

7

References

- [1] Meggiolaro, M., Jaffe, P.C.L., Dubowsky, S., “Achieving Fine Absolute Positioning Accuracy in Large Powerful Manipulators”, Anais do International Conference on Robotics and Automation (ICRA '99), IEEE, Detroit, Michigan, USA, pp.2819-2824, 1999a.
- [2] Meggiolaro, M., Dubowsky, S., “An Analytical Method to Eliminate the Redundant Parameters in Robot Calibration”, Anais do International Conference on Robotics and Automation (ICRA '2000), IEEE, San Francisco, CA, USA, pp. 3609-3615, 2000a.
- [3] David G. Lowe, "Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints", The International Journal of Computer Vision, 2004.
- [4] Denavit. J.; R. S. Hartenberg., “A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices”, ASME J. Applied Mechanics. pp.215-221. 1955.
- [5] Asada. H. and Slotine, "Robot Analysis and Control", Wiley. New York. 1986.
- [6] Meggiolaro. M.,”Achieving Fine Absolute Positioning Accuracy in Large Powerful Manipulators”, PhD thesis. Department of Mechanical Engineering. Massachusetts Institute of Technology. Massachusetts. 2000a
- [7] Zhuang. H.. Motaghedi. S.H.. Roth. Z.S.. “Robot Calibration with Planar Constraints”. *Proc. IEEE International Conference of Robotics and Automation*. Detroit. Michigan. pp.805-810. 1999.

- [8] Marques G.C., “Calibração Remota de Sistemas Robóticos Utilizando Sensores Internos e Externos”, *UFRJ* 2005.
- [9] Hollerbach. J.M.. Wampler. C.W., “The Calibration Index and Taxonomy for Robot Kinematic Calibration Methods”, *International Journal of Robotics Research*. Vol. 15. No. 6. pp. 573-591. 1996.
- [10] Pieper. D.L.. “The kinematics of manipulators under computer control”, Stanford Artificial Intelligence Laboratory. Stanford University. AIM 72. 1968.
- [11] Bernard R. , “Robot Calibration” , Kluwer 1993.
- [12] Leica laser tracker manual, 2006.
- [13] A.B. Forbes., “Least-square best-fit geometric elements NPL Report DITC 140/89”
- [14] Feitosa R.Q., “Lecture slides”, Puc-Rio, 2006
- [15] Forsyth. D. A.; Ponce J., “Computer Vision. a Modern Approach”, ed. Prentice Hall. 2003
- [16] “A Flexible New Technique for Camera Calibration”, Zhengyou Zhang, March 1999,
- [17] Heikkilä J., Silvén O., “A Four-step Camera Calibration Procedure with Implicit Image Correction”, In Proceedings of Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), page 1106, Washington, DC, USA, 1997. IEEE Computer Society.
- [18] David G. Lowe, "Object Recognition from Local Scale-Invariant Features", 1999.

- [19] Fischler M. A.; Bolles R. C., “Random Sample Consensus; A paradigm for Model Fitting with Applications to Image Analysis and Automated Cartography”. Comm. Of the ACM. Vol 24. pp. 381-395. 1981
- [20] Ballard, D. R, "Generalizing the Hough Transform to Detect. Arbitrary Shapes”, Pattern Recognition, Vol. 13, No. 2, 1981,. pp. 111-122.
- [21] Chaudhuri, S. Chatterjee, S, “On analyzing the performance of least squares methods in motion estimation” , University of California. 1989
- [22] Zhuang. Hanqi; Roth. S. Zvi, “Camera-Aided Robot Calibration”. ed. CRC Press. Inc. 1996
- [23] TA-40 manual, Petrobras.
- [24] Pinto M.A.G.,” Posingamento e Calibração de um Manipulador Robotico Submarino com Uso de Visão Computacional”, Puc-Rio, 2006
- [25] K. Mikolajczyk, T. Tuytelaars, C. Schmid, A. Zisserman, J. Matas, F. Schaffalitzky, T. Kadir and L. Van Gool, A comparison of affine region detectors. In International Journal of Computer Vision 65(1/2):43-72, 2005

