

8 Aplicação numérica

Este capítulo apresenta os exemplos de aplicação desenvolvidos. Em cada um dos exemplos de projeto via DDO são avaliadas as confiabilidades dos estados limites (ELS – deslocamento restrito e ELU – carga crítica) e comparados com as do projeto via RBDO. Tanto a parte de otimização de pórticos planos de concreto armado (PQS, PLS), como a parte de confiabilidade estrutural (FORM) foram implementados em linguagem C.

Os coeficientes de variação (δ) e as distribuições (normal, lognormal, etc.) que descrevem o comportamento das variáveis aleatórias são estabelecidos de acordo com as recomendações do JCSS^{2,3} (2001, 2000), de Melchers (2002) e Ellingwood (2003). O índice de confiabilidade desejado, β_t , é estabelecido de acordo com a recomendação de CEN (2001) (Tabela 4.3). Os valores característicos são estabelecidos de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2004). O peso próprio é considerado determinístico nos exemplos de aplicação.

Para a determinação da carga crítica (λ^*) dos exemplos, todas as cargas são amplificadas com exceção das cargas devido ao peso próprio. Nos exemplos 1, 2 e 3 são tomados como base os exemplos apresentados por Melo (2000b) para efeito comparativo (DDO versus RBDO), contudo, diferenciam-se pelo fato de os resultados apresentados neste trabalho obedecerem à nova NBR 6118.

8.1.1. Primeiro exemplo de aplicação

Neste exemplo tem-se uma coluna engastada-livre como mostra a Figura 8.1a. A coluna é discretizada em três elementos finitos (Figura 8.1b). É utilizado o Modelo I para o elemento finito e são adotados cinco pontos de Gauss para a integração numérica. \mathbf{V} e \mathbf{H} são considerados como carga permanente e como carga acidental, respectivamente. Os coeficientes de variação (δ) e as distribuições que descrevem o comportamento de \mathbf{f}_c e \mathbf{f}_y são estabelecidos de acordo com as recomendações de JCSS³ (2000). O Módulo de elasticidade do aço

é considerado determinístico, $E_s = 2,05 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ (JCSS³, 2000), na avaliação das restrições de confiabilidade. Os parâmetros probabilísticos que são utilizados nesta aplicação estão descritos na Tabela 8.1.

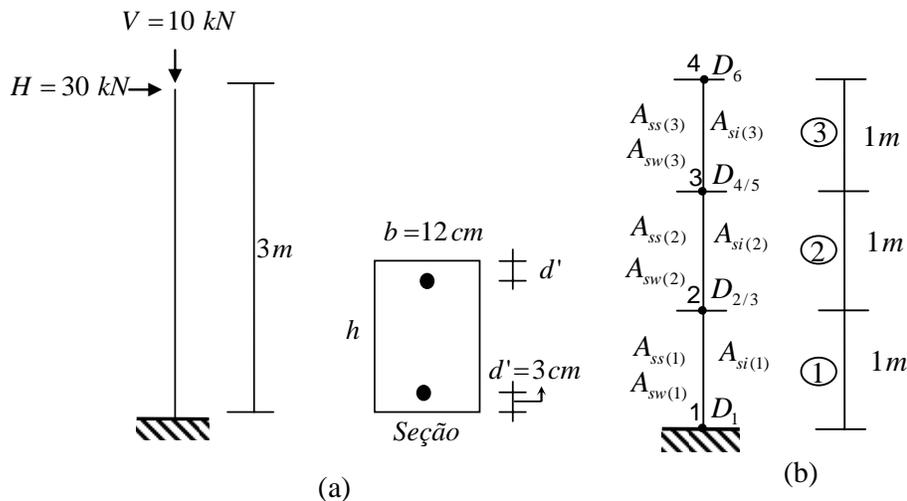


Figura 8.1 – (a) Dimensões e carregamento (b) malha e variáveis de projeto.

O exemplo é composto por 16 variáveis de projeto: a altura, h , (1 variável); a área de aço longitudinal inferior, A_{si} , (3 variáveis); a área de aço longitudinal superior, A_{ss} , (3 variáveis); a área de aço transversal, A_{sw} , (3 variáveis) e os parâmetros de deformação, D , (6 variáveis).

Neste exemplo são adotados os seguintes parâmetros:

- resistência característica à compressão do concreto, $f_{ck} = 2 \text{ kN/m}^2$;
- resistência característica de escoamento do aço, $f_{yk} = 5 \times 10^5 \text{ kN/m}^2$;
- fatores de minoração do aço e do concreto, $\gamma_s = 1,15$ e $\gamma_c = 1,4$;
- módulo de elasticidade do aço, $E_s = 2,1 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$;
- deslocamento horizontal nodal restringido (nó 4), $u_{lim} = 0,02 \text{ m}$;
- fator de carga crítico mínimo determinístico, $\lambda_{inf}^* = 1,5$;
- custo do concreto por metro cúbico, $C_c = 79,24$;
- custo do aço por kg, $C_s = 0,52$;
- custo da fôrma por m^2 , $C_f = 6,30$.

Os índices de confiabilidade mínimos para os estados limite de serviço e limite último, com um período de retorno de 50 anos, adotados são $\beta_{ELS} = 1,5$ e $\beta_{ELU} = 3,8$ (Tabela 4.3).

Variável	Valor Característico	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação	Distribuição
f_c (kN/cm ²)	2,00	2,6578	0,3986	0,15	Lognormal
f_y (kN/cm ²)	50,00	56,00	3,00	0,0536	Lognormal
V (kN)	7,1428	7,1428	0,7142	0,10	Normal
H (kN)	21,4285	20,3753	5,0938	0,25	Gumbel (Tipo I - Máx)

Tabela 8.1 – Variáveis aleatórias da 1ª aplicação.

Neste exemplo tanto o DDO quanto o RBDO utilizam o algoritmo de otimização de programação quadrática seqüencial (PQS).

