

## 4

### Transmissão e Recepção OFDM

Este capítulo tem por objetivo, além de descrever de forma sucinta a técnica de transmissão OFDM, discutir seu emprego na transmissão de sinais em canais PLC e avaliar o desempenho combinado quando do uso de equalizadores.

Na seção 4.1 são apresentados os fundamentos da técnica de transmissão OFDM, utilizada nas seções subseqüentes.

A seção 4.2 apresenta e discute as vantagens e desvantagens da técnica OFDM enquanto que a seção 4.3 trata das suas aplicações.

Finalmente, a seção 4.4 discute-se a sua aplicação ao caso de interesse, ou seja, na avaliação de desempenho com conhecimento total ou parcial do canal PLC. Finalmente na seção 4.5 são apresentados os resultados obtidos através de simulação da avaliação de desempenho da combinação modulação OFDM, estimação do canal PLC e equalização, um dos objetivos principais desta tese.

#### 4.1

##### A técnica OFDM

A técnica OFDM consiste na transmissão paralela de dados em diversas subportadoras com modulação QAM ou PSK, onde a taxa de transmissão de dados em cada subportadora é uma fração da taxa global.

A redução na taxa de transmissão de cada subportadora (e o conseqüente aumento na duração dos símbolos por ela transmitidos) implica na diminuição da sensibilidade à seletividade em freqüência causada por efeitos de multipercurso.

Num sistema OFDM o espaçamento na freqüência entre as subportadoras é cuidadosamente selecionado de forma que cada uma delas tenha seu máximo localizado em pontos de cruzamento de zero do espectro das demais, como indicado na figura 4.1.

Embora exista superposição espectral de subportadoras moduladas, a informação conduzida por cada uma delas pode ser isolada das demais através de um correlator (ou filtro casado) adequado. Admitindo sincronização de relógio, a saída deste correlator corresponde à projeção do sinal OFDM recebido sobre a

subportadora a ele associada. É possível mostrar que tal projeção depende apenas da informação transportada por esta subportadora (as projeções das outras subportadoras são nulas). Em outras palavras, existe ortogonalidade entre as subportadoras, que é devida ao espaçamento de frequência empregado. No entanto, para que se tenha ortogonalidade entre os subcanais na recepção, é necessário que as subportadoras estejam centradas nas respectivas frequências dos subcanais OFDM.

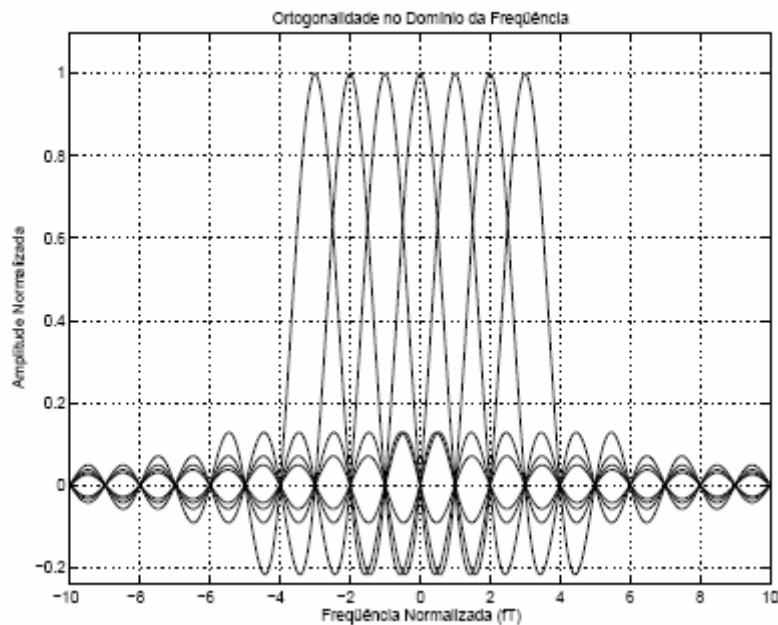


Figura 4.1: Ortogonalidade no domínio da frequência

Em relação ao domínio do tempo, a característica de ortogonalidade entre subportadoras implica que duas subportadoras quaisquer diferem exatamente por um número inteiro de ciclos durante um intervalo de símbolo OFDM. Essa condição é mostrada na figura 4.2.

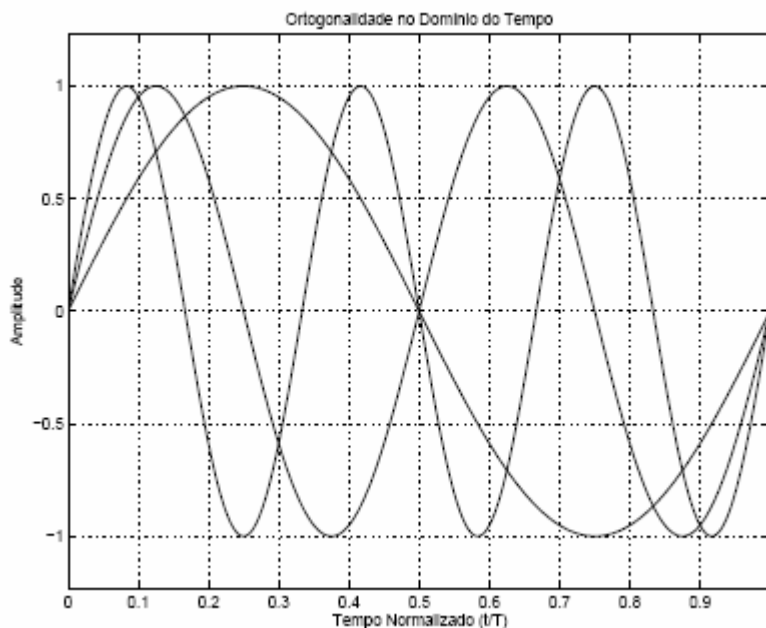


Figura 4.2: Ortogonalidade no domínio do tempo

Em princípio a geração direta e demodulação do sinal OFDM requer conjuntos de osciladores coerentes, resultando em uma implementação complexa e cara, particularmente quando o número de subportadoras é elevado. Porém, esses processos podem ser executados de forma mais simples utilizando-se respectivamente a transformada de Fourier e sua inversa em conjunto com o teorema da amostragem de Nyquist.

A largura de faixa ocupada pelo sistema de transmissão de uma única portadora, utilizando-se filtros de Nyquist com fator de roll-off = 0, é dada por:

$$W = \frac{1}{T_s} \quad (4.1)$$

onde  $T_s$  é a duração do símbolo transmitido.

A largura de faixa dos subcanais de um sistema OFDM é dada pela divisão da largura de faixa total destinada ao sistema pelo número de subportadoras empregadas. Assim, para um sistema de transmissão OFDM, a largura de faixa ocupada por cada uma das  $N$  subportadoras ( $W_{sub}$ ) é dado por:

$$W_{sub} = \frac{W}{N} = \frac{1}{N.T_s} \quad (4.2)$$

Observa-se da equação (4.2) que a taxa de transmissão de símbolos em cada subportadora é reduzida por um fator  $N$ . Sendo  $T$  e  $W_{ofdm}$  respectivamente, a duração do símbolo em cada subportadora e a largura da faixa de um sistema de transmissão OFDM, tem-se que:

$$T = N.T_s \quad (4.3)$$

$$W_{ofdm} = N.W_{sub} = W \quad (4.4)$$

A utilização de canais de largura de faixa mais estreitos ao invés de um único canal de largura de faixa maior traz um grande benefício no que diz respeito à seletividade em frequência. O possível desvanecimento seletivo em frequência apresentado por um canal para a transmissão de portadora única, pode ser revertido no desvanecimento plano ou quase plano apresentada pelas frações deste canal, quando a técnica OFDM é empregada. Isso elimina ou reduz significativamente a necessidade de equalização.

Embora a técnica leve o termo multiplexação em sua denominação, deve-se ter em mente que a rigor não ocorre multiplexação num sistema OFDM, mas sim a transmissão paralela de uma seqüência de bits originalmente única.

Uma das mais importantes razões para se utilizar a técnica OFDM é o modo como ela lida com o espalhamento de retardo do canal ( $\tau_{rms}$ ), tipo de degradação comum em canais de propagação multipercurso. A conversão série - paralelo (doravante denominada de S/P) dos dados de entrada tem como conseqüência o aumento da duração de cada símbolo transmitido ( $T$ ) por um fator  $N$ , o que faz também com que a relação entre  $\tau_{rms}$  e  $T$  seja reduzida pelo mesmo fator.

Para a eliminação da interferência entre símbolos, um intervalo de guarda é introduzido a cada símbolo OFDM. Projeta-se este intervalo de forma que as componentes multipercurso de um símbolo OFDM não possam interferir na recepção do símbolo OFDM subsequente. Um símbolo OFDM (de duração  $T_{OFDM}$ ) é constituído então pelo símbolo útil OFDM (de duração  $T$ ) e pelo intervalo de guarda (de duração  $T_g$ ). Assim, com a inserção do intervalo de guarda, a duração de um símbolo OFDM ( $T_{ofdm}$ ) passa a ser:

$$T_{ofdm} = T + T_g \quad (4.5)$$

O intervalo de guarda poderia ser criado apenas pela ausência de sinal. Nesse caso, porém as subportadoras deixariam de ser ortogonais, dando origem ao problema de interferência entre subportadoras.

O intervalo de guarda pode ser formado pela extensão cíclica do símbolo ou pelo preenchimento de zeros. No primeiro caso, o intervalo de guarda é acrescentado no início de cada símbolo OFDM, de forma a gerar o sinal de transmissão CP-OFDM (*Cyclic Prefix – Orthogonal Frequency Division Multiplexing*). No segundo caso, a inserção de zeros é feita no final de cada símbolo OFDM e deste modo obtém-se o sinal de transmissão ZP-OFDM (*Zero Padding – Orthogonal Frequency Division Multiplexing*).

Desde que seus respectivos valores de retardo sejam menores do que o intervalo de guarda pode-se garantir que réplicas retardadas do símbolo OFDM terão sempre um valor inteiro de ciclos dentro do intervalo de cálculo da FFT (*Fast Fourier Transform*). Como resultado, os sinais multipercurso com retardo menor que o intervalo de guarda não causarão ICI (*Inter-Carrier Interference*).

Como já foi mencionada, a tecnologia OFDM, quando convenientemente aplicada, não apresenta interferência intersimbólica produzida por fenômenos de multipercurso. Pela divisão da largura de faixa em pequenas faixas de frequências onde as subportadoras são ortogonais, os dados podem ser transmitidos através destes múltiplos canais banda estreita, sofrendo somente de desvanecimento plano.

Uma descrição mais completa e detalhada do sistema OFDM é apresentada no Apêndice 4.

#### **4.1.2 Transmissão e recepção de sinais OFDM**

##### TRANSMISSÃO OFDM

Sabe-se que pelo teorema de Nyquist, um sinal analógico amostrado a uma taxa conveniente pode ser recuperado a partir destas amostras.

Como o sinal OFDM possui largura de faixa  $W$ , este sinal fica perfeitamente caracterizado por suas amostras a taxa  $W$  (observe que estamos lidando com as envoltórias complexas dos sinais).

Assume-se aqui que o sinal  $s(t)$  transmitido é da forma:

$$s(t) = \sum_{i=0}^{N-1} s_i(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_{i,m} \cdot \phi_i(t - mT) \quad (4.6)$$

onde  $x_{i,m}$  é o símbolo emitido pela fonte  $i$  no intervalo  $(m.T, (m+1).T]$ ,  $s_i(t)$  é o sinal associado a esta fonte e  $\{\phi_j(t) : j=1,2,\dots\}$  são portadoras ortogonais no intervalo  $[0,T]$ . Este intervalo é formado pelo intervalo de guarda de duração  $T_g$  e capaz de conter  $L$  símbolos e o restante  $T-T_g$  é dedicado a transmissão do  $N$  símbolos. Assim o intervalo total  $T$  vale:

$$T = T_g + T_m = L.T_s + N.T_s = (L + N).T_s = M.T_s = \frac{M}{W} \quad (4.7)$$

As amostras do sinal  $s(t)$  no intervalo  $[m.T+T_g, (m+1).T]$  a taxa  $W$  são expressas por:

$$s_{k,m} = s\left(m.T + T_g + \frac{k}{W}\right) = \sum_{i=0}^{N-1} x_{i,m} \cdot \phi_i\left(T_g + \frac{k}{W}\right) = \sum_{i=0}^{N-1} x_{i,m} \cdot \frac{1}{\sqrt{N}} \exp\left(j2\pi \cdot \frac{ik}{N}\right) \quad (4.8)$$

Observe que em relação aos sinais acima e detalhados no Apêndice 4, por total conveniência assumiu-se  $t_0=T_g$  e ignorou-se o termo  $T_s^{\frac{1}{2}}$ , que é apenas um fator de escala.

