

## 2 Solos não saturados

### 2.1. Fluxo em solos não saturados

#### 2.1.1. Potencial da água no solo

A água pode ser caracterizada por um estado de energia. Essa energia pode ser dividida em duas parcelas: cinética, associada à velocidade da água e potencial, associada a outras componentes.

Como o movimento da água no solo é em geral lento, a parcela cinética da energia total, proporcional ao quadrado da velocidade, pode ser desprezada. Assim, a energia potencial representa o estado de energia da água, também chamado de potencial total da água no solo.

Fisicamente, toda a matéria, inclusive a água, tende a assumir o mínimo estado de energia possível, em equilíbrio com o meio. Assim, o movimento da água se dá no sentido dos pontos de maior potencial total, para os de menor. A taxa de decréscimo dessa grandeza, ao longo de determinada direção, é uma medida da força responsável pelo movimento do fluido (Reichardt e Timm, 2004).

O potencial total da água no solo  $\psi$ , ou potencial hidráulico, pode ser dividido em cinco componentes (Reichardt e Timm, 2004): térmico ( $\psi_t$ ), de pressão ( $\psi_p$ ), gravitacional ( $\psi_g$ ), osmótico ( $\psi_o$ ) e matricial ( $\psi_m$ ):

$$\psi = \psi_t + \psi_p + \psi_g + \psi_o + \psi_m \quad (1)$$

Sendo uma medida de energia, o potencial é expresso nas mesmas unidades que esta  $[ML^2T^{-2}]$ . Pode-se também expressá-lo de forma relativa: potencial por unidade de volume  $[ML^{-1}T^{-2}]$ , potencial por unidade de massa  $[L^{-2}T^{-2}]$  e potencial por unidade de peso, também chamado carga  $[L]$ .

O potencial **térmico** é de difícil determinação e devido às pequenas variações de temperatura da água no solo, em condições normais, pode ser desprezado.

A componente **de pressão** é considerada somente quando a pressão atuante sobre a água é maior que a pressão atmosférica, sendo neste caso considerada positiva. Seu valor, expresso em energia por unidade de peso [L], representa a altura de uma coluna de água atuando no ponto em consideração.

O potencial **gravitacional** é a energia potencial do campo gravitacional da terra. Na forma de energia por unidade de peso [L], representa a elevação do ponto em consideração em relação a um dado referencial.

A componente **osmótica** está relacionada ao fato da água no solo ser uma solução de sais minerais e outras substâncias. O potencial osmótico é função da concentração de solutos, sendo tanto mais negativo quanto mais elevada for essa concentração (Reichardt e Timm, 2004). Dessa maneira, o movimento da água vai do ponto de menor para o de maior concentração. Normalmente, a variação na concentração de solutos na água é pequena, sendo esta componente desprezível, em relação às outras.

A componente **matricial** está ligada ao teor de água no solo não saturado ou saturado por capilaridade, sendo resultante das forças de adsorção que mantém a água aderida às partículas sólidas e aos fenômenos de capilaridade existentes nos interstícios da massa de solo. Em solos não saturados, ocorre a formação de meniscos de água entre as partículas sólidas, em resposta aos fenômenos capilares oriundos da tensão superficial da água (e. g. Libardi, 2005; Reichardt e Timm, 2004; Lu e Likos, 2004). A água nesses meniscos se encontra a uma pressão inferior à pressão do ar, também presente nos poros. Caso se considere o ar sob pressão atmosférica, e sendo esta tomada como referencial, a água estará sob pressão negativa.

A relação existente entre o teor de água no solo, expressa em termos da umidade volumétrica  $\theta$  [ $L^3L^{-3}$ ], e a pressão negativa da água é chamada de curva característica ou curva de retenção e será discutida na seqüência.

Desprezando-se as parcelas térmica e osmótica, o potencial total da água no solo ( $\psi$ ) pode então ser escrito em termos do potencial gravitacional ( $\psi_g$ ), do potencial de pressão ( $\psi_p$ ) e do potencial mátrico ( $\psi_m$ ):

$$\psi = \psi_g + \psi_p + \psi_m \quad (2)$$

Como o potencial de pressão e o potencial mátrico representam pressões da água, o primeiro positivo e o segundo negativo, eles podem ser agrupados em uma só componente. Expressando-se essa componente em termos de potencial por unidade de peso, pode-se chamá-la de carga de pressão  $h$  [L]:

$$h = \psi_p + \psi_m \quad (3)$$

O potencial total ( $\psi$ ) e potencial gravitacional ( $\psi_g$ ) também expressos em potencial por unidade de peso, passam a ser chamados de carga hidráulica total,  $H$  [L], e de carga de elevação,  $z$  [L], respectivamente. Assim a carga hidráulica total é expressa por:

$$H = h + z \quad (4)$$

### 2.1.2. Curva Característica

A curva característica, ou curva de retenção, Figura 1, é uma relação constitutiva de grande importância na mecânica dos solos não saturados. Ela descreve a relação entre o potencial matricial da água no solo e seu teor de água, ou, mais simplesmente, é a relação funcional entre a pressão negativa da água e a umidade volumétrica.

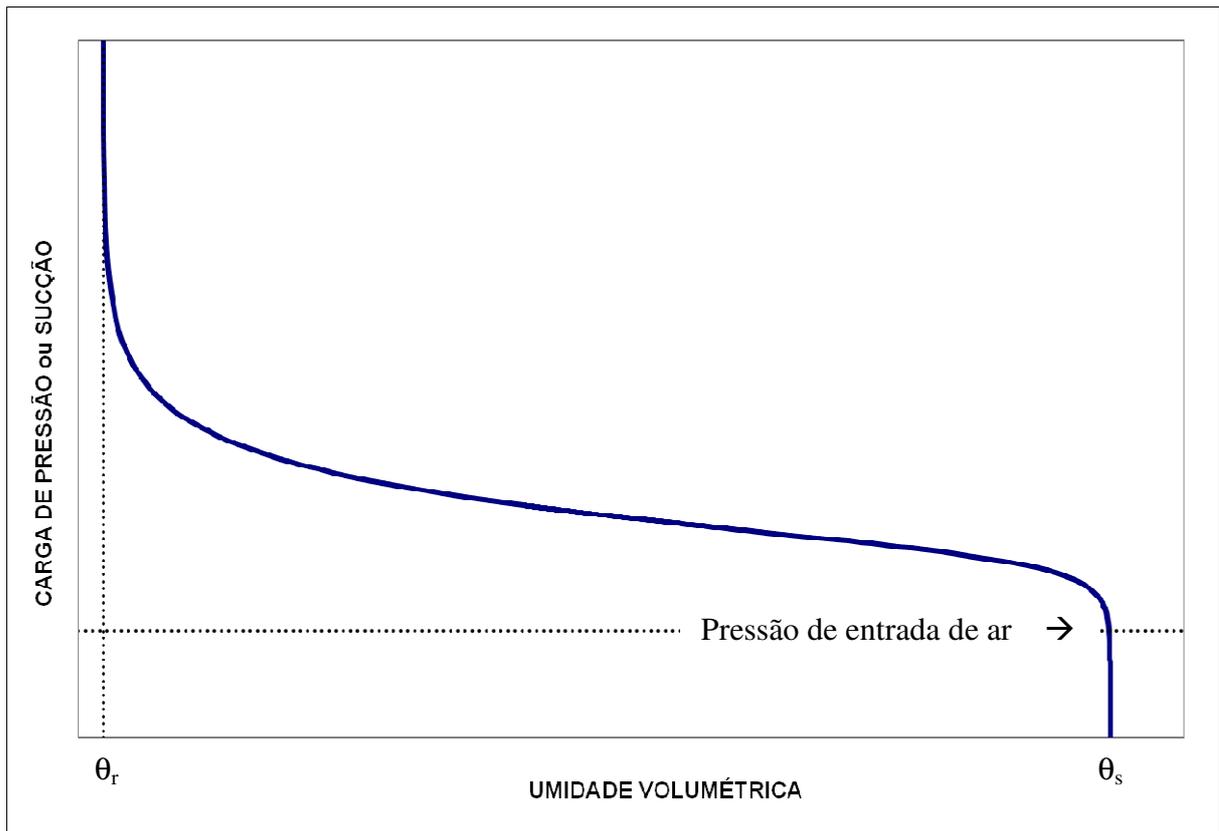
A sucção [ $ML^{-1}T^{-2}$ ] é um valor positivo, definido pela diferença entre a pressão de ar ( $u_a$ ) e a pressão negativa da água nos solos:

