

1

Introdução

1.1

Comercialização de energia

Desde 2002, o leilão de contratos de suprimento vem sendo o principal instrumento para compra e venda de energia elétrica no Brasil. Inicialmente, a lei 10.438/2002 determinou que no mínimo 50% da energia das geradoras sob controle federal (grande parte da capacidade do Brasil) fosse comercializada através de leilões públicos. Em seguida, o Decreto 4.562/2002 determinou que todas as distribuidoras deveriam contratar suas necessidades de energia através deste mesmo mecanismo licitatório.

Desde 2004, quando o primeiro de tais leilões (ver “Leilões” em [38]) marcou o início do novo marco regulatório, os leilões de energia proveniente de empreendimentos novos e existentes vêm sendo realizados sistematicamente a cada ano para suprir o mercado do ambiente de contratação regulado (ACR), ao qual as distribuidoras estão submetidas.

Além do ambiente regulado, a comercialização de energia pode se dar diretamente com consumidores livres no ambiente de comercialização livre (ACL), desde que estes atendam aos pré-requisitos para se enquadrar nesta categoria.

Em ambas as situações, um gerador ou uma comercializadora oferta ou negocia contratos de longo e médio prazo nos quais diversas incertezas estão presentes. Tais incertezas proporcionam riscos que devem ser corretamente precificados e inseridos na decisão de comercialização. Por exemplo, pode-se citar como exemplo as seguintes questões:

“Qual quantidade um gerador deve ofertar em uma dada rodada de um leilão de energia existente que negocia contratos de cinco anos?”

“Qual o *mix* (composição do portfólio) de fontes que uma comercializadora deve contratar por disponibilidade para negociar um contrato de venda no ACL por quantidade durante dois anos?”

Desta maneira, a adoção de critérios de gerenciamento de risco dentro do processo decisório torna-se indispensável. Este procedimento, que freqüentemente pode ser representado através de modelos matemáticos de otimização, deve considerar o perfil de risco e o portfolio existente de ativos físicos e financeiros do agente, de forma a capturar as sinergias deste com os novos negócios candidatos.

1.2

Perfil de Risco e decisões de contratação

Como caracterizado no Anexo B: Contratos de compra e venda de energia, o preço spot no sistema brasileiro é extremamente volátil e não oferece estabilidade para o fluxo de caixa dos vendedores e compradores (ver referência [42][1]). Desta maneira, a gerência de risco com instrumentos financeiros como contratos de longo, médio e curto prazo constituem a base de remuneração de geradores e comercializadoras [50].

Entretanto, estes instrumentos proporcionam uma série de novos desafios. Ao assinar um contrato, o agente se compromete em entregar uma certa quantidade de energia a um dado preço, pré-acordados, durante um período de tempo que pode variar de poucos meses a vários anos. Neste contexto, diversos riscos podem ser enumerados: (1) risco de preço e quantidade de produção hidrelétrica, (2) risco de falhas, (3) risco de crédito, (4) riscos regulatórios, e muitos outros. Dessa maneira, toda decisão de contratação envolve uma renda futura incerta que depende dos fatores de risco envolvidos e da quantidade negociada ou nível de contratação (para mais detalhes ver [41][42][2][3][14]).

Para precificar tais riscos e decidir, sob incerteza, os montantes de contratação a serem firmados dentro de um conjunto de oportunidades, o vendedor deve modelar o seu perfil de risco de modo a poder selecionar a melhor alternativa segundo esse critério. Neste sentido, diversas abordagens são utilizadas para expressar preferência entre fluxos estocásticos, como por exemplo:

- Maximizar a utilidade esperada
- Maximizar o valor esperado, com restrição de risco (CVaR, VaR, etc.)
- Maximizar medidas de risco multi-período.

1.3

Teoria de Utilidade e Equivalente Certo em problemas de decisão sob incerteza

A teoria de utilidade de von Neumann-Morgenstern (1947) [56] apresenta uma forma analítica de comparação e de representação de preferências entre variáveis aleatórias (v.a.). Neste trabalho, as v.a. são representadas por um conjunto de resultados de uma “loteria”, ou jogo, e comparados segundo o valor esperado da utilidade. Desta maneira, se um agente tomador de decisão diz que uma determinada v.a. é preferível à outra, então a utilidade esperada desta primeira deverá ser maior que o da segunda.

