3 Velocimetria por Imagem de Partícula

As medições dos campos de velocidade para os casos investigados foram realizados pelo uso da técnica de Velocimetria por Imagem de Partícula (*Particle Image Velocimetry* - PIV).

O princípio básico do sistema de PIV é medir a velocidade pela determinação dos deslocamentos das partículas. A figura (3.1) ilustra os vários processos de um sistema de PIV, desde a obtenção das imagens até a análise dos dados.



Figura 3.1: Figura ilustrando a técnica de Velocimetria por Imagem de Partículas. (fonte:http://www.dantecdynamics.com).

O sistema de PIV consiste em vários subsistemas. Partículas traçadoras são adicionadas ao escoamento, servindo de marcadores. Uma região do escoamento é iluminada por um plano de luz emitido por um laser pulsado. A luz espalhada pelas partículas traçadoras presentes no es-

coamento são gravadas por uma câmera posicionada perpendicularmente ao plano de luz, e assim registrando a posição das partículas no escoamento, naquele instante de tempo. Um segundo pulso de laser é emitido iluminando a mesma região do escoamento, em um tempo, Δt , após o primeiro pulso, sendo este tempo previamente definido. Com isso, a câmera regista a nova posição das partículas em um segundo quadro.

Após o registro das duas imagens gravadas pela câmera, é realizada uma análise estatística para a determinação dos deslocamentos das partículas. Para isso, as duas imagens são divididas em pequena áreas chamadas de janelas de interrogação, pequenas suficientemente para garantir que a velocidade nesta região seja uniforme. É, então, realizada a correlaçãocruzada espacial entre uma janela de interrogação da primeira imagem com a correspondente janela de interrogação da segunda imagem, resultando no pico de correlação, que corresponde ao deslocamento das partículas entre os instantes de tempo, Δt . As componentes da velocidade é determinada por:

$$u = \frac{(\Delta X/M)}{\Delta t}v = \frac{(\Delta Y/M)}{\Delta t}$$
(3-1)

onde, M é a magnificação da imagem, ΔX e ΔY são os deslocamentos nas duas direções do pico de correlação, e u e v as componentes da velocidade nas duas direções de escoamento.

Esse processo de obtenção da velocidade para cada janela de interrogação é repetido para toda a região da imagem, obtendo um campo instantâneo de velocidade.

A partir do campo de velocidade, as propriedades do escoamento, como vorticidade e outros gradientes espacial, podem ser obtidos. Quando várias imagens são capturadas e consequentemente analisadas o comportamento temporal do escoamento pode ser obtidos.

Algumas característica desta técnica são:

- Medição de velocidade não intrusiva;
- Medição indireta da velocidade, pois é o deslocamento do escoamento que é determinado; e
- Campo instantâneo de velocidade.

Nas seções seguintes são apresentadas informações importantes sobre a técnica de PIV, visando um melhor entendimento do seu funcionamento.

Também são apresentadas técnicas avançadas de deslocamentos das janelas de interrogação, bem como uma função de Correlação-Cruzada mais sofisticada, que foram usadas pelo presente trabalho para a análise das imagens adquiridas.

3.1 Partículas traçadoras

PIV é baseado na determinação direta das duas dimensões fundamentais da velocidade: comprimento e tempo. Por outro lado, a técnica mede o comprimento indiretamente, pois é a velocidade das partículas que são determinadas ao invés da velocidade do fluido. Portanto, as propriedades fluido mecânica das partículas devem ser verificadas para evitar grandes discrepâncias entre o movimentos das partículas e do fluido.

3.1.1

Propriedades fluido mecânicas

A primeira fonte de erro é as influências das forças gravitacionais quando a massa específica do fluido, ρ , e das partículas traçadoras, ρ_p , não são iguais. Mesmo podendo-se negligenciar este erro em muitas situações práticas, irá derivar-se a velocidade gravitacional induzida, U_g , a partir da lei de arraste de Stokes afim de apresentar o comportamento da partícula sob aceleração. Portanto, é assumido que as partículas são esféricas em um fluido viscoso com baixo número de Reynolds. Isto gera:

$$U_{g} = d_{p}^{2} \frac{(\rho_{p} - \rho)}{18\mu} g$$
(3-2)

onde g é a aceleração da gravidade, μ é a viscosidade dinâmica do fluido e d_p é o diâmetro da partícula.

