



Alex Fabiano de Almeida

**Projeto ótimo baseado em confiabilidade de pórticos
planos de concreto armado**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Civil da PUC-Rio como requisito
parcial para a obtenção do título de Doutor em
Engenharia Civil. Ênfase: Estruturas

Orientadora: Marta de Souza Lima Velasco
Co-orientador: Luiz Eloy Vaz

Rio de Janeiro
Março de 2008



Alex Fabiano de Almeida

**Projeto ótimo baseado em confiabilidade de pórticos
planos de concreto armado**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Marta de Souza Lima Velasco
Orientadora
DEC / PUC-Rio

Luiz Eloy Vaz
Co-Orientador
DME / UFRJ

Andréia Abreu Diniz de Almeida
DEC / PUC-Rio

Sylvia Regina Mesquita de Almeida
EEC / UFG

Sergio Hampshire C. Santos
DME / UFRJ

Claudia R. Eboli
DME / UFRJ

José Eugênio Leal
Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 05 de março de 2008

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Alex Fabiano de Almeida

Graduou-se em Engenharia Civil pela Universidade Estadual de Goiás, UEG, em fevereiro de 2001. Ingressou no curso de mestrado em Engenharia Civil (Estruturas) da Universidade Federal de Goiás, UFG, em março de 2002, atuando na área de Otimização de Estruturas. Concluiu o curso de Mestrado em Engenharia Civil em fevereiro de 2004.

Ficha Catalográfica

Almeida, Alex Fabiano de

Projeto ótimo baseado em confiabilidade de pórticos planos de concreto armado / Alex Fabiano de Almeida; orientadora: Marta de Souza Lima Velasco; co-orientador: Luiz Eloy Vaz. – 2008.

147 f. : il. ; 30 cm

Tese (Doutorado em Engenharia Civil)– Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Concreto armado. 3. Confiabilidade. 4. Otimização. 5. RBDO. I. Velasco, Marta de Souza Lima. II. Vaz, Luiz Eloy. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

CDD: 624

À minha mãe: Maria Madalena Abadias,
pelos ensinamentos, compreensão e amor.

Agradecimentos

A Deus, por ter me concedido o dom da vida, inteligência e sabedoria;

À professora Marta e ao professor Eloy, pela paciência, orientação acadêmica e pessoal;

Às minhas amigas Maria Fernanda e Paola pela amizade e as muitas vezes que me deixaram falando sozinho;

Ao meu amigo Walter Edgley pelo companheirismo;

Aos colegas do doutorado;

Ao CNPq, pelo apoio financeiro;

Aos amigos que fiz nesse período e que foram de fundamental importância;

À minha mãe e aos meus irmãos, pelo estímulo, compreensão e amor imensurável, obrigado por serem minha família.

Resumo

Almeida, Alex Fabiano de; Velasco, Marta de Souza Lima; Vaz, Luiz Eloy. **Projeto ótimo baseado em confiabilidade de pórticos planos de concreto armado**. Rio de Janeiro, 2008. 147p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho compara o projeto ótimo determinístico (DDO) com o projeto ótimo baseado em confiabilidade (RBDO) de pórticos planos de concreto armado. A estrutura é modelada por uma malha de elementos finitos usando elementos de barras e considerando a não-linearidade geométrica e dos materiais. Na formulação do problema de otimização proposto as variáveis de projeto são definidas para cada elemento finito da malha. Elas são as armaduras superior e inferior das seções transversais de extremidade do elemento, a altura da seção do elemento, as áreas de armadura transversal e o parâmetro D usado para descrever os estados limites últimos de acordo com a norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2004). Os algoritmos de otimização utilizados são os de programação quadrática sequencial (PQS), programação linear sequencial (PLS) e o método das direções viáveis (MDV).

As variáveis randômicas do problema de RBDO são a resistência à compressão do concreto, as resistências à tração e à compressão do aço, assim como as cargas aplicadas. As funções de comportamento são de dois tipos, a primeira é relativa à carga crítica da estrutura e a segunda ao controle de deslocamento para o estado limite de utilização. Para o cálculo da probabilidade de falha de uma função de comportamento, em cada iteração do problema de RBDO, o método FORM (PMA) utilizará o algoritmo HNV para obtenção do ponto de projeto. Análise de sensibilidade é feita pelo método analítico.

Palavras-chave

Concreto Armado; Confiabilidade; Otimização; RBDO.