$$sucção = u_a - u_w \quad (5)$$

Onde:

$$u_w = \gamma_w h \quad (6)$$

Sendo  $\gamma_w$  o peso específico da água.



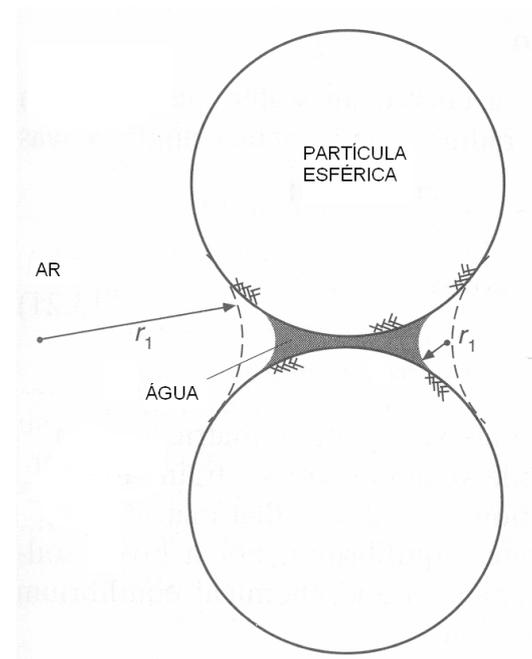
**Figura 1 - Curva característica**

Analisando-se a Figura 1, alguns valores merecem destaque. O valor de umidade residual ( $\theta_r$ ) é um valor de umidade associado a altos valores de sucção, quando a água retida pelo solo encontra-se na forma de filmes finos ou meniscos desconectados (Lu e Likos, 2004). O valor de umidade de saturação ( $\theta_s$ ) é teoricamente igual à porosidade do solo, já que neste estado todos os vazios estão preenchidos pela água. A chamada “pressão de entrada de ar” é o valor de carga de pressão ou sucção para o qual ocorre entrada de ar nos vazios de solo em um processo de secagem, sendo mais elevada em solos de textura fina.

A curva característica reflete os fenômenos de retenção da água no solo: adsorção e capilaridade. Para altos valores de sucção e baixos valores de umidade volumétrica, o fenômeno de adsorção é dominante, governado interação sólido-líquido em escala molecular (forças de origem elétrica, atração de Van der Waals, etc). Para valores de umidade volumétrica mais altos e níveis de sucção mais baixos, os fenômenos capilares são preponderantes e estes são controlados

principalmente pelas dimensões, estrutura e distribuição dos poros (Lu e Likos, 2004).

O solo pode ser considerado como um emaranhado de capilares de formas e tamanhos variados. Em vista disso, os fenômenos associados à formação de meniscos de água entre as partículas de solo, responsáveis pelas pressões negativas de água, são de difícil quantificação, podendo ser analisados de forma aproximada e qualitativa através do modelo apresentado na Figura 2. A pressão negativa de água no interior do menisco é inversamente proporcional ao raio do menisco formado. Assim, quando o solo está quase saturado e os raios são maiores, a pressão será menos negativa.



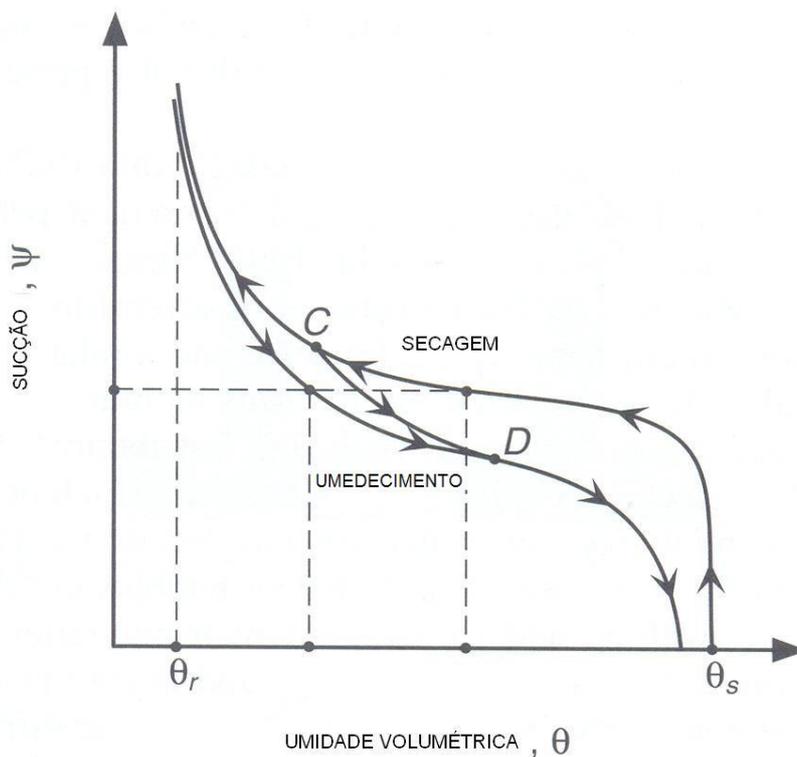
**Figura 2 - Menisco de água no solo (Adaptado de Lu e Likos, 2004).**

Efeitos de histerese podem existir. Nesses casos a curva característica de secagem não se superpõe à de umedecimento, situando-se à direita desta última, Figura 3. Esse comportamento está associado à não uniformidade dos poros, à presença de bolhas de ar que permanecem no solo durante o processo de umedecimento e a possíveis mudanças estruturais (Gerscovich, 1994; Reichardt e Timm, 2004; Lu e Likos, 2004).

Existem modelos que podem ser utilizados para descrever a dependência entre a umidade volumétrica e a carga de pressão em solos não saturados (Arya e Paris, 1981; Fredlund e Xing, 1994; Aubertin et al., 2004). No entanto, devido à

complexidade dos processos envolvidos, não existe uma teoria plenamente satisfatória para previsão da curva característica (Reichardt e Timm, 2004).