Appendix A

In this appendix, the functions related to the kinematics of the TA-40 are given from the Denavit Hartenberg parameters. The angles of the joints are θ_1 , θ_2 , θ_3 , θ_4 , θ_5 and θ_6 . The robot is shown in Figure A.1

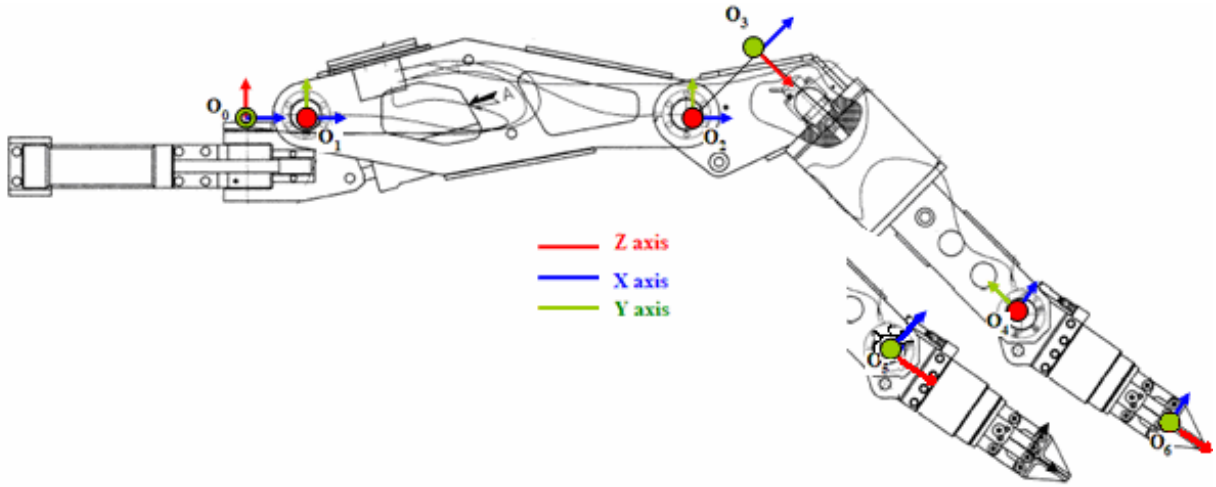


Figure A.1 – Coordinate systems of the TA-40.

In this appendix the following abbreviations are used:

$$\begin{aligned} c_1 &= \cos(\theta_1); \\ c_2 &= \cos(\theta_2); \\ c_3 &= \cos(\theta_3); \\ c_4 &= \cos(\theta_4); \\ c_5 &= \cos(\theta_5); \\ c_6 &= \cos(\theta_6); \\ s_1 &= \sin(\theta_1); \\ s_2 &= \sin(\theta_2); \\ s_3 &= \sin(\theta_3); \\ s_4 &= \sin(\theta_4); \\ s_5 &= \sin(\theta_5); \\ s_6 &= \sin(\theta_6); \end{aligned}$$

$$a_1=115; \quad a_2=753; \quad a_3=188; \quad d_4=747; \quad d_6=360;$$

End-Effector Position

$$X = d_6 \cdot ((c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 + s_1 \cdot s_4) \cdot s_5 + (c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_5 + d_4 \cdot (c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) + a_3 \cdot (c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) + a_2 \cdot c_1 \cdot c_2 + a_1 \cdot c_1$$

$$Y = d_6 \cdot ((s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 - c_1 \cdot s_4) \cdot s_5 + (s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_5$$

$$\begin{aligned}
& + (s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot d_4 + s_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot s_3 + s_1 \cdot a_2 \cdot c_2 + a_1 \cdot s_1 \\
Z = & d_6 \cdot ((s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot s_5 + (s_2 \cdot s_3 - c_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \\
& + d_4 \cdot (s_2 \cdot s_3 - c_2 \cdot c_3) + a_3 \cdot (s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) + a_2 \cdot s_2
\end{aligned}$$

