

6

Projeto de Otimização Baseado em Confiabilidade (RBDO)

Nos últimos anos muitos estudos têm sido disponibilizados na literatura com relação ao RBDO. Enquanto, por um lado, as pesquisas sobre confiabilidade de estruturas têm se concentrado na descrição probabilística das cargas envolvidas e dos parâmetros dos materiais e nos métodos de análise da confiabilidade do projeto. Por outro lado, a otimização busca trabalhar com algoritmos eficientes que localizem pelo menos um mínimo local para sistemas particularmente grandes utilizando restrições determinísticas. Assim, é possível, nos projetos estruturais, estabelecer uma conexão entre confiabilidade e otimização. Esta conexão pode ser realizada considerando todas as incertezas que podem ser modeladas como variáveis randômicas.

Assumindo-se geometrias satisfatórias, materiais apropriados e valores das cargas solicitantes conhecidos, pode-se realizar a análise para determinar o comportamento detalhado da estrutura. Mudanças no carregamento, variabilidade nas propriedades dos materiais e incertezas com respeito aos modelos analíticos contribuem conjuntamente para que exista a probabilidade de que a estrutura não se comporte como pretendido. Para lidar com essas incertezas, têm sido desenvolvidos métodos de análise que, para estruturas cada vez mais complexas, buscam precisar na análise a influência destas incertezas e computar a confiabilidade das mesmas.

Nos últimos dez anos tem ocorrido um crescente aumento na análise de confiabilidade de estruturas, a qual permite o cálculo da probabilidade de falha da estrutura. Quanto à confiabilidade dos projetos ótimos obtidos via DDO, dois casos são possíveis:

- Caso 1: Alto nível de confiabilidade. Quando se escolhem valores elevados para os coeficientes de segurança de certos parâmetros, o custo estrutural é significativamente aumentado, devido ao nível de confiabilidade que se torna maior que o necessário para a estrutura. Ou seja, o projeto é seguro, mas muito pouco econômico;

- Caso 2: Baixo nível de confiabilidade. Quando se escolhem valores baixos para os coeficientes de segurança, os níveis de confiabilidade estrutural podem assumir valores menores do que os apropriados. Isto indica que muitas vezes a confiabilidade de um DDO pode ser muito baixa e necessitar ser avaliada por análises probabilísticas.

Para ambos os casos pode-se observar que há a necessidade de realizar a avaliação da análise de confiabilidade no processo de otimização a fim de se controlar o nível de confiabilidade e minimizar a função de custo estrutural. A avaliação da análise de confiabilidade nos projetos de otimização em engenharia é chamada de RBDO.

De uma forma geral a formulação do problema RBDO é definida por:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } \text{custo } f(x) \\ & \text{Sujeito a } \Phi^{-1}(G(u) \leq 0) + \beta_t = -\beta_s + \beta_t \leq 0 \end{aligned} \quad (6.1)$$

onde β_t é o índice de confiabilidade desejado (alvo), β_s o índice de confiabilidade do sistema e Φ a cumulativa da distribuição normal padrão. No problema (6.1) busca-se minimizar a função de custo $f(x)$, onde x é o vetor das variáveis de projeto, sujeita à restrição de confiabilidade mínima para o sistema em estudo, que é representado pela função de comportamento $G(u)$, onde u é o vetor das variáveis aleatórias.

Deve-se ter em mente que várias análises são requeridas no espaço das variáveis randômicas a fim de se avaliar a confiabilidade do sistema. O processo de otimização é executado no espaço das variáveis de projeto que são determinísticas. Conseqüentemente, para se obter uma estrutura ótima e confiável, as variáveis de projeto devem ser repetidamente alteradas, e cada conjunto de variáveis de projeto corresponde a um novo espaço de variáveis randômicas, que precisa ser manipulado para a avaliação da confiabilidade estrutural neste ponto.

A restrição probabilística do problema (6.1) pode ser representada, também, por:

$$G_p = F_G^{-1}(\Phi(-\beta_t)) \geq 0 \quad (6.2)$$

onde G_p e F_G são, respectivamente, a medida de desempenho e a função cumulativa probabilística.

O problema de RBDO utilizando o índice de confiabilidade, β , na restrição não-determinística é definido pela Equação (6.1). Essa formulação é chamada de

enfoque do índice de confiabilidade, ou, Reliability Index Approach (RIA, em inglês). Similarmente, quando se usa a restrição da Equação (6.2) no lugar da restrição dada em (6.1) a formulação passa a ser chamada de enfoque da medida de desempenho, ou, Performance Measure Approach (PMA).