Defina-se então a matriz  $W_N$  de dimensão  $N \times N$  como:

$$[W_N]_{u+1,v+1} = \frac{1}{\sqrt{N}} \exp\left(-j2\pi \frac{uv}{N}\right) \quad u, v \in \{0,1,\dots, N-1\} \quad (4.10)$$

É fácil de perceber que esta matriz é ortogonal, ou seja,  $W_N \cdot W_N^H = W_N^H \cdot W_N = I_N$  e que está associada à transformada de Fourier Discreta.

Escrevendo a expressão acima numa forma vetorial, tem-se que:

$$\underline{s}_m = \begin{bmatrix} s_{0,m} \\ s_{1,m} \\ \dots \\ s_{N-1,m} \end{bmatrix} = W_N^H \cdot \begin{bmatrix} x_{0,m} \\ x_{1,m} \\ \dots \\ x_{N-1,m} \end{bmatrix} = W_N^H \cdot \underline{x}_m \quad (4.11)$$

Percebe-se claramente que  $\underline{s}_m$  é a transformada discreta e inversa de Fourier (IDFT) do vetor  $\underline{x}_m$ .

As L amostras relativas ao intervalo de guarda são:

- Nulas no caso Zero Padding (ZP)
- Repetição das L últimas amostras no caso Cyclic Prefix (CP)

A figura 4.3 apresenta o esquema do transmissor OFDM.

O processamento do sinal de transmissão OFDM inicia-se com o mapeamento de grupos de N sub-símbolos (de duração  $T_s$ ) nas constelações associadas aos esquemas de modulação de cada uma das N subportadoras do sistema, gerando assim a seqüência  $\underline{x}_m$ . A IDFT desta seqüência corresponde às amostras tomadas a uma taxa  $1/T_s$ , do sinal  $s(t)$  definido em (4.6) e de duração  $T = N \cdot T_s$ .

De acordo com o tipo de transmissão desejado (CP ou ZP-OFDM), aplica-se a extensão cíclica ou a inserção de zeros.

As amostras do sinal de transmissão OFDM são aplicadas a um conversor digital / analógico (D/A), de forma a gerar o sinal que a ser modulado por uma portadora de alta freqüência, cujo espectro está centrado em  $f_c$ .

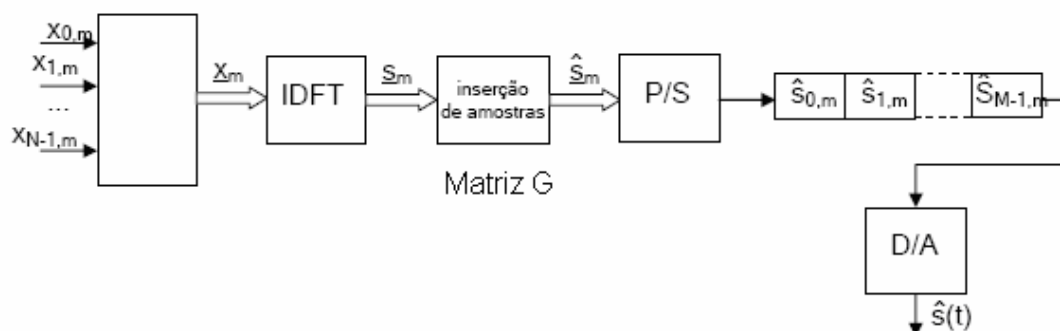


Figura 4.3: Esquema do Transmissor OFDM

O sinal OFDM efetivamente transmitido é dado por:

$$\hat{s}(t) = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \hat{s}_{k,m} \cdot \mu(t - mT - kT_s) \quad (4.12)$$

onde  $\hat{s}_m = G \cdot \underline{s}_m$  e  $\mu(t)$  é o pulso de transmissão.

A figura 4.4 mostra o esquema do receptor OFDM não incluindo aqui o decisor de símbolos.

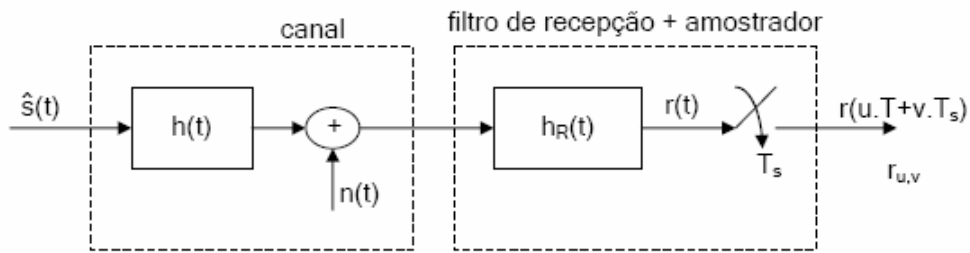


Figura 4.4: Esquema da combinação canal e receptor OFDM

O sinal na saída do amostrador na recepção é expresso por:

$$r(t) = \hat{s}(t) * h(t) * h_g(t) + n(t) * h_R(t) \quad (4.13)$$

Nesta expressão, o ruído  $n(t)$  é assumido ser um processo estocástico gaussiano branco de média nula e densidade espectral de potência constante e igual a  $\frac{N_0}{2}$ . Definindo:

$$\begin{aligned} p(t) &= \mu(t) * h(t) * h_R(t) \\ \hat{n}(t) &= n(t) * h_R(t) \end{aligned} \quad (4.14)$$

Então, o sinal recebido antes do amostrador é expresso por:

$$r(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \hat{s}_{k,m} \cdot p(t - mT - kT_s) + \hat{n}(t) \quad (4.15)$$

onde o ruído agora não é necessariamente branco mesmo que originalmente o seja.



Vamos assumir que o suporte de  $p(\cdot)$  vale  $[0, P.T_s]$  onde  $P < L$ , ou seja, o suporte de  $p(\cdot)$  é inferior ao intervalo de guarda. Então:

$$r(u.T + v.T_s) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \hat{s}_{k,m} \cdot p((u-m).T + (v-k).T_s) + \hat{n}(u.T + v.T_s) \quad (4.16)$$

Observe que  $p(\cdot)$  só não é nulo em dois casos:

$$i) u - m = 0 \text{ e } 0 \leq v - k \leq L \Rightarrow \max(0, v - L) \leq k \leq v$$

$$ii) u - m = 1 \text{ e } 0 \leq M + v - k \leq L \Rightarrow N + v \leq k \leq M - 1$$

Logo:

$$\begin{aligned} r(u.T + v.T_s) &= \sum_{k=0}^{N-1} \hat{s}_{k,u} \cdot p(v-k).T_s + \hat{s}_{k,u-1} \cdot p((M+v-k).T_s) + \hat{n}(u.T + v.T) \\ r_{u,v} &= \sum_{k=0}^{N-1} \hat{s}_{k,u} \cdot p_{v-k} + \hat{s}_{k,u-1} \cdot p_{M+v-k} + \hat{n}_{u,v} \\ r_{u,v} &= \sum_{k=\max(0, v-L)}^{v-1} \hat{s}_{k,u} \cdot p_{v-k} + \sum_{k=N+v}^{M-1} \hat{s}_{k,u-1} \cdot p_{M+v-k} + \hat{n}_{u,v} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Essas igualdades vistas numa forma matricial podem ser expressas da forma:

$$\begin{bmatrix} r_{0,u} \\ r_{1,u} \\ \dots \\ r_{M-1,u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_0 & 0 & \dots & 0 \\ p_1 & p_0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{M-1} & \dots & p_1 & p_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{s}_{0,u} \\ \hat{s}_{1,u} \\ \dots \\ \hat{s}_{M-1,u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & p_{M-1} & \dots & p_1 \\ 0 & 0 & \dots & p_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{s}_{0,u-1} \\ \hat{s}_{1,u-1} \\ \dots \\ \hat{s}_{M-1,u-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{n}_{0,u} \\ \hat{n}_{1,u} \\ \dots \\ \hat{n}_{M-1,u} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \underline{r}_u &= P_c \cdot \hat{\underline{s}}_u + P_{IBI} \cdot \hat{\underline{s}}_{u-1} + \hat{\underline{n}}_u = \\ &= P_c \cdot G \cdot \underline{s}_u + P_{IBI} \cdot G \cdot \underline{s}_{u-1} + \hat{\underline{n}}_u = \\ &= \left[ P_c \cdot G \cdot W_N^H \cdot \underline{x}_u + P_{IBI} \cdot G \cdot W_N^H \cdot \underline{x}_{u-1} \right] + \hat{\underline{n}}_u \end{aligned} \quad (4.18)$$

Note que na realidade as matrizes  $P_c$  e  $P_{IBI}$  (*InterBlock Interference*) são *Toeplitz* e formadas por bandas porque  $p_k=0$  para  $k \geq L$ .

Assumindo que a resposta do filtro de recepção tem largura de faixa  $W = \frac{1}{T_s}$ , então é possível escolher este filtro de modo que a autocorrelação do ruído em sua saída tenha zeros em instantes múltiplos de  $T_s$ . Assim este ruído continua gaussiano branco e de média nula.

### RECEPTOR CP

A figura 4.5 mostra o receptor OFDM com a utilização do prefixo cíclico. Neste caso as amostras contidas no intervalo de guarda com extensão cíclica são removidas do conjunto de amostras do sinal. Essas amostras são submetidas à operação DFT, de forma a obter na recepção as estimativas dos sub-símbolos transmitidos.

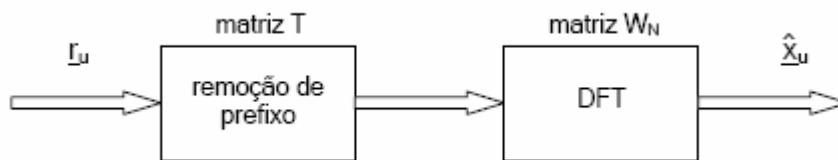


Figura 4.5: Receptor OFDM com Prefixo cíclico

O vetor na saída desta estrutura é expresso por:

$$\begin{aligned}\hat{\underline{x}}_u &= W_N \cdot T \cdot \underline{r}_u = W_N \cdot T \cdot [P_c \cdot G \cdot W_N^H \cdot \underline{x}_u + P_{IBI} \cdot G \cdot W_N^H \cdot \underline{x}_{u-1}] + \hat{\underline{n}}_u \\ \hat{\underline{x}}_u &= W_N \cdot [T \cdot P_c \cdot G] \cdot W_N^H \cdot \underline{x}_u + W_N \cdot [T \cdot P_{IBI} \cdot G] \cdot W_N^H \cdot \underline{x}_{u-1} + [W_N \cdot T] \cdot \hat{\underline{n}}_u \\ \hat{\underline{x}}_u &= W_N \cdot [T \cdot P_c \cdot G] \cdot W_N^H \cdot \underline{x}_u + W_N \cdot [T \cdot P_{IBI} \cdot G] \cdot W_N^H \cdot \underline{x}_{u-1} + \hat{\underline{n}}_u\end{aligned}\quad (4.19)$$

Note que, o ruído na equação (4.19) continua gaussiano branco e de média nula. Além disso:

$$G = \begin{bmatrix} R_{L \times N} \\ I_N \end{bmatrix} \quad R_{L \times N} = \begin{bmatrix} 0_{L \times N} & I_L \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} 0_{L \times N} & I_N \end{bmatrix}\quad (4.20)$$