Jacobian matrix

$$\begin{aligned}
J_{(1,1)} &= (((-s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 + c_1 \cdot s_4) \cdot s_5 - (s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6 \\
&+ (-s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot d_4 - s_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot c_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot s_3 - s_1 \cdot a_2 \cdot c_2 - a_1 \cdot s_1; \\
J_{(1,2)} &= ((-c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_4 \cdot s_5 - (c_1 \cdot s_2 \cdot s_3 - c_1 \cdot c_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6 \\
&+ (c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot d_4 - c_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot c_3 - c_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot s_3 - c_1 \cdot a_2 \cdot s_2; \\
J_{(1,3)} &= ((-c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_4 \cdot s_5 - (c_1 \cdot s_2 \cdot s_3 - c_1 \cdot c_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6 \\
&+ (c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot d_4 - c_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot s_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot c_3; \\
J_{(1,4)} &= (- (c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot s_4 + s_1 \cdot c_4) \cdot s_5 \cdot d_6; \\
J_{(1,5)} &= (((c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 + s_1 \cdot s_4) \cdot c_5 + (-c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot s_5) \cdot d_6; \\
J_{(1,6)} &= 0; \\
J_{(2,1)} &= (((c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 + s_1 \cdot s_4) \cdot s_5 - (-c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6 \\
&+ (c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot d_4 + c_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot s_3 + c_1 \cdot a_2 \cdot c_2 + a_1 \cdot c_1; \\
J_{(2,2)} &= ((-s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_4 \cdot s_5 - (-s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_5) \cdot d_6 \\
&+ (s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot d_4 - s_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot c_3 - s_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot s_3 - s_1 \cdot a_2 \cdot s_2; \\
J_{(2,3)} &= ((-s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_4 \cdot s_5 - (-s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_5) \cdot d_6 \\
&+ (s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot d_4 - s_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot s_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot c_3; \\
J_{(2,4)} &= (- (s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot s_4 - c_1 \cdot c_4) \cdot s_5 \cdot d_6; \\
J_{(2,5)} &= (((s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 - c_1 \cdot s_4) \cdot c_5 + (-s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot s_5) \cdot d_6; \\
J_{(2,6)} &= 0; \\
J_{(3,1)} &= 0; \\
J_{(3,2)} &= ((-s_2 \cdot s_3 + c_2 \cdot c_3) \cdot c_4 \cdot s_5 - (-c_2 \cdot s_3 - s_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6 \\
&+ (s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot d_4 + c_2 \cdot a_3 \cdot c_3 - s_2 \cdot a_3 \cdot s_3 + a_2 \cdot c_2; \\
J_{(3,3)} &= ((-s_2 \cdot s_3 + c_2 \cdot c_3) \cdot c_4 \cdot s_5 - (-c_2 \cdot s_3 - s_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6 \\
&+ (s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot d_4 - s_2 \cdot a_3 \cdot s_3 + c_2 \cdot a_3 \cdot c_3; \\
J_{(3,4)} &= -(s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot s_4 \cdot s_5 \cdot d_6; \\
J_{(3,5)} &= ((s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot c_5 + (-s_2 \cdot s_3 + c_2 \cdot c_3) \cdot s_5) \cdot d_6; \\
J_{(3,6)} &= 0;
\end{aligned}$$

Identification Jacobian Matrix

This matrix has three lines and forty two columns.