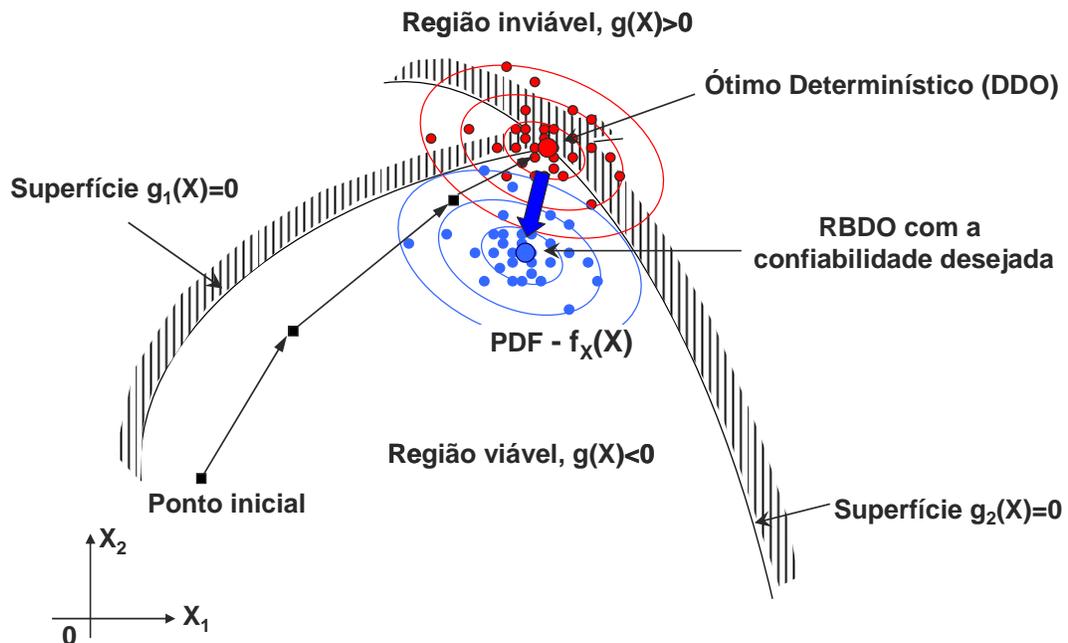


Figura 6.1 – Exemplo ilustrativo do processo de DDO vs. RBDO.

A Figura 6.1 é representada por duas variáveis aleatórias, X_1 e X_2 , duas restrições, $g_1(X)$ e $g_2(X)$, um processo de obtenção do projeto ótimo determinístico (DDO), o ponto de projeto ótimo baseado em confiabilidade (RBDO) e $f_X(X)$ que representa a função densidade de probabilidade (PDF). Devido às várias incertezas no sistema, o projeto de otimização determinística (DDO) pode conduzir a projetos com níveis de confiabilidade não satisfatórios que correspondem aos pontos negros na região viável. Como se pode observar, o exemplo da Figura 6.1 mostra que, algumas vezes, o projeto de otimização necessita ser movido para dentro da região viável (região com comportamento satisfatório) para aumentar a confiabilidade das restrições de projeto enquanto minimiza-se a função de custo (função objetivo). Este processo é chamado de otimização baseada em confiabilidade (Reliability-Based Design Optimization, RBDO). Observa-se que para solução via RBDO, os pontos entorno do ótimo, que correspondem aos vários pontos cinzas na Figura 6.1 se encontram

majoritariamente na região viável. Ele estabelece uma probabilidade máxima P_f de comportamento não-satisfatório para cada restrição de confiabilidade definida.