Métodos para determinação experimental dessa relação podem ser encontrados em Reichardt e Timm (2004), Lu e Likos (2004) e Libardi (2005), por exemplo.



**Figura 3 - Histerese**

Van Genuchten (1980) apresenta uma classe de funções, que foram adotadas neste trabalho, para a representação da curva característica:

$$\Theta = \left[ \frac{1}{1 + (\alpha|h|)^n} \right]^m \quad (7)$$

Onde  $\Theta$  [-] é a umidade volumétrica relativa, dada por:

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (8)$$

$m$  [-],  $n$  [-] e  $\alpha$  [ $L^{-1}$ ] são parâmetros a serem obtidos no ajuste desse modelo aos dados obtidos experimentalmente. O valor de  $1/\alpha$  representa um ponto pivô em torno do qual o parâmetro  $n$  modifica a inclinação da curva. O parâmetro  $m$  afeta a agudeza da curva, quando a mesma entra em seu patamar (Krahn, 2004).

Substituindo-se a eq. 7 na eq. 8 chega-se a:

$$\theta = \theta_r + \frac{(\theta_s - \theta_r)}{[1 + (\alpha|h|)^n]^m} \quad \text{para } h < 0 \quad (9.1)$$

$$\theta = \theta_s \quad \text{para } h > 0 \quad (9.2)$$

A Figura 1 na página 26, ilustra a forma da curva característica gerada pelas eqs.9.

### 2.1.3. Lei de Darcy-Buckingham

Henry Darcy em 1856, através de uma série de estudos sobre infiltração em colunas verticais de areia saturada, chegou às seguintes conclusões (e.g. Libardi, 2005):

- A vazão através da coluna de areia, em regime permanente, é diretamente proporcional à sua área de seção transversal;
- A vazão é diretamente proporcional à diferença entre as cargas hidráulicas totais que atuam nas extremidades da coluna;
- A vazão é inversamente proporcional ao comprimento da coluna.

Matematicamente isso se traduz da seguinte maneira:

$$Q = K_s A \frac{H_1 - H_2}{l} \quad (10)$$

Onde  $Q$  [ $L^3T^{-1}$ ] é a vazão que passa através da coluna,  $K_s$  [ $LT^{-1}$ ] é a condutividade hidráulica saturada do material,  $A$  [ $L^2$ ] é a área de seção transversal da coluna,  $H_1$  e  $H_2$  são as cargas hidráulicas totais [ $L$ ] na extremidade da coluna e  $l$  [ $L$ ] é o comprimento da coluna.

O coeficiente  $(H_1 - H_2)/l$  é chamado de gradiente hidráulico  $i$  [ $LL^{-1}$ ], sendo o negativo do gradiente matemático:

$$i = -\frac{\partial H}{\partial l} \quad (11)$$

O sinal negativo significa que o fluxo se dá no sentido da maior para a menor carga hidráulica total.

A equação de Darcy foi originalmente deduzida para fluxo permanente, unidimensional em materiais homogêneos e isotrópicos saturados. Estendendo-se essa equação para condições de fluxo tridimensional em meios anisotrópicos saturados tem-se (Bear, 1972):

$$\{q\} = -[K_s]\{\nabla H\} \quad (12)$$

Ou, alternativamente:

$$\begin{aligned} q_x &= -\left( K_{sxx} \frac{\partial H}{\partial x} + K_{sxy} \frac{\partial H}{\partial y} + K_{sxz} \frac{\partial H}{\partial z} \right) \\ q_y &= -\left( K_{syx} \frac{\partial H}{\partial x} + K_{syy} \frac{\partial H}{\partial y} + K_{syz} \frac{\partial H}{\partial z} \right) \\ q_z &= -\left( K_{szx} \frac{\partial H}{\partial x} + K_{szy} \frac{\partial H}{\partial y} + K_{szz} \frac{\partial H}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

onde  $\{q\}$  é a vazão específica [ $LT^{-1}$ ] (vazão por unidade de área) nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ ,  $[K_s]$  [ $LT^{-1}$ ] é o tensor de condutividade hidráulica saturada e  $\{\nabla H\}$  [ $LL^{-1}$ ] é o gradiente da carga hidráulica total.

Nota-se pelas eqs. 12 e 13, que em meios anisotrópicos, a inexistência de diferença de carga total em determinada direção, não implica na inexistência de fluxo nessa mesma direção. Neste caso, as linhas de fluxo não são mais perpendiculares às linhas equipotenciais, como ocorre em materiais isotrópicos.

A lei de Darcy é válida para fluxo laminar, nos quais as forças viscosas são preponderantes. A partir da transição de regime laminar para turbulento, Darcy deixa de ser aplicável. O número de Reynolds ( $Re$ ) é um coeficiente adimensional

que expressa a razão entre as forças inerciais e viscosas e pode ser usado para a distinção entre fluxo laminar e turbulento:

$$Re = \frac{qd}{\nu} \quad (14)$$

Onde  $d$  [L] é o diâmetro do poro e  $\nu$  [L<sup>2</sup>T<sup>-1</sup>] é a viscosidade cinemática do fluido.

Em casos práticos, a lei de Darcy é válida em situações onde  $Re$  está entre 1 e 10, calculado a partir de um diâmetro médio para os poros (Bear, 1972).

Relativamente ao gradiente hidráulico, parece haver um valor mínimo, abaixo do qual o fluxo é muito pequeno e interações entre a água e as partículas de solo fazem com a lei de Darcy não possa ser aplicada (Bear, 1972).

Segundo Libardi (2005), o primeiro trabalho de que se tem notícia, tratando da quantificação de fluxo em meios não saturados, é de Buckingham, em 1907. Este coloca a vazão específica como:

$$\{q\} = -[K(\theta)]\{\nabla h(\theta)\} \quad (15)$$

Onde  $[K(\theta)]$  [LT<sup>-1</sup>] é o tensor de condutividade hidráulica não saturada, agora uma função da umidade volumétrica, e  $\{\nabla h(\theta)\}$  [LL<sup>-1</sup>] é o vetor gradiente de carga de pressão, também função de  $\theta$ . Buckingham designou essas grandezas de condutividade capilar e potencial capilar, respectivamente. Esta formulação é válida somente para fluxo horizontal.

Richards (1931) redefiniu a eq.15, utilizando a carga hidráulica total no lugar da carga de pressão:

$$\{q\} = -[K(\theta)]\{\nabla H(\theta)\} \quad (16)$$

A lei de movimento que rege o fluxo em meios saturados e não saturados ficou conhecida como a lei de Darcy-Buckingham (Libardi, 2005).