Para esta aplicação, no método RBDO, foram consideradas duas restrições de confiabilidade (deslocamento restrito e carga crítica) e as demais restrições determinísticas utilizadas no método DDO. As restrições ativas para o RBDO são: de confiabilidade devido à flecha na extremidade livre; de armaduras necessárias de cisalhamento em todos os elementos; os critérios de resistência no elemento 1 relativa a N e a M/N , no nó 2 no elemento 2 referente a N e a M/N e no nó 3 no elemento 2 referente a N .

Analisando os resultados apresentados na Tabela 8.2 e o comportamento desta aplicação, a solução através do RBDO possui como principal restrição ativa a restrição de confiabilidade para o ELS (deslocamento restrito), sujeita a uma probabilidade de falha máxima considerada como apropriada ($\beta = 1,5$ ou $P_f = 6,68 \cdot 10^{-2}$). O β associado a instabilidade global foi de $\beta_{ELU} = 7,5 > 3,8$.

A solução através do RBDO mostrou-se mais interessante, pois fornece um projeto mais seguro atendendo ao limite mínimo para a confiabilidade no ELS e ELU, e as restrições determinísticas ao mesmo tempo.

Já na otimização via DDO, após uma análise de confiabilidade da estrutura ótima obtida, verifica-se que a estrutura apresenta uma confiabilidade satisfatória quanto ao estado limite último, mas muito baixa em relação ao estado limite de serviço ($\beta_{ELU} = 7,4 > 3,8$ e $\beta_{ELS} = 0,51 < 1,5$) conforme Tabela 8.2.

Variáveis	Ponto inicial	Solução (DDO)	Solução (RBDO)
h (cm)	31,5	41,7	43,6
$A_{st(1)}$ (cm ²)	4,658	0,321	0,000
$A_{st(2)}$ (cm ²)	1,816	0,000	0,000
$A_{st(3)}$ (cm ²)	0,945	0,196	0,000
$A_{ss(1)}$ (cm ²)	9,275	8,975	9,843
$A_{ss(2)}$ (cm ²)	6,433	5,186	5,575
$A_{ss(3)}$ (cm ²)	2,981	1,770	1,697
$A_{sw(1)}$ (cm ² /m)	2,824	1,983	1,889
$A_{sw(2)}$ (cm ² /m)	2,824	1,983	1,889
$A_{sw(3)}$ (cm ² /m)	2,824	1,983	1,889
f (R\$)	32,85	35,51	37,04
λ	1,63	1,75	1,92
$\beta_{ELS/ELU}$	-	0,51 / 7,40	1,50 / 7,50
Tempo(seg)	-	8	45
NAFC ^a	-	-	352

^a NAFC é o número de avaliações da função de comportamento.

Tabela 8.2 – Valores iniciais e finais das variáveis de projeto do primeiro exemplo.

Após o processo de cálculo pelo RBDO obtiveram-se os coeficientes parciais de segurança e os fatores de importância de cada variável aleatória. Para se obter os coeficientes, primeiramente deve-se otimizar o projeto com uma confiabilidade alvo que nada mais é que RBDO. Depois, com o valor da variável aleatória no ponto de projeto e com o valor característico da mesma variável, calculam-se os fatores parciais de segurança através das Eqs.(4.38) e (4.39). Assim, tem-se na Tabela 8.3 os resultados dos coeficientes parciais de segurança para as restrições de confiabilidade (deslocamento restrito e carga crítica) que representam respectivamente o ELS e o ELU. Para o ELS, comparando-se os valores dos coeficientes parciais (Tabela 8.3) com os estabelecidos de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2004) tem-se: f_c (0,84<1,0); f_y (0,89<1,0); V (1=1,0) e H (1,22>1). Para o ELU tem-se: f_c (2,07>1,4); f_y (0,89<1,15); V (1,02<1,4) e H (1,44>1,4).

	f_c	f_y	V	H
γ_{ELS}	0,84	0,89	1,00	1,22
γ_{ELU}	2,07	0,89	1,02	1,44

Tabela 8.3 – Coeficientes parciais de segurança da 1ª aplicação.

Na Tabela 8.4 tem-se os valores dos fatores de importância das variáveis aleatórias que permitem identificar as variáveis de maior influência nas funções de comportamento da estrutura. Para este primeiro exemplo de aplicação pode-se observar claramente através da Tabela 8.4 que as variáveis randômicas que têm maior sensibilidade (ou importância) no ponto de projeto são: f_c e H .

	f_c	f_y	V	H
I_{ELS}	0,24	0,00	0,00	0,76
I_{ELU}	0,80	0,00	0,00	0,20

Tabela 8.4 – Fatores de importância da 1ª aplicação.

8.1.2. Segundo exemplo de aplicação

Neste segundo exemplo são comparados os resultados de projeto obtidos através do DDO e RBDO para um pórtico plano, como mostra a Figura 8.2, com nove elementos finitos e 26 graus de liberdade. É utilizado o Modelo I, para o elemento finito e adotado cinco pontos de Gauss para a integração numérica. O modelo de elementos finitos considera a não-linearidade geométrica e a não-linearidade do material. As variáveis randômicas são apresentadas na Tabela 8.5 onde H_1 e H_2 são cargas acidentais, e V_1 e V_2 são cargas permanentes. Os parâmetros probabilísticos que descrevem o comportamento das variáveis randômicas f_c e f_y são definidos de acordo com as recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2004) e do JCSS³ (2000). O módulo de elasticidade do aço é considerado como determinístico na análise de confiabilidade das restrições probabilísticas, $E_s = 2,05 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$. Para a análise de confiabilidade das funções de comportamento são estabelecidos limites mínimos para os índices de confiabilidade (Tabela 4.3) com um período de retorno de 50 anos, $\beta_{ELU} = 3,8$, $\beta_{ELS} = 1,5$, limitando o deslocamento no nó 4 e a carga crítica da estrutura, respectivamente.