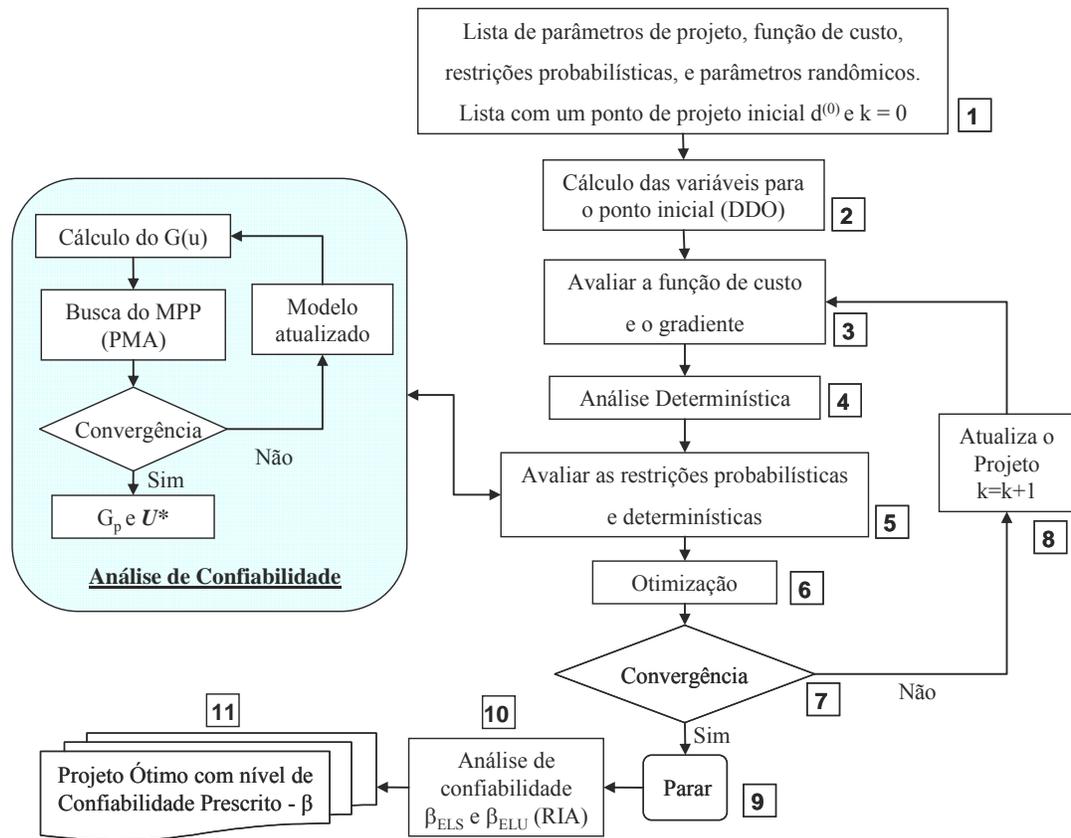


Figura 6.2 – Processo iterativo para o RBDO.

A Figura 6.2 ilustra o processo iterativo do problema de RBDO (Eq. (6.1), onde se pode observar que são representados os passos do processo:

1. definição dos parâmetros iniciais;
2. determinação do ponto inicial para o RBDO obtido pelo projeto ótimo determinístico (DDO);
3. avaliação da função de custo e dos gradientes;
4. análise determinística necessária para o cálculo das restrições determinísticas;
5. avaliação das restrições e das sensibilidades determinísticas e probabilísticas. Em cada análise de uma restrição probabilística é feita uma análise de confiabilidade pelo método FORM-PMA;

6. execução do procedimento para determinação do próximo passo no algoritmo de otimização escolhido;
7. verificação da convergência do processo;
8. caso não ocorra a convergência, continua-se o processo iterativo;
9. caso ocorra a convergência, interrompe-se o processo iterativo;
10. análise de confiabilidade pelo método FORM-RIA das restrições probabilísticas para a determinação dos índices de confiabilidade β ;
11. projeto de otimização baseado em confiabilidade atingido.

O problema de RBDO utilizado adota alguns procedimentos recomendados por Youn et al. (2005) e Zou e Mahadevan (2006) para melhorar o tempo computacional do RBDO clássico, tais como:

- adotar o resultado do DDO como ponto inicial para o RBDO;
- tomar para as análises do FORM o ponto de projeto da iteração anterior devido à proximidade do último ponto de projeto (condição de proximidade de projeto, comentada no item seguinte).

Estes dois procedimentos contribuem de forma significativa na redução do número de avaliações da função de comportamento inclusa nas restrições probabilísticas, esta redução proporciona um decréscimo significativo no tempo de processamento do RBDO.

A Figura 6.1 ilustra o processo iterativo que é tratado neste trabalho, ou seja, otimiza pórticos planos de concreto armado sujeitos a restrições determinísticas e não-determinísticas.