Como  $P < L$  então  $P_{IBI} = \begin{bmatrix} 0_{L \times L} & Q_{L \times N} \\ 0_{N \times L} & 0_{N \times N} \end{bmatrix}$ , Logo

$$T.P_{IBI}.G = \begin{bmatrix} 0_{NxL} & I_N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0_{LxL} & Q_{LxN} \\ 0_{NxL} & 0_{NxN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{LxN} \\ I_N \end{bmatrix} = 0_{MxM} \Rightarrow \text{não há IBI} \quad (4.21)$$

Implicando que não há interferência entre blocos. A matriz que relaciona símbolos transmitidos e recebidos é da forma:

$$Z = T.P_c.G = \begin{bmatrix} p_0 & 0 & \dots & p_p & \dots & p_1 \\ p_1 & p_0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & p_1 & p_0 & \dots & \dots & p_p \\ p_p & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & p_p & \dots & p_1 & p_0 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

A matriz Z é uma matriz circulante cuja primeira coluna é dada por  $\underline{p} = [p_0 \ p_1 \ \dots \ p_p \ 0 \ \dots \ 0]^T$ . Um resultado conhecido de Álgebra Linear é que se Z é uma matriz circulante então o produto  $W_N.Z.W_N^H$  é uma matriz diagonal. Assim:

$$W_N^H.[T.P_c.G].W_N = Q_N = \text{diag} [q_{0,N} \ q_{1,N} \ \dots \ q_{N-1,N}] \quad (4.23)$$

Onde

$$q_{i,N} = \sum_{k=0}^p p_k \cdot \exp\left(j \cdot 2\pi \cdot \frac{ik}{N}\right) \Rightarrow q_N = \begin{bmatrix} q_{0,N} \\ q_{1,N} \\ \dots \\ q_{N-1,N} \end{bmatrix} = \sqrt{N} W_N^H \underline{p} \quad (4.24)$$

Permitido escrever que o símbolo recebido é da forma:

$$\hat{x}_u = \underline{Q}_N \cdot x_u + \hat{n}_u \quad (4.25)$$

### Caso ZP

Diferente do caso anterior, os L zeros serão inseridos no fim do sinal

(período de silêncio), ou seja, a matriz G é da forma  $G = \begin{bmatrix} I_N \\ 0_{LxN} \end{bmatrix}$

A figura 4.6 mostra parte do receptor OFDM utilizando o intervalo de guarda com preenchimento de zeros.

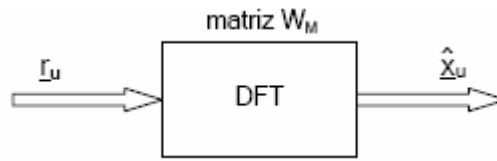


Figura 4.6: Receptor OFDM com preenchimento de zeros

O vetor na saída desta estrutura é expresso por:

$$\begin{aligned}\hat{\underline{x}}_u &= W_M \cdot \underline{r}_u = W_M \cdot \{ [P_c \cdot G \cdot W_N^H \cdot \underline{x}_u + P_{IBI} \cdot G \cdot W_N^H \cdot \underline{x}_{u-1}] + \hat{\underline{n}}_u \} \\ \hat{\underline{x}}_u &= W_M \cdot [P_c \cdot G] \cdot W_N^H \cdot \underline{x}_u + W_M \cdot [P_{IBI} \cdot G] \cdot W_N^H \cdot \underline{x}_{u-1} + [W_M] \hat{\underline{n}}_u \\ \hat{\underline{x}}_u &= W_M \cdot [P_c \cdot G] \cdot W_N^H \cdot \underline{x}_u + W_M \cdot [P_{IBI} \cdot G] \cdot W_N^H \cdot \underline{x}_{u-1} + \tilde{\underline{n}}_u\end{aligned}\quad (4.26)$$

Note que no caso presente tem-se:

$$P_{IBI} \cdot G = \begin{bmatrix} 0_{L \times L} & Q_{L \times N} \\ 0_{N \times L} & 0_{N \times N} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_N \\ 0_{L \times N} \end{bmatrix} = 0_{M \times M} \Rightarrow \text{não há IBI} \quad (4.27)$$

Implicando também que não há interferência entre blocos. Assim a saída do bloco DFT apresentado na Figura 4.6 é da forma:

$$\hat{\underline{x}}_u = W_M \cdot P_c \cdot G \cdot W_N^H \cdot \underline{x}_u + \hat{\underline{n}}_u \quad (4.28)$$

Note que neste caso  $P_c$  não é circulante, mas dada a natureza da matriz  $G$  neste caso, o produto  $P_c \cdot G$  é insensível as  $L$  últimas colunas de  $P_c$ . Assim  $P_c$  pode ser substituída por uma matriz circulante  $\bar{P}_c$  cujas  $N$  primeiras colunas são idênticas as correspondentes de  $P_c$ .

$$\begin{aligned}\hat{\underline{x}}_u &= W_M \cdot \bar{P}_c \cdot G \cdot W_N^H \cdot \underline{x}_u + \hat{\underline{n}}_u = [W_M \cdot \bar{P}_c \cdot W_M^H] \cdot [W_M \cdot G \cdot W_N^H] \cdot \underline{x}_u + \hat{\underline{n}}_u \\ \hat{\underline{x}}_u &= Q_M \cdot V \cdot \underline{x}_u + \hat{\underline{n}}_u.\end{aligned}\quad (4.29)$$

### 4.1.3 Equalização

A implementação e a utilização cada vez mais intensa de sistemas de comunicações digitais exige a busca por técnicas de processamento de sinais capazes de oferecer melhorias tais como aumento das taxas de transmissão e uma robustez maior a erros de recepção. Em particular, as soluções relacionadas à *equalização* assumem posição de destaque e são objeto de intenso esforço de pesquisa [34].

Em essência, a equalização corresponde à etapa de recepção responsável por compensar as degradações impostas ao sinal de comunicação pelo meio de transmissão.

Um dos principais efeitos de degradação do sinal é a interferência intersimbólica, provocada pela natureza dispersiva dos meios de transmissão. O dispositivo que realiza a equalização, ou simplesmente equalizador, tem como principal tarefa a diminuição ou remoção dessa interferência.

Idealmente, o projeto de um equalizador é feito a partir do conhecimento exato das características do meio de transmissão ou canal de comunicação. Na prática, tais características do canal são desconhecidas, ou ainda, variam ao longo do tempo.

Assim, faz-se necessária o emprego de *equalização adaptativa*: o equalizador é ajustado de uma forma iterativa, de acordo com um determinado critério de operação.

Em [18,24] duas possíveis abordagens de equalização adaptativa para sistemas OFDM são apresentadas e discutidas. São elas, a saber, i) equalização adaptativa pré-DFT e ii) equalização adaptativa pós-DFT.

Neste trabalho se faz uso da equalização adaptativa pós-DFT, utilizando-se os equalizadores ZF (*Zero-Forcing*) e MMSE (*Minimum Mean Square Error*). Estes equalizadores serão usados como referência para avaliação dos efeitos da estimação com informação incompleta do canal por um algoritmo proposto nesta tese. A seguir cada um destes equalizadores é apresentado e discutido.

De forma semelhante, a discussão sobre os equalizadores aqui realizada será feita separadamente para os casos ZP e CP.

### Equalizador Zero-Forcing

- Caso CP

Uma vez que neste caso  $\hat{\underline{x}}_u = \underline{Q}_N \underline{x}_u + \hat{\underline{n}}_u$  tem-se que:

$$\underline{x}_u^{zf} = \underline{Q}_N^{-1} \hat{\underline{x}}_u \quad (4.30)$$

Esta estimativa só existe quando a matriz  $\underline{Q}_N$  é não singular.

- Caso ZP

Uma vez que neste caso  $\hat{\underline{x}}_u = \underline{Q}_M \cdot \underline{V} \underline{x}_u + \hat{\underline{n}}_u$  tem-se que:

$$\underline{x}_u^{zf} = \text{pinv}[\underline{Q}_M \cdot \underline{V}] \hat{\underline{x}}_u = [\underline{V}^H \cdot \underline{Q}_M^H \cdot \underline{Q}_M \cdot \underline{V}]^{-1} \cdot [\underline{V}^H \cdot \underline{Q}_M^H] \cdot \hat{\underline{x}}_u \quad (4.31)$$

Esta estimativa só existe quando a matriz  $\underline{Q}_M \cdot \underline{V}$  for de posto máximo.

### Equalizador MMSE

Entendendo a saída do equalizador como uma função linear da forma:

$$\underline{x}_u^{eq} = \underline{B} \cdot \hat{\underline{x}}_u \quad (4.32)$$

então o equalizador MMSE é aquele que minimiza:

$$\underline{x}_u^{mmse} = \min_B E \left[ \left\| \underline{x}_u - \underline{B} \cdot \hat{\underline{x}}_u \right\|^2 \right] \quad (4.33)$$

Acompanhemos o desenvolvimento:

$$\begin{aligned}
\underline{x}_u^{mmse} &= \min_B E \left[ \|\underline{x}_u - B \hat{\underline{x}}_u\|^2 \right] = \min_B E \left[ (\underline{x}_u - B \hat{\underline{x}}_u)^H \cdot (\underline{x}_u - B \hat{\underline{x}}_u) \right] = \\
&= \min_B E \left\{ \text{tr} \left[ (\underline{x}_u - B \hat{\underline{x}}_u) \cdot (\underline{x}_u - B \hat{\underline{x}}_u)^H \right] \right\} = \\
&= \min_B E \left\{ \text{tr} \left[ \underline{x}_u \cdot \hat{\underline{x}}_u^H - 2 \text{Re} (B \cdot (\underline{x}_u \cdot \hat{\underline{x}}_u^H) + B \cdot (\underline{x}_u \cdot \hat{\underline{x}}_u^H) \cdot B^H) \right] \right\} = \\
&= \min_B \text{tr} \left\{ E \left[ \underline{x}_u \cdot \hat{\underline{x}}_u^H \right] - 2 \text{Re} \left( B \cdot E \left[ \underline{x}_u \cdot \hat{\underline{x}}_u^H \right] + B \cdot E \left[ \underline{x}_u \cdot \hat{\underline{x}}_u^H \right] \cdot B^H \right) \right\}
\end{aligned}$$

Este problema tem solução clássica dada por:

$$B_{opt} = \left[ E \left[ \hat{\underline{x}}_u \cdot \underline{x}_u^H \right] \right]^H \cdot \left[ E \left[ \hat{\underline{x}}_u \cdot \hat{\underline{x}}_u^H \right] \right]^{-1} \quad (4.34)$$

Observe que tanto no caso CP como no caso ZP, tem-se que  $\hat{\underline{x}}_u = C \cdot \underline{x}_u + \hat{\underline{n}}_u$  onde o termo de ruído tem média nula. Logo:

$$\begin{aligned}
E \left[ \hat{\underline{x}}_u \cdot \hat{\underline{x}}_u^H \right] &= E \left[ (C \underline{x}_u + \hat{\underline{n}}_u) \cdot \underline{x}_u^H \right] = C \cdot E \left[ \underline{x}_u \cdot \underline{x}_u^H \right] = C \cdot R_{\underline{x}_u} \\
E \left[ \hat{\underline{x}}_u \cdot \hat{\underline{x}}_u^H \right] &= E \left[ (C \underline{x}_u + \hat{\underline{n}}_u) \cdot (C \underline{x}_u + \hat{\underline{n}}_u)^H \right] = \\
&= C \cdot E \left[ \underline{x}_u \cdot \underline{x}_u^H \right] \cdot C^H + E \left[ \hat{\underline{n}}_u + \hat{\underline{n}}_u^H \right] = \\
&= C \cdot R_{\underline{x}_u} \cdot C^H + R_{\hat{\underline{n}}_u} \quad 4.35) \\
B_{opt} &= \left[ C \cdot R_{\underline{x}_u} \right]^H \cdot \left[ C \cdot R_{\underline{x}_u} \cdot C^H + R_{\hat{\underline{n}}_u} \right]^{-1}
\end{aligned}$$

Se os símbolos da fonte formarem uma constelação simétrica e equiprovável e se estes símbolos forem estatisticamente independentes, então:

$$\begin{aligned}
B_{opt} &= \sigma_x^2 C^H \cdot \left[ \sigma_x^2 \cdot C \cdot C^H + \sigma_{\hat{n}}^2 \cdot I \right]^{-1} = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_{\hat{n}}^2} \cdot C^H \left[ I + \frac{\sigma_x^2}{\sigma_{\hat{n}}^2} C \cdot C^H \right]^{-1} = \\
B_{opt} &= \rho \cdot C^H \cdot \left[ I + \rho \cdot C \cdot C^H \right]^{-1} \quad 4.36)
\end{aligned}$$

• Caso CP

Neste caso  $C = Q_N$  e  $B_{opt}$  é uma matriz diagonal onde

$$[B_{opt}]_{ii} = \frac{\rho \cdot q_{i,N}^*}{1 + \rho |q_{i,N}|} \quad (4.37)$$

- Caso ZP

Neste caso  $C = Q_M \cdot V$  e  $B_{opt}$  é uma matriz onde

$$B_{opt} = \rho \cdot V^H \cdot Q_M^H \cdot [I + \rho Q_M \cdot V \cdot V^H \cdot Q_M^H]^{-1} \quad (4.38)$$

## 4.2

### Vantagens e desvantagens da técnica OFDM

Entre as vantagens da técnica OFDM está a sua tolerância ao espalhamento de retardo devido à propagação multipercurso. Isso decorre do aumento do intervalo de duração do símbolo por um fator  $N$  ( $N$  sendo o número de subportadoras). Adicionalmente, ao se utilizar a extensão cíclica pode eliminar completamente a ISI (intersymbol interference - interferência entre símbolos).