Abstract

Almeida, Alex Fabiano de; Velasco, Marta de Souza Lima (Advisor); Vaz, Luiz Eloy (Co-Advisor). **Reliability-based design optimization of reinforced concrete plane frames**. Rio de Janeiro, 2008. 147p. DSc. Thesis – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This work compares the Deterministic Design Optimization (DDO) with the Reliability-Based Design Optimization (RBDO) of reinforced concrete plane frames. The structure is modeled by a finite element mesh using bar elements and considering both geometric and material nonlinearities. In the formulation of the proposed optimization problem the design variables are defined for each element of the finite element mesh. They are the areas of tensile and compressive reinforcement at the element ends, the depth of the element rectangular cross-section, the areas of shear reinforcement, and the parameter D used to describe the deformation limit states for the element cross-sections defined according to the Brazilian code for the design of concrete structures NBR 6118 (ABNT, 2004). The optimization algorithms used are the Sequential Linear Programming (SLP), the Sequential Quadratic Programming (SQP) and the Method of Feasible Direction (MFD).

The random variables of the RBDO problem are the concrete compressive strength, the steel compressive and tensile strength, as well as some applied loads. The performance functions are of two types, the first relates to the critical load of the structure and the second to the control of displacements in the serviceability state. For performing the calculation of the probability of failure for the associated performing function in each iteration of the RBDO problem, the method FORM (PMA) will be used in connection with the HNV algorithm for obtaining the project point. The sensitivity analyses are carried out by the analytical method.

Keywords

Reinforced concrete plane frames; Reliability; Optimization; RBDO.

Sumário

1	Introdução	23
1.1.	Considerações iniciais e objetivos	23
1.2.	Histórico e revisão bibliográfica	25
1.2.1.	Otimização via DDO (Deterministic Design Optimization)	25
1.2.2.	Análise de confiabilidade	26
1.2.3.	Otimização via RBDO	29
1.3.	Procedimento proposto neste trabalho	35
1.4.	Organização do trabalho	36
2	O conceito de RBDO	38
2.1.	Definições necessárias	38
2.2.	Exemplo ilustrativo	39
3	Análise de pórticos planos de concreto armado	41
3.1.	Introdução	41
3.2.	Análise não-linear de pórticos planos	41
3.2.1.	Considerações iniciais	41
3.2.2.	Características dos materiais	42
3.2.3.	Deformação axial e curvatura	44
3.2.4.	Esforços internos no elemento	46
3.2.5.	Equação de equilíbrio	47
3.2.6.	Modelos de elementos finitos	48
3.3.	Cargas críticas	50
4	Análise de confiabilidade de estruturas	52
4.1.	Conceitos básicos de probabilidade	53
4.1.1.	Parâmetros de uma variável aleatória	54
4.1.2.	Distribuições probabilísticas	57
4.1.3.	Função densidade de probabilidade conjunta	57
4.2.	Estado limite	58

4.2.1. Função de falha (função de comportamento ou função de estado limite)	59
4.3. Índice de confiabilidade	61
4.4. Método de simulação de Monte Carlo (MC)	65
4.5. Método de confiabilidade de 1ª ordem (FORM)	66
4.6. Confiabilidade de sistemas	69
4.7. Determinação dos coeficientes parciais de segurança para um projeto específico	71
4.8. Fator de importância	72
4.9. Níveis dos métodos de projeto	72
 5 Projeto de Otimização Determinístico (DDO)	 74
5.1. Introdução	74
5.2. Dimensionamento ótimo de uma seção de concreto armado à flexão composta reta	74
5.3. Descrição do problema proposto via método DDO	78
5.3.1. Variáveis de projeto	78
5.3.2. Função objetivo	80
5.3.3. Restrições de resistência	81
5.3.4. Restrições para o ELS	83
5.3.5. Restrições com relação à altura das vigas	84
5.3.6. Restrições referentes às armaduras	84
5.3.7. Restrição relativa ao fator de carga crítica	85
5.3.8. Restrições laterais	85
5.3.9. Adimensionalização de variáveis	86
5.3.10. O problema de DDO	87
 6 Projeto de Otimização Baseado em Confiabilidade (RBDO)	 89
6.1. Condição de proximidade de projeto	93
6.2. Análise de confiabilidade pelo RIA (Reliability Index Approach)	94
6.3. Análise de confiabilidade por PMA (Performance Measure Approach)	95
6.4. Análise de confiabilidade híbrida por PMA	95
6.4.1. Método do valor médio avançado (AMV)	96

