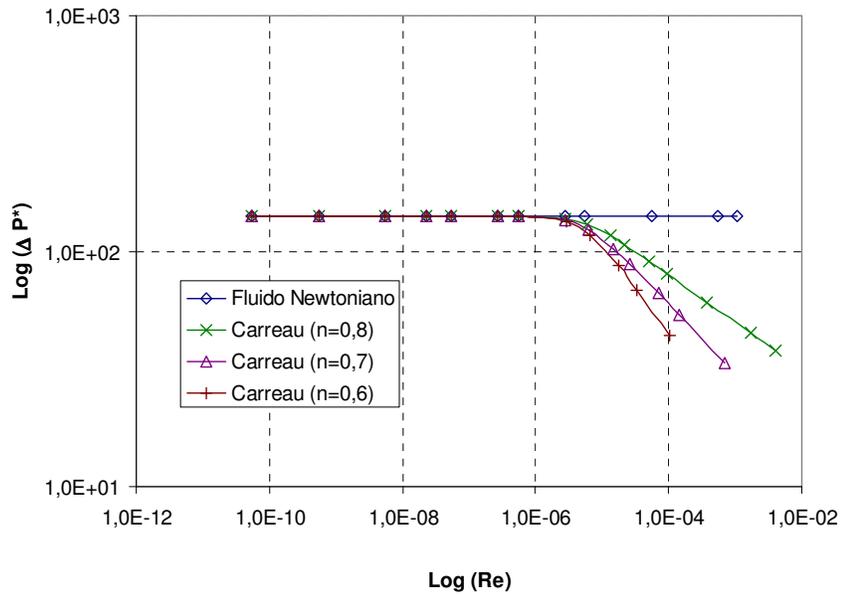


Figura 3.27 – Fluido de Carreau-Yasuda variando do expoente n ($\eta_0=1.000$ Pa; $\eta_\infty=1$ Pa; $\lambda=0,1$ e $\rho=1.000\text{kg/m}^3$), através da geometria 8 ($r_o=0,8$ mm)

Os próximos gráficos, que são apresentados de fig. (3.28) a fig. (2.30), mostram a variação do tempo de relaxação λ em escoamentos de fluidos de Carreau-Yasuda nas geometrias 1, 5 e 8. Observa-se que o grau de desvio do comportamento newtoniano permanece constante, já que as linhas apresentam mesma inclinação. Esse fato se deve ao expoente n ter sido fixado. Mas como λ variou, o ponto onde o escoamento passa a ter comportamento não-newtoniano também variou.

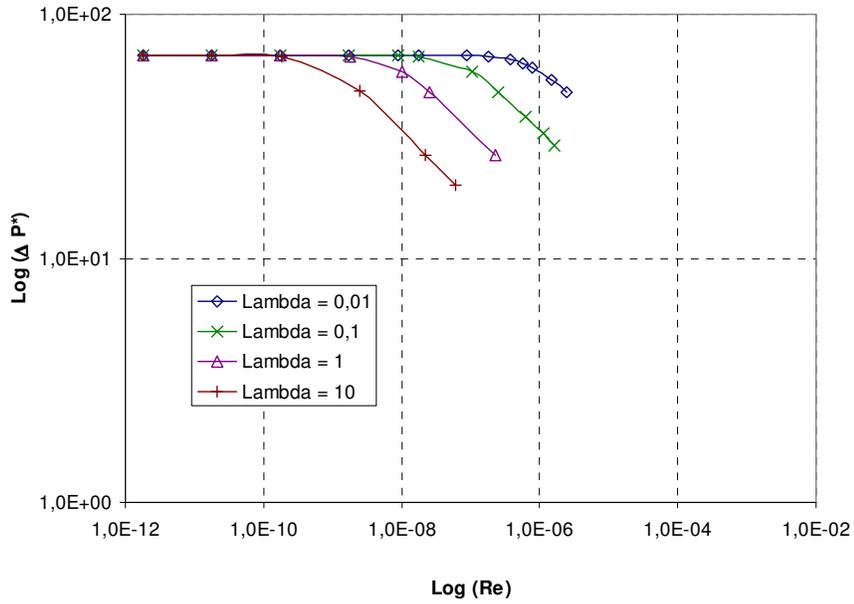


Figura 3.28 – Fluido de Carreau-Yasuda variando o tempo de relaxação λ ($\eta_0=1.000$ Pa; $\eta_\infty=1$ Pa; $n=0,7$ e $\rho=1.000\text{kg/m}^3$), através da geometria 1 ($r_0=0,1$ mm)