Uma outra vantagem é a redução da necessidade de equalização, já que a técnica OFDM se caracteriza por utilizar a transmissão paralela de dados em subportadoras de largura de faixa estreita. Desta forma permite-se aproximar as respostas em frequência das parcelas do canal ao caso ideal, onde há planura na resposta em amplitude e linearidade na resposta em fase. Assim, o conjunto resultante de canais paralelos de banda estreita caracteriza um cenário de desvanecimento predominantemente plano.

Os sistemas OFDM são robustos ao ruído impulsivo, devido ao aumento de duração do símbolo OFDM. Mesmo que ocorram erros provocados pelo ruído impulsivo, os símbolos podem ser recuperados na recepção por esquemas apropriados de codificação e técnicas de entrelaçamento durante a transmissão [35].

Dentre as desvantagens da técnica OFDM tem-se os problemas associados ao pico de potência [36]. A envoltória complexa do sinal de transmissão OFDM pode apresentar altas excursões de amplitude, visto que o sinal OFDM em banda básica é formado pela soma de  $N$  sinais complexos modulados em diferentes frequências. Em alguns casos, esses sinais poderão se somar ou anular em fase, resultando em um alto valor para a PAPR (*Peak-to-Average Power Ratio*) do sistema. Neste cenário, o amplificador de potência do transmissor introduz distorções não lineares que por sua vez destroem a ortogonalidade entre as subportadoras.



Uma outra desvantagem da técnica OFDM é que não é apropriado adotar o esquema convencional de transmissão em canais com desvanecimento, visto que a informação transmitida em uma subportadora pode ser perdida devido a presença de um desvanecimento profundo [28]. Por conta disso, métodos de codificação são combinados com técnicas de entrelaçamento [36] para combater os efeitos do desvanecimento.

A técnica OFDM também é sensível a desvios de frequência, como também problemas de sincronização na frequência [37]. Os desvios de frequência provocam a perda de ortogonalidade entre as subportadoras do sistema. Por sua vez, os erros de sincronização provocam um deslocamento de fase nos símbolos estimados. A sensibilidade de sistemas OFDM com relação aos desvios de frequência das subportadoras e ao ruído de fase é analisado em [38].

Nos sistemas de transmissão de portadora única, o ruído de fase e os desvios de frequência provocam degradação na relação sinal-ruído, sem entretanto introduzir interferência. A degradação na relação sinal-ruído significa que ela deve ser aumentada de modo a compensar os efeitos de degradação da BER (*Bit Error Rate*). Este é a razão pela qual a sensibilidade ao ruído de fase e ao desvio de frequência serem frequentemente mencionados como desvantagens do OFDM em relação a sistemas transmissão de portadora única [37].

### 4.3

#### **Aplicações OFDM**

Nesta sessão são descritas algumas aplicações da técnica OFDM. O padrão DAB (*Digital Audio Broadcasting*) foi o primeiro padrão baseado na técnica OFDM. A técnica OFDM também é aplicada no padrão DVB (*Digital Video Broadcasting*).

Outro sistema que utiliza a técnica OFDM é o padrão IEEE 802.11a Wireless LAN que permite trafegar dados em taxas de transmissão de até 54 Mbps.

Para fins didáticos, a seguir cada um destes sistemas é brevemente descrito.

### 4.3.1 *Digital Audio Broadcasting (DAB)*

DAB é o padrão Europeu para a radiodifusão digital tendo sido padronizado pelo ETSI (*European Telecommunication Standards Institute*) em 1995 [13]. O DAB possui quatro modos de transmissão com diferentes parâmetros como mostrado na tabela 4.1.

Os dados transmitidos consistem em sinais de áudio amostrados a uma taxa de 48 kHz. Esses sinais de áudio são digitalizados a taxas que variam de 32 a 384 kbps, dependendo da qualidade do sinal desejado. O sinal digital resultante é então dividido em quadros de 24 ms de duração. O sistema DAB usa a modulação QPSK diferencial para as subportadoras.

O símbolo vazio que representa um período de silêncio ligeiramente maior que o intervalo de duração de um símbolo OFDM é usado para indicar o início do quadro. Um símbolo de referência OFDM é então enviado e serve para indicar o ponto de partida para a decodificação diferencial dos sinais QPSK em cada subportadora.

A modulação diferencial evita o uso de esquemas complexos de recuperação de fase.

O sistema DAB é projetado para redes do tipo *single frequency*, no qual o usuário recebe o mesmo sinal de diferentes transmissores. Para esse tipo de rede, a cobertura de áreas geográficas distintas, usando o sinal modulado na mesma faixa de frequência, implica em um aumento da eficiência espectral do sistema.

Porém, há um retardo na recepção dos sinais vindos de diferentes transmissores. Assim, esta situação para o usuário equivale a um canal multipercurso e pode ser facilmente contornado pela seleção adequada do intervalo de guarda. Adicionalmente isso traz uma vantagem de diversidade para o usuário, visto que a probabilidade de que a soma dos sinais tenha uma potência excessivamente reduzida, devido ao sombreamento ou desvanecimento multipercurso, é muito menor que a probabilidade de que um dos sinais apresente níveis de potência desprezíveis.

Parâmetros	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
Numero de subportadoras (N)	1536	384	192	768
Espaçamento entre subportadoras ( $\Delta_f$ )	1 kHz	4 kHz	8 kHz	2 kHz
Duração do símbolo (T)	1,246 ms	311,5 $\mu$ s	155,8 $\mu$ s	623 $\mu$ s
Intervalo de Guarda ( $T_g$ )	246 $\mu$ s	61,5 $\mu$ s	30,8 $\mu$ s	123 $\mu$ s
Frequência da portadora ( $f_c$ )	< 375 MHz	< 1,5 GHz	< 3 GHz	< 1,5 GHz
Distância	< 96 km	< 24 km	< 12 km	< 48 km

Tabela 4.1: Parâmetros OFDM para sistema DAB

#### 4.3.2 Digital Video Broadcasting (DVB)

O sistema DVB usa dois modos de operação: os modos denominados de 2k e 8k. Esses modos utilizam 1705 e 6817 subportadoras, respectivamente [10,14,39]. A nomenclatura decorre do tamanho das operações de FFT/IFFT necessárias para geração e demodulação dos sinais nas subportadoras.

A principal razão para a existência de dois modos deve-se a forma de implementação do sistema modo 8k. Basicamente, o modo 2k é uma versão simplificada que requer operações de FFT/IFFT de dimensão quatro vezes menor que a necessária para sistemas 8k. Por apresentar um intervalo de guarda de dimensão quatro vezes menor, o modo 2k pode lidar com valores menores para o espalhamento de retardo do canal e com uma menor diferença de retardos de propagação entre os transmissores de uma rede *single frequency*. A tabela 4.2 apresenta o conjunto de parâmetros para cada modo de transmissão.

Parâmetros	Modo 2k	Modo 8k
Numero de subportadoras (N)	1075	6817
Espaçamento entre subportadoras ( $\Delta_f$ )	4464 Hz	1116 Hz
Duração do símbolo (T)	224 $\mu$ s	896 $\mu$ s
Intervalo de Guarda ( $T_g$ )	56 $\mu$ s (1/4) 28 $\mu$ s (1/8) 14 $\mu$ s (1/16) 7 $\mu$ s (1/32)	224 $\mu$ s (1/4) 112 $\mu$ s (1/8) 56 $\mu$ s (1/16) 28 $\mu$ s (1/32)

Tabela 4.2: Parâmetros OFDM para sistema DVB

Para o modo 8k, a duração do intervalo para o cálculo da FFT em cada símbolo OFDM é 896  $\mu$ s, enquanto o intervalo de guarda pode assumir quatro valores distintos variando de 28 a 224  $\mu$ s. Para o modo 2k, os valores correspondentes são quatro vezes menores. Maiores detalhes sobre o processamento dos sinais de transmissão e recepção do sistema DVB podem ser encontrados em [7,35].

#### 4.3.3 Wireless LANs

Em julho de 1998, o grupo de padronização IEEE 802.11 optou pela técnica OFDM como base para o novo padrão em 5 GHz com o objetivo de atingir taxas de transmissão de dados na faixa de 6 a 54 Mbps [15,40]. É interessante notar que esse é o primeiro padrão a utilizar a técnica OFDM em transmissão de pacotes.

O valor do intervalo de guarda foi o fator principal que determinou a escolha dos demais parâmetros. Considerando o valor 800 ns, o intervalo de guarda é capaz de prover uma robustez do sistema a valores de espalhamento de retardo do canal da ordem de centenas de nano segundos, dependendo da taxa de codificação e do esquema de modulação empregado nas subportadoras.

Isso significa que o padrão é robusto o suficiente para ser aplicado em ambientes *indoor*. Aplicações em ambiente *outdoor* também podem ser vislumbradas, embora seja necessário o uso de antenas diretivas, a fim de reduzir os efeitos do espalhamento de retardo do canal.

A tabela 4.3 lista os principais parâmetros para o padrão IEEE 802.11a

Parâmetros	Padrão IEEE 802.11a
Numero de subportadoras (N)	52
Espaçamento entre subportadoras ( $\Delta_f$ )	312,5 kHz
Duração do símbolo (T)	3,2 $\mu$ s
Intervalo de Guarda ( $T_g$ )	800 ns

Tabela 4.3: Parâmetros OFDM para o padrão IEEE 802.11a

Os canais rádio móveis são canais seletivos em frequência. Para combater esse problema provocado pelo desvanecimento sofrido pelos sinais nas subportadoras, este padrão utiliza códigos corretores de erros com taxas de codificação variadas, fornecendo taxas de transmissão de dados entre 6 e 54 Mbps. A tabela 4.4 apresenta um resumo dos conjuntos de esquemas de modulação e taxas de codificação para as possíveis taxas de transmissão do padrão IEEE 802.11a.

Taxa de transmissão (Mbps)	Modulação	Taxa de codificação
6	BPSK	$\frac{1}{2}$
9	BPSK	$\frac{3}{4}$
12	QPSK	$\frac{1}{2}$
18	QPSK	$\frac{3}{4}$
24	QAM-16	$\frac{1}{2}$
36	QAM-16	$\frac{3}{4}$
48	QAM-64	$\frac{2}{3}$
54	QAM-64	$\frac{3}{4}$

Tabela 4.4: Modulações e taxas de codificação do padrão IEEE 802.11a.