#### 2.1.4. Condutividade Hidráulica

O coeficiente de proporcionalidade,  $K_s$  [ $LT^{-1}$ ], que aparece na equação de Darcy é chamado de condutividade hidráulica. Em um meio isotrópico saturado, representa a vazão específica por unidade de gradiente hidráulico. É uma grandeza que depende das propriedades da matriz sólida e da fase líquida, podendo-se separar a influência das duas fases (Bear, 1972):

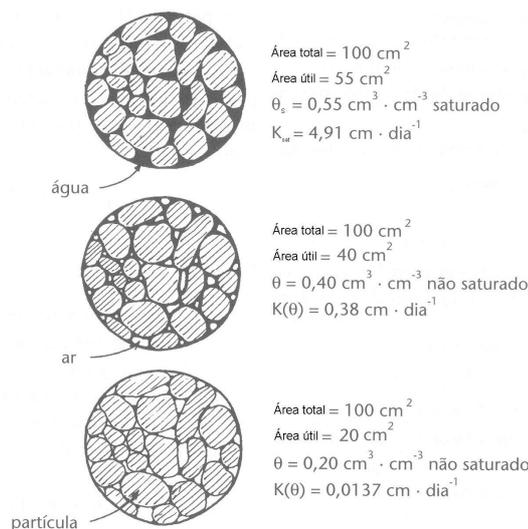
$$K_s = k \frac{\rho g}{\mu} \quad (17)$$

Onde  $k$  é o coeficiente de permeabilidade intrínseca [ $L^2$ ], que depende somente das propriedades da matriz porosa,  $\rho$  é a massa específica do fluido [ $ML^{-3}$ ],  $g$  é a aceleração da gravidade [ $LT^{-2}$ ] e  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido [ $ML^{-1}T^{-1}$ ].

Os valores de massa específica e de viscosidade do fluido são dependentes da temperatura, pressão e concentração de sais solúveis. Por simplificação, estes valores são assumidos como constantes.

Em solos saturados, a permeabilidade intrínseca pode ser considerada constante, à exceção de situações onde a estrutura da matriz porosa venha a ser modificada devido a alterações no estado de tensões ou reações químicas ocorridas durante o processo de fluxo.

Em um solo não saturado  $k$  é função do teor de água no mesmo. Essa dependência advém do fato de que a área útil para o fluxo é definida pela umidade do solo, Figura 4.



**Figura 4 – Área útil de fluxo em meios porosos não saturados (Adaptado de Reichardt e Timm, 2004).**

Solos granulares, de textura mais grossa, apresentam condutividade hidráulica saturada tipicamente superior à de solos finos, no entanto, quando não saturados, esses materiais estão sujeitos a variações bruscas de umidade para intervalos pequenos de sucção, assim, a condutividade hidráulica também sofre uma redução acentuada. Nesta situação, solos finos podem apresentar condutividades superiores à de solos granulares, para determinados níveis de sucção.

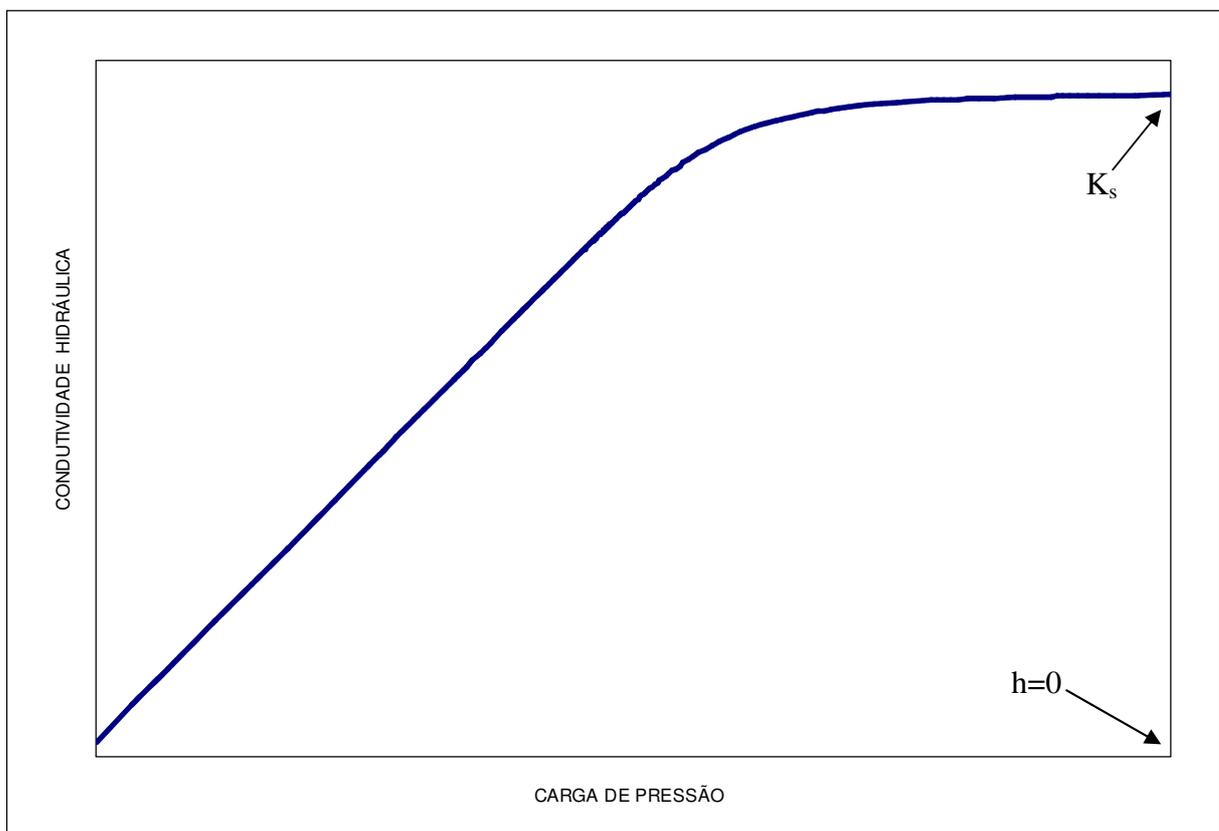
Métodos para determinação experimental da condutividade hidráulica em solos saturados e da função de condutividade hidráulica em solos não saturados são descritos por Bear (1974), Lu e Likos (2004), Reichardt e Timm (2004) e Libardi (2005), por exemplo.

Em função das dificuldades experimentais em se estabelecer as funções  $K(\theta)$  ou  $K(h)$ , vários pesquisadores utilizam modelos baseados na curva característica e na permeabilidade saturada, os quais são de mais fácil determinação experimental (van Genuchten, 1980).

No presente trabalho, adotou-se a formulação apresentada por van Genuchten (1980) para representar a função de condutividade hidráulica. Esta formulação emprega o modelo proposto por Mualem (1976) para previsão da condutividade hidráulica em meios porosos não saturados, baseado na distribuição estatística do tamanho dos poros. Utilizando as eqs. 9 para a representação da curva característica, van Genuchten (1980) obteve a seguinte formulação:

$$K(h) = K_s \Theta^l \left[ 1 - (1 - \Theta^{1/m})^m \right]^2 \quad (18)$$

Onde  $K_s$  é a permeabilidade saturada,  $\Theta$  é função de  $h$  sendo dado pela eq. 7. O parâmetro de conectividade dos poros ( $l$ ) foi estimado por Mualen (1976) em 0,5, sendo este valor o que melhor aproximou a função de condutividade hidráulica para uma série de diferentes materiais estudados. Esta formulação foi deduzida considerando  $m = 1 - \frac{1}{n}$ , van Genuchten (1980). A Figura 5 ilustra a função de condutividade hidráulica não saturada fornecida pela formulação acima.