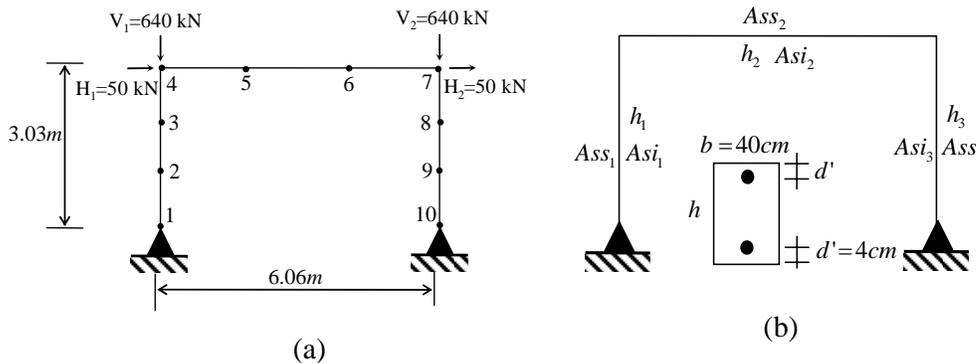


Figura 8.2 – (a) (b) Malha e variáveis de projeto.

O exemplo é composto por 36 variáveis de projeto: a altura, h , (3 variáveis); a área de aço longitudinal inferior, As_{ib} , (3 variáveis); a área de aço longitudinal

superior, A_{ss} , (3 variáveis); a área de aço transversal, A_{sw} , (9 variáveis) e os parâmetros de deformação, D , (18 variáveis).

Neste exemplo são adotados os seguintes parâmetros: resistência característica à compressão do concreto, $f_{ck} = 3 \text{ kN/m}^2$; coeficiente de variação do concreto, $\delta = 0,15$; resistência característica de escoamento do aço, $f_{yk} = 5 \times 10^5 \text{ kN/m}^2$ (CA-50); fatores de minoração do aço e do concreto, $\gamma_s = 1,15$ e $\gamma_c = 1,4$; distância do centro de gravidade da armadura à borda mais próxima, $d' = 4 \text{ cm}$; módulo de elasticidade do aço, $E_s = 2,1 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$; fator de carga crítico mínimo para análise determinística, $\lambda_{inf}^* = 1,4$; deslocamento horizontal nodal restringido (nó 4), $u_{lim} = 0,03 \text{ m}$; custo do concreto por metro cúbico, $C_c = 215,24$; custo do aço por kg, $C_s = 2,91$; custo da fôrma por m^2 , $C_f = 58,00$.

Variável	Valor Característico	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação	Distribuição
f_c (kN/cm ²)	3,0000	3,9867	0,5980	0,1500	Lognormal
f_y (kN/cm ²)	50,0000	56,0000	3,0000	0,0536	Lognormal
H_1 (kN)	50,0000	47,5456	11,8861	0,2500	Gumbel máx.
V_1 (kN)	640,0000	640,000	64,0000	0,1000	Normal
H_2 (kN)	50,0000	47,5456	11,8861	0,2500	Gumbel máx.
V_2 (kN)	640,0000	640,000	64,0000	0,1000	Normal

Tabela 8.5 – Variáveis aleatórias da 2ª aplicação.

Na Tabela 8.6 são apresentados os valores para as variáveis iniciais e os valores finais para o projeto ótimo pelo DDO e pelo RBDO. É utilizado o algoritmo de otimização de programação linear seqüencial (PLS). As restrições ativas para o RBDO são: de confiabilidade devido à carga crítica; de armadura mínima de cisalhamento em todos os elementos; do critério de resistência no nó 7 nos elementos 6 e 7 relativa a M/N . O projeto ótimo pelo DDO satisfaz as restrições determinísticas como o esperado. Analisando a confiabilidade deste projeto ótimo pode-se verificar que o índice de confiabilidade relacionado à função de comportamento devido à carga crítica é menor que o recomendado $\beta_{ELU} = 3,26 < \beta_{TARGET} = 3.80$ (CEN, 2001). O projeto ótimo obtido pelo RBDO satisfaz ambas as restrições determinísticas e probabilísticas resultando em um projeto mais seguro.

Variáveis	Ponto inicial	DDO	RBDO
$h_{(1)} (cm)$	40,00	49,72	55,27
$h_{(2)} (cm)$	60,00	50,40	52,72
$h_{(3)} (cm)$	40,00	35,68	34,88
$A_{si(1)} (cm^2)$	15,10	7,13	7,78
$A_{si(2)} (cm^2)$	16,70	16,81	17,01
$A_{si(3)} (cm^2)$	15,10	6,89	5,75
$A_{ss(1)} (cm^2)$	15,10	5,06	0,00
$A_{ss(2)} (cm^2)$	16,70	12,28	11,35
$A_{ss(3)} (cm^2)$	15,10	9,92	9,23
$f(R\$)$	2.216,33	1.847,26	1.854,04
λ^*	1,97	1,43	1,47
$\beta_{(ELS/ELU)}$	-	1,44 / 3,26	1,83 / 3,79
$Tempo(seg)$	-	60	230
$NAFC^a$	-	-	1207

^a $NAFC$ é o número de avaliações da função de comportamento.

Tabela 8.6 – Valores iniciais e finais das variáveis de projeto do segundo exemplo.

Buscando-se verificar os resultados das análises de confiabilidade obtidos pelo método do segundo momento (FORM), para este exemplo de aplicação via RBDO, foi feita uma comparação com os resultados obtidos pelo método de Monte Carlo (MC) (Tabela 8.7). Para a comparação da probabilidade de falha da função de comportamento devido ao deslocamento restrito foram gerados 50.000 valores randômicos para cada variável não-determinística. Para a comparação da probabilidade de falha da função de comportamento devido à carga crítica da estrutura foram gerados 350.000 valores randômicos para cada variável não-determinística. Pode-se observar que os resultados obtidos pelo método FORM foram próximos aos obtidos via método de MC e com um tempo muitíssimo inferior.