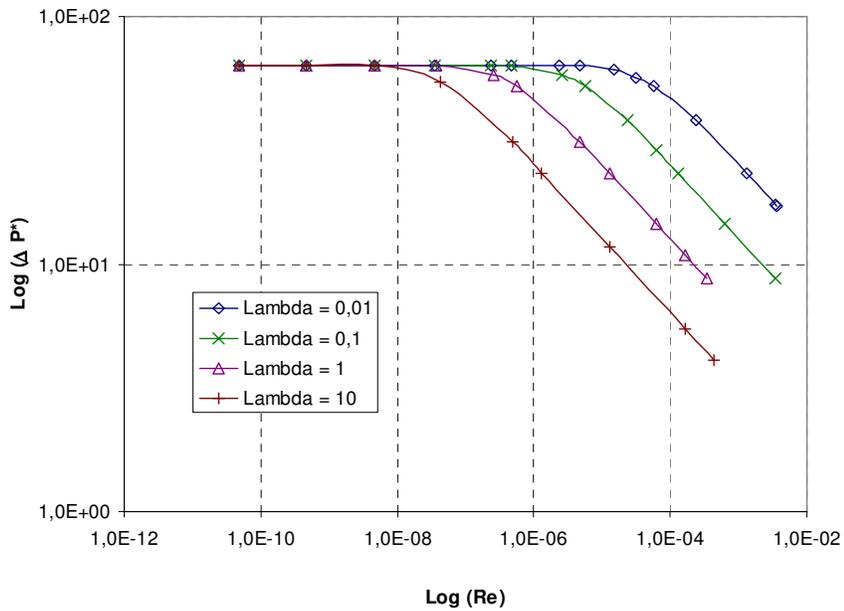


Figura 3.29 – Fluido de Carreau-Yasuda variando o tempo de relaxação λ ($\eta_0=1.000$ Pa; $\eta_\infty=1$ Pa; $n=0,7$ e $\rho=1.000\text{kg/m}^3$), através da geometria 3 ($r_0=0,5$ mm.)

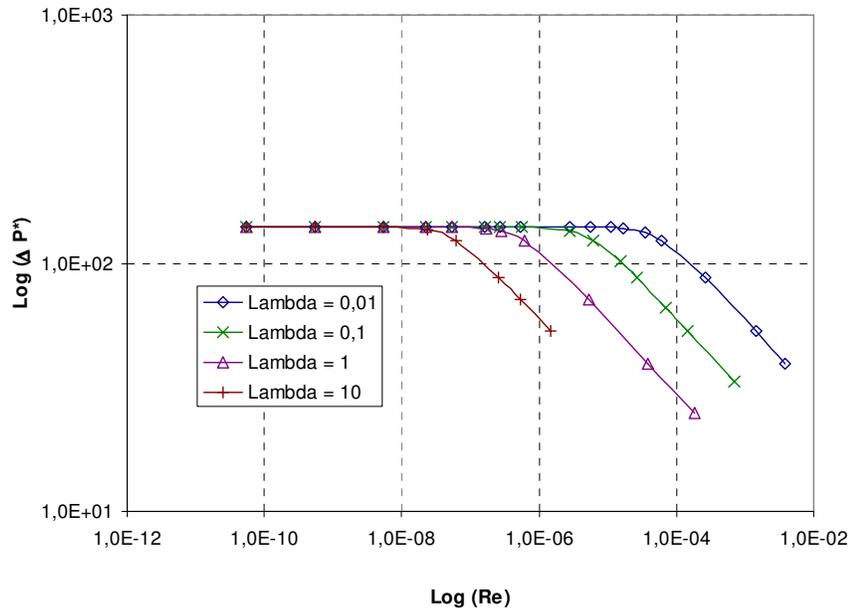


Figura 3.30 – Fluido de Carreau-Yasuda variando o tempo de relaxação λ ($\eta_0=1.000$ Pa; $\eta_\infty=1$ Pa; $n=0,7$ e $\rho=1.000\text{kg/m}^3$), através da geometria 4 ($r_o=0,8$ mm.)