**Figura 5 - Função de condutividade hidráulica.**

### 2.1.5. Equação Richards

Tomando-se um volume elementar de solo, Figura 6, de lados  $dx$ ,  $dy$  e  $dz$ , a conservação da massa nesse volume se traduz por:

$$(Q_{entrada} - Q_{saída})\rho_w = \frac{dM_w}{dt} \quad (19)$$

$$Q_{entrada} = [q_x dydz + q_y dx dz + q_z dx dy] \quad (20)$$

$$Q_{saída} = \left( q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dydz + \left( q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \right) dx dz + \left( q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \right) dx dy \quad (21)$$

$$\frac{dM_w}{dt} = \frac{\partial \xi S \rho_w (dx dy dz)}{dt} \quad (22)$$

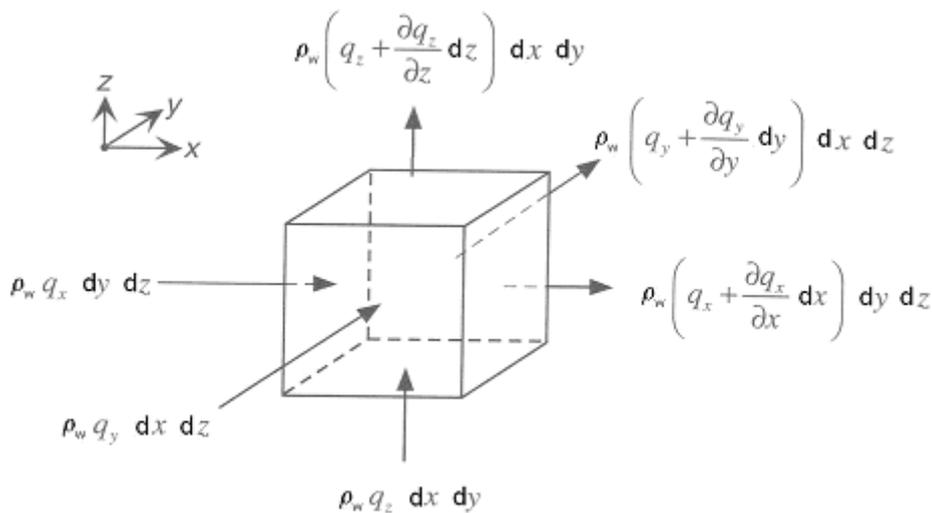
Onde  $\xi = V_v/V$  [ $L^3 L^{-3}$ ] é a porosidade do meio ( $V_v$  e  $V$  são, respectivamente, o volume de vazios e volume total do elemento),  $S = V_w/V_v$  [ $L^3 L^{-3}$ ] é o grau de saturação e  $\rho_w$  massa específica da água [ $ML^{-3}$ ].

Substituindo as eqs. 20, 21 e 22 em 19 e desenvolvendo-se a equação resultante, tem-se:

$$\left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) \rho_w = - \frac{\partial \xi S \rho_w}{\partial t} \quad (23)$$

Expandindo-se o segundo membro da equação:

$$\left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) \rho_w = - \xi \rho_w \frac{\partial S}{\partial t} - S \rho_w \frac{\partial \xi}{\partial t} - S \xi \frac{\partial \rho_w}{\partial t} \quad (24)$$



**Figura 6 - Volume elementar de solo.**

O termo  $\xi \rho_w \frac{\partial S}{\partial t}$  está associado a variações no grau de saturação do solo, anulando-se na saturação do mesmo. O termo  $S \rho_w \frac{\partial \xi}{\partial t}$  representa variações na porosidade do esqueleto sólido, ou a compressibilidade do mesmo. O termo  $S \xi \frac{\partial \rho_w}{\partial t}$  representa variações na massa específica da água no tempo.

A compressibilidade do esqueleto de solo é definida por:

$$C_s = - \frac{dV/V}{d\sigma'} \quad (25)$$

Onde  $V [L^3]$  representa o volume total e  $\sigma' [MT^{-2}L^{-1}]$  a tensão efetiva. Como  $dV = dV_s + dV_v$  ( $V_s$  é o volume de sólidos do elemento) e considerando-se as partículas de solo incompressíveis, tem-se que  $dV = dV_v$ , ou seja, a variação de volume do solo se deve exclusivamente à variação do volume de vazios do mesmo:

$$C_s = - \frac{dV_v/V}{d\sigma'} = - \frac{\partial \xi}{\partial \sigma'} \quad (26)$$

Como  $\sigma = \sigma' + u_w$ , segundo o princípio das tensões efetivas de Terzaghi para solos saturados, onde  $\sigma$  [MT<sup>-2</sup>L<sup>-1</sup>] é a tensão total e  $u_w$  [MT<sup>-2</sup>L<sup>-1</sup>] a poropressão, dada por  $u_w = \rho_w g h$ , e admitindo-se que a tensão total não varia durante o processo de fluxo:

$$C_s = \frac{\partial \xi}{\rho_w g \partial h} \quad (27)$$

Analogamente a compressibilidade da água é definida por:

$$C_w = \frac{\partial \rho_w / \rho_w}{\partial u_w} \quad (28)$$

Assim:

$$C_w = \frac{\partial \rho_w}{\rho_w^2 g \partial h} \quad (29)$$

Substituindo as eqs. 27 e 29 na eq. 24 e definindo-se o coeficiente de armazenamento específico  $S_s = \rho_w g (C_s + \xi C_w)$ , associado ao volume de água liberado de um volume unitário de solo submetido a uma variação unitária de carga de pressão, tem-se:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = -\xi \frac{\partial S}{\partial t} - S_s S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (30)$$

Como  $\theta = \xi S$  e admitindo-se que não ocorrem variações volumétricas durante o processo de fluxo  $\left( \frac{\partial \xi}{\partial t} = 0 \right)$ , tem-se:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = -\frac{\partial \theta}{\partial t} - S_s S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (31)$$

Aplicando a lei de Darcy-Buckingham, substituindo a eq. 16 na equação 31, chega-se a:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[ K_{ij}(\theta) \frac{\partial H}{\partial x_j} \right] = \frac{\partial \theta}{\partial t} + S_s S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (32)$$

Para  $i, j$  variando de 1 a 3, onde  $x_i$  representa as coordenadas espaciais. Na eq. 32 foi adotada a convenção de soma de Einstein.

A eq. 32 é a chamada equação de Richards (Libardi, 2005; Reichardt e Timm, 2004), considerando-se os efeitos de compressibilidade da água e do esqueleto sólido.

A equação de Richards pode ser escrita em termos da carga de pressão  $h$ , da umidade volumétrica  $\theta$ , ou numa forma mista, utilizando as duas grandezas. As implicações dessa escolha são importantes do ponto de vista da solução numérica, e serão comentadas mais adiante. Neste trabalho utilizou-se a equação de Richards formulada em termos da carga de pressão.

Como em meios não saturados a umidade volumétrica e a carga de pressão estão relacionadas entre si, então, pela regra da cadeia:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial t} = C(h) \frac{\partial h}{\partial t} \quad (33)$$

Onde  $C(h)$  [ $L^{-1}$ ] é chamado capacidade de retenção específica, representando a variação da umidade volumétrica em um volume unitário de solo para uma variação unitária na carga de pressão. Matematicamente, é a derivada da curva característica do solo.