	Função de Comportamento			
	Deformação restrita (ELS)		Carga crítica (ELU)	
	Método		Método	
	FORM	MC	FORM	MC
Média	-	1,93 cm	-	2,28
Desvio Padrão	-	0,54 cm	-	0,35
Probabilidade de falha	$3,36 \cdot 10^{-2}$	$4,35 \cdot 10^{-2}$	$7,5 \cdot 10^{-5}$	$1,02 \cdot 10^{-4}$
$\beta_{(ELS/ELU)}$	1,83	1,71	3,79	3,71

Tabela 8.7 – Comparação de resultados obtidos da 2ª aplicação via RBDO pelo método FORM e pelo método de Monte Carlo (MC).

Na Tabela 8.8 são apresentados os fatores parciais de segurança para as variáveis randômicas. Eles são obtidos pelas Equações 4.38 e 4.39. Os resultados dos coeficientes parciais de segurança para as restrições de confiabilidade (deslocamento restrito e carga crítica) representam respectivamente o ELS e o ELU. Para o ELS, comparando-se os valores dos coeficientes parciais (Tabela 8.8)

com os estabelecidos de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2004) tem-se: f_c (0,83<1,0); f_y (0,90<1,0); V_1 e V_2 (1=1,0); H_1 (1,24>1,0) e H_2 (1,26>1,0). Para o ELU tem-se: f_c (0,91<1,4); f_y (0,92<1,15); V_1 e V_2 (1<1,4); H_1 (1,79>1,4) e H_2 (1,82>1,4).

	f_c	f_y	H_1	V_1	H_2	V_2
γ_{ELS}	0,83	0,90	1,24	0,99	1,26	1,00
γ_{ELU}	0,91	0,92	1,79	0,97	1,82	1,01

Tabela 8.8 – Coeficientes parciais de segurança da 2ª aplicação.

Na Tabela 8.9 são apresentados os fatores de importância de função de comportamento em relação às variáveis aleatórias deste exemplo. Para este segundo exemplo de aplicação pode-se observar que as variáveis randômicas que têm maior sensibilidade (ou importância) no ponto de projeto são: H_1 e H_2 .

	f_c	f_y	H_1	V_1	H_2	V_2
I_{ELS}	0,09	0,00	0,42	0,01	0,48	0,00
I_{ELU}	0,07	0,01	0,44	0,01	0,47	0,00

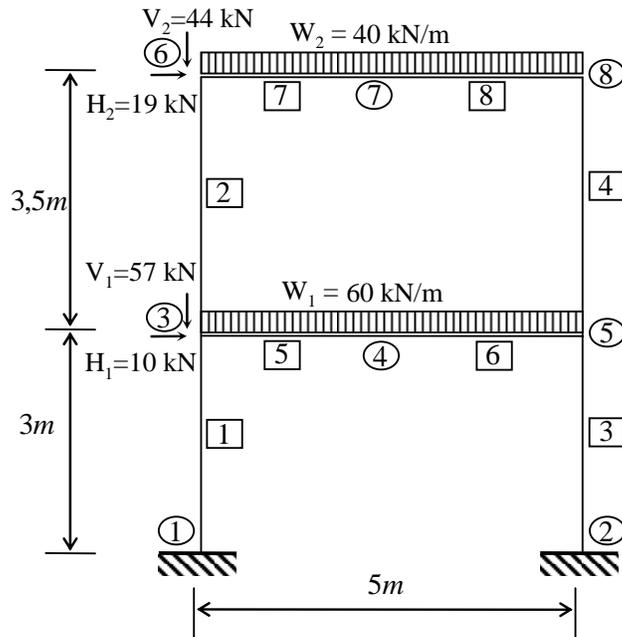
Tabela 8.9 – Fatores de importância da 2ª aplicação.

8.1.3.

Terceiro exemplo de aplicação

Neste terceiro exemplo tem-se um pórtico de dois pavimentos com um vão, como mostra a Figura 8.3, onde aplicam-se os pesos próprios para os pilares ($25 \times 35 \text{ cm}^2$) iguais a 2,07 kN/m, para a viga inferior ($25 \times 45 \text{ cm}^2$) 3,1 kN/m e para a superior 3,44 kN/m, considerando-se seus valores como determinísticos. As cargas atuantes (Figura 8.3) já estão majoradas ($\gamma_f = 1,4$). Este pórtico é discretizado em oito elementos finitos (Figura 8.3). É utilizado o Modelo I, para o elemento finito e adotado cinco pontos de Gauss para a integração numérica. O modelo de elementos finitos considera a não-linearidade geométrica e a não-linearidade do material. As variáveis randômicas são apresentadas na Tabela 8.10 onde H_1 e H_2 são cargas acidentais, e V_1 , V_2 , W_1 e W_2 são cargas permanentes. Os coeficientes de variação e as distribuições probabilísticas descrevem o comportamento das variáveis randômicas f_c e f_y definidos de acordo com as recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2004) e do JCSS³ (2000). Para a análise de confiabilidade das funções de comportamento são estabelecidos limites mínimos para os índices de confiabilidade com um período de retorno de 50 anos, $\beta_{ELU} =$

3,8 e $\beta_{ELS} = 1,5$, limitando o deslocamento vertical no nó 7 e a carga crítica da estrutura, respectivamente.



(a)

Figura 8.3 – Geometria do terceiro exemplo.

O exemplo é composto por 50 variáveis de projeto (Figura 8.4): a altura, h , (6 variáveis); a área de aço longitudinal inferior, A_{si} , (10 variáveis); a área de aço longitudinal superior, A_{ss} , (10 variáveis); a área de aço transversal, A_{sw} , (8 variáveis) e os parâmetros de deformação, D , (16 variáveis).