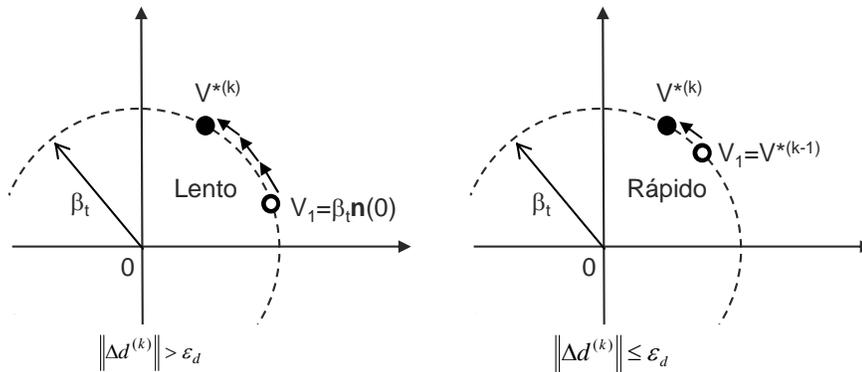
6.1. Condição de proximidade de projeto

Para reduzir o tempo computacional da avaliação das restrições probabilísticas no processo do RBDO, Youn et al. (2005) recomendam o uso da observação da condição de proximidade de projeto (Eq. 6.3). O objetivo é efetuar a análise de confiabilidade o mais rápida e eficientemente possível utilizando a informação da iteração de projeto prévia, quando esta satisfaz a condição de proximidade de projeto. Resumindo, caso seja satisfeita a condição de proximidade de projeto, o FORM utiliza o MPP da iteração do processo de otimização prévia $V^{*(k-1)}$ como ponto inicial para a busca do novo MPP ao invés

do ponto com valores médios $V_1 = \beta \mathbf{n}(0)$ (vetor das médias das variáveis randômicas, Figura 6.3).

$$\Delta d^{(k)} = \left\| \left(x^{(k)} - x^{(k-1)} \right) \right\| \leq \varepsilon_d \quad (6.3)$$

onde Δd é a medida de proximidade de projeto; x é o vetor das variáveis de projeto e ε_d é uma constante para a identificação da proximidade de projeto.



(a) Sem condição de proximidade (b) Com condição de proximidade

Figura 6.3 – Análise rápida de confiabilidade no RBDO.

A Figura 6.2 mostra a ilustração da análise rápida de confiabilidade no RBDO – PMA considerando a condição de proximidade que aproveita o MPP da iteração anterior do RBDO (Figura 6.2b) e sem considerar a condição de proximidade (Figura 6.2a). $V^{*(k)}$ e $V^{*(k-1)}$ são os pontos de projeto no espaço normal padrão para as análises de confiabilidade da iteração k e $k-1$ no processo do RBDO.

6.2.

Análise de confiabilidade pelo RIA (Reliability Index Approach)

No RIA, o índice de confiabilidade de primeira ordem (β_s), que se utiliza do FORM para a sua determinação, é obtido pela formulação de um problema de otimização com uma restrição de igualdade no espaço V (espaço reduzido). No fim do processo iterativo do FORM obtém-se o ponto mais provável de falha ou MPP (Most Probable Point) e assim $\beta_s = \text{sign}(G(\mu)) \left\| v^*_{G(V)=0} \right\|$.

Vários algoritmos de otimização podem ser empregados para a obtenção do MPP. Neste trabalho é utilizado o algoritmo HLRF, já citado anteriormente, para

a avaliação da performance de confiabilidade pelo RIA, devido a sua simplicidade e sua eficiência.

6.3. Análise de confiabilidade por PMA (Performance Measure Approach)

A análise de confiabilidade por PMA pode ser formulada como uma análise inversa de confiabilidade do método RIA. A medida de performance probabilística de primeira ordem é obtida de um problema de otimização não-linear no espaço reduzido V definido por:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } G(V) \\ & \text{Sujeito a } \|V\| = \beta_t \end{aligned} \quad (6.4)$$

onde o ponto ótimo na superfície alvo de confiabilidade é identificado como o MPP ($v_{\beta=\beta_t}^*$).

Diferentemente do RIA, para o PMA, somente o vetor de direção $v_{\beta=\beta_t}^* / \|v_{\beta=\beta_t}^*\|$ precisa ser determinado sobre a superfície esférica devida à restrição de igualdade $\|V\| = \beta_t$.

O problema representado na Eq. (6.4) pode ser resolvido por vários algoritmos de otimização. Contudo, o método HMV (Hybrid Mean Value) é o mais recomendado para o PMA devido a sua simplicidade e sua eficiência, tanto para funções côncavas quanto para convexas (Youn et al., 2003).