O tensor de condutividade hidráulica pode ser encarado tanto como função de  $\theta$ , como de  $h$ . Separando-se a carga hidráulica total em suas componentes de pressão e de elevação tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[ K_{ij}(h) \frac{\partial h}{\partial x_j} + K_{i3}(h) \right] = C(h) \frac{\partial h}{\partial t} + S_s S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (34)$$

O termo  $K_{i3}(h)$ , dentro dos colchetes, aparece pela separação da carga hidráulica total ( $H$ ), nos seus termos: carga de pressão ( $h$ ) e carga de elevação ( $z$ ).

Na formulação apresentada, o efeito da fase ar no movimento da água foi desconsiderado, simplificando o problema. O caso mais geral seria o de fluxo bifásico água-ar, onde os movimentos de ambas as fases e conseqüentemente sua interação, devem ser considerados simultaneamente (Nielsen et al., 1986).

A natureza transiente da equação 34 faz com que ela se apresente como um problema de valor de contorno e valor inicial. Assim, para a sua solução, tanto analítica, como numérica, condições de contorno e condições iniciais devem ser introduzidas.

As condições iniciais são colocadas da seguinte forma:

$$h(x_i, 0) = h^0(x_i) \text{ em } \Omega \quad (35)$$

Onde  $h^0(x_i)$  é uma função conhecida em todo o domínio ( $\Omega$ ) no instante inicial.

As condições de contorno podem ser de dois tipos. A primeira é a de carga de pressão prescrita, também chamada de condição de contorno de Dirichlet, impondo-se uma restrição na variável primária, neste caso a carga de pressão:

$$h(x_i, t) = \bar{h} \text{ em } \Gamma_D \quad (36)$$

A segunda é a condição de fluxo ou velocidade prescrita, também chamada de condição de Neumann, onde o fluxo normal a um determinado seguimento do contorno é imposto:

$$\left( K_{ij}(h) \frac{\partial h}{\partial x_j} + K_{i3}(h) \right) n_i = \bar{Q}(x_i, t) \text{ em } \Gamma_N \quad (37)$$

Onde  $\Gamma = \Gamma_D + \Gamma_N$  é o contorno do problema.

Neuman (1973) argumenta que o efeito do armazenamento específico na zona não saturada pode ser desprezado por ser muito menor que o termo associado à capacidade de retenção específica. No entanto, Paniconi et al. (1991) contrapõem que a consideração do mesmo, sendo equivalente à adoção de uma função de capacidade de retenção específica não nula na saturação, é capaz de acomodar efeitos de contração e expansão em solos argilosos, além de permitir a simulação dos processos saturados e não saturados simultaneamente. Outro ponto levantado por esses autores, é de que uma função de capacidade de retenção específica não nula preserva o caráter parabólico da equação de Richards, eliminando problemas que podem ocorrer quando a equação se torna elíptica na saturação (perda do termo relativo ao tempo). Nessa situação, quando somente condições de contorno do tipo de Neumann (vazão) são impostas, não há garantia de solução única para o problema.

## **2.2. Resistência de solos não saturados**

O estado de tensões em solos não saturados difere daquele para solos saturados ou secos. Nestes últimos, o sistema é bifásico (solo-ar ou solo-água), já para solos não saturados, é trifásico (solo-ar-água). As mudanças nas quantidades e, conseqüentemente, nas pressões de cada fase têm influência direta no estado de tensões nos contatos entre partículas, afetando o comportamento macroscópico (resistência ao cisalhamento e mudanças de volume) da massa de solo (e.g. Lu e Likos, 2004).

Processos naturais de precipitação-infiltração-evaporação, ou processos antropogênicos como irrigação, mudanças de geometria ou modificações do regime hidrogeológico, causam alterações nas fases ar e água, impactando no estado de tensões do material e no seu comportamento.

Em solos saturados, a pressão da água é positiva e age no sentido de reduzir a tensão atuante nas partículas. Em solos não saturados, a pressão da água é negativa e forças de tração, resultantes da tensão superficial nos meniscos formados entre as partículas sólidas, tendem a mantê-las unidas, Figura 2, pg. 27.

Para solos saturados é válido o princípio de tensões efetivas de Terzaghi (e.g. Lambe e Whitman, 1969):

$$\sigma' = \sigma - u_w \quad (38)$$

Seguindo a mesma linha, existem proposições para definição da tensão efetiva em solos não saturados, sendo a mais conhecida a proposta por Bishop (1959) apud Lu e Likos (2004):

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \quad (39)$$

Onde  $\sigma'$ ,  $\sigma$  e  $u_w$  têm o mesmo significado que na eq. 38,  $u_a$  [ML<sup>-1</sup>T<sup>-2</sup>] é a pressão de ar e  $\chi$  [-] é um parâmetro dependente do tipo de solo e do grau de saturação (de Campos, 1997).

A parcela  $(\sigma - u_a)$  é chamada de tensão normal líquida e  $(u_a - u_w)$  é a sucção mátrica já definida anteriormente. O parâmetro  $\chi$  é função do grau de saturação do material, variando teoricamente entre zero (solos completamente secos) e a unidade (solos completamente saturados).

A eq. 39 recai na eq. 38 na saturação, quando a pressão da água é superior ou igual à do ar e admitindo-se esta última como igual pressão atmosférica (vazios interconectados) tomada como referência ( $u_a = 0$ ).

A proposição de Bishop (1959), apesar de geral, apresenta o inconveniente de incorporar o parâmetro  $\chi$ , função não-linear do grau de saturação, do tipo e da história prévia de umedecimento e secagem do material (de Campos, 1997), sendo de difícil determinação experimental (Lu e Likos, 2004).

Adotando-se o critério de ruptura de Mohr-Coulomb e incorporando-se a eq. 39, tem-se:

$$\tau = c' + [(\sigma - u_a)_f + \chi(u_a - u_w)_f] \tan \phi' \quad (40)$$

Onde  $c'$  [ML<sup>-1</sup>T<sup>-2</sup>] é a coesão efetiva e  $\phi'$  [-] é o ângulo de atrito interno efetivo, parâmetros de resistência do material saturado.  $(\sigma - u_a)_f$  e  $(u_a - u_w)_f$  são respectivamente a tensão normal líquida e sucção mátrica atuantes no plano de ruptura, no instante da ruptura.

Seguindo outra vertente de raciocínio, Fredlund e Morgenstern (1977) demonstraram que qualquer dupla combinação das seguintes variáveis de tensão:  $(\sigma - u_a)$ ,  $(\sigma - u_w)$  ou  $(u_a - u_w)$ , pode ser usada para definir o estado de tensões em um solo não saturado. O par  $(\sigma - u_a)$  e  $(u_a - u_w)$ , adotado por Bishop (1959) para definição da tensão efetiva, é o mais simples de ser utilizado, já que uma variação na pressão intersticial da água afeta somente a sucção mátrica e o princípio das tensões efetivas de Terzaghi é restabelecido na saturação.