6.4.2. Método do valor médio conjugado (CMV)	96
6.4.3. Método do valor médio híbrido (HMV)	97
6.5. Variáveis aleatórias do problema	98
6.5.1. Propriedades mecânicas do concreto	98
6.5.2. Propriedades mecânicas da armadura longitudinal	99
6.5.3. Carregamento externo	99
6.5.4. Fatores de modelagem	100
6.6. O problema RBDO	101
7 Análise de sensibilidade	104
7.1. Introdução	104
7.2. Esforços internos resistentes	104
7.3. Esforços internos solicitantes	106
7.4. Deslocamentos	107
7.5. Carga crítica	108
7.6. Função objetivo	109
7.7. Restrições	110
7.8. Funções de comportamento	112
8 Aplicação numérica	114
8.1.1. Primeiro exemplo de aplicação	114
8.1.2. Segundo exemplo de aplicação	118
8.1.3. Terceiro exemplo de aplicação	121
8.1.4. Quarto exemplo de aplicação	124
9 Considerações finais	131
9.1. Conclusões	131
9.2. Sugestões para trabalhos futuros	132
10 Referências bibliográficas	133
Apêndice A	139
Apêndice B	145

Lista de figuras

Figura 2.1 – Geometria do exemplo e carregamento atuante.	39
Figura 3.1 – Diagrama tensão-deformação de cálculo do concreto.	43
Figura 3.2 - Diagrama tensão-deformação de cálculo do aço classe A.	44
Figura 3.3 – Sistema de coordenadas de referência dos elementos finitos.	45
Figura 3.4 – Configuração deformada de um trecho de elemento.	45
Figura 3.5 – Convenção de sinal para esforços no elemento.	47
Figura 3.6 – (a) Modelo 1 e (b) modelo 2 com seus respectivos eixos de referência e graus de liberdade locais.	50
Figura 3.7 – (a) Ruína por ruptura e (b) ruína por perda de estabilidade.	51
Figura 4.1 – Representação gráfica do coeficiente de correlação.	56
Figura 4.2 – Representação da superfície de falha na PDF conjunta: (a) espaço original U ; (b) espaço reduzido V .	60
Figura 4.3 – Margem de segurança.	63
Figura 4.4 - Função de falha com duas variáveis randômicas no espaço normal padrão reduzido.	67
Figura 4.5 – Definição de sistema na análise de confiabilidade de estruturas, sistema em série.	70
Figura 4.6 – Definição de sistema na análise de confiabilidade de estruturas, sistema em paralelo.	70
Figura 5.1 – Envoltória resistente de uma seção (Melo et al. 2004).	75
Figura 5.2 – Domínios de estado limite último de uma seção transversal.	76
Figura 5.3 – Funções $\varepsilon_s(D)$ e $\varepsilon_l(D)$.	77
Figura 5.4 – Padrões de distribuição da armadura longitudinal (A_{ss} e A_{si}).	79
Figura 6.1 – Exemplo ilustrativo do processo de DDO vs. RBDO.	91
Figura 6.2 – Processo iterativo para o RBDO.	92
Figura 6.3 – Análise rápida de confiabilidade no RBDO.	94
Figura 7.1 – Tensão e deformação na seção.	105
Figura 7.2 – Diagrama tensão-deformação de cálculo do aço classe A – Regiões.	113

Figura 8.1 – (a) Dimensões e carregamento (b) malha e variáveis de projeto.	115
Figura 8.2 – (a) (b) Malha e variáveis de projeto.	118
Figura 8.3 – Geometria do terceiro exemplo.	122
Figura 8.4 – Variáveis de projeto do terceiro exemplo nos elementos.	122
Figura 8.5 – (a) Dimensões, carregamento e malha (b) variáveis de projeto.	125