6.4. Análise de confiabilidade híbrida por PMA

O método HMV é composto por dois métodos: o AMV (Advanced Mean Value), mais recomendado para problemas com funções de comportamento côncavas, e o CMV (Conjugate Mean Value), para convexas.

No HMV é realizada uma verificação para identificar se a função é côncava ou convexa e a partir desta verificação seleciona-se qual método será utilizado para determinar o MPP (AMV ou CMV). A verificação realizada é a seguinte:

$$\begin{aligned} \zeta^{k+1} &= (n^{k+1} - n^k) \cdot (n^k - n^{k-1}) \\ & \text{se } \text{sign}(\zeta^{k+1}) > 0 \text{ função convexa - CMV} \\ & \text{se } \text{sign}(\zeta^{k+1}) \leq 0 \text{ função côncava - AMV} \end{aligned} \quad (6.5)$$

onde n^k é a direção de máximo declive normalizada no ponto $v_{HMV}^{(k)}$ e ζ^{k+1} é o critério para determinação do tipo do método a ser utilizado em cada iteração.

$$n(v_{HMV}^{(k)}) = -\frac{\nabla_v G(v_{HMV}^{(k)})}{\|\nabla_v G(v_{HMV}^{(k)})\|} \quad (6.6)$$

O PMA é o método que tem se mostrado computacionalmente mais eficiente do que o RIA para solução de problemas de RBDO (Youn et al., 2003).

6.4.1. Método do valor médio avançado (AMV)

Cabe lembrar que o método AMV (Advanced Mean Value) é mais recomendado para problemas com funções de comportamento côncavas.

O método AMV começa com o método do valor médio (MV – Mean Value) (Youn et al., 2003), definido por:

$$v_{MV}^* = \beta_i n(0) \quad (6.7)$$

$$n(0) = -\frac{\nabla_v G(\mu)}{\|\nabla_v G(\mu)\|} \quad (6.8)$$

onde $n(0)$ é a direção de máximo declive normalizada definida no ponto correspondente aos valores médios, μ .

Assim, iterativamente o método AMV atualiza o vetor direção do método de máximo declive e é formulado por:

$$v_{AMV}^{(1)} = v_{MV}^*, v_{AMV}^{(k+1)} = \beta_i n(v_{AMV}^{(k)}) \quad (6.9)$$

$$n(v_{AMV}^{(k)}) = -\frac{\nabla_v G(v_{AMV}^{(k)})}{\|\nabla_v G(v_{AMV}^{(k)})\|} \quad (6.10)$$

6.4.2. Método do valor médio conjugado (CMV)

Quando aplicado a funções côncavas, o método AMV tende muitas vezes a ter uma convergência lenta ou até mesmo não convergir, pois este método atualiza a direção utilizando somente o MPP corrente. Esse tipo de dificuldade pode ser transposta usando o MPP corrente e o anterior, o que é realizado no método da média conjugada (Conjugate Mean Value - CMV). O CMV determina a nova direção de busca através da combinação de $n(u_{CMV}^{(k-2)})$, $n(u_{CMV}^{(k-1)})$ e $n(u_{CMV}^{(k)})$ com igual peso para as três direções.

$$v_{CMV}^{(0)} = 0, v_{CMV}^{(1)} = v_{AMV}^{(1)}, v_{CMV}^{(2)} = v_{AMV}^{(2)} \quad (6.11)$$

$$v_{CMV}^{(k+1)} = \beta_t \frac{n(v_{CMV}^{(k)}) + n(v_{CMV}^{(k-1)}) + n(v_{CMV}^{(k-2)})}{\|n(v_{CMV}^{(k)}) + n(v_{CMV}^{(k-1)}) + n(v_{CMV}^{(k-2)})\|} \quad (6.12)$$

onde a Eq. (6.12) é para $k \geq 2$ e,

$$n(v_{CMV}^{(k)}) = -\frac{\nabla_v G(v_{CMV}^{(k)})}{\|\nabla_v G(v_{CMV}^{(k)})\|} \quad (6.13)$$

Através do CMV que utiliza a direção de busca pelo método do máximo declive conjugado (Eq. 6.12) consegue-se uma boa convergência e estabilidade para funções côncavas. Contudo, para funções convexas ele é ineficiente, segundo Youn et al. (2003).