#### 4.4

##### Identificação do canal

Como já mencionado anteriormente, uma das principais características do OFDM é a utilização de um intervalo de guarda a cada símbolo OFDM para a eliminação da interferência entre símbolos. Esse intervalo de guarda pode ser implementado de duas formas, sendo formado pela extensão cíclica do símbolo

ou pelo preenchimento de zeros. No primeiro caso, o intervalo de guarda é acrescentado no início de cada símbolo OFDM, de forma a gerar o sinal de transmissão CP-OFDM (Cyclic Prefix – Orthogonal Frequency Division Multiplexing). No segundo caso, a inserção de zeros é feita no final de cada símbolo OFDM e deste modo obtém-se o sinal de transmissão ZP-OFDM (Zero Padding – Orthogonal Frequency Division Multiplexing).

O esquema do receptor OFDM, sem o bloco de equalização, já apresentado anteriormente, mas repetido aqui por conveniência, está indicado na figura 4.7.

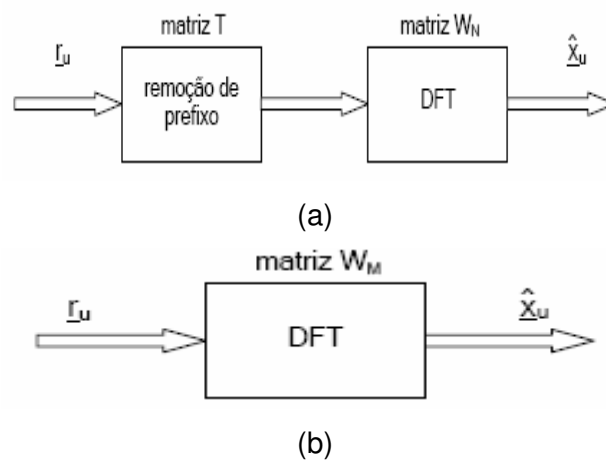


Figura 4.7: Receptor OFDM. (a) Receptor CP; (b) Receptor ZP (equalizador não apresentado)

A saída do bloco DFT no receptor tem respectivamente para o caso CP e ZP, a forma abaixo indicada:

$$\begin{aligned}\hat{x}_u &= Q_N \cdot x_u + \tilde{n}_u \\ \hat{x}_u &= Q_M \cdot V \cdot x_u + \tilde{n}_u\end{aligned}\quad (4.39)$$

A informação do canal está contida somente na matriz diagonal Q. É fácil ver que a relação  $\text{diag}(v) \cdot r = \text{diag}(r) \cdot v$  permite escrever as equações (4.39) como:

$$\begin{aligned}\hat{x}_u &= \text{diag}(x_u) \cdot q_N + \tilde{n}_u = S^{cp}(u) \cdot q_N + \tilde{n}_u \\ \hat{x}_u &= \text{diag}(V \cdot x_u) \cdot q_M + \tilde{n}_u = S^p(u) \cdot q_M + \tilde{n}_u\end{aligned}\quad 4.40$$

onde

$$q_K = \sqrt{K} \cdot W_K \cdot \underline{p}_K = \sqrt{K} \cdot W_K \cdot \begin{bmatrix} \underline{p}_r \\ \underline{0}_{K-P} \end{bmatrix} = \sqrt{K} \cdot W_K \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} I_{P \times P} \\ \underline{0}_{K-P \times P} \end{bmatrix}}_{E_0} \cdot \underline{p}_r = \sqrt{K} \cdot \underbrace{W_K \cdot E_0}_{W_0} \cdot \underline{p}_r = \sqrt{K} \cdot W_0 \cdot \underline{p}_r$$

$$\underline{p}_r = \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ \dots \\ p_{P-1} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Estas equações (4.41) permitem escrever os vetores recebidos como uma função linear dos dados do canal. Convém observar que existem diferenças dimensionais nas equações acima, a primeira equação se passa em  $C^N$  e a segunda se passa em  $C^M$ .

Se, para um dado  $u$ ,  $x_u$  é conhecido (símbolos piloto) então o canal expresso na forma do vetor  $\underline{q}$  pode ser estimado. Vamos suprimir temporariamente os índices  $cp$  e  $zp$  para  $S$  e o  $N$  e  $M$  de  $\underline{q}$ .

Admitindo  $S$  inversível, então, a estimativa ZF (zero forcing) do canal é dada por:

$$\hat{\underline{q}}_K(u) = S^{-1}(u) \cdot \hat{\underline{x}}_u = \underline{q}_K + S^{-1}(u) \cdot \tilde{\underline{n}}_u$$

$$\hat{\underline{p}}_K(u) = \frac{1}{\sqrt{K}} \cdot W_K^H \cdot \hat{\underline{q}}_K(u) = \underline{p}_K + \frac{1}{\sqrt{K}} \cdot W_K^H \cdot S^{-1}(u) \cdot \tilde{\underline{n}}_u \quad (4.42)$$

Neste ponto assumiremos que o suporte da resposta do canal  $P$  é conhecido. Assim só as primeiras  $P$  componentes do vetor acima carregam informação do canal, sendo que as restantes só carregam ruído. Uma proposta que tem impacto positivo no desempenho do sistema [18] consiste em zerá-las no domínio do tempo, mas efetuando as contas no domínio da frequência.

Seja a matriz:

$$E = \begin{bmatrix} I_{P \times P} & 0_{P \times K-P} \\ 0_{K-P \times P} & 0_{K-P \times K-P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{P \times P} \\ 0_{K-P \times P} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{P \times P} & 0_{P \times K-P} \end{bmatrix} = E_0 \cdot E_0^H \quad (4.43)$$

Então:

$$\begin{aligned}\hat{\underline{q}}_K^{final}(u) &= \sqrt{K} \cdot W_K \cdot E_0 \cdot E_0^H \cdot \hat{\underline{p}}_K(u) = \sqrt{K} \cdot W_K \cdot E_0 \cdot E_0^H \cdot \frac{1}{\sqrt{K}} \cdot W_K^H \cdot \hat{\underline{q}}_K(u) = \\ &= (W_K \cdot E_0) \cdot (E_0^H \cdot W_K^H) \cdot \hat{\underline{q}}_K(u) = \underbrace{(W_0 \cdot W_0^H)}_B \cdot \hat{\underline{q}}_K(u) = B \cdot \hat{\underline{q}}_K(u)\end{aligned}\quad (4.44)$$

A matriz B é chamada de matriz purificadora [18].

Essa matriz recebe este nome porque é uma matriz que promove uma transformação linear na estimativa inicial, tendo assim, como resultado uma estimativa purificada tanto no sistema CP-OFDM quanto no sistema ZP-OFDM.

Note também que:

$$\begin{aligned}\hat{\underline{q}}_K^{final}(u) &= W_0 \cdot W_0^H \cdot [\underline{q}_K + S^{-1}(u) \cdot \tilde{\underline{n}}_u] = \\ &= W_0 \cdot W_0^H \cdot \underline{q}_K + W_0 \cdot W_0^H \cdot S^{-1}(u) \cdot \tilde{\underline{n}}_u = \\ &= W_0 \cdot W_0^H \cdot \sqrt{K} \cdot W_K \cdot \begin{bmatrix} \underline{p}_r \\ \underline{0}_{K-P} \end{bmatrix} + W_0 \cdot W_0^H \cdot S^{-1}(u) \cdot \tilde{\underline{n}}_u = \\ &= W_0 \cdot W_0^H \cdot \sqrt{K} \cdot W_0 \cdot \underline{p}_r + W_0 \cdot W_0^H \cdot S^{-1}(u) \cdot \tilde{\underline{n}}_u = \\ &= \sqrt{K} \cdot W_0 \cdot \underline{p}_r + W_0 \cdot W_0^H \cdot S^{-1}(u) \cdot \tilde{\underline{n}}_u = \\ &= \underline{q}_K + W_0 \cdot W_0^H \cdot S^{-1}(u) \cdot \tilde{\underline{n}}_u\end{aligned}\quad (4.45)$$

Assim o esquema de identificação do canal assume a forma indicada na figura abaixo.

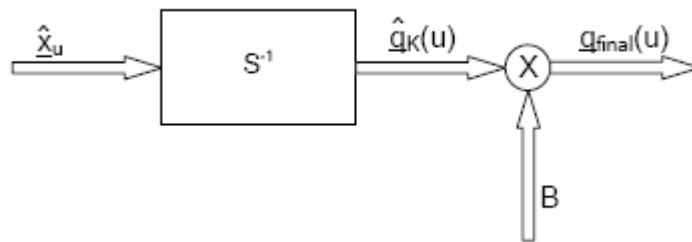


Figura 4.8: Esquema de identificação do canal

Um dos objetivos desta tese é investigar o desempenho de sistemas quando a informação sobre o canal não é completa, ou seja, quando dispõe-se apenas de uma fração dos valores da função de transferência na faixa de frequências de interesse. A discussão que se segue tem como objetivo



introduzir um procedimento que permite a estimação do canal a partir de um conjunto incompleto de informações.

Considere agora que apenas alguns sub-símbolos são conhecidos, significando dizer que:

$$\underline{x}_u = \begin{bmatrix} \underline{x}_u^+ \\ \underline{x}_u^- \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

onde o índice + e - indicam respectivamente os sub-símbolos conhecidos e desconhecidos. Observe que, sem perda de generalidade, assumiu-se que os sub-símbolos conhecidos são os K primeiros. Caso isto seja verdade, os dados podem ser rearranjados sem que haja perda de generalidade do procedimento aqui discutido.

### Caso CP

Neste caso:

$$\hat{\underline{x}}_u = \begin{bmatrix} \hat{\underline{x}}_u^+ \\ \hat{\underline{x}}_u^- \end{bmatrix} = \underline{Q}_N \cdot \underline{x}_u + \tilde{\underline{n}}_u = \begin{bmatrix} \underline{Q}_N^+ & 0 \\ 0 & \underline{Q}_N^- \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{x}_u^+ \\ \underline{x}_u^- \end{bmatrix} + \tilde{\underline{n}}_u = \begin{bmatrix} \underline{Q}_N^+ \cdot \underline{x}_u^+ \\ \underline{Q}_N^- \cdot \underline{x}_u^- \end{bmatrix} + \tilde{\underline{n}}_u = \begin{bmatrix} \text{diag}(\underline{x}_u^+) \cdot \underline{q}_N^+ \\ \text{diag}(\underline{x}_u^-) \cdot \underline{q}_N^- \end{bmatrix} + \tilde{\underline{n}}_u \quad (4.47)$$

Podemos então estimar as componentes do canal associadas aos sub-símbolos conhecidos (com índice +) por meio do estimador:

$$\hat{\underline{q}}_N^+ = \left[ \text{diag}(\underline{x}_u^+) \right]^{-1} \cdot \hat{\underline{x}}_u^+ \Rightarrow \hat{q}_{i,N}^+ = \frac{\hat{x}_{i,u}^+}{x_{i,u}^+} \quad \text{para } i \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (4.48)$$

No capítulo 3 foi desenvolvido um método paramétrico de estimação do canal PLC baseado no algoritmo EM que não necessariamente requer o conhecimento do canal em todas as frequências OFDM, ou seja, não é necessária a transmissão de um símbolo OFDM completo para prover a estimação do canal. Surge então a pergunta natural sobre o uso deste estimador para “completar” a resposta do canal e assim aumentar a vazão da transmissão de dados sem que haja impacto exagerado no desempenho do sistema.