Lista de tabelas

Tabela 2.1 – Variáveis do exemplo ilustrativo.	40
Tabela 2.2 – Resultados obtidos para o exemplo de RBDO.	40
Tabela 4.1 – Grau de dependência de correlação entre variáveis (Soares e Venturini, 2001).	56
Tabela 4.2 – Relação entre Índice de confiabilidade β e probabilidade de falha P_f .	64
Tabela 4.3 – Classes de conseqüências e confiabilidade, e valores de índices de confiabilidade (JCSS ¹ , 2000; CEN, 2001; Gulvanessian et al., 2002).	65
Tabela 5.1 – Valores limites para D (Melo et al. 2004).	78
Tabela 5.2 – Taxas mínimas de armadura de flexão (NBR 6118, 2003).	84
Tabela 7.1 – Regiões e limites de integração.	105
Tabela 7.2 – Casos de deformação.	107
Tabela 8.1 – Variáveis aleatórias da 1ª aplicação.	116
Tabela 8.2 – Valores iniciais e finais das variáveis de projeto do primeiro exemplo.	117
Tabela 8.3 – Coeficientes parciais de segurança da 1ª aplicação.	117
Tabela 8.4 – Fatores de importância da 1ª aplicação.	118
Tabela 8.5 – Variáveis aleatórias da 2ª aplicação.	119
Tabela 8.6 – Valores iniciais e finais das variáveis de projeto do segundo exemplo.	120
Tabela 8.7 – Comparação de resultados obtidos da 2ª aplicação via RBDO pelo método FORM e pelo método de Monte Carlo (MC).	120
Tabela 8.8 – Coeficientes parciais de segurança da 2ª aplicação.	121
Tabela 8.9 – Fatores de importância da 2ª aplicação.	121
Tabela 8.10 – Variáveis aleatórias da 3ª aplicação.	123
Tabela 8.11 – Valores iniciais e finais das variáveis de projeto do terceiro exemplo.	123
Tabela 8.12 – Coeficientes parciais de segurança da 3ª aplicação.	124
Tabela 8.13 – Fatores de importância da 3ª aplicação.	124

Tabela 8.14 – Parâmetros probabilísticos e determinísticos da 4ª aplicação.	129
Tabela 8.15 – Valores iniciais e finais das variáveis de projeto do quarto exemplo.	129
Tabela 8.16 – Coeficientes parciais de segurança da 4ª aplicação.	130
Tabela 8.17 – Fatores de importância da 4ª aplicação.	130

Lista de símbolos

Símbolos romanos

A_{si}^0	armadura longitudinal inferior de referência
A_{ss}^0	armadura longitudinal superior de referência
A_{sw}^0	armadura transversal de referência
A	parâmetro usado na definição da curva tensão deformação do aço tipo B
A_c	área de concreto
a_i	constantes
A_m	área da seção transversal do m-ésimo elemento
A_s	área de aço
A_s'	área da seção da armadura longitudinal de compressão
$A_{s,min}$	área de aço mínima
A_{si}	armadura longitudinal inferior
\hat{A}_{si}	variável adimensional relativa à armadura longitudinal inferior
A_{ss}	armadura longitudinal superior
\hat{A}_{ss}	variável adimensional relativa à armadura longitudinal superior
A_{sw}	armadura transversal
\hat{A}_{sw}	variável adimensional relativa à armadura transversal
$A_{sw,m}$	armadura transversal por unidade de comprimento do elemento
$A_{sw,min}$	armadura transversal mínima
$A_{sw,nec}$	armadura transversal necessária
A_{Total}	área de aço total numa seção de concreto armado
b	largura da seção
B	parâmetro usado na definição da curva tensão deformação do aço tipo B
b_w	largura da alma numa seção de viga T
c	cobrimento da armadura
C	parâmetro usado na definição da curva tensão deformação do aço tipo B

C_a	custo do aço por unidade de volume
c_{ac}	relação entre os custos C_a e C_f
C_c	custo do concreto por unidade de volume
C_f	custo da fôrma por unidade de área
c_{fc}	relação entre os custos C_f e C_c
$Cov()$	covariância entre duas variáveis aleatórias
C_s	custo do aço por unidade de peso
d	distância da reta $G = 0$ até a origem, no espaço das variáveis reduzidas
D	parâmetro de deformação que descreve as configurações resistentes no ELU
D^*	parâmetro D ótimo para $W = I$
d'	distância do cg da armadura à borda mais próxima da seção
$E(X)$	valor médio, ou a média, de uma variável aleatória X
$E(X^2)$	valor médio quadrático de uma variável aleatória X
E_s	modulo de elasticidade transversal do aço
f^0	valor da função objetivo para o ponto inicial
\mathbf{F}	vetor das forças nodais internas da estrutura
$f(x)$	função objetivo
f_c	resistência à compressão do concreto
f_{cd}	valor de cálculo da resistência à compressão do concreto
f_{ck}	valor característico da resistência à compressão do concreto
f_{cm}	valor médio da resistência à compressão do concreto
$F_X(x)$	função cumulativa de probabilidades
$f_X(x)$	função densidade de probabilidade
$F_{X,Y}()$	função cumulativa de probabilidades conjunta
$f_{X,Y}()$	função densidade de probabilidade conjunta
f_y	tensão de escoamento do aço
f_{yd}	tensão de escoamento de cálculo do aço
f_{yk}	valor característico da resistência à compressão do aço
f_{ym}	valor médio da resistência à compressão do aço
G	função de falha ou função de comportamento
$g_i(x)$	restrições de desigualdade
h	altura da seção transversal