$$\begin{aligned}
J_{(1,1)} &= 1; \\
J_{(2,1)} &= 0; \\
J_{(3,1)} &= 0;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_{(1,2)} &= 0; \\
J_{(2,2)} &= 1; \\
J_{(3,2)} &= 0;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_{(1,3)} &= 0; \\
J_{(2,3)} &= 0; \\
J_{(3,3)} &= 1;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_{(1.4)} &= s_2 \cdot a_3 \cdot c_3 + a_2 \cdot s_2 + c_2 \cdot a_3 \cdot s_3 + (s_2 \cdot s_3 - c_2 \cdot c_3) \cdot d_4 \\
&\quad + ((s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot s_5 - (s_2 \cdot s_3 + c_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6; \\
J_{(2.4)} &= 0; \\
J_{(3.4)} &= c_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot s_3 - a_1 \cdot c_1 - c_1 \cdot a_2 \cdot c_2 - c_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot c_3 + (-c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot d_4 \\
&\quad + ((-c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 - s_1 \cdot s_4) \cdot s_5 - (c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_5 \cdot d_6; \\
J_{(1.5)} &= -s_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot c_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot s_3 - a_1 \cdot s_1 - s_1 \cdot a_2 \cdot c_2 + (-s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot d_4 \\
&\quad + (((-s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 + c_1 \cdot s_4) \cdot s_5 - (s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6; \\
J_{(2.5)} &= c_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot s_3 + a_1 \cdot c_1 + c_1 \cdot a_2 \cdot c_2 + (c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot d_4 \\
&\quad + (((c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 + s_1 \cdot s_4) \cdot s_5 + (c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6; \\
J_{(3.5)} &= 0; \\
J_{(1.6)} &= 0; \\
J_{(2.6)} &= -a_2 \cdot s_2 - s_2 \cdot a_3 \cdot c_3 - c_2 \cdot a_3 \cdot s_3 + (-s_2 \cdot s_3 + c_2 \cdot c_3) \cdot d_4 \\
&\quad + ((-s_2 \cdot c_3 - c_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot s_5 - (s_2 \cdot s_3 - c_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6; \\
J_{(3.6)} &= a_1 \cdot s_1 - s_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot s_3 + s_1 \cdot a_2 \cdot c_2 + s_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot c_3 + (s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot d_4 \\
&\quad + (((s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 - c_1 \cdot s_4) \cdot s_5 + (s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6; \\
J_{(1.7)} &= c_1; \\
J_{(2.7)} &= s_1; \\
J_{(3.7)} &= 0; \\
J_{(1.8)} &= 0; \\
J_{(2.8)} &= 0; \\
J_{(3.8)} &= 1; \\
J_{(1.9)} &= s_1; \\
J_{(2.9)} &= -c_1; \\
J_{(3.9)} &= 0; \\
J_{(1.10)} &= -s_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot c_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot s_3 - s_1 \cdot a_2 \cdot c_2 - (s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot d_4 \\
&\quad + (((-s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 + c_1 \cdot s_4) \cdot s_5 - (s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6; \\
J_{(2.10)} &= c_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot s_3 + c_1 \cdot a_2 \cdot c_2 + (c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot d_4 \\
&\quad + (((c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 + s_1 \cdot s_4) \cdot s_5 + (c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6; \\
J_{(3.10)} &= 0; \\
J_{(1.11)} &= -c_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot c_3 - c_1 \cdot a_2 \cdot s_2 - c_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot s_3 + (-c_1 \cdot s_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot c_2 \cdot c_3) \cdot d_4 \\
&\quad + ((-c_1 \cdot s_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot c_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot s_5 - (c_1 \cdot s_2 \cdot s_3 - c_1 \cdot c_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6; \\
J_{(2.11)} &= -s_1 \cdot a_2 \cdot s_2 - s_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot c_3 - s_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot s_3 + (-s_1 \cdot s_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot c_2 \cdot c_3) \cdot d_4 \\
&\quad + ((-s_1 \cdot s_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot c_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot s_5 - (s_1 \cdot s_2 \cdot s_3 - s_1 \cdot c_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6; \\
J_{(3.11)} &= -s_2 \cdot a_3 \cdot s_3 + a_2 \cdot c_2 + c_2 \cdot a_3 \cdot c_3 + (c_2 \cdot s_3 + s_2 \cdot c_3) \cdot d_4 + ((c_2 \cdot c_3 - s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot s_5 \\
&\quad + (c_2 \cdot s_3 + s_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6; \\
J_{(1.12)} &= s_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot c_3 + s_1 \cdot a_2 \cdot s_2 + s_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot s_3 + (s_1 \cdot s_2 \cdot s_3 - s_1 \cdot c_2 \cdot c_3) \cdot d_4 \\
&\quad + ((s_1 \cdot s_2 \cdot c_3 + s_1 \cdot c_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot s_5 - (s_1 \cdot s_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot c_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6; \\
J_{(2.12)} &= -c_1 \cdot a_2 \cdot s_2 - c_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot c_3 - c_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot s_3 + (-c_1 \cdot s_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot c_2 \cdot c_3) \cdot d_4 \\
&\quad + ((-c_1 \cdot s_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot c_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot s_5 - (c_1 \cdot s_2 \cdot s_3 - c_1 \cdot c_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6; \\
J_{(3.12)} &= -s_4 \cdot s_5 \cdot d_6; \\
J_{(1.13)} &= c_1 \cdot c_2; \\
J_{(2.13)} &= s_1 \cdot c_2; \\
J_{(3.13)} &= s_2; \\
J_{(1.14)} &= -c_1 \cdot s_2; \\
J_{(2.14)} &= -s_1 \cdot s_2; \\
J_{(3.14)} &= c_2; \\
J_{(1.15)} &= s_1; \\
J_{(2.15)} &= -c_1;
\end{aligned}$$