### Caso ZP

Neste caso:

$$\begin{aligned}
 \hat{\underline{x}}_u &= Q_M \cdot V \cdot \underline{x}_u + \tilde{\underline{n}}_u = Q_M \cdot \begin{bmatrix} V^+ & V^- \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{x}_u^+ \\ \underline{x}_u^- \end{bmatrix} + \tilde{\underline{n}}_u = \\
 &= \left\{ \text{diag} \left( V^+ \cdot \underline{x}_u^+ \right) + \text{diag} \left( V^- \cdot \underline{x}_u^- \right) \right\} \cdot \underline{q}_M + \tilde{\underline{n}}_u = \\
 &= \left\{ S_u^+ + S_u^- \right\} \cdot \underline{q}_M + \tilde{\underline{n}}_u = S_u \cdot \underline{q}_M + \tilde{\underline{n}}_u
 \end{aligned} \tag{4.49}$$

O algoritmo EM acima mencionado resolve o seguinte problema de otimização: dado um canal  $\underline{q}$ , o algoritmo determina um canal  $\underline{q}^* = \underline{q}(\underline{\theta}^*)$  da família  $C(\underline{\theta})$  onde:

$$\underline{\theta}^* = \arg \min_{\underline{\theta}} \left\| \hat{\underline{q}} - \underline{q}(\underline{\theta}) \right\|^2 \tag{4.50}$$

Uma maneira alternativa de definir o problema acima é a que se segue: dado um canal  $\underline{q}$ , determinar o canal  $\underline{q}^* = \underline{q}(\underline{\theta}^*)$  da família  $C(\underline{\theta})$ , onde

$$\underline{\theta}^* = \arg \min_{\underline{\theta}} \left\| \hat{\underline{x}}_u - S_u \cdot \underline{q}(\underline{\theta}) \right\|^2 \tag{4.51}$$

Manipulando a expressão acima de modo a explicitar o que é conhecido e o que não é, tem-se:

$$\begin{aligned}
 \left\| \hat{\underline{x}}_u - S_u \cdot \underline{q}(\underline{\theta}) \right\|^2 &= \left\| \hat{\underline{x}}_u - (S_u^+ + S_u^-) \cdot \underline{q}(\underline{\theta}) \right\|^2 = \\
 &= \left\| \left( \hat{\underline{x}}_u - S_u^+ \cdot \underline{q}(\underline{\theta}) \right) + \sum_i \text{diag} \left( w_i \cdot V_i^- \right) \cdot \underline{q}(\underline{\theta}) \right\|^2 = \\
 &= \left\| \left[ \hat{\underline{x}}_u - S_u^+ \cdot \underline{q}(\underline{\theta}) \right] + \sum_i w_i \cdot \left[ \text{diag} \left( \underline{q}(\underline{\theta}) \right) \cdot V_i^- \right] \right\|^2
 \end{aligned} \tag{4.52}$$

Definindo:

$$\begin{aligned}
 \underline{b}_u(\underline{\theta}) &= \hat{\underline{x}}_u - S_u^+ \cdot \underline{q}(\underline{\theta}) \\
 \underline{a}_i(\underline{\theta}) &= \text{diag} \left( \underline{q}(\underline{\theta}) \right) \cdot V_i^- \\
 A(\underline{\theta}) &= \begin{bmatrix} \underline{a}_1(\underline{\theta}) & \underline{a}_2(\underline{\theta}) & \dots & \underline{a}_R(\underline{\theta}) \end{bmatrix} = \text{diag} \left( \underline{q}(\underline{\theta}) \right) \cdot V^-
 \end{aligned} \tag{4.53}$$

Tem-se:

$$\|\hat{x}_u - S_u \cdot \underline{q}(\underline{\theta})\|^2 = \left\| \underline{b}_u(\underline{\theta}) + \sum_i w_i \cdot \underline{a}_i(\underline{\theta}) \right\|^2 = \|\underline{b}_u(\underline{\theta}) + A(\underline{\theta}) \cdot \underline{w}\|^2 \quad (4.54)$$

Se assumirmos que conhecemos  $\underline{\theta}$ , existe um valor ótimo para  $\underline{w}$  que é dado por:

$$\underline{w}^* = [A^H(\underline{\theta}) \cdot A(\underline{\theta})]^{-1} \cdot A^H(\underline{\theta}) \cdot \underline{b}_u(\underline{\theta}) \quad (4.55)$$

Então o problema de otimização pode ser reescrito da forma

$$\underline{\theta}^* = \arg \min_{\underline{\theta}} \underline{b}_u^H(\underline{\theta}) \left\{ I - A(\underline{\theta}) \cdot [A^H(\underline{\theta}) \cdot A(\underline{\theta})]^{-1} \cdot A^H(\underline{\theta}) \right\} \cdot \underline{b}_u(\underline{\theta}) \quad (4.56)$$

Como este problema de otimização é bastante complicado, propomos um método de relaxação como descrito abaixo:

1. Seja  $k=0$ . Arbitre um canal  $\underline{q}_0$  e calcule:

$$S^+ = \text{diag}(V^+ \cdot \underline{x}_u^+)$$

$$S_i^- = \text{diag}(\text{coluna } i \text{ de } V^-)$$

2. Determine

$$\underline{b} = \hat{x}_u - S^+ \cdot \underline{q}_k$$

$$A = [S_1^- \cdot \underline{q}_k \quad S_2^- \cdot \underline{q}_k \quad \dots]$$

$$\underline{w} = [A^H \cdot A]^{-1} \cdot A^H \cdot \underline{b}$$

$$S = S^+ + \sum_i w_i S_i^-$$

3. Resolva o problema de otimização:

$$\underline{q}_{k+1} = \tilde{\underline{q}}(\underline{\theta}^*) \in C(\underline{\theta}) \text{ tal que } \underline{\theta}^* = \arg \min \|S^{-1} \cdot \hat{x}_u - \tilde{\underline{q}}(\underline{\theta})\|^2$$

4. Faça  $k = k+1$ . Se convergência não ocorreu, vá para 2. Caso contrário, vá para 5
5. Convergência atingida.

Na próxima seção são apresentados os resultados obtidos através de simulação para a avaliação de desempenho da modulação OFDM para a estimação de canal proposta nesta tese.

#### 4.5 Avaliação de desempenho

O desempenho da modulação OFDM na taxa de erros, será avaliada em relação à estimação do canal proposta nesta tese. Comparando o desempenho obtido quando se é feita a estimação convencional do canal utilizando equalizadores ZF (*Zero-Forcing*) e MMSE (*Minimum Mean Square Error*).

As simulações foram feitas no Matlab para o caso ZP-OFDM, Nos exemplos apresentados as parâmetros de entrada foram:

N: Número de canais OFDM;

L: Tamanho do intervalo de guarda;

runmax : Número de realizações da simulação;

SIMB: Número de símbolos em cada realização;

Tipomod: Tipo de modulação empregada;

Tipochan: Tipo de canal;

Quadro: Número de símbolos OFDM por quadro, ou seja, intervalo entre frames piloto;

frac: Fração de símbolos usado como piloto;

Nos quais os seguintes parâmetros são mantidos fixos:

$N = 64$ ;

$L = 16$ ;

runmax = 10;

SIMB = 1000;

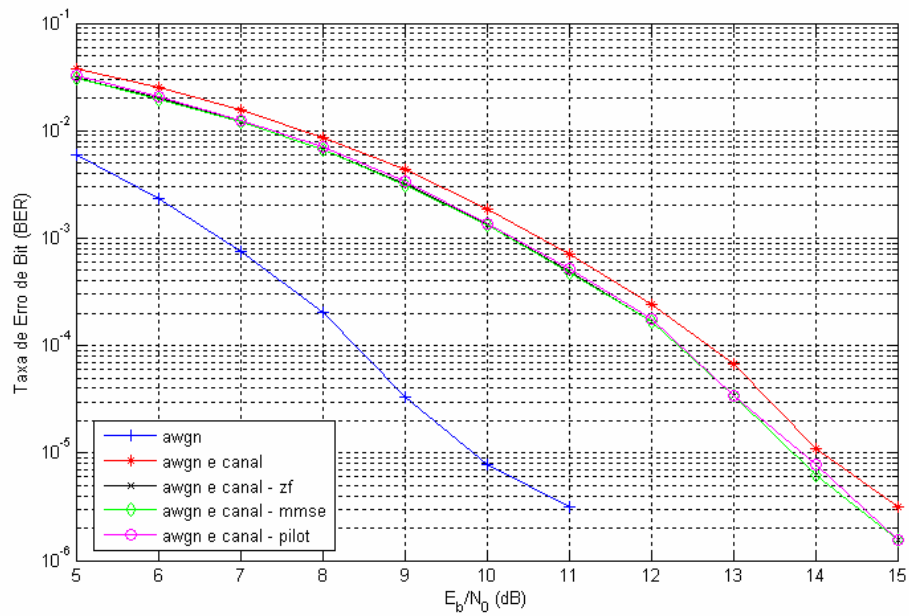
Tipochan = canal fixo;

Quadro = 100;

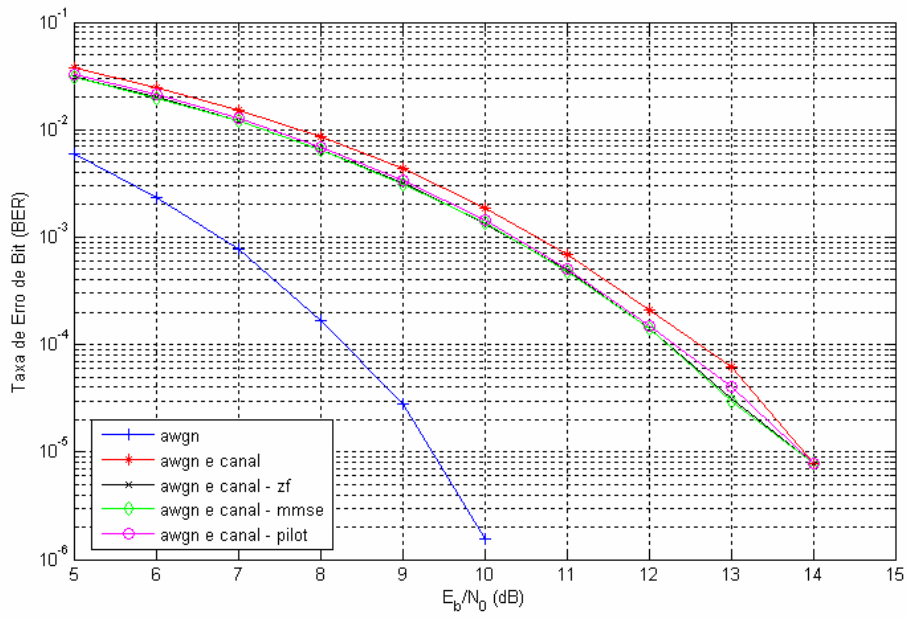
**EXEMPLO 1:**

Neste exemplo o tipo de modulação empregada foi a BPSK (*Binary Phase Shift Keying*).

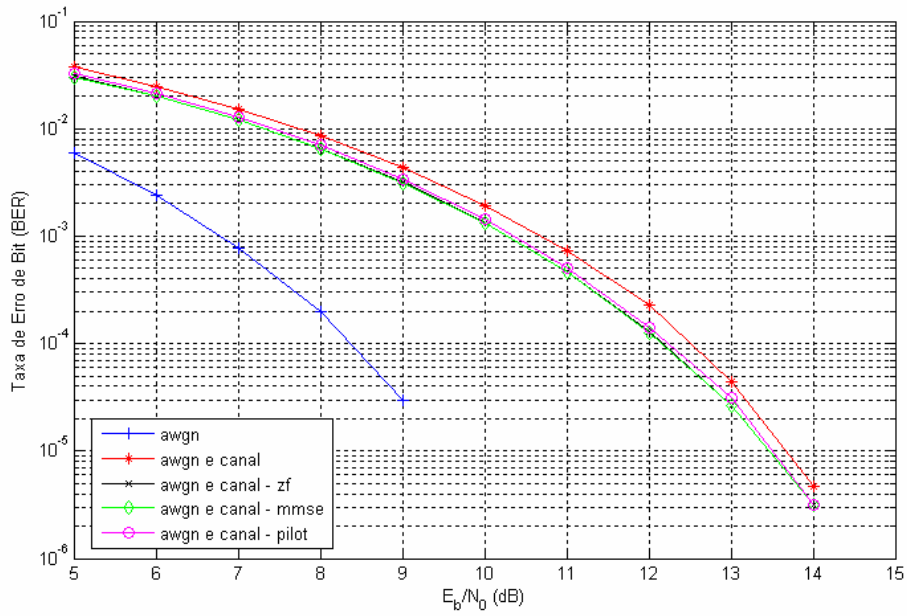
A figura 4.9 indica os resultados obtidos quando se usam todos os símbolos como piloto (frac = 100%), quando se usam 80%, 60% e 40% dos símbolos como piloto.