h^0	valor inicial da variável h
h_f	altura da mesa de concreto numa seção de viga T
\bar{h}	altura na seção de referência
\hat{h}	variável adimensional relativa à altura da seção
H_S	carga horizontal
I_i	fator de importância das variáveis aleatórias para cada função de falha
J	Jacobiano
K_T	matriz de rigidez tangente
l	comprimento do elemento reto
L	matriz triangular inferior, obtida da decomposição de Choleski da matriz dos coeficientes de correlação
M	momento de flexão
M_R^*	momento fletor resistente para D^*
m	vetor das médias
M_R	momento de flexão resistente de projeto
M_S	momento solicitante de cálculo
N_R^*	esforço normal resistente para D^*
N	força normal
$\mathbf{n}^{(k)}$	direção de máximo declive normalizada no ponto $\nu_{HMV}^{(k)}$
ndr	numero de deslocamentos nodais restritos
ne	número de elementos do modelo
neq	número de graus de liberdade da estrutura
nh	número de alturas diferentes como variáveis
N_R	força normal resistente
N_S	força normal solicitante de cálculo
ns	número de seções de extremidade
nsc	número de seções de extremidade com todas as armaduras comprimidas
nsi	número de armaduras longitudinais inferiores
nss	número de armaduras longitudinais superiores
nst	número de armaduras tracionadas na flexão
nsw	número de armaduras de cisalhamento

nvp	numero de variáveis de projeto
\mathbf{P}	vetor das forças nodais externas
\mathbf{P}_s	vetor das forças nodais externas em serviço
\mathbf{P}_k	vetor das forças nodais externas características
\mathbf{P}_m	vetor das forças nodais externas médias
P_f	probabilidade de falha
\mathbf{q}	deslocamentos locais generalizados
Q	esforço cortante
q_u	componente de \mathbf{q} na direção axial
q_v	componente de \mathbf{q} na direção transversal
R	capacidade resistente da seção
S	esforço solicitante na seção
s_m	espaçamento entre as fissuras
t	idade relativa à data de aplicação da carga de longa duração
t_0	tempo quando se deseja o valor da flecha diferida
TOL	tolerância para convergência
T_m	matriz de transformação do elemento m
u	componente de deslocamento no eixo x
U	espaço original das variáveis aleatórias
U^*	ponto de projeto no espaço original das variáveis aleatórias
U_i^k	valor característico desta variável
U_i^*	valor correspondente à variável i no ponto de projeto quando a probabilidade de falha é alcançada
\mathbf{u}	vetor de variáveis aleatórias
u_i	deslocamentos nodais locais na direção axial
$u_{j,lim}$	valores admissíveis para cada deslocamento j
u_x	componente de deslocamento num ponto genérico na direção x
u_y	componente de deslocamento num ponto genérico na direção y
v	componente de deslocamento no eixo y
V	espaço normal padrão reduzido das variáveis aleatórias
V^*	ponto de projeto no espaço das variáveis reduzidas
$Var(X)$	variância de uma variável aleatória X

V_{sd}	valor da força cortante solicitante correspondente às cargas de projeto
v_i	deslocamentos nodais locais na direção transversal
V_R	vetor resistente de cálculo
V_S	vetor solicitante de cálculo
$V_{si,m}$	volume da armadura longitudinal inferior do m -ésimo elemento
$V_{ss,m}$	volume da armadura longitudinal superior do m -ésimo elemento
$V_{st,m}$	volume da armadura transversal do m -ésimo elemento
W	função objetivo do sub-problema de determinação do parâmetro D
X	eixo cartesiano global; variável aleatória
x	eixo cartesiano local
\mathbf{x}	vetor de variáveis de projeto
$\hat{\mathbf{x}}$	vetor de variáveis de projeto adimensionais
$x_{i,max}$	restrições laterais que definem os limites máximos
$x_{i,min}$	restrições laterais que definem os limites mínimos
Y	eixo cartesiano global; variável aleatória
y	eixo cartesiano local
y_a	ordenada que representa a deformação na fibra inferior de integração
y_b	ordenada que representa a deformação na fibra superior de integração
y_{sl}	ordenada que dista do cg da seção de concreto até o cg da armadura longitudinal inferior
y_{ss}	ordenada que dista do cg da seção de concreto até o cg da armadura longitudinal superior