$$J_{(3.15)} = 0;$$

$$J_{(1.16)} = -s_1 \cdot a_3 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_3 \cdot d_4 + ((-s_1 \cdot c_3 \cdot c_4 + c_1 \cdot c_2 \cdot s_4) \cdot s_5 - s_1 \cdot s_3 \cdot c_5) \cdot d_6;$$

$$J_{(2.16)} = c_1 \cdot a_3 \cdot c_3 + c_1 \cdot s_3 \cdot d_4 + ((c_1 \cdot c_3 \cdot c_4 + s_1 \cdot c_2 \cdot s_4) \cdot s_5 + c_1 \cdot s_3 \cdot c_5) \cdot d_6;$$

$$J_{(3.16)} = s_2 \cdot s_4 \cdot s_5 \cdot d_6;$$

$$J_{(1.17)} = -c_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot c_3 - c_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot s_3 + (-c_1 \cdot s_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot c_2 \cdot c_3) \cdot d_4 \\ + ((-c_1 \cdot s_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot c_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot s_5 - (c_1 \cdot s_2 \cdot s_3 - c_1 \cdot c_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6;$$

$$J_{(2.17)} = -s_1 \cdot s_2 \cdot a_3 \cdot c_3 - s_1 \cdot c_2 \cdot a_3 \cdot s_3 + (-s_1 \cdot s_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot c_2 \cdot c_3) \cdot d_4 \\ + ((-s_1 \cdot s_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot c_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot s_5 - (s_1 \cdot s_2 \cdot s_3 - s_1 \cdot c_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6;$$

$$J_{(3.17)} = -s_2 \cdot a_3 \cdot s_3 + c_2 \cdot a_3 \cdot c_3 + (c_2 \cdot s_3 + s_2 \cdot c_3) \cdot d_4 + ((c_2 \cdot c_3 - s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot s_5 \\ + (c_2 \cdot s_3 + s_2 \cdot c_3) \cdot c_5) \cdot d_6;$$

$$J_{(1.18)} = s_1 \cdot a_3 \cdot s_3 - s_1 \cdot c_3 \cdot d_4 + ((s_1 \cdot s_3 \cdot c_4 + c_1 \cdot s_2 \cdot s_4) \cdot s_5 - s_1 \cdot c_3 \cdot c_5) \cdot d_6;$$

$$J_{(2.18)} = -c_1 \cdot a_3 \cdot s_3 + c_1 \cdot c_3 \cdot d_4 + ((-c_1 \cdot s_3 \cdot c_4 + s_1 \cdot s_2 \cdot s_4) \cdot s_5 + c_1 \cdot c_3 \cdot c_5) \cdot d_6;$$