O equivalente certo de um resultado financeiro é o menor montante (determinístico) pelo qual o agente trocaria este fluxo estocástico. Pela definição de preferência definido na teoria de utilidade, estes dois resultados, certo e incerto, devem ser comparados em termos de utilidade esperada e o equivalente certo encontrado de forma a igualar as utilidades de ambos os casos. Neste sentido, se R é a renda estocástica que se deseja avaliar, em termos de equivalente certo, e $U: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ é a função utilidade do agente tomador de decisão, pode-se encontrar EC conforme descrito e isolando o termo determinístico, como explicitado abaixo.

$$E[U(EC)] = E[U(R)] \rightarrow EC = U^{-1}\{E[U(R)]\} \quad (1-1)$$

Em problemas de decisão sob incerteza de dois estágios, onde o agente deve tomar uma única decisão fixa (primeiro estágio) antes de conhecer a realização das incertezas que irão caracterizar a sua renda futura (segundo estágio), busca-se a solução de primeiro estágio que maximize a utilidade esperada da renda, ou resultado, do segundo estágio. O argumento para tal função objetivo é simples: se a utilidade esperada é a métrica de preferência entre fluxos aleatórios, qualquer agente racional buscaria a solução do primeiro estágio que proporcionasse o resultado futuro de maior preferência. Evidentemente que este argumento não pode ser utilizado quando existirem custos associados às decisões do primeiro estágio, pois neste caso, o *trade-off* entre preferências sobre a renda futura e os custos presentes incorridos deverão ser levados em consideração.

Para o caso em que se deseja comparar fluxos estocásticos de renda de um único período, o equivalente certo, por se tratar de uma transformação biunívoca e

crescente com relação à utilidade esperada (inversa da função utilidade), proporciona a mesma escolha do primeiro estágio que a utilidade esperada e, por conseguinte, o mesmo resultado do segundo estágio. Entretanto, o equivalente certo proporciona ao tomador de decisão uma maior intuição sobre o valor do segundo estágio. Sobre a ótica deste, o agente busca maximizar o valor que sua preferência atribui como “certo” para o segundo estágio.

1.4

Estratégias de decisão com conseqüências multi-período

Podemos estender o conceito de um período para um horizonte finito, onde existem mais de um período de resultados aleatórios decorrentes de decisões passadas, tomadas sob incerteza. Neste caso, o objetivo do agente é tomar tais decisões de forma a maximizar o valor presente das utilidades esperadas de cada período, atribuindo pesos (equivalentes a uma taxa de desconto de capital) que reflitam a sua impaciência [53].

Neste âmbito, a definição de uma taxa de desconto que expresse a ansiedade do agente torna-se algo pouco tangível do ponto de vista prático. Visto que a função utilidade não tem unidade monetária, esta taxa de desconto assume um papel delicado na justificativa da função objetivo do problema de decisão sob incerteza com mais de um período. Ela deve expressar a substituição temporal de preferência entre os valores de utilidade esperada ao longo dos períodos. Fazendo um paralelo com a primeira justificativa utilizada no caso de apenas um período, tomar decisões de forma a maximizar o valor presente esperado das utilidades ao longo do horizonte, pressupõe que a nova métrica de preferência do agente seja o valor presente das utilidades esperadas, que por sua vez, depende de uma taxa de desconto para as utilidades.

Uma abordagem alternativa, que será proposta nesta tese, é olhar para este problema do ponto de vista do equivalente certo de cada período, os quais possuem unidades monetárias e podem ser intuitivamente descontados a uma taxa que expresse o custo de capital livre de risco do agente. Para isso, vamos abordar o problema de uma forma alternativa onde a função utilidade não tenta capturar a preferência entre períodos e restringe-se, somente, ao papel de “precificar” o valor de cada resultado através dos respectivos equivalentes certos. Neste contexto, a

comparação entre períodos recebe um caráter determinístico equivalente e torna-se direta a aplicação de um custo de capital livre de risco.