6.4.3. Método do valor médio híbrido (HMV)

Como visto nas seções anteriores o HMV determina através da Expressão 6.5 qual método (AMV ou CMV) que deve ser utilizado para determinar o MPP. O método HMV adotado neste trabalho é resumido a seguir:

1. Para $k=0$ e com uma tolerância para convergência igual a $TOL=10^{-3}$ avalia-se a direção de máximo declive no espaço reduzido V ;

$$n(v_{HMV}^{(0)}) = -\frac{\nabla_v G(v_{HMV}^{(0)})}{\|\nabla_v G(v_{HMV}^{(0)})\|} \quad (6.14)$$

2. Se a função é do tipo convexa ou $k < 3$, calcula-se o MPP utilizando o método AMV. Se a função é do tipo côncava e $k \geq 3$ calcula-se o MPP utilizando o método CMV;

Se AMV então $v_{HMV}^{(k+1)} = \beta_t n(v_{HMV}^{(k)})$

$$\text{Se CMV então } v_{AMV}^{(k+1)} = \beta_t \frac{n(v_{HMV}^{(k)}) + n(v_{HMV}^{(k-1)}) + n(v_{HMV}^{(k-2)})}{\|n(v_{HMV}^{(k)}) + n(v_{HMV}^{(k-1)}) + n(v_{HMV}^{(k-2)})\|} \quad (6.15)$$

$$n(v_{HMV}^{(k)}) = -\frac{\nabla_v G(v_{HMV}^{(k)})}{\|\nabla_v G(v_{HMV}^{(k)})\|} \quad (6.16)$$

3. Avalia-se a função de comportamento $G(v_{HMV}^{(k)})$ e o índice de confiabilidade $\beta^{(k+1)}$, no novo MPP $v_{HMV}^{(k+1)}$

$$\max\left(|\Delta G(v_{HMV}^{(k+1)})|, |\beta^{(k+1)} - \beta_t|\right) \leq TOL \quad (6.17)$$

$$|\Delta G(v_{HMV}^{(k+1)})| = \left| \frac{G(v_{HMV}^{(k+1)}) - G(v_{HMV}^{(k)})}{G(v_{HMV}^{(k+1)})} \right| \quad (6.18)$$

se atingido o critério de convergência o processo é interrompido, caso contrário passa-se para o item seguinte;

4. Calcula-se o gradiente $\nabla_v G(v_{HMV}^{(k+1)})$ da função de comportamento e faz-se a verificação se a função é côncava ou convexa a partir da Eq. (6.5), e determina-se qual o método deve ser utilizado (AMV ou CMV). Faz-se $k=k+1$ e repetem-se os passos, especificados a cima, a partir do item dois até a convergência.

6.5.

Variáveis aleatórias do problema

Para a definição das variáveis aleatórias a serem consideradas na análise devem-se observar as incertezas com relação à resistência e às cargas aplicadas.

Os possíveis casos de incertezas relativos à resistência dos elementos estruturais podem ser (Nowak e Collins, 2000):

- Análise – incertezas quanto aos métodos aproximados de análise e modelos idealizados de tensão-deformação;
- Materiais – incertezas quanto às propriedades dos materiais: resistências, módulos de elasticidade; composição química e etc;
- Fabricação – incertezas quanto às dimensões de componentes, momento de inércia.

Os itens seguintes descrevem as variáveis aleatórias consideradas nesse trabalho.

6.5.1.

Propriedades mecânicas do concreto

Neste trabalho é considerada como variável aleatória à resistência à compressão do concreto, tendo o seu valor médio definido pela seguinte expressão:

$$f_{cm} = \frac{f_{ck}}{(1 - 1,65 \delta)} \quad (kN / cm^2) \quad (6.19)$$

onde f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto e δ é o coeficiente de variação da resistência à compressão do concreto.

Segundo o JCSS³ (2000) a distribuição apropriada para descrever o comportamento aleatório da resistência à compressão do concreto é a distribuição Lognormal. Soares e Venturini (2001) recomendam para a tensão no concreto o valor de δ entre 10% e 25%. O seu valor característico é determinado de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2004), ou seja, o f_{ck} é o valor que corresponde a 5% de probabilidade de ser ultrapassado (distribuição normal), no sentido desfavorável para a segurança.