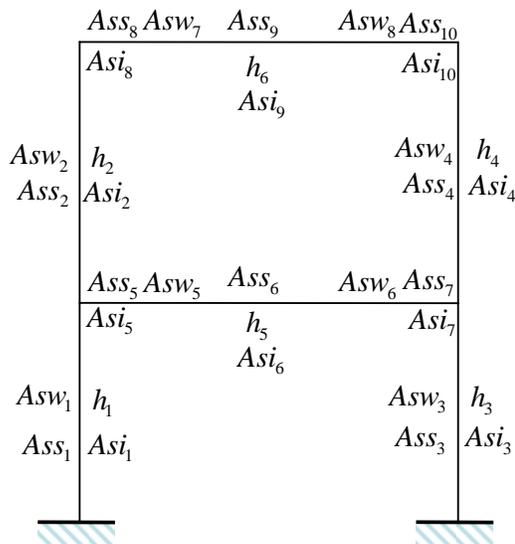


Figura 8.4 – Variáveis de projeto do terceiro exemplo nos elementos.

Neste exemplo são adotados os seguintes parâmetros: resistência característica a compressão do concreto, $f_{ck} = 2,5 \text{ kN/m}^2$; resistência característica de escoamento do aço, $f_{yk} = 4 \times 10^5 \text{ kN/m}^2$ (CA-40A); fatores de minoração do aço e do concreto, $\gamma_s = 1,15$ e $\gamma_c = 1,4$; distância do centro de gravidade da armadura à borda mais próxima, $d' = 5 \text{ cm}$; módulo de elasticidade do aço, $E_s = 2 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$; fator de carga crítico mínimo para as restrições determinísticas, $\lambda_{\text{inf}}^* = 1,5$; deslocamento vertical no nó restringido (nó 7), $u_{\text{lim}} = 0,02 \text{ m}$; idade relativa à data de aplicação da carga de longa duração, $t_0 = 4$ meses; tempo quando se deseja o valor da flecha diferida, $t = 40$ meses; custo do concreto por metro cúbico, $C_c = 198,98$; custo do aço por kg, $C_s = 2,91$; custo da fôrma por m^2 , $C_f = 58,00$.

Variável	Valor Característico	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação	Distribuição
f_c (kN/cm ²)	2,5000	3,3222	0,4983	0,1500	Lognormal
f_y (kN/cm ²)	40,0000	46,000	3,0000	0,0652	Lognormal
H_1 (kN)	7,1428	6,7920	1,6980	0,2500	Gumbel máx.
V_1 (kN)	40,7142	40,7142	4,0714	0,1000	Normal
W_1 (kN/m)	42,8571	42,8571	4,2857	0,1000	Normal
H_2 (kN)	13,5714	12,9050	3,2262	0,2500	Gumbel máx.
V_2 (kN)	31,4286	31,4286	3,1428	0,1000	Normal
W_2 (kN/m)	28,5714	28,5714	2,8571	0,1000	Normal

Tabela 8.10 – Variáveis aleatórias da 3ª aplicação.

Na Tabela 8.11 são apresentados os valores para as variáveis iniciais, e os valores finais após a otimização somente para as variáveis referentes às alturas da seção do elemento h_i . É utilizado o algoritmo de otimização de programação quadrática sequencial (PQS). As restrições ativas para o RBDO são: de confiabilidade devido ao deslocamento vertical limitado no nó 7; de armadura necessária de cisalhamento nos elementos de 3 ao 8; de armadura de cisalhamento mínima nos elementos 1 e 2; dos critérios de resistência no elemento 2 relativa a M/N e no nó 5 elemento no elemento 6 relativa a N .

Variáveis	Ponto inicial	DDO	RBDO
$h_{(1)} \text{ (cm)}$	35,0	22,26	20,00
$h_{(2)} \text{ (cm)}$	35,0	20,49	20,15
$h_{(3)} \text{ (cm)}$	35,0	29,12	25,84
$h_{(4)} \text{ (cm)}$	35,0	32,44	26,63
$h_{(5)} \text{ (cm)}$	45,0	42,99	47,40
$h_{(6)} \text{ (cm)}$	45,0	52,22	55,10
f (R\$)	2.364,71	2.059,18	2.019,24
λ^*	2,75	2,08	2,03
$\beta_{ELS/ELU}$	-	0,92 / 10,92	1,51 / 10,77
Tempo(seg)	-	50	136
NAFC ^a	-	-	414

^a NAFC é o número de avaliações das funções de comportamento.

Tabela 8.11 – Valores iniciais e finais das variáveis de projeto do terceiro exemplo.

Como nos exemplos anteriores o projeto ótimo pelo DDO satisfaz as restrições determinísticas como o esperado, entretanto, quando verificada a confiabilidade desse projeto ótimo pode se verificar que o índice de confiabilidade relacionado à função de comportamento devida ao deslocamento restrito é menor que o recomendado ($\beta_{ELS} = 0,92 < \beta_{TARGET} = 1,50$) enquanto o índice de confiabilidade relativo à função de comportamento devida à carga crítica é excessivo ($\beta_{ELU} = 10,92 > \beta_{TARGET} = 3,80$). O projeto ótimo obtido pelo RBDO satisfaz ambas as restrições determinísticas e probabilísticas resultando em um projeto mais seguro.