Fredlund et al. (1978) propõem uma extensão do critério de Mohr-Coulomb para a resistência ao cisalhamento de solos não saturados:

$$\tau = c' + (\sigma - u_a)_f \tan \phi' + (u_a - u_w)_f \tan \phi^b \quad (41)$$

Onde  $c'$ ,  $\phi'$ ,  $(\sigma - u_a)_f$  e  $(u_a - u_w)_f$  são os mesmos definidos anteriormente para a eq. 40. O parâmetro  $\phi^b$  quantifica o acréscimo de resistência com o aumento da sucção.

Percebe-se que as equações 40 e 41 são equivalentes, com:

$$\tan \phi^b = \chi \tan \phi' \quad (42)$$

Segundo de Campos (1997), na prática, a determinação de  $\chi$  é mais complexa que a de  $\phi^b$ , por isso a eq. 41 é mais empregada atualmente para a avaliação da resistência ao cisalhamento de solos não saturados.

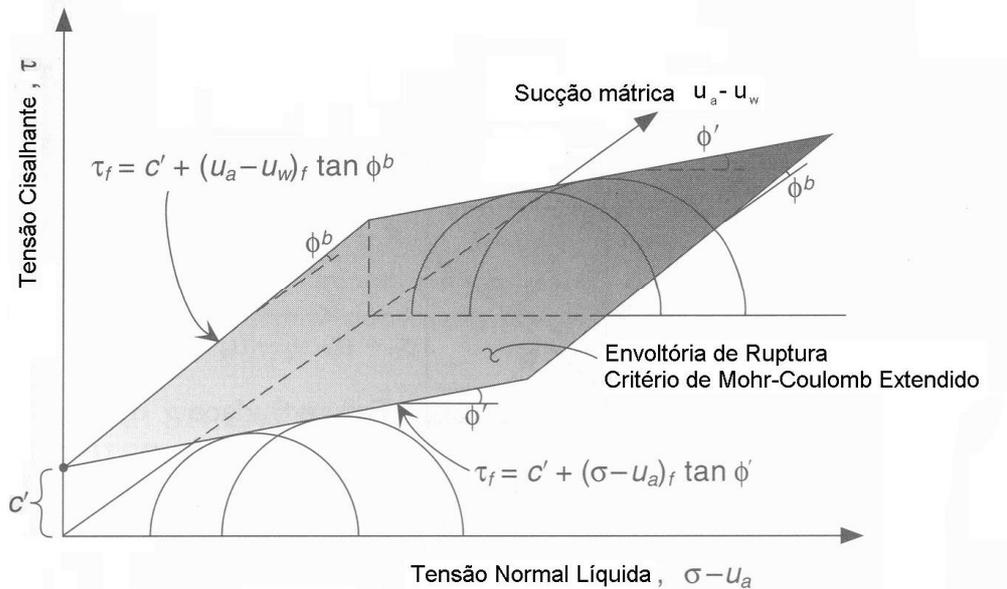
Fredlund et al. (1978) consideraram  $\phi^b$  constante, assim a envoltória de resistência seria um plano no espaço tridimensional de tensões  $\tau \times (\sigma - u_a) \times (u_a - u_w)$ , Figura 7.

A eq. 41 pode ainda ser escrita da seguinte forma:

$$\tau = c^* + (\sigma - u_a)_f \tan \phi' \quad (43)$$

Onde  $c^* = c' + (u_a - u_w) \tan \phi^b$  é chamada de coesão aparente. A parcela  $(u_a - u_w) \tan \phi^b$  é parcela de coesão associada ao efeito da sucção no solo ( $c''$ ).

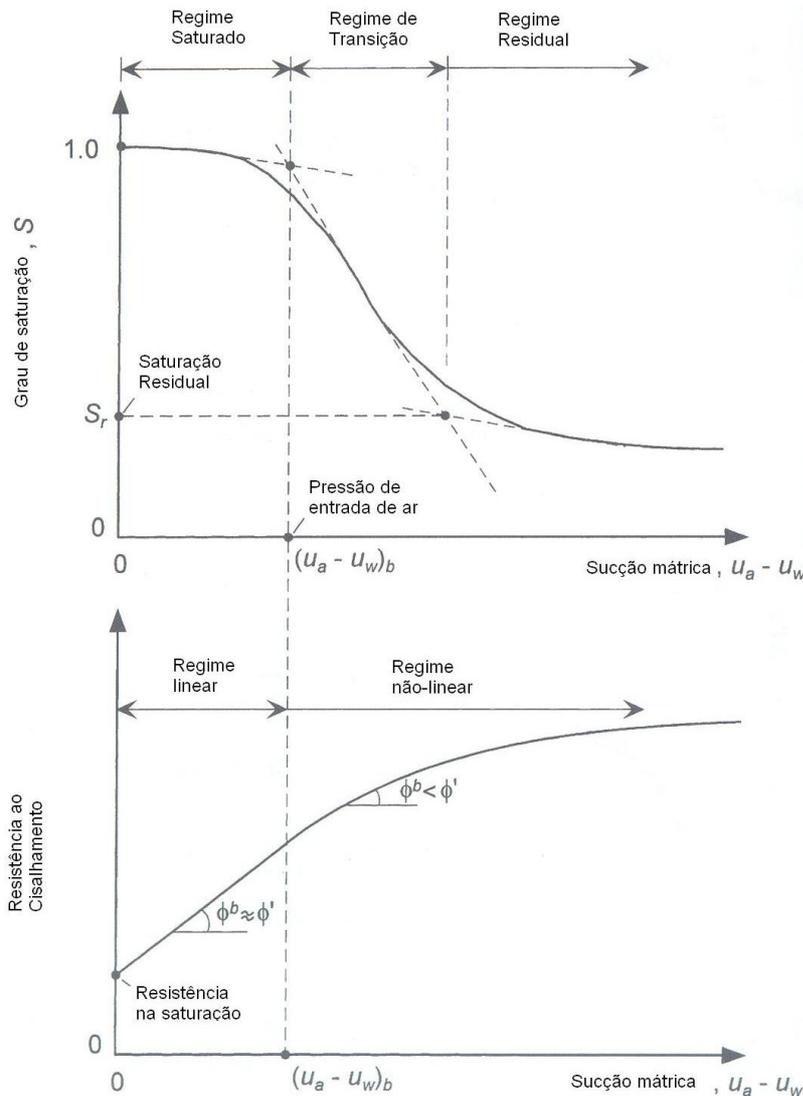
Evidências experimentais (de Campos, 1997) demonstram que o parâmetro  $\phi^b$  não é constante, mas sim uma função não-linear do grau de saturação do solo, semelhante ao parâmetro  $\chi$ . Considerando-se a eq. 42, observa-se que  $\phi^b$  pode variar desde valores próximos a  $\phi'$  para solos saturados ou próximos da saturação, até zero para solos secos ou próximos da umidade residual.