Em analogia a equação (3-2), pode-se estimar uma velocidade de atraso da partícula em uma aceleração contínua do fluido:

$$U_s = U_p - U = d_p^2 \frac{(\rho_p - \rho)}{18\mu} a$$
 (3-3)

onde U_p é a velocidade da partícula. A resposta de U_p tipicamente acompanha uma lei exponencial se a massa específica da partícula é muito maior que a massa específica do fluido:

$$U_p(t) = U\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_s}\right)\right]$$
(3-4)

com o tempo de relaxação, τ_s , dado por:

$$\tau_s = d_p^2 \frac{\rho_p}{18\mu} \tag{3-5}$$



Figura 3.2: Espalhamento de luz de uma partícula de vidro de $10\mu m$ de diâmetro em água. Comprimento da luz incidente $\lambda = 532nm$. (fonte:MiePlot).

3.1.2 Espalhamento de Luz

A intensidade de luz das imagens das partículas nas imagens de PIV é proporcional ao espalhamento de luz das mesmas. Portanto, deve-se escolher devidamente as partículas a serem introduzidas no escoamento, pois isso pode afetar a qualidade e contraste das imagens de PIV. Além disso, é importante conhecer o comportamento do espalhamento de luz destas partículas.

Em geral pode ser dito que o espalhamento de luz por uma partícula pequena é uma função da razão entre os índices de refração da partícula e do meio ao redor desta, do seu tamanho, seu formato e sua orientação. Para partículas esféricas com diâmetros maiores que o comprimento de onda da luz incidente, a teoria de espalhamento de luz de Mie pode ser aplicada.

A figura (3.2) mostra a distribuição polar do espalhamento de luz de uma partícula de vidro de 10μ m de diâmetro em água iluminada por um comprimento de onda λ de 532nm, de acordo com a teoria de Mie. A escala de intensidade está escala logarítmica e cada círculo difere de um fator de 100. Nota-se que o espalhamento de luz é mais intenso na direção de 180° à luz incidente. Outra fato importante é que a maioria das medições de PIV são realizadas 90° com o plano de luz. Mesmo sendo um espalhamento de luz alto, mas se comparado com o espalhamento a 180°, essa diferença pode chegar a 10⁶.

3.2 Iluminação por Laser

Os lasers comumente usando em PIV são os Nd:YAG, onde o feixe do laser é gerado por íons de Nd⁺³. Nd:YAG (Neodímio-dopado Ítrio Alumínio Garneto; Nd: $Y_3Al_5O_{12}$) são cristais usados em laser de base sólida. O dopante, Nd⁺³, substitui o Ítrio na estrutura do cristal, já que são de tamanhos similares. Geralmente a barra de cristal é dopada com cerca de 1% de Neodímio em peso.

O laser de Nd:YAG em condições convencionais de operação emite no comprimento de onda $\lambda = 1064nm$ (infra vermelho). Para aplicações em PIV esse comprimento de onda dobra de frequência emitindo em $\lambda = 532nm$.



Figura 3.3: Esquema de um laser de Nd:YAG e seus componentes.

A figura (3.3) ilustra um esquema de uma laser de Nd:YAG. A barra cilíndrica de YAG é bombeada por uma lâmpada de flash. Estes dois componentes estão dentro de uma cavidade reflectiva. Essa cavidade é resfriada por água, retirando a energia que não foi convertida em luz de laser. A barra de YAG é alinhada em relação a dois espelhos. Um dos espelho é de reflexão total, e o segundo é de transmissão parcial. Somente com estes componentes o laser trabalha em modo de relaxação. Quando a lâmpada de flash é acionada, ocorre a inversão de população. Assim que um limiar é atingido (esse limiar depende da cavidade do laser), um pulso de laser é emitido. Neste modo, vários pulsos de laser podem ser emitidos em tempos e durações aleatórios durante o bombeamento.

Quando se inclui uma célula de Pockels e um polarizador na cavidade do laser, é possível operá-lo em modo de disparo (*triggered mode*). A célula de Pockels funciona como um obturador, deixando a inversão de população na barra de Nd:YAG crescer a um nível alto até que, abrindo rapidamente, libera um pulso de laser com alta energia em um instante pré-definido. Este atraso entre o acionamento da lâmpada de flash e a abertura da célula de Pockels é chamado de Q-switch (que vem do inglês *Quality Switch*).

3.3 Captura das Imagens

Com o rápido avanço tecnológico na última década, a fotografia digital se tornou uma realidade. Isso se tornou uma alternativa atraente para a técnica de PIV. Algumas vantagens podem ser facilmente apontadas como disponibilidade imediata das imagens e consequentemente um feedback durante a aquisição das imagens.