Na Tabela 8.12 são apresentados os fatores parciais de segurança para as variáveis randômicas. Para este exemplo podem-se observar os resultados dos coeficientes parciais de segurança para as restrições de confiabilidade (deslocamento restrito e carga crítica) que representam respectivamente o ELS e o ELU. Para o ELS, comparando-se os valores dos coeficientes parciais (Tabela 8.12) com os estabelecidos de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2004) tem-se: f_c (0,89<1,0); f_y (0,88<1,0); V_1 , V_2 e W_1 (1=1,0); W_2 (1,11>1,0); H_1 (0,91<1,0) e H_2 (0,86<1,0). Para o ELU tem-se: f_c (2,39>1,4); f_y (1,14<1,15); V_1 e V_2 , (1,02<1,4), W_1 (1,62>1,4); W_2 (1,06<1,4); H_1 (1,03<1,4) e H_2 (0,71<1,4).

	f_c	f_y	H_1	V_1	W_1	H_2	V_2	W_2
γ_{ELS}	0,89	0,88	0,91	1,01	1,00	0,86	1,00	1,11
γ_{ELU}	2,39	1,14	0,83	1,03	1,62	0,71	1,02	1,06

Tabela 8.12 – Coeficientes parciais de segurança da 3ª aplicação.

Na Tabela 8.13 são apresentados os fatores de importância da função de comportamento em relação às variáveis aleatórias deste exemplo. Pode-se observar que as variáveis randômicas que têm maior sensibilidade (ou importância) no ponto de projeto são: f_c e W_2 para o ELS e f_c e W_1 para o ELU.

	f_c	f_y	H_1	V_1	W_1	H_2	V_2	W_2
I_{ELS}	0,46	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	0,00	0,50
I_{ELU}	0,50	0,15	0,00	0,00	0,33	0,02	0,00	0,00

Tabela 8.13 – Fatores de importância da 3ª aplicação.

8.1.4. Quarto exemplo de aplicação

Neste quarto exemplo são comparados os resultados de projeto obtidos através do DDO e RBDO para um pórtico plano, como mostra a Figura 8.5, onde aplicam-se os pesos próprios para os pilares ($25 \times 30 \text{ cm}^2$) iguais a 2,07 kN/m,

para a viga ($25 \times 35 \text{ cm}^2$) $3,44 \text{ kN/m}$, com nove elementos finitos e 24 graus de liberdade. É utilizado o Modelo I, para o elemento finito e adotado cinco pontos de Gauss para a integração numérica. O modelo de elementos finitos considera a não-linearidade geométrica e a não-linearidade do material. As variáveis randômicas são apresentadas na Tabela 8.14 onde q_{total} é a carga acidental e V_w é a velocidade básica do vento. Os parâmetros probabilísticos que descrevem o comportamento das variáveis randômicas f_c e f_y são definidos de acordo com as recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2004) e do JCSS³ (2000). O módulo de elasticidade é considerado como determinístico na análise de confiabilidade das restrições probabilísticas, $E_s = 2,05 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$. Para a análise de confiabilidade das funções de comportamento são estabelecidos limites mínimos para os índices de confiabilidade (Tabela 4.3) com um período de retorno de 50 anos, $\beta_{\text{ELS}} = 1,5$ e $\beta_{\text{ELU}} = 3,8$, limitando o deslocamento horizontal no nó 4 e a carga crítica da estrutura, respectivamente.

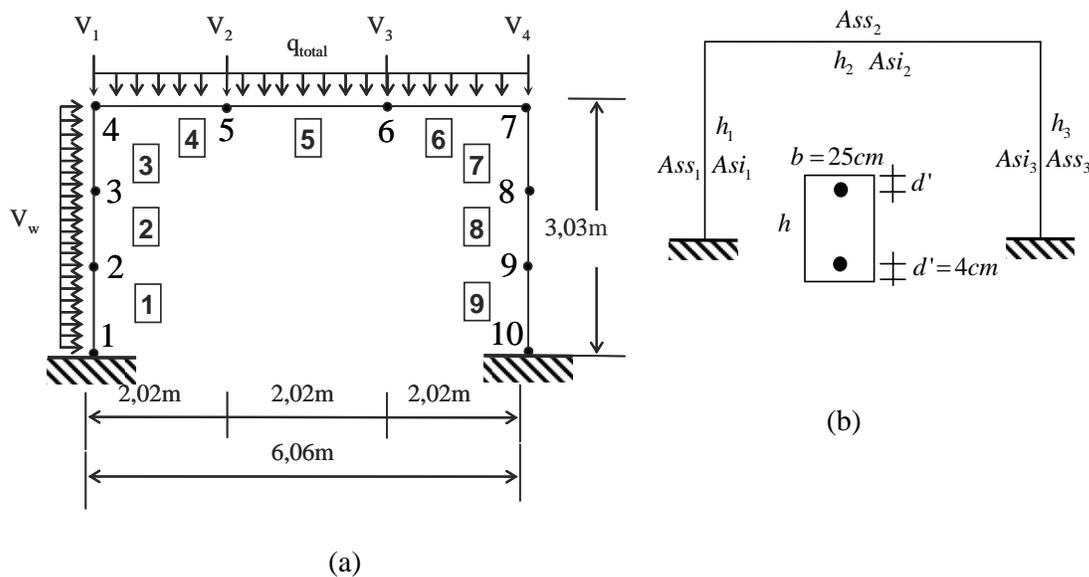


Figura 8.5 – (a) Dimensões, carregamento e malha (b) variáveis de projeto.

Neste exemplo são adotados os seguintes parâmetros: resistência característica a compressão do concreto, $f_{ck} = 3,0 \text{ kN/m}^2$; resistência característica de escoamento do aço, $f_{yk} = 5 \times 10^5 \text{ kN/m}^2$ (CA-50); fatores de minoração do aço e do concreto utilizados nas restrições determinísticas, $\gamma_s = 1,15$ e $\gamma_c = 1,4$; distância do centro de gravidade da armadura à borda mais próxima, $d' = 4 \text{ cm}$; módulo de elasticidade do aço, $E_s = 2,1 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$; fator de carga crítico mínimo para a

análise determinística, $\lambda_{inf}^* = 1,4$; deslocamento horizontal nodal restringido (nó 4), $u_{lim} = 0,01$ m; custo do concreto por metro cúbico, $C_c = 215,24$; custo do aço por kg, $C_s = 2,91$; custo da fôrma por m^2 , $C_f = 58,00$.