**Figura 7 – Envoltória tridimensional de resistência para solos não saturados (adaptado de Lu e Likos, 2004).**

Existe uma correspondência direta entre a natureza não-linear da envoltória de resistência, com a forma da curva característica (e.g. Lu e Likos, 2004). Até o valor de pressão de entrada de ar, os poros se mantêm saturados e a envoltória de resistência é linear. Após a pressão de entrada de ar, a não-linearidade da resistência se torna pronunciada, correspondendo à drenagem dos poros do material. Com a dessaturação do solo, a geometria dos meniscos de água, responsáveis pelas forças de “aglutinação” entre as partículas, é modificada (Lu e Likos, 2004). Com a redução acentuada da umidade, a área de influência do menisco também se reduz, diminuindo as forças entre partículas e, conseqüentemente, o efeito de aumento de resistência do solo com o aumento de sucção. Conforme o solo se aproxima da umidade residual, o ângulo  $\phi^b$  deve se aproximar de um valor constante, mais baixo que o valor inicial, Figura 8.

Em solos residuais saturados, é comum observar-se uma não-linearidade de  $\phi'$ , havendo evidências experimentais sugerindo que essa não-linearidade persiste no estado de não saturação (de Campos, 1997). O aumento de sucção causaria aumento no valor de  $\phi'$ , que poderia ser explicado por variações na estrutura do solo, impostas pela sucção, que tenderiam a aumentar o embricamento dos grãos.



**Figura 8 – Não linearidade de  $\phi^b$  (Adaptado de Lu e Likos, 2004).**

Em virtude das variações de  $\phi'$  e  $\phi^b$  a envoltória de resistência não seria um plano no espaço tridimensional de tensões, mas sim uma superfície curva. Para contornar esse problema, em aplicações práticas como a avaliação da estabilidade de taludes, por exemplo, De Campos (1997) sugere a utilização de uma envoltória linearizada por trechos.

### **2.3. Influência do fluxo em meios não-saturados na estabilidade de taludes**

Processos de instabilização de taludes podem estar associados a uma série de fatores naturais ou ocasionados pela ação do homem. De forma geral esses fatores podem estar divididos em três grupos, em função do efeito causado: variações no estado de tensões totais, redução nos parâmetros de resistência, ou variação das poropressões (e.g. Gerscovich, 1994).

Em solos não saturados, a resistência ao cisalhamento é função do grau de saturação do material, relacionada à carga de pressão da água nos interstícios dos mesmos, ou equivalentemente à sucção.

Em encostas de regiões tropicais, é comum a existência de perfis de intemperismo, mais ou menos espessos, sobrejacentes a um horizonte de rocha fraturada, que devido à sua permeabilidade, bastante mais elevada que a do solo, funciona como uma região drenante, garantindo que o nível freático se mantenha em níveis profundos (Wolle e Hachich, 1988). Assim, durante boa parte do tempo, os horizontes de solo se mantêm em um estado de não saturação. Segundo Morgenstern e Matos (1975), a saturação desses materiais pode ocorrer somente ao final da estação chuvosa, quando os eventos de instabilização são mais freqüentes.

A água oriunda das chuvas impõe uma condição de fluxo na superfície do solo e se move no interior da massa não saturada, durante os processos subsequentes de infiltração, drenagem, evaporação e absorção pelas raízes das plantas (Morgenstern e Matos, 1975).

Durante eventos de chuvas, pela infiltração da água precipitada sobre o solo, desenvolve-se uma frente de umedecimento, que se desloca de cima para baixo, alterando o grau de saturação do material. Esse aumento de umidade, com conseqüente redução dos valores de sucção, reduz a resistência não saturada do solo, podendo deflagrar um processo de ruptura. Mesmo para baixos valores de sucção, podem-se ter valores de coesão aparente suficientemente grandes para garantir a estabilidade de uma encosta não saturada (de Campos, 1997).

É importante notar que a ruptura pode ocorrer sem o desenvolvimento de poropressões positivas, apenas pela redução dos parâmetros de resistência aos

valores correspondentes à condição saturada do solo, definindo uma profundidade crítica para a frente de umedecimento ou saturação (Morgenstern e Matos, 1975).

A velocidade de avanço da frente de infiltração é tanto maior, quanto maior for o grau de saturação do solo. Intensidades de chuvas superiores à permeabilidade saturada do solo não causam um avanço mais rápido dessa frente. Caso uma chuva de grande intensidade não possua duração suficiente para causar o avanço da frente de saturação até a profundidade crítica, não haverá ruptura, no entanto, a redistribuição da água infiltrada causará modificações no perfil de umidade do solo. Caracteriza-se um processo progressivo, no qual o aumento da umidade do solo, pela ação de chuvas precedentes, torna a velocidade de avanço da frente de infiltração mais elevada e um evento subsequente, de intensidade e duração suficientes, deflagra a ruptura. Desse modo, quanto mais ao final da estação chuvosa, piores serão as conseqüências da ocorrência de eventos pluviométricos intensos (Morgenstern e Matos, 1975).

Wolle e Hachich (1988) retro-analisaram alguns escorregamentos na região da Serra do Mar, sudeste brasileiro, onde movimentos translacionais de pequena profundidade são dominantes nas regiões de médias e altas altitudes, durante a estação regular de chuvas e durante eventos pluviométricos intensos, sem interferência humana (Barata, 1969). Os autores concluíram que o fluxo de água é essencialmente vertical e que a ruptura dos taludes pode ser explicada exclusivamente pela perda de sucção causada pela infiltração das águas da chuva (avanço de uma frente de umedecimento). A sucção existente durante os períodos chuvosos é baixa, mas garante a estabilidade, exceto durante eventos intensos. Chuvas intensas, isoladamente, não seriam capazes de deflagrar os processos de instabilização, sendo necessário um período de chuvas precedente, que aumentasse a umidade do solo.

Segundo Vargas et al. (1990), as heterogeneidades presentes nos materiais e a complexidade das geometrias associadas aos taludes naturais fazem com que os padrões de fluxo sejam também complexos. Em uma análise paramétrica, utilizando geometrias típicas encontradas em encostas do Rio de Janeiro, os autores chegaram às seguintes conclusões:

- Em perfis homogêneos espessos, a frente de infiltração se desloca paralelamente à superfície do terreno, podendo ser aproximada por um

modelo unidimensional, onde rupturas planares, causadas pela redução dos parâmetros de resistência, podem ser esperadas.

- Quando o substrato rochoso é pouco profundo podem ocorrer poropressões positivas na crista do talude. No caso de uma camada mais permeável no contato com a rocha, poropressões positivas se desenvolvem na base do talude. Quando a camada mais permeável é superficial, observa-se a ocorrência de nível freático “empoleirado”, explicando rupturas no contato entre camadas.
- Presença de fraturas no substrato rochoso pode criar situações de poropressões críticas, associadas ao fluxo pelas fraturas.

Quando padrões complexos de fluxo são observados, soluções analíticas unidimensionais, utilizadas em análises onde se deseja levar em consideração o efeito da infiltração da chuva (Morgenstern e de Matos, 1975; Vargas e al. 1986; Wolle e Hachich, 1988) devem ser utilizadas com cuidado. Nestes casos, modelos bidimensionais ou tridimensionais, conduzem a resultados mais próximos da realidade.

Diversos trabalhos tratam sobre a influência do fluxo em meios não-saturados associada à estabilidade de taludes, entre eles: de Campos, 1984; Reid et al., 1988; de Campos et al., 1991; Gerscovich et al., 1994, 2006; Ng e Shi, 1998; Soares, 1999.