6.5.2. Propriedades mecânicas da armadura longitudinal

A distribuição que melhor descreve o comportamento aleatório da resistência de escoamento do aço característica (f_{yk}) é a distribuição Lognormal (JCSS³, 2000). Segundo Soares e Venturini (2001) deve-se usar para a resistência do aço valores de δ entre 6% e 12%. Os valores médios ou valores esperados para estas variáveis são obtidos por:

$$f_{ym} = f_{yk} + 2\sigma_{f_{yw}} \quad (kN / cm^2) \quad (6.20)$$

$$E_s = E_{sm} = 21000 kN / cm^2 \quad (6.21)$$

sendo $\sigma_{f_{yw}}$ o desvio padrão da resistência de escoamento do aço, com valor recomendado pelo JCSS³ (2000) de 3 kN/cm² e E_s o módulo de deformação longitudinal do aço. Para este trabalho E_s não é considerado como variável aleatória. O valor usado na análise de confiabilidade é de $E_s=2,05 \times 10^4$ kN/cm² (JCSS³, 2000). O valor característico f_{yk} é definido de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2004), onde f_{yk} é o valor que corresponde a 5% de probabilidade de ser ultrapassado no sentido desfavorável para a segurança.

6.5.3. Carregamento externo

A questão de qual distribuição e qual coeficiente de variação adotar para um determinado tipo de carregamento externo para projetos de estruturas de concreto

armado é comentada por Nowak e Collins (2000), JCSS² (2001) e Melchers (2002).

Diversos tipos de cargas podem atuar em uma estrutura. Podem-se classificar as cargas em três categorias gerais com relação aos dados estatísticos obtidos, são elas:

- Tipo I – para esse tipo de carga é considerado que os dados obtidos não dependem do tempo. Exemplos de cargas deste tipo são: cargas permanentes e cargas acidentais de longa duração ou permanência;
- Tipo II – para esse tipo de carga é considerado que os dados são dependentes de intervalos de tempo. Cargas que se enquadram nesta categoria são: as cargas de ventos, as cargas de neve, e as cargas acidentais de curta duração;
- Tipo III – nesta categoria as cargas ocorrem durante eventos extremos tais como terremotos e tornados.

De uma forma geral, as funções mais adotadas para representarem o comportamento das ações externas utilizadas na engenharia são (Soares e Venturini, 2001):

- Permanente: Log-normal ou Normal $\therefore \delta = 8\%$ a 15% ;
- Acidental: Gumbel ou Weibull $\therefore \delta = 10\%$ a 30% ;
- Onda: Gumbel ou Weibull $\therefore \delta = 40\%$.

Os valores característicos são determinados de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2004). Para as cargas permanentes, os valores característicos P_k são iguais às suas respectivas médias P_m ($P_k = P_m$), no caso das cargas acidentais, seus valores característicos correspondem de 25% a 35% de probabilidade de serem ultrapassados no sentido desfavorável, para um período de recorrência de 50 anos, ou seja, dentro de um período de 50 anos existe uma probabilidade de 25% a 35% de ocorrência de cargas superiores às cargas de projeto.

6.5.4. Fatores de modelagem

Para o cálculo dos diversos tipos de elementos estruturais, muitas vezes são feitas aproximações das tensões, forças axiais, forças cortantes e momentos

fletores. Na maioria das vezes não são considerados os efeitos tridimensionais, as imperfeições e a não-homogeneidade dos materiais.

Desta forma, as incertezas do modelo dependem muito do tipo da estrutura (pórticos, placas, cascas, etc), sendo necessário se considerar um fator de modelagem para o cálculo da resistência dos elementos estudados, que considere estas incertezas (JCSS³, 2000 e Santos e Eboli, 2006). Contudo, esse trabalho não considerará tais fatores devido à dificuldade de se obter dados confiáveis para esses fatores quando aplicados a análise não-linear geométrica.

6.6. O problema RBDO

Este problema tem como objetivo encontrar o vetor das variáveis adimensionais que represente o valor ótimo da função objetivo efetiva

$$\hat{f}(\hat{x}) = \frac{C_c}{f^0} \left[c_{ac} \sum_{m=1}^{ne} (V_{si,m} + V_{ss,m} + V_{st,m}) + \sum_{m=1}^{ne} b_m h_m^0 \hat{h}_m l_m + 2c_{fc} \sum_{m=1}^{ne} h_m^0 \hat{h}_m l_m \right] \quad (6.22)$$

submetido às seguintes restrições (restrição probabilística (6.23) e restrições determinísticas (6.24):

$$G_p(x, y) = -F_G^{-1}(\Phi(-\beta_i)) \leq 0 \quad (6.23)$$

$$\text{sign}(N_s)_i [N_s(x, u) - N_R(x)]_i \alpha_{ni} \leq 0 \quad i = 1 \dots ns. \quad (6.24a)$$