O exemplo é composto por 36 variáveis de projeto: a altura, h , (3 variáveis); a área de aço longitudinal inferior, A_{si} , (3 variáveis); a área de aço longitudinal superior, A_{ss} , (3 variáveis); a área de aço transversal, A_{sw} , (9 variáveis) e os parâmetros de deformação, D , (18 variáveis).

Neste quarto exemplo de aplicação tem-se um pórtico bi-engastado sujeito à carga de vento (cidade do Rio de Janeiro) e a cargas acidentais (edifício de escritórios).

Carga de vento

A carga devida ao vento deste exemplo de aplicação é retirada do trabalho de Santos (2005). Segundo a NBR 6123 (ABNT, 1988) a carga total, q_k (pressão mais sucção), a ser considerada para um prédio localizado no centro de uma grande cidade é:

$$q_k = (C_e - C_i) 0,613 V_k^2 \quad (8.1)$$

$$V_k = V_o S_1 S_2 S_3 \quad (8.2)$$

onde:

- V_o é a velocidade básica do vento que apresenta um período de recorrência médio de 50 anos. A probabilidade de que a velocidade V_o seja igualada ou excedida neste período é de 63%;
- V_k é a velocidade característica do vento;
- S_1 e S_3 são o fator topográfico e o fator estatístico, respectivamente;
- S_2 representa a rugosidade do terreno, dimensões da edificação e altura sobre o terreno;
- C_e e C_i coeficiente de forma externo e interno, respectivamente.

Para este exemplo são assumidos os seguintes valores: $V_o = 35$ m/s para a cidade do Rio de Janeiro; $S_1 = 1,0$ para terreno plano; $S_2 = 1,0$ para uma altura de 80 m; $S_3 = 1,0$ edificação de um edifício para escritórios; $C_e - C_i = 1,2$ (Santos, 2005) e $a_1 = 5$ m, que é a distância perpendicular entre as colunas.

A média das velocidades máximas anuais do vento (μ_v), i.e. máximas ocorridas em um ano, para um tempo de retorno médio (\bar{T}) da velocidade básica do vento (V_0) de 50 anos é (Hart, 1982; Santos, 2005):

$$\bar{T} = \frac{1}{1 - CDF_{V_{w1}}(V_0)} \Rightarrow 50 = \frac{1}{1 - CDF_{V_{w1}}(35)} \quad \therefore \mu_v = 23,0497 \text{ m/s} \quad (8.3)$$

onde $CDF_{V_{w1}}$ é a distribuição de probabilidade acumulada das máximas velocidades anuais do vento para um período de medida de um ano.

Para o cálculo via RBDO é considerado que o comportamento da velocidade do vento é representado pela função Gumbel para valores máximos e que a velocidade máxima média anual possui: média de 23,05 m/s (tempo de retorno de 50 anos); desvio padrão igual a 4,61 m/s. Assumindo uma vida de projeto de 50 anos e de acordo com a teoria de valores extremos tem-se a média e o desvio padrão da velocidade para 50 anos (JCSS², 2001):

$$\mu_{V_{w50}} = \mu_{V_w} + 0,78\sigma_{V_w} \ln(T) = 23,05 + 0,78 \times 4,61 \times \ln(50) = 37,11 \text{ m/s} \quad (8.4)$$

$$\sigma_{V_{w50}} = \sigma_{V_w} = 4,61 \text{ m/s} \quad (8.5)$$

Carga acidental

A viga suporta uma laje de concreto de prédio de escritórios. As cargas aplicadas são supostas compostas por duas partes: cargas de longa duração e cargas de curta duração. As definições e valores seguidos são as especificados pelo JCSS², (2001).

Para as *cargas de longa duração* (sustained loads) adota-se a distribuição Gamma com média ($\mu=0,5 \text{ kN/m}^2$) correspondente a uma distribuição de 5 anos e com intensidade de duração de carga permanente para o intervalo, ou seja, é considerado que o período de renovação de carga é de 5 anos. Isto quer dizer que a carga tem um valor constante durante 5 anos e se renova depois deste período. O desvio padrão da carga de longa duração é determinado de acordo com a expressão:

$$\sigma_{(qlt)} = \sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_U^2 \frac{A_0}{A} \varpi} \quad (8.6)$$

$$\sigma_{(qlt)} = \sqrt{0,3^2 + 0,6^2 \frac{20}{30} 2} = 0,75 \text{ kN/m}^2$$

onde $\sigma_v = 0,3 \text{ kN/m}^2$ e $\sigma_U = 0,6 \text{ kN/m}^2$ são os desvios padrões parciais que descrevem o modelo estocástico para as cargas constantes dentro de um determinado período (e.g. peso de mobílias, peso de equipamentos); $A_0 = 20 \text{ m}^2$ é a área de referência; $A = 30 \text{ m}^2$ é a área de influência deste exemplo; $\varpi = 2$ é o fator de forma de linha de influência.