Símbolos gregos

Φ	cumulativa da distribuição normal padrão
Γ	matriz gamma, $\Gamma = L^{-1}$
Ψ	vetor de forças desequilibradas da estrutura
α	sensibilidade ou gradiente normalizado no ponto de projeto
α_m	fator de escala na restrição usado em termos de N e M

α_n	fator de escala na restrição usado em termos de N
α_s	coeficiente experimental dado em função do diâmetro da barra
β	índice de confiabilidade
β_s	índice de confiabilidade do sistema
β_t	índice de confiabilidade alvo
χ	curvatura no centro de gravidade
ϵ_0	deformação axial no centro gravidade
ϵ_c	deformação específica do concreto
ϵ_{ci}	deformação específica do concreto na fibra inferior do concreto
ϵ_{cs}	deformação específica do concreto na fibra superior do concreto
ϵ_{c2}	deformação igual a 0,002 no concreto
ϵ_{cu}	deformação última de compressão no concreto
ϵ_I	deformação na fibra extrema inferior
ϵ_s	deformação específica do aço
ϵ_S	deformação na fibra extrema superior
ϵ_x	componente de deformação longitudinal
ϵ_{yd}	deformação de escoamento de cálculo do aço
ϵ_{yu}	deformação última de tração no aço
δ	coeficiente de variação
ϕ	diâmetro da barra de aço longitudinal
$\phi()$	PDF normal padrão
ϕ_u	função de interpolação generalizada relativa aos deslocamentos \mathbf{q}_u
ϕ_v	função de interpolação generalizada relativa aos deslocamentos \mathbf{q}_v
γ	coeficiente parcial de segurança
γ_c	coeficiente de minoração do concreto
γ_f	coeficiente de ponderação das ações
γ_m	coeficiente de ponderação das resistências
η_b	coeficiente de conformação superficial das barras da armadura
κ	coeficiente usado na restrição de viga parede
λ^*	carga critica de instabilidade
λ_0	fator de carga inicial

λ_f	valor do fator de proporcionalidade correspondente as cargas de projeto
λ^r	carga critica de ruína por falha do material
λ_{inf}^*	limite inferior para λ^*
μ_U^N	média normal equivalente
μ	valor médio, ou a média, de uma variável aleatória
ν^*	ponto de projeto no espaço V (MPP)
ν_R	vetor unitário dos esforços resistentes
ν_S	vetor unitário dos esforços solicitantes de cálculo
θ	rotações dos nós do elemento
ρ_{ik}	correlação entre dois componentes
ρ_{max}	taxa de armadura máxima admissível
ρ_{min}	taxa de armadura mínima admissível
ρ_r	taxa geométrica da armadura da seção transversal de concreto
$\rho_{X,Y}$	coeficiente de correlação
ρ'	taxa de armadura comprimida
σ_i	desvio padrão de uma variável aleatória i
σ_U^N	desvio padrão normal equivalente
σ	matriz de desvios padrões
σ_c	tensão à compressão no concreto
σ_s	tensão normal no aço; tensão de serviço na armadura
σ_{SI}	tensão na armadura longitudinal inferior
σ_{SS}	tensão na armadura longitudinal superior
σ_x	tensão normal na direção x
τ_{max}	valor de cálculo da tensão convencional de cisalhamento no concreto
τ_{wu}	valor ultimo de cisalhamento no concreto
ω_{lim}	abertura limite de fissuras
ξ	coordenada axial adimensional
$\xi(t)$	coeficiente função do tempo
ζ	critério para determinação do tipo do método

Lista de abreviaturas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AMV	Advanced Mean Value
CDF	Cumulative Density Function
CMV	Conjugate Mean Value
DDO	Deterministic Design Optimization
ELS	Estados Limites de Serviço
ELU	Estados Limites Últimos
FORM	First Order Reliability Method
HLRF	Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler
HMV	Hybrid Mean Value
MC	Monte Carlo
MPP	Most Probable Point
MV	Mean Value
PDF	Probability Density Function
PL	Programação Linear
PLS	Programação Linear Sequencial
PM	Programação Matemática
PMA	Performance Measure Approach
PQS	Programação Quadrática Sequencial
RBDO	Reliability-Based Design Optimization
RIA	Reliability Index Approach
RSM	Response Surface Method
SORM	Second Order Reliability Method
SLP	Sequential Linear Programming
SQP	Sequential Quadratic Programming