$$\text{sign}(M_s)_i \left[N_R(x) \frac{M_s(x, u)}{N_s(x, u)} - M_R(x) \right]_i \alpha_{mi} \leq 0 \quad \text{se } N_s \neq 0 \quad i = 1 \dots ns. \quad (6.24b)$$

$$\text{sign}(M_s)_i [M_s(x, u) - M_R(x)]_i \alpha_{mi} \leq 0 \quad \text{se } N_s = 0 \quad i = 1 \dots ns.$$

$$\frac{\omega_l}{\omega_{lim}} - 1 \leq 0 \quad l = 1 \dots nst. \quad (6.24c)$$

$$\frac{h_k^0 \hat{h}_k}{\kappa l_k} - 1 \leq 0 \quad k = 1 \dots nh. \quad (6.24d)$$

$$1 - \frac{A_{sl}^0 \hat{A}_{sl}}{A_{s, \min l}} \leq 0 \quad l = 1 \dots nst. \quad (6.24e)$$

$$\frac{V_{Sd}}{V_{Rd2}} - 1 \leq 0 \quad k = 1...ne. \quad (6.24f)$$

$$1 - \frac{A_{sw_k}^0 \hat{A}_{sw_k}}{A_{sw,nec_k}} \leq 0 \quad k = 1...ne. \quad (6.24g)$$

$$1 - \frac{A_{sw_k}^0 \hat{A}_{sw_k}}{A_{sw,min_k}} \leq 0 \quad k = 1...ne. \quad (6.24h)$$

$$\hat{x}_{i,min} \leq \hat{x}_i \leq \hat{x}_{i,max} \quad i = 1...nvp. \quad (6.24i)$$

a maioria das variáveis presentes nas Equações (6.22) e (6.24) já foram apresentadas no item referente a DDO. As funções de comportamento necessárias para a análise probabilística que representam a Eq.(6.23) são as seguintes:

$$G_p(x, y) = \text{sign}(u_j) \frac{u_j(x, y)}{u_{j,lim}} - 1 \leq 0 \quad j = 1...ndr. \quad (6.25a)$$

$$G_p(x, y) = 1 - \lambda^*(x, y) \leq 0. \quad (6.25b)$$

onde x e y representam, respectivamente, as variáveis de projeto determinísticas e as variáveis aleatórias que compõem o problema, $u_j(x, y)$ é o deslocamento nodal e $\lambda^*(x, y)$ é o fator de majoração de uma dada representação da carga aplicada que produzirá o colapso da estrutura.

A carga crítica $\lambda^*(x, y)$ da Equação (6.25b) também pode se entendida como o coeficiente que é capaz de provocar o colapso da estrutura quando multiplicado pelas cargas randômicas atuantes na mesma. Considera-se no momento da análise da restrição probabilística (Eq. 6.25b), as propriedades aleatórias das resistências (f_c e f_y) e das cargas atuantes. Em cada avaliação da função de comportamento (FORM – PMA) é determinada a carga aplicada $\lambda^*(x, y)$ que produzirá o colapso da estrutura considerando os valores do vetor das variáveis randômicas (y) em cada iteração. Assim, esta restrição impõe que $\lambda^*(x, y) \geq 1$, ou seja, que a carga crítica da estrutura calculada a partir de uma configuração formada pelo parâmetros determinísticos (x) e pelas variáveis randômicas (y) seja superior a 1. Essa restrição garante que, no final da otimização via RBDO, a estrutura terá pelo menos uma probabilidade de falha máxima $P_f = 7,2 \times 10^{-5}$ em 50 anos ($\beta = 3,8$) para o ELU (carga crítica).

A Equação (6.25a) restringe a probabilidade máxima de ocorrência de deslocamentos superiores ao estabelecido como limite ($u_{j,lim}$). Essa restrição garante que, no final da otimização via RBDO, a estrutura terá pelo menos uma probabilidade de falha máxima $P_f = 6,68 \times 10^{-2}$ em 50 anos ($\beta = 1,5$) para o ELS (deslocamento restrito).

A otimização foi realizada com os algoritmos de Programação Quadrática Seqüencial (SQP em inglês), Programação Linear Seqüencial (SLP em inglês) e Método das Direções Viáveis (MFD em inglês), sendo utilizado o que tiver melhor comportamento após testes preliminares. Para a determinação das sensibilidades da restrição de confiabilidade foi utilizado o proposto por Enevoldsen (1993).