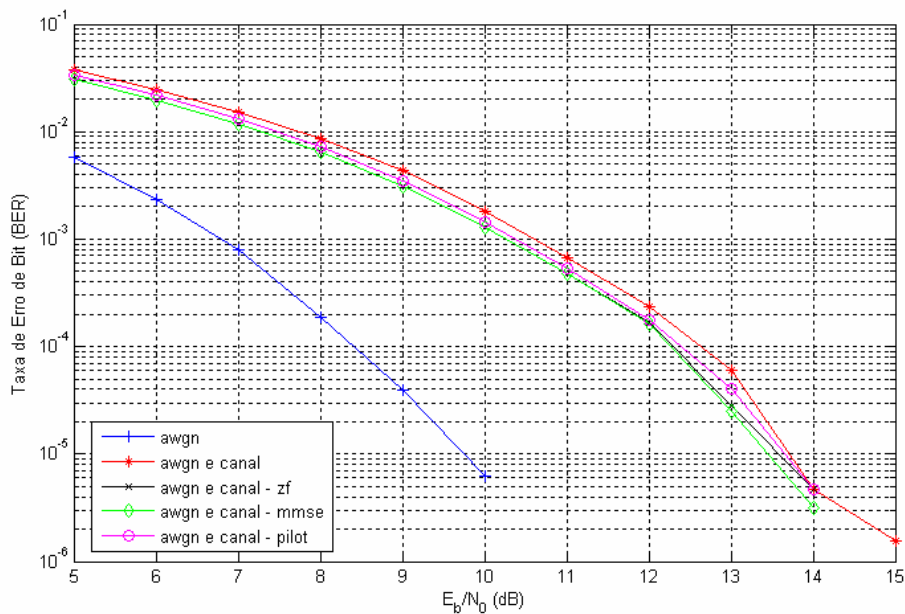
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.9: Desempenho obtido para sistema ZP-OFDM empregando a modulação BPSK (a) 100% dos símbolos pilotos; (b) 80% dos símbolos pilotos; (c) 60% dos símbolos pilotos; (d) 40% dos símbolos pilotos

Na figura a curva em azul representa a taxa de erro de bits quando o canal é ideal, havendo somente ruído. A curva em vermelho indica a taxa de erro de bits quando há o canal, porém o processo de demodulação é feito apenas considerando a existência de ruído.

As curvas em preto e em verde indicam a taxa de erro de bits quando se usa respectivamente os equalizadores ZF e MMSE com o conhecimento perfeito do canal. Em geral, essas curvas estão muito próximas.

Essas curvas funcionam como referência para o algoritmo proposto na tese, no qual o canal é estimado a partir dos dados e depois se faz a equalização, indicado pela curva em rosa na figura 4.9. Não é razoável esperar que essa curva fique abaixo das curvas de referência, porém o ideal seria que não ficassem muito acima dessas.

Assim, ao se observar o gráfico, em 4.9 (a) onde se usa 100% dos canais como símbolos pilotos, o desempenho do sistema proposto ficou excelente, uma vez que a BER ficou levemente acima das curvas de referência, mesmo para valores de  $E_b/N_0$  da ordem de 5dB. Esse resultado é muito bom, pois o canal foi

estimado com uma baixa relação sinal-ruído e o desempenho ficou insignificamente acima do caso em que se tem total conhecimento do canal.

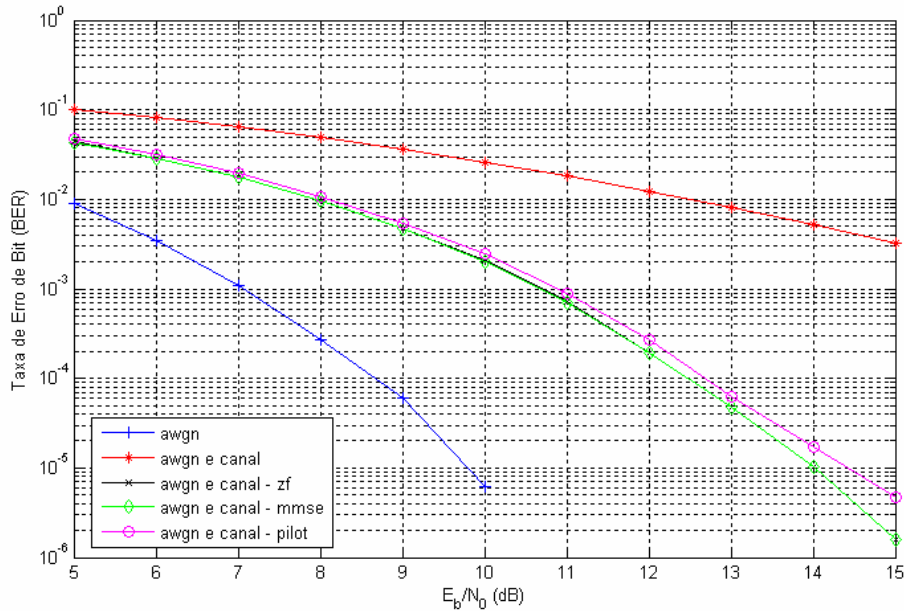
As figuras 4.9 (b), 4.9 (c) e 4.9(d) mostram o desempenho obtido quando se usa 80%, 60% e 40% dos canais como piloto, respectivamente. Ao se observar essas figuras verifica-se que houve uma degradação, a medida que se diminui a de utilização dos canais como piloto, porém essa degradação foi muito pequena, mesmo com a utilização de 40% dos canais como piloto.

Nos dois próximos exemplos, o desempenho do método proposto será avaliado utilizando-se as modulações QPSK e PSK-16.

## **EXEMPLO 2:**

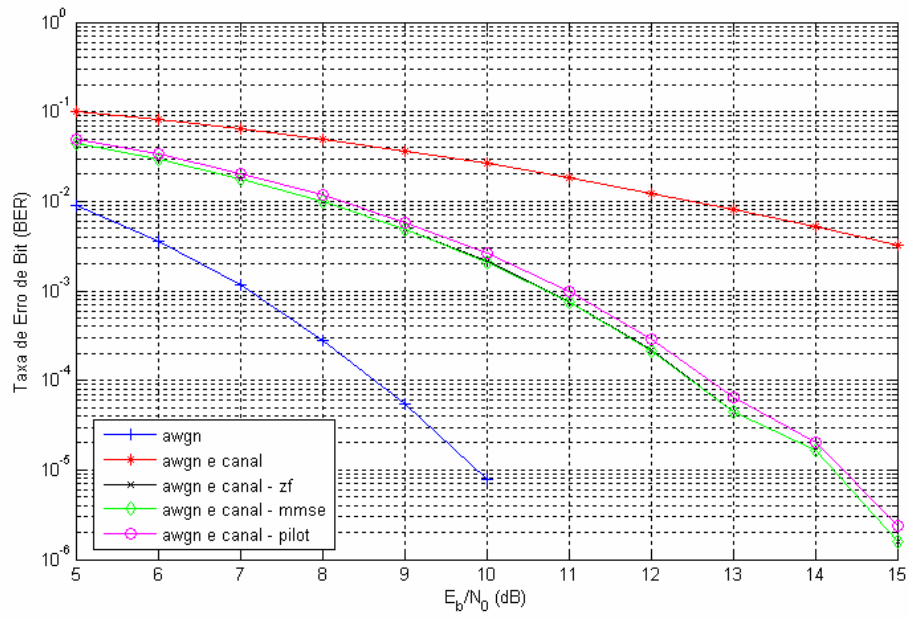
Neste exemplo o tipo de modulação empregada foi a modulação QPSK.

A figura 4.10 indica os resultados obtidos quando de usam todos os símbolos como piloto (frac = 100%), quando se usam 80%, 60% e 40% dos símbolos como piloto.

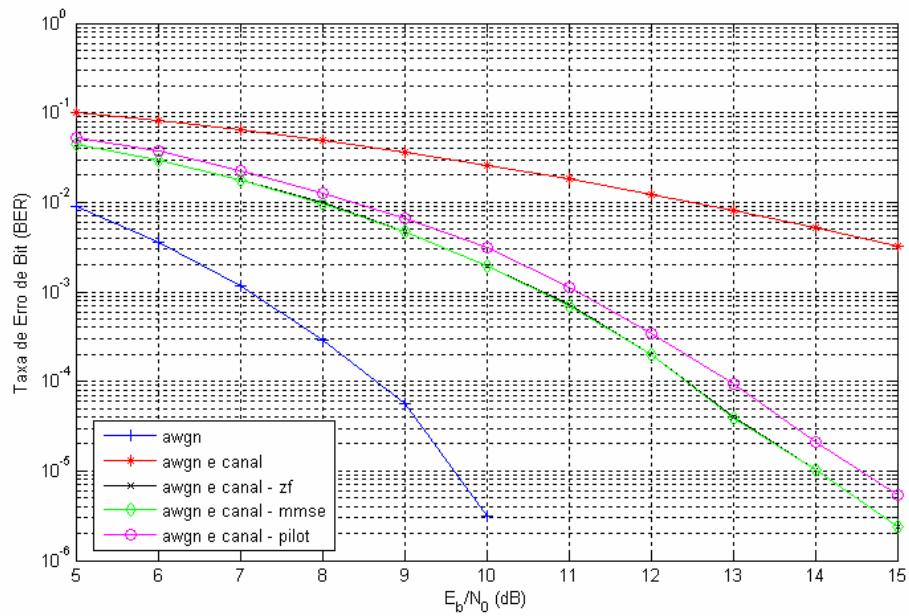


(a)

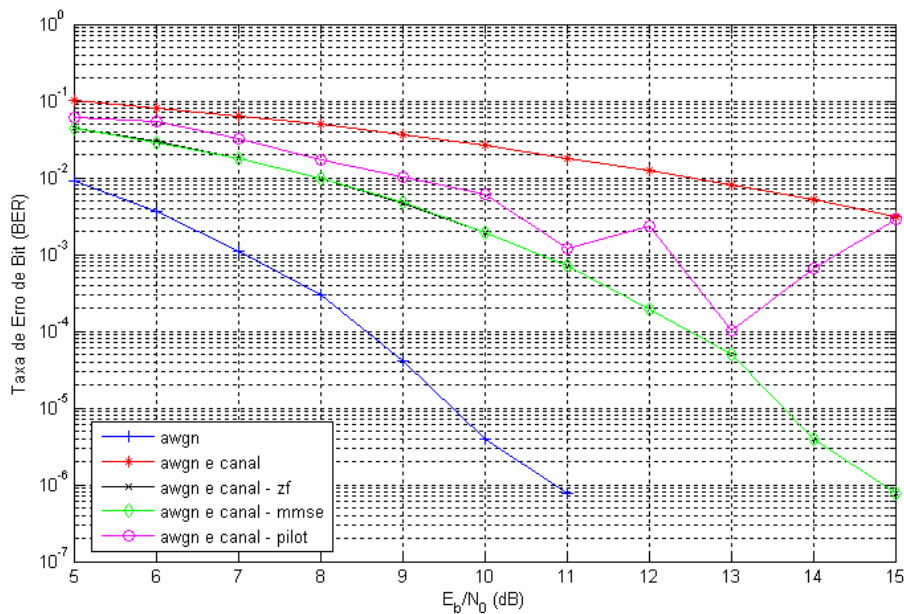




(b)



(c)



(d)

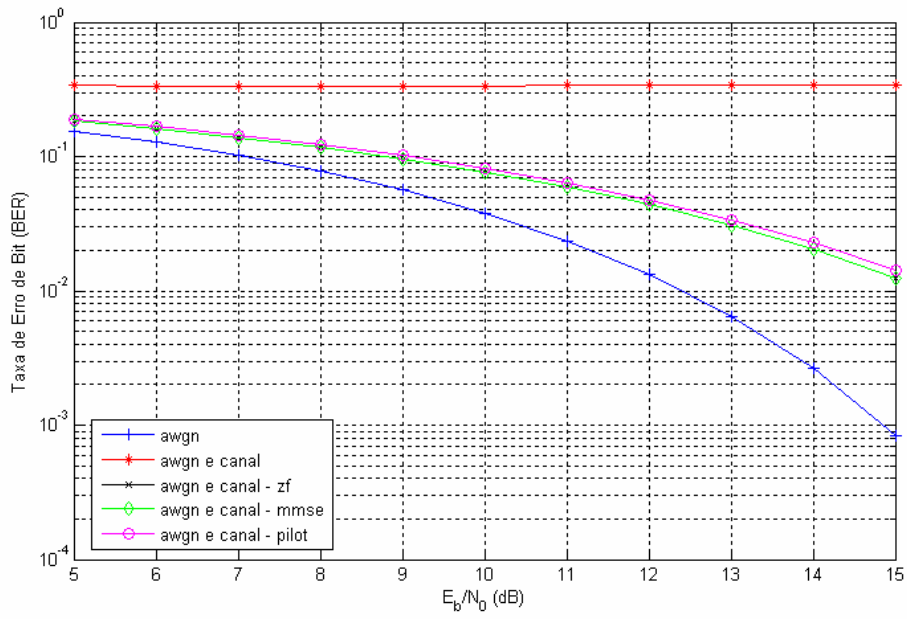
Figura 4.10: Desempenho obtido para sistema ZP-OFDM empregando a modulação QPSK (a) 100% dos símbolos pilotos; (b) 80% dos símbolos pilotos; (c) 60% dos símbolos pilotos; (d) 40% dos símbolos pilotos

Neste exemplo, ao se observar a figura 4.10, o desempenho se mostrou satisfatório para a utilização de 100%, 80% e 60% dos símbolos como pilotos. Porém, ao se utilizar 40% dos símbolos como pilotos, a curva obtida se afasta bastante das curvas de referência, aumentando substancialmente a taxa de erro de bits.