Os sensores comumente usados em câmeras digitais são os CCD's (*Charge-Couple Device*), apesar de existirem outros sensores, como o CMOS.

Em geral o CCD é um sensor eletrônico que converte luz (fótons) em cargas elétricas (elétrons). Quando se fala em sensor de CCD geralmente se refere a uma matriz de vários sensores normalmente arranjados de forma retangular. Cada elemento do CCD é chamado de pixel, e seu tamanho é geralmente na ordem de $10\mu m$ por $10\mu m$.

O CCD é construído sobre um substrato semi-condutor, tipicamente silício, com metais condutores na superfície, uma camada isolante de óxido, uma camada-n (anodo) e uma camada-p (catodo). Uma pequena voltagem aplicada entre o metal condutor e a camada-p gera um campo elétrico dentro do semi-condutor. O mínimo local no campo elétrico que é formado abaixo do centro do pixel é associado com a falta de elétrons e é conhecido como poço de potencial. Em essência, o poço de potencial é equivalente a um capacitor permitindo que a carga seja armazenada, ou seja, os elétrons. Quando um fóton entra na junção p-n do semi-condutor um par de buracoelétron é gerado. Em física este efeito é conhecido como efeito fotoelétrico.

Mas para a maioria das aplicações em PIV sensores CCD especiais tiveram que ser utilizados. Como a técnica de PIV se baseia na aquisição de duas imagens, o tempo entre as duas imagens, Δt , que depende da velocidade do escoamento, pode ser de alguns microsegundos. Nestes sensores cada pixel tem o seu próprio local de armazenamento. Isso permite que a primeira exposição da imagem seja rapidamente armazenada, e consequentemente, permitindo que o sensor esteja pronto para uma nova exposição. Essa primeira transferência da carga para o local de armazenamento ocorre em algumas centenas de nanosegundos. Com isso, o tempo entre os pulsos de laser podem ser da ordem de $\Delta t = 1\mu s$, possibilitando medir escoamentos da ordem de Mach 0.5. Esta técnica de disparar os pulsos de lasers em exposições diferentes se chama *Frame Straddling*. A figura (3.4) ilustra um CCD encotrado em câmeras de PIV.



Figura 3.4: Sensor de CCD usado nas câmeras de PIV.

3.4 Formação da Imagem

A figura (3.5) ilustra uma perspectiva da formação de uma imagem de PIV, onde Z_0 é a distância entre o plano de laser e a lente da câmera, e z_0 é a distância entre a lente da câmera até o CCD da mesma. A razão entre essas distâncias é fator de magnificação:

$$M = \frac{z_0}{Z_0} \tag{3-6}$$

A fórmula para o diâmetro da imagem da partícula por efeito da difração é dada pela equação (3-7).

$$d_{dif} = 2,44f_{\#}(M+1)\lambda \tag{3-7}$$

onde $f_{\#}$ é o número-f definido pela a razão entre a distância focal e o diâmetro da abertura do diafrágma da lente e λ é o comprimento de onda que ilumina a partícula. Em PIV, este diâmetro, d_{dif} , somente é obtido quando o diâmetro da partícula é muito pequeno na ordem de alguns microns, e para fatores de magnificação pequenos.

Para partículas de diâmetros e magnificações mais altas a influência da geometria da partícula é cada vez mais dominante. Para este caso, o diâmetro da imagem da partícula é dado pela equação (3-8)

$$d_{\tau} \simeq \sqrt{M^2 d_p^2 + d_{dif}^2} \tag{3-8}$$

onde d_p é o diâmetro da partículas em metros.

Também é preciso garantir que a espessura focal, δ_z , seja maior que a espessura do plano de laser, ΔZ , assim tendo a imagem de todas as partículas em foco. A fórmula para a espessura focal é dada pela equação



Figura 3.5: Ilustração da formação de uma imagem de PIV

(3-9)

$$\delta_z \simeq 4 \left(1 + \frac{1}{M} \right) f_\#^2 \lambda \tag{3-9}$$

3.5 Análise das Imagens

Antes de introduzir o método de correlação cruzada na análise das imagens de PIV, deve-se se fazer algumas considerações. Primeiramente é assumido que é dado um par de imagens contendo imagens das partículas capturadas iluminadas pelo plano de laser. As partículas são iluminadas estroboscópicamente evitando assim imagens de partículas riscadas. A segunda imagem é capturada em um curto período de tempo em que as partículas tenham se movido com o escoamento. Dado este par de imagens o esperado é medir o deslocamento linear das partículas. É também considerado que a concentração das partículas no fluido é homogénea, no qual seja difícil distinguir uma imagem de partícula entre o par de imagens. O par de imagens pode gerar um campo de vetores de deslocamento linear onde cada vetor é formado pela análise do movimento de um grupo de partículas. Na prática isso é realizado extraindo pequenas regiões ou janelas de interrogações e analisando por processos estatísticos.