$$J_{(3.18)} = -c_2 \cdot s_4 \cdot s_5 \cdot d_6;$$

$$J_{(1.19)} = c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3;$$

$$J_{(2.19)} = s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3;$$

$$J_{(3.19)} = s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3;$$

$$J_{(1.20)} = s_1;$$

$$J_{(2.20)} = -c_1;$$

$$J_{(3.20)} = 0;$$

$$J_{(1.21)} = c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot c_3;$$

$$J_{(2.21)} = s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot c_3;$$

$$J_{(3.21)} = s_2 \cdot s_3 - c_2 \cdot c_3;$$

$$J_{(1.22)} = (c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot d_4 + ((-c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_4 \cdot s_5 \\ + (c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_5) \cdot d_6;$$

$$J_{(2.22)} = (s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot d_4 + ((-s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_4 \cdot s_5 \\ + (s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_5) \cdot d_6;$$

$$J_{(3.22)} = (s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot d_4 + ((-s_2 \cdot s_3 + c_2 \cdot c_3) \cdot c_4 \cdot s_5 + (s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot c_5) \cdot d_6;$$

$$J_{(1.23)} = (s_1 \cdot c_4 + (-c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot s_4) \cdot s_5 \cdot d_6;$$

$$J_{(2.23)} = (-c_1 \cdot c_4 + (-s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot s_4) \cdot s_5 \cdot d_6;$$

$$J_{(3.23)} = (-s_2 \cdot c_3 - c_2 \cdot s_3) \cdot s_4 \cdot s_5 \cdot d_6;$$

$$J_{(1.24)} = -s_1 \cdot d_4 + ((c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot s_4 \cdot s_5 - s_1 \cdot c_5) \cdot d_6;$$

$$J_{(2.24)} = c_1 \cdot d_4 + ((s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot s_4 \cdot s_5 + c_1 \cdot c_5) \cdot d_6;$$

$$J_{(3.24)} = (s_2 \cdot s_3 - c_2 \cdot c_3) \cdot s_4 \cdot s_5 \cdot d_6;$$

$$J_{(1.25)} = (c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 + s_1 \cdot s_4;$$

$$J_{(2.25)} = (s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 - c_1 \cdot s_4;$$

$$J_{(3.25)} = (s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot c_4;$$

$$J_{(1.26)} = -c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot c_3;$$

$$J_{(2.26)} = -s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot c_3;$$

$$J_{(3.26)} = -s_2 \cdot s_3 + c_2 \cdot c_3;$$

$$J_{(1.27)} = (-c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot s_4 + s_1 \cdot c_4;$$

$$J_{(2.27)} = (-s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot s_4 - c_1 \cdot c_4;$$

$$J_{(3.27)} = (-s_2 \cdot c_3 - c_2 \cdot s_3) \cdot s_4;$$

$$J_{(1.28)} = ((c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot s_4 - s_1 \cdot c_4) \cdot s_5 \cdot d_6;$$

$$J_{(2.28)} = ((s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot s_4 + c_1 \cdot c_4) \cdot s_5 \cdot d_6;$$

$$J_{(3.28)} = (s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot s_4 \cdot s_5 \cdot d_6;$$

$$J_{(1.29)} = ((-c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot s_5 + ((c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 - s_1 \cdot s_4) \cdot c_5) \cdot d_6;$$

$$J_{(2.29)} = ((-s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot s_5 + ((s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 + c_1 \cdot s_4) \cdot c_5) \cdot d_6;$$

$$J_{(3.29)} = ((-s_2 \cdot s_3 + c_2 \cdot c_3) \cdot s_5 + (s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot c_5) \cdot d_6;$$

$$J_{(1.30)} = -((-c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot s_4 + s_1 \cdot c_4) \cdot c_5 \cdot d_6;$$

$$J_{(2.30)} = -((-s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot s_4 - c_1 \cdot c_4) \cdot c_5 \cdot d_6;$$

$$J_{(3.30)} = -(-s_2 \cdot c_3 - c_2 \cdot s_3) \cdot s_4 \cdot c_5 \cdot d_6;$$

$$J_{(1.31)} = ((c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 + s_1 \cdot s_4) \cdot c_5 - (c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot s_5;$$

$$J_{(2.31)} = ((s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 - c_1 \cdot s_4) \cdot c_5 - (s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot s_5;$$