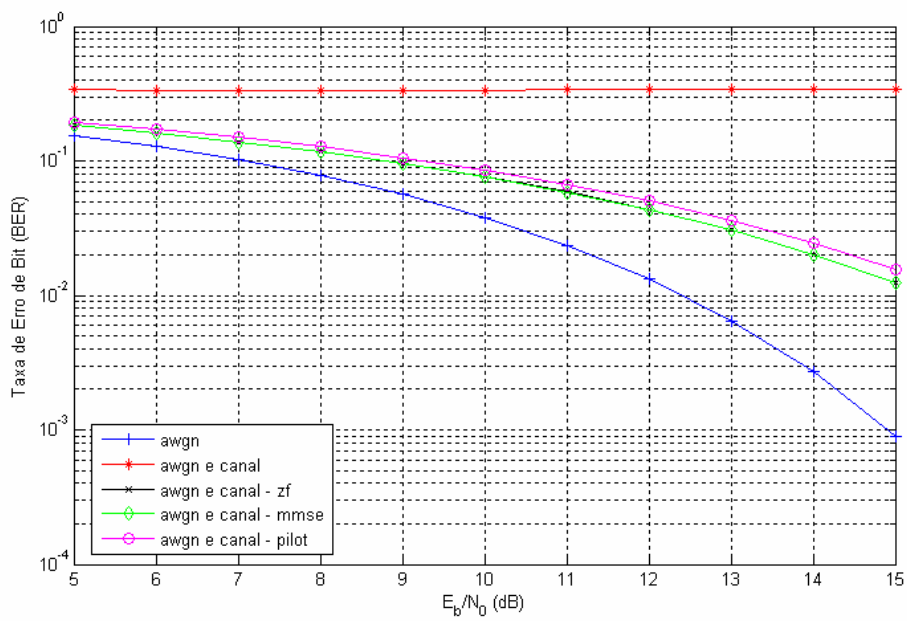
### **EXEMPLO 3:**

Neste exemplo o tipo de modulação empregada foi a PSK-16.

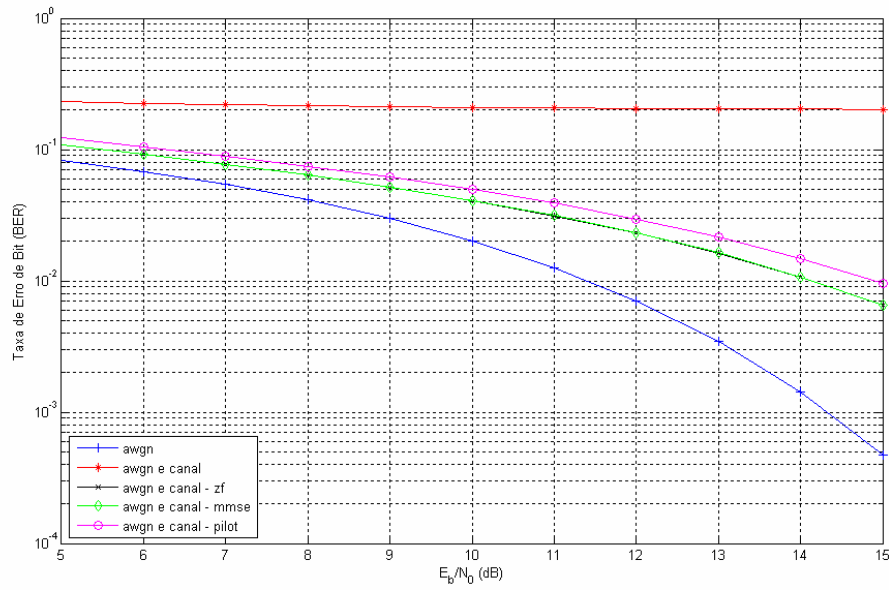
A figura 4.11 indica os resultados obtidos quando de usam todos os símbolos como piloto (frac = 100%), quando se usam 80%, 60% e 40% dos símbolos como piloto.



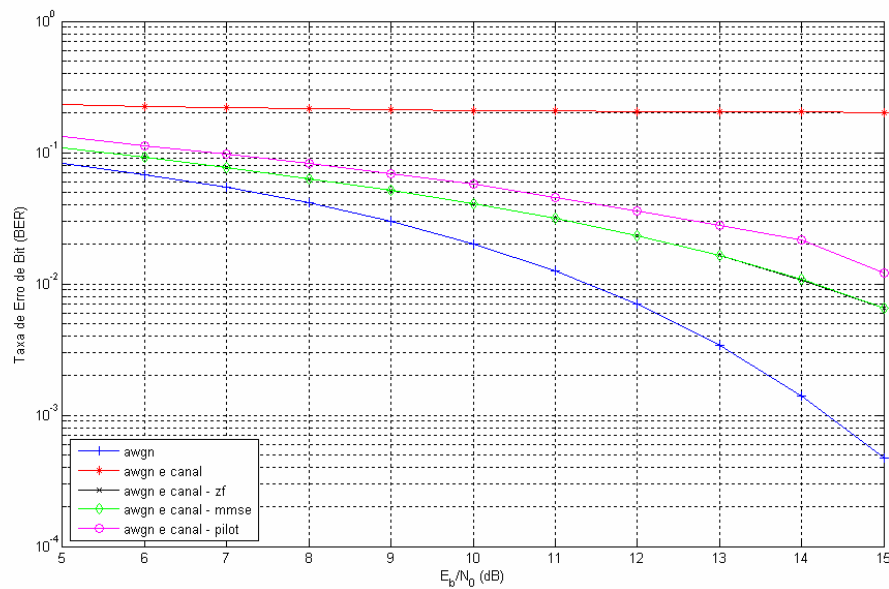
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.11: Desempenho obtido para sistema ZP-OFDM empregando a modulação 16-PSK (a) 100% dos símbolos pilotos; (b) 80% dos símbolos pilotos; (c) 60% dos símbolos pilotos; (d) 40% dos símbolos pilotos

Assim como no exemplo anterior, neste caso também o desempenho se mostrou satisfatório para a utilização de 100%, 80% e 60% dos símbolos como pilotos. Porém, ao se utilizar 40% dos símbolos como pilotos, há uma degradação no desempenho.

Com esses exemplos foi avaliado o desempenho da modulação OFDM na taxa de erros, em relação à estimação do canal proposta nesta tese. Comparando o desempenho obtido quando se é feita a estimação convencional do canal utilizando equalizadores ZF (*Zero-Forcing*) e MMSE (*Minimum Mean Square Error*). Assim o desempenho se mostrou bastante satisfatório para os três tipos de modulações empregadas, utilizando-se 100%, 80% e 60% dos canais como piloto.

Dentre as modulações empregadas, a modulação BPSK e QPSK, o desempenho obtido é praticamente o mesmo como pode ser observado pelas figuras 4.9 e 4.10, com a taxa de erro de bits variando de  $10^{-1}$  a  $10^{-5}$ , para  $E_b/N_0$  variando de 5 a 15 dB. Já a modulação 16-PSK apresenta um pior desempenho com a taxa de erro de bits variando de  $10^{-1}$  a  $10^{-2}$ , para  $E_b/N_0$  variando de 5 a 15 dB.

## 4.6 Resumo do Capítulo

A técnica OFDM consiste na transmissão paralela de dados em diversas subportadoras e taxas de transmissão por subportadora tão baixas quanto maior o numero destas empregadas. Trabalhar com canais mais estreitos ao invés de um único canal mais largo traz um grande benefício no que diz à seletividade em frequência. A possível natureza de desvanecimento seletivo em frequência apresentado por um canal para a transmissão de portadora única, pode ser revertida numa natureza de desvanecimento plano ou quase plano apresentada pelas frações deste canal, quando a técnica OFDM é empregada. Isso elimina ou reduz significativamente a necessidade de equalização.

Os sistemas OFDM são também eficazes no combate à interferência intersimbólica, devido a introdução de um intervalo de guarda a cada símbolo OFDM. Projeta-se este intervalo de forma que as componentes multipercurso de um símbolo OFDM não possam interferir na recepção do símbolo OFDM subsequente. Um símbolo OFDM (de duração  $T_s$ ) será constituído então pelo símbolo útil OFDM (de duração  $T$ ) e pelo intervalo de guarda (de duração  $T_g$ ).

O intervalo de guarda pode ser formado pela extensão cíclica do símbolo ou pelo preenchimento de zeros. No primeiro caso, o intervalo de guarda é acrescentado no início de cada símbolo OFDM, de forma a gerar o sinal de transmissão CP-OFDM (*Cyclic Prefix – Orthogonal Frequency Division Multiplexing*). No segundo caso, a inserção de zeros é feita no final de cada símbolo OFDM e deste modo obtém-se o sinal de transmissão ZP-OFDM (*Zero Padding – Orthogonal Frequency Division Multiplexing*).

Entre as vantagens da técnica OFDM, está a sua tolerância ao espalhamento de retardo devido à propagação multipercurso e sua a redução da necessidade de equalização. Os sistemas OFDM são robustos ao ruído impulsivo, devido ao aumento de duração do símbolo OFDM.

Dentre as desvantagens da técnica OFDM tem-se os problemas associados ao pico de potência e verifica-se que não é apropriado adotar o esquema convencional de transmissão em canais com desvanecimento, visto que a informação transmitida em uma subportadora pode ser perdida, na presença de um desvanecimento profundo.

A técnica OFDM também é sensível a desvios de frequência, como também problemas de sincronização na frequência.

Dentre as aplicações da técnica OFDM se encontram o padrão DAB (*Digital Audio Broadcasting*) e o DVB (*Digital Video Broadcasting*), o DAB é o padrão Europeu para a radiodifusão digital e o DVB é padrão é o padrão para TV digital.

Outro sistema que utiliza a técnica OFDM é o padrão IEEE 802.11a Wireless LAN que permite trafegar dados em taxas de transmissão de até 54 Mbps.

Foi investigado o desempenho de sistemas quando a informação sobre o canal não é completa, ou seja, quando dispõe-se apenas de uma fração dos valores da função de transferência na faixa de frequências de interesse.

No capítulo 3 foi desenvolvido um método paramétrico de estimação do canal PLC baseado no algoritmo EM que não necessariamente requer o conhecimento do canal em todas as frequências OFDM, ou seja, não é necessária a transmissão de um símbolo OFDM completo para prover a estimação do canal. Esse estimador foi então, utilizado “completar” a resposta do canal e assim aumentar a vazão da transmissão de dados sem que haja impacto exagerado no desempenho do sistema, sendo utilizado como referência os equalizadores ZF e MMSE com o conhecimento perfeito do canal.

Para as três técnicas de modulação empregadas, a saber: BPSK, QPSK e 16-PSK o desempenho do método proposto foi muito bom para 100%, 80%, 60% dos canais como piloto, respectivamente, havendo uma ligeira degradação a medida que se diminui a de utilização dos canais como pilotos.