



Fábio Garrido Leal Martins

**Metodologias de Construção de Tábuas Biométricas
Seletas e Finais a Partir de Modelos
Paramétricos e Não-Paramétricos**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Ciências Atuariais do Instituto de Gestão de Riscos Financeiros e Atuariais da PUC-Rio.

Orientadora: Fernanda Chaves Pereira

Rio de Janeiro
Setembro de 2007



Fábio Garrido Leal Martins

**Metodologias de Construção de Tábuas Biométricas
Seletas e Finais a Partir de Modelos
Paramétricos e Não-Paramétricos**

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Ciências Atuariais do Instituto de
Gestão de Riscos Financeiros e Atuariais da PUC-
Rio.

Prof.^a Fernanda Chaves Pereira

Orientadora e Presidente

Instituto de Gestão de Riscos Financeiros e Atuarias - PUC-Rio

Prof. Álvaro de Lima Veiga Filho

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC-Rio

Prof. Roberto Westenberger

Instituto de Gestão de Riscos Financeiros e Atuarias - PUC-Rio

Prof. João Pontes Nogueira

Vice-Decano de Pós Graduação do Centro de Ciências Sociais

Rio de Janeiro, 06 de setembro de 2007

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Fábio Garrido Leal Martins

Graduou-se em Ciências Atuariais pela UFRJ em 2002 e obteve o grau de Mestre em Administração - Área de concentração: Finanças também pela UFRJ em 2006. Desde 2003 é atuário responsável técnico do Previ-Rio e iniciou suas atividades docentes em 2007 como professor substituto do Departamento de Métodos Estatísticos da UFRJ.

Ficha Catalográfica

Martins, Fábio Garrido Leal

Metodologia de construção de tábuas biométricas seletas e finais a partir de modelos paramétricos e não