Figura 3.6: A função correlação cruzada R_{II} (esquerda) calculada a partir da correlação das duas janelas de interrogação $I \in I'$ ambas com 64x64 pixels de dimensão.

A correlação cruzada é similar a convolução de duas funções. No caso do par de imagens em PIV cada janela de interrogação é uma função bidimensional. A fórmula da correlação cruzada na forma discreta é:

$$R_{II}(x,y) = \sum_{i=-M}^{M} \sum_{j=-N}^{N} I(i,j)I'(i+x,j+y)$$
(3-10)

onde M é o tamanho da janela de interrogação da primeira imagem e N é o tamanho da janela de interrogação da segunda imagem. Essencialmente a janela I é linearmente deslocada ao redor da janela I. Para cada escolha de deslocamento da janela (x,y), a somatória dos produtos de todas as intensidades dos pixels sobrepostos produz um valor de correlação cruzada $R_{II}(x,y)$. Aplicando essa operação ao longo de $(-M \leq +M, -N \leq +N)$ um plano de correlação de tamanho $(2M + 1) \times (2N + 1)$ é formado. Para valores de deslocamentos no qual um dado grupo de partículas alinham umas com as outras, a somatória dos produtos das intensidades dos pixels produzirão um valor R_{II} maior naquela posição (x,y). Essencialmente a função de correlação cruzada mede estatisticamente o grau de igualdade de duas amostras para um dado deslocamento. O valor mais alto do plano de correlação é usado para estimar diretamente o deslocamento das imagens das partículas.

Uma alternativa para determinar o deslocamento das imagens das partículas é aplicar o teorema que diz que uma correlação cruzada de duas funções é equivalente a multiplicação do complexo conjugado da



Figura 3.7: Idealização dos pontos do pico de correlação usados para a determinação do deslocamento fracional (sub-pixels)

transformada de Fourier destas funções:

$$R_{II} \iff \hat{I} \cdot \hat{I}^{\prime *} \tag{3-11}$$

onde $\hat{I} \in \hat{I}'$ são as transformadas de Fourier das funções $I \in I'$, respectivamente. Na prática as transformadas de Fourier são eficientemente implementadas para um dado discreto usando as transformadas rápidas de Fourier ou FFT, que reduz o esforço computacional de $O[N^2]$ operações para $O[N \log_2 N]$ operações. O processo de correlação da equação (3-10) pode ser substituido computando duas FFT's bidimensionais de mesmo tamanho de janela de interrogação seguido da multiplicação do complexo conjugado. Após é realizada a transformada inversa de Fourier do resultados anterior, produzindo o plano de correlação, que tem o mesmo tamanho espacial, N, das janelas de interrogação. Comparado com $O[N^4]$ da correlação cruzada direta bidimensional o processo é reduzido a $O[N^2 \log_2 N]$ operações.

Com o mapa de correlação determinado, a tarefa final é computar o deslocamento sub-pixel das imagens das partículas dentro da janela de interrogação do resultado da correlação. Isso é feito através do ajuste de uma curva no pico de correlação e achando o máximo desta curva. Especificamente, isto é realizado ajustando uma curva 1D em cada direção, $x \, e \, y$, no pico de correlação, já que os deslocamentos fracionários em cada direção são estatisticamente ortogonais para diâmetros de imagens de partículas pequenos (Westerweel (1993)). A figura (3.7) ilustra uma idealização dos pontos no plano de correlação usado para determinar do deslocamento fracional. A escolha da curva a ser ajustada depende da qualidade da imagens das partículas. Se as partículas são relativamente esféricas e a imagem livre de distorções, então o perfil de intensidade das imagens das partículas devem ser Gaussiano, assim como o pico de deslocamento no mapa de correlação. Neste caso, um ajuste de curva Gaussiano é o mais apropriado. Outras curvas podem ser usadas. O ajuste de curva Gaussiano pode ser escrito como:

$$\varepsilon_G = \frac{\ln R_{-1} - \ln R_{+1}}{2(\ln R_{-1} - 2\ln R_0 + \ln R_{+1})} \tag{3-12}$$