$$J_{(3.31)} = (s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot c_5 + (-s_2 \cdot s_3 + c_2 \cdot c_3) \cdot s_5;$$

$$J_{(1.32)} = -(c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot s_4 + s_1 \cdot c_4;$$

$$J_{(2.32)} = -(s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot s_4 - c_1 \cdot c_4;$$

$$J_{(3.32)} = -(s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot s_4;$$

$$J_{(1.33)} = ((c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 + s_1 \cdot s_4) \cdot s_5 + (c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_5;$$

$$J_{(2.33)} = ((s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 - c_1 \cdot s_4) \cdot s_5 + (s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_5;$$

$$J_{(3.33)} = (s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot s_5 + (s_2 \cdot s_3 - c_2 \cdot c_3) \cdot c_5;$$

$$J_{(1.34)} = (((c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 + s_1 \cdot s_4) \cdot c_5 - (c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot s_5) \cdot d_6;$$

$$J_{(2.34)} = (((s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 - c_1 \cdot s_4) \cdot c_5 - (s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot s_5) \cdot d_6;$$

$$J_{(3.34)} = ((s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot c_5 + (c_2 \cdot c_3 - s_2 \cdot s_3) \cdot s_5) \cdot d_6;$$

$$J_{(1.35)} = 0;$$

$$J_{(2.35)} = 0;$$

$$J_{(3.35)} = 0;$$

$$J_{(1.36)} = ((c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot s_4 - s_1 \cdot c_4) \cdot d_6;$$

$$J_{(2.36)} = ((s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot s_4 + c_1 \cdot c_4) \cdot d_6;$$

$$J_{(3.36)} = (s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot s_4 \cdot d_6;$$

$$J_{(1.37)} = (((c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 + s_1 \cdot s_4) \cdot c_5 - (c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot s_5) \cdot c_6 \\ + ((-c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot s_4 + s_1 \cdot c_4) \cdot s_6;$$

$$J_{(2.37)} = (((s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 - c_1 \cdot s_4) \cdot c_5 - (s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot s_5) \cdot c_6 \\ + ((-s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot s_4 - c_1 \cdot c_4) \cdot s_6;$$

$$J_{(3.37)} = ((s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot c_5 + (-s_2 \cdot s_3 + c_2 \cdot c_3) \cdot s_5) \cdot c_6 - (s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot s_4 \cdot s_6;$$

$$J_{(1.38)} = -((c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 + s_1 \cdot s_4) \cdot c_5 \\ + (c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot s_5) \cdot s_6 + ((-c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot s_4 + s_1 \cdot c_4) \cdot c_6;$$

$$J_{(2.38)} = -((s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 - c_1 \cdot s_4) \cdot c_5 + (s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot s_5) \cdot s_6 \\ + ((-s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot s_4 - c_1 \cdot c_4) \cdot c_6;$$

$$J_{(3.38)} = -((s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot c_5 - (-s_2 \cdot s_3 + c_2 \cdot c_3) \cdot s_5) \cdot s_6 - (s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot s_4 \cdot c_6;$$

$$J_{(1.39)} = ((c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 + s_1 \cdot s_4) \cdot s_5 + (c_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_5;$$

$$J_{(2.39)} = ((s_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3) \cdot c_4 - c_1 \cdot s_4) \cdot s_5 + (s_1 \cdot c_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot s_2 \cdot c_3) \cdot c_5;$$

$$J_{(3.39)} = (s_2 \cdot c_3 + c_2 \cdot s_3) \cdot c_4 \cdot s_5 + (s_2 \cdot s_3 - c_2 \cdot c_3) \cdot c_5;$$

$$J_{(1.40)} = 0;$$

$$J_{(2.40)} = 0;$$

$$J_{(3.40)} = 0;$$

$$J_{(1.41)} = 0;$$

$$J_{(2.41)} = 0;$$

$$J_{(3.41)} = 0;$$

$$J_{(1.42)} = 0;$$

$$J_{(2.42)} = 0;$$

$$J_{(3.42)} = 0;$$