Para as *cargas de curta duração* (intermittent loads, e.g., ajuntamento de pessoas, reuniões lotadas durante um evento especial, ou estocagem temporária de móveis para realocação) é adotada uma distribuição Gamma com média ($\mu = 0,2 \text{ kN/m}^2$) e desvio padrão parcial ($\sigma_{(u)} = 0,4 \text{ kN/m}^2$). A taxa de renovação de carga é de 1 ano e o intervalo de intensidade de duração de carga é de 1/365, ou seja, um dia por ano. O valor final do desvio padrão da carga de curta duração é então,

$$\sigma_{(qst)} = \sqrt{\sigma_{(u)}^2 \frac{A_0}{A} \varpi} = \sqrt{0,4^2 \frac{20}{30} 2} = 0,46 \text{ kN/m}^2 \quad (8.7)$$

Em 5 anos supõe-se que a carga de curta duração será excedida 5 vezes, ou seja, uma por ano. A função cumulativa de probabilidade para 5 anos será :

$$CDF_{qst5} = (CDF_{qst1})^5 \quad (8.8)$$

Para se obter a função cumulativa de probabilidade da carga acidental total ($q_{total} = q_{lt} + q_{st}$) é necessário calcular uma integral de convolução

$$CDF_{qtotal5} = \int_0^{q_{total}} CDF_{q_{lt}}(q) PDF_{q_{st5}}(q_{total} - q).dq \quad (8.9)$$

Em 50 anos, a função cumulativa de probabilidade da carga acidental total é

$$CDF_{qtotal50} = (CDF_{qtotal5})^{10} \quad (8.10)$$

A função $CDF_{qtotal50}$ pode ser aproximada por uma função Gumbel com média ($\mu = 3,78 \text{ kN/m}^2$) e desvio padrão ($\sigma = 1,28 \text{ kN/m}^2$).

Para esta carga acidental total foi adotado que há uma probabilidade de 25% das cargas serem ultrapassadas no sentido desfavorável, durante um período de 50 anos.

Variável	Distribuição	Valor Característico	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação
a_1 (m)	Determinístico	5	-	-	-
f_c (kN/cm ²)	Lognormal	3,0000	3,9867	0,5980	0,1500
f_v (kN/cm ²)	Lognormal	50,0000	56,0000	3,0000	0,0536
q_{total} (kN/m ²)	Gumbel máx.	4,4473	3,7800	1,2800	0,3386
V_w (m/s)	Gumbel máx.	35,0000	37,1164	4,6099	0,1242
V_1 (kN)	Determinístico	300	-	-	-
V_2 (kN)	Determinístico	5	-	-	-
V_3 (kN)	Determinístico	5	-	-	-
V_4 (kN)	Determinístico	300	-	-	-

Tabela 8.14 – Parâmetros probabilísticos e determinísticos da 4ª aplicação.

Neste exemplo tanto o DDO como o RBDO, utilizam o algoritmo de otimização de programação quadrática seqüencial (PQS).

Variáveis	Ponto inicial	DDO	RBDO
$h_{(1)}$ (cm)	70	26,21	28,76
$h_{(2)}$ (cm)	40	31,46	30,32
$h_{(3)}$ (cm)	40	20,00	21,65
$A_{st(1)}$ (cm ²)	10.1	6,66	3,44
$A_{st(2)}$ (cm ²)	10.7	5,09	4,72
$A_{st(3)}$ (cm ²)	10.1	6,77	3,37
$A_{ss(1)}$ (cm ²)	10.1	6,67	4,08
$A_{ss(2)}$ (cm ²)	10.7	6,67	8,79
$A_{ss(3)}$ (cm ²)	10.1	6,23	2,54
$f(R\$/)$	1.615,99	960,16	905,14
λ^*	6,37	1,70	1,51
$\beta_{(ELS/ELU)}$	-	1,18 / 10,81	1,51 / 8,76
Tempo(seg)	-	32	120
NAFC ^a	-	-	597

^a NAFC é o número de avaliações da função de comportamento.

Tabela 8.15 – Valores iniciais e finais das variáveis de projeto do quarto exemplo.

As restrições ativas para o RBDO são: de confiabilidade devido ao deslocamento restrito; de armadura mínima de cisalhamento nos elementos 3, 5, 7, 8 e 9; do critério de resistência no nó 2 nos elementos 1 e 2 relativa a M/N ; no nó 3 nos elementos 2 e 3 relativa a M/N ; no nó 4 elemento 3 relativo a M/N e no elemento 9 nó 10 relativo a M/N .

O projeto ótimo pelo DDO satisfaz as restrições determinísticas como o esperado. Mas ao verificar-se a confiabilidade do projeto ótimo determinístico (DDO) observa-se que o índice de confiabilidade relacionado à função de comportamento devida ao deslocamento restrito é menor que o recomendado ($\beta_{ELS} = 1,18 < \beta_{TARGET} = 1,50$) enquanto o índice de confiabilidade relativo à função de comportamento devida à carga crítica é excessiva ($\beta_{ELU} = 10,81 > \beta_{TARGET} = 3,80$). O projeto ótimo obtido pelo RBDO satisfaz ambas as restrições determinísticas e probabilísticas resultando em um projeto mais confiável.

Na Tabela 8.16 são apresentados os fatores parciais de segurança para as variáveis randômicas. Para este exemplo pode-se observar os resultados dos coeficientes parciais de segurança para as restrições de confiabilidade (deslocamento restrito e carga crítica) que representam respectivamente o ELS e o ELU (Tabela 8.16). Para o ELS, comparando-se os valores dos coeficientes parciais com os estabelecidos de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2004), tem-se: f_c (0,92<1,0); f_y (0,90<1,0); q_{total} (1,23>1,0) e V_w (0,83<1,0). Para o ELU tem-se: f_c (2,21>1,4); f_y (1,08<1,15); q_{total} (1,32<1,4) e V_w (1,46>1,4).

	f_c	f_y	q_{total}	V_w
γ_{ELS}	0,92	0,90	1,23	0,83
γ_{ELU}	2,21	1,08	1,32	1,46

Tabela 8.16 – Coeficientes parciais de segurança da 4ª aplicação.

Na Tabela 8.17 são apresentados os fatores de importância de função de comportamento em relação as variáveis aleatórias deste exemplo. Pode-se observar que as variáveis randômicas que têm maior sensibilidade (ou importância) no ponto de projeto são: f_c e q_{total} para o ELS e f_c , f_y e V_w para o ELU.

	f_c	f_y	q_{total}	V_w
I_{ELS}	0,65	0,00	0,32	0,03
I_{ELU}	0,66	0,16	0,02	0,16

Tabela 8.17 – Fatores de importância da 4ª aplicação.