O ajuste de curva parabólico pode ser escrito como:

$$\varepsilon_P = \frac{R_{-1} - R_{+1}}{2(R_{-1} - 2R_0 + R_{+1})} \tag{3-13}$$

O ajuste de curva centroide pode ser escrito como:

$$\varepsilon_C = \frac{R_{-1} - R_{+1}}{\ln R_{-1} + R_0 + R_{+1}} \tag{3-14}$$

3.5.1 Técnicas avançadas

A seguir são apresentadas duas técnicas avançadas quando são processadas as imagens de PIV. Estas técnicas foram usadas para determinar-se os campos de velocidades investigados por este trabalho.

Janela de Interrogação Recursiva

Em situações onde o deslocamento médio do escoamento não é conhecido *a priori*, ou quando não existe escoamento médio presente no escoamento, o procedimento de janela de interrogação recursivo pode ser usado para aumentar a qualidade e acurácia das medidas de PIV. O procedimento por trás desta técnica é bem simples: deslocando-se a segunda janela de interrogação pelo deslocamento local médio a incerteza no cálculo da correlação diminui drasticamente. O uso desta técnica recursiva possibilita melhorar a resolução espacial, quando são usadas janelas menores.

Uma janela inicial (primeiro passo) é executada para determinar as características do escoamento (deslocamento inical). Este campo de deslocamento é validado e então usado como uma base para deslocar as janelas de interrogação do segundo passo, em valores inteiros, geralmente com uma janela menor que a do primeiro passo. Caso a janela de interrogação do segundo passo seja menor que a o primeiro, os resultados do deslocamento do primeiro passo são interpolados para a malha mais fina pelo esquema de interpolação quadrática. Esta interpolação define o deslocamento de cada janela de interrogação no segundo passo.

Correlação de Segunda Ordem

A segunda técnica é a correlação de segunda ordem, que permite aumentar a resolução espacial sem perder acuracidade. Esta técnica foi desenvolvida por Hart (1998). O princípio desta técnica se baseia em correlacionar planos de correlação de janelas de interrogações adjacentes no esforço de reduzir o ruído e realçar o pico de deslocamento. Já que o ruído na correlação deve ser aleatório, não deve existir correlação entre o ruído das janelas adjacentes. A única correlação que deve existir é entre os picos de deslocamento. Esta técnica aumenta a razão sinal-ruído da medida, permitindo usar tamanho de janelas menores nas análises das imagens. Na correlação de segunda ordem o vetor é colocado no centro da região comum entre as áreas de correlação.

3.6 Pós-Processamento

A saída dos dados da análise de PIV consiste, geralmente, em uma malha quadrada 2D de vetores igualmente espaçada. Cada vetor representa a velocidade local do fluido no volume de medição. Os vetores contidos nesta saída de dados podem ser classificados em dois grupos: (1) medições falsas ou vetores espúrios e (2) medições corretas com incerteza.

Alguns vetores espúrios podem ser facilmente identificados. Estes são bem diferentes dos seus vizinhos ou fora da velocidade física possível, para um dado escoamento. Estes vetores espúrios ocorrem geralmente por falta de imagens de partículas nas janelas de interrogação ou a razão sinal-ruído ser pequena. Como resultado, o algoritmo de detecção do pico aponta para um pico incorreto no mapa de correlação. A ocorrência deste vetores falso com um experimento cuidadosamente configurado podem ser bem pequenas, mesmo assim, a probabilidade de ocorrência é de 5%. Sob condições não ideais uma fração maior pode ocorrer.

A existência de vetores falsos deteriora a qualidade dos resultados fazendo com que a interpretação dos resultados seja dificultada e algumas vezes impossibilita a obtenção das quantidades integrais e derivativas.

Basicamente o pós processamento dos dados obtidos pela técnica de PIV se baseia em estatísticas globais do campo de velocidade, como desvio padrão e valores absolutos de deslocamentos, e estatísticas locais, como filtros médios e medianos, para a remoção dos vetores de deslocamentos espúrios. A substituição destes vetores removidos são feitos através de interpolação dos vetores vizinhos adjacentes.

Após a devida remoção e substituição dos vetores espúrios, os campos de velocidade instantâneos estão prontos para a análise final, como obtenção de perfis de velocidade e campos médios.