1.5

Medidas de Risco e Teoria da Utilidade

Nas últimas décadas, 1980 a 2000, grandes esforços foram realizados em duas vertentes na área de medidas de risco: (i) criar medidas de risco com propriedades desejáveis para problemas de decisões multi-período, e (ii) encontrar formulações mais eficientes para essas medidas de forma a proporcionar uma maior eficiência neste tipo de problema, que por natureza já são demasiadamente complexos de serem resolvidos. Como exemplo de maior impacto, pode-se citar o trabalho de Rockafellar e Uryasev [48], onde o Conditional Value-at-Risk (CVaR) é formulado como um problema de maximização de valor esperado com restrições lineares.

Entretanto, poucos trabalhos foram realizados no sentido de estabelecer a conexão entre a teoria de utilidade e essas atuais medidas de risco. Alguns trabalhos importantes nesta área são relacionados a construção de problemas de otimização não-linear e equivalentes certos [7][8]. Em [9] a idéia é rapidamente mencionada, porém pouco explorada. A ausência de resultados práticos decorre do fato de que a teoria de utilidade tornou-se um instrumento muito utilizado pelos economistas e teóricos na análise de propriedades decorrentes de decisões de agentes sob incerteza, enquanto a utilização de medidas tornou-se a abordagem preferida pelos grupos de finanças que estão preocupados em medir, controlar e precificar suas exposições financeiras decorrentes de suas decisões do dia-a-dia [15].

1.6

Objetivo

Esta tese tem três objetivos: (i) propor uma abordagem alternativa para o uso de funções utilidades em problemas de comercialização de energia elétrica multi-período, baseada no valor presente dos equivalentes certos de cada período; (ii) mostrar como tal abordagem pode ser modelada matematicamente e formulada

através de um problema de programação linear inteira mista (PLIM) ao considerarmos uma função utilidade linear por partes, e (iii) mostrar a conexão entre a teoria de utilidade e problemas de maximização da renda esperada sujeito a restrições de risco do tipo α -CVaR.

1.7

Visão Geral da Metodologia

Nos tópicos a seguir serão introduzidos os principais conceitos da metodologia que será abordada neste trabalho.

1.7.1

Função Utilidade Linear por Partes

A função utilidade para a renda é a função que atribui para cada ponto de renda uma “satisfação”. Em decisões sob incerteza, “sob condições apropriadas” a preferência de um agente pode ser expressa por um funcional que, baseado na esperança da variável aleatória mapeada pela função utilidade, avalia a distribuição de cada opção e atribui a estes os respectivos valores de utilidade esperada (ver capítulo de utilidade esperada em [16]).

A função utilidade linear por partes pode aproximar qualquer função côncava ou convexa o quanto se queira (nosso caso de interesse – aversão a risco) através de um conjunto de retas tangentes a esta função¹. Além disso, a utilidade linear por partes pode ser formulada como um PL de maximização e devido a isto, pode ser facilmente acoplada em problemas de otimização que tenham como objetivo maximizar o valor esperado desta função avaliada nos diversos cenários de renda.

No que diz respeito às suas interpretações, a função utilidade linear por partes também oferece vantagens: (i) pode-se argumentar que empresas são

¹ Um conjunto de retas tangentes não é a única forma de se aproximar funções côncavas ou convexas através de segmentos lineares. Pode-se utilizar um conjunto de retas que minimize a distância quadrática, ou outra norma, entre as funções, de forma que os segmentos resultantes poderão, em algum caso específico, “cortar” a função aproximada. O critério de aproximação é subjetivo de cada indivíduo e deve ser selecionado com o intuito de atender os principais requisitos deste.

localmente neutras a risco, porém globalmente avessas, ou seja, uma empresa em geral é “neutra a risco” para pequenas variações em torno de uma dada riqueza que não façam, por exemplo, o resultado sair de uma faixa onde o *breakeven* operacional é obtido para uma faixa onde é necessário obter capital externo, e (ii) este tipo de função oferece um grau de flexibilidade para o agente de especificar as “penalidades” ou “benefícios” de um determinado segmento ou faixa de renda, sem exigir que este defina uma função analítica, implicando na especificação do grau de aversão a risco para um conjunto infinito de pontos do domínio como é necessário no caso contínuo.

1.7.2

O Modelo para calcular o Equivalente Certo Linear por Partes

O problema que se encontra ao introduzir o equivalente certo de um agente avesso a risco como métrica de preferência e, por conseguinte de otimização, decorre do fato de que estaremos lidando com uma função objetivo convexa (inversa da utilidade). É evidente que para o caso de apenas um período, o resultado desta seleção (otimização) será o mesmo que no caso da utilidade esperada, entretanto para o caso multi-período nem sempre isso ocorrerá, conforme será explorado no Anexo D: Relações entre as soluções da utilidade esperada e do equivalente certo no caso multi-período. Entretanto, a formulação do problema baseado no equivalente certo será primeiramente introduzida para o caso de um período, com a intenção de apresentar, de maneira simplificada, a idéia do modelo e a sua operacionalidade. Uma vez tratado o caso de um período, o modelo será estendido para o caso multi-período de forma direta e reapresentado em sua forma geral.

No âmbito de sua modelagem, o equivalente certo proveniente de uma função utilidade linear por partes, será modelado através de um problema de programação inteira mista (*mixed integer programming* – MIP), onde uma variável binária $\{0,1\}$ será associada a cada segmento da inversa da utilidade de forma a impor a ordem em que os segmentos deverão ser utilizados ao se avaliar um ponto nesta função. Isto se faz necessário devido à natureza do problema (maximização) que, para um dado ponto no domínio, naturalmente selecionaria o

segmento de maior inclinação (o último, por se tratar de uma função convexa crescente) para avaliá-lo.

Este comportamento não ocorre no caso de uma função côncava (caso clássico de utilidade esperada), pois a ordem em que os segmentos devem ser utilizados é a ordem natural de seleção, do segmento de maior inclinação até o de menor. Contudo, como será argumentado, este modelo inteiro não será dependente do número de cenários utilizados para caracterizar a distribuição das incertezas, mas somente do número de segmentos da função utilidade que na prática, para a maioria das aplicações em que a especificação da utilidade linear por partes é dada pela interpretação dos pontos de interesse da empresa, geralmente é superior a cinco. Neste sentido, acredita-se que o modelo proposto ofereça uma boa modelagem para o problema tornando-o factível de ser utilizado em aplicações cotidianas do setor elétrico brasileiro.

1.7.3

O Equivalente Certo Multi-período

Conforme já introduzido, esta tese propõe como abordagem alternativa para comparar fluxos multi-período. A forma clássica faz uso de um funcional baseado no valor presente das utilidades esperadas de cada período, ao passo que a abordagem proposta, será baseada no valor presente dos equivalentes certos dos mesmos períodos. Neste sentido, o modelo de otimização de um período, que considera o equivalente certo como função objetivo, será estendido para o caso geral multi-período. Neste caso, o problema de se definir o custo de oportunidade do capital² a ser utilizado para se descontar o fluxo equivalente não necessitará incorporar a aversão a risco. Além disso, neste novo modelo, as decisões tomadas no primeiro estágio poderão diferir do modelo clássico de utilidade esperada uma vez que a utilidade esperada de cada período será avaliada na inversa da utilidade e, portanto, ponderados por pesos diferentes do caso clássico.

² O custo de oportunidade é um termo usado na economia para indicar o custo de algo em termos de uma oportunidade renunciada. Em um contexto de oportunidades de investimento, o custo de oportunidade do capital de um investidor está associado ao retorno que este agente tenha acesso para uma dada quantia de capital a ser investida. Desta forma, o retorno mínimo exigido por este investidor para um novo projeto está relacionado com o custo de oportunidade do capital necessário para tal investimento.

1.7.4

Relação entre a teoria de utilidade e o α -CVaR

A conexão entre a teoria de utilidade e o uso de restrições de risco será feita através da formulação de que um conjunto de restrições de risco, do tipo $\text{CVaR}_\alpha(\text{Renda}) \geq R^{\min}$, considerando diferentes níveis de confiança $\{\alpha_i\}_{i=1,\dots,N}$ e diferentes limites inferiores $\{R^{\min}_i\}_{i=1,\dots,N}$. Como será visto no capítulo 4, o CVaR é uma medida de risco coerente que expressa o valor esperado da v.a. avaliada condicionado a valores inferiores ao quantil $1-\alpha$. Com isso, pretende-se mostrar que existe uma função utilidade linear por partes implícita em um conjunto de restrições desse tipo. Neste sentido, os resultados obtidos por restrições de risco podem ser emulados por funções utilidades que serão obtidas diretamente da formulação dos problemas que utilizam tais restrições. Além disso, o equivalente certo para funcionais baseados em medidas de risco do tipo CVaR será desenvolvido e interpretado. Por fim, algumas características interessantes apresentadas pelos funcionais baseados em medidas de risco serão ilustradas através de dois exemplos: (i) onde o axioma da independência é violado pelo funcional implícito ao problema de maximização de renda esperada sujeito a uma restrição de CVaR mínimo, e (ii) onde a ordenação do Paradoxo de Allais (ver em [16] a definição formal deste paradoxo) é capturada pelo funcional dual ao anterior.

1.8

Organização da Tese

Esta tese terá como foco principal a aplicação da abordagem proposta no mercado elétrico brasileiro. Mas especificamente, em problemas de comercialização de energia elétrica através de contratos de médio e longo prazo (duração de meses ou anos). Assim, antes de abordar os objetivos propostos, serão introduzidos os conceitos necessários para se contextualizar o ambiente de incerteza ao qual o agente tomador de decisão estará exposto. A contextualização dos riscos será feita em duas etapas: no capítulo 2, onde será apresentada a formação de preços no setor elétrico brasileiro e como este está relacionado com a decisão de despacho das usinas, e no capítulo 3, onde os riscos relacionados aos

contratos de compra e venda de energia serão abordados e relacionados com os riscos introduzidos no capítulo anterior.

Uma vez contextualizado o ambiente de incerteza, no capítulo 4 será feita uma breve revisão da teoria de utilidade e mostradas algumas virtudes em se especificar uma utilidade linear por partes. No capítulo 5, será apresentado o conceito clássico de equivalente certo, ou equivalente à certeza, e mostrado como este pode ser utilizado para se alcançar o primeiro objetivo desta tese, comparando fluxos multi-período através do valor presente dos equivalentes certos de cada período. E assim sendo, para o caso de uma função utilidade linear por partes, será proposto um modelo de programação inteira para se resolver o problema de programação estocástica de dois estágios³, que deverá modelar a preferência multi-período de um agente avesso a risco. Para finalizar os objetivos propostos desta tese, no capítulo 6 será abordado o terceiro objetivo. De acordo com este, a conexão e compatibilidade entre a teoria de utilidade e a forma adotada pelos grupos de risco, que buscam maximizar o valor esperado dos resultados restringindo suas perdas através de restrições de risco do tipo CVaR, será realizada evidenciando-se a função utilidade implícita a este problema.

No capítulo 7 será mostrado como os modelos gerados nesta tese poderiam ser aplicados em um caso realista de comercialização de energia elétrica. Neste sentido, vamos utilizar como exemplo o caso de uma comercializadora que buscará otimizar o seu portfólio de compra e venda, tendo como opções de compra um *mix* de duas fontes alternativas complementares de geração de energia elétrica (uma termelétrica a biomassa e uma pequena central hidroelétrica) e como opção de venda, grandes consumidores inseridos no ambiente de livre contratação (ACL). Desta forma, este trabalho será concluído no capítulo 8, onde serão resumidas as contribuições geradas nesta tese e na seqüência propostos

³ Decisões de primeiro estágio, sob incerteza, seguidas de múltiplos períodos (segundo estágio) de conseqüências estocásticas. Este é o caso de problemas de comercialização de contratos de energia elétrica, onde o agente decide em o montante a se contratar, sujeitando-se a um fluxo estocástico de recebimentos futuros durante toda a vida útil deste ativo.

desenvolvimentos futuros decorrentes das pesquisas realizadas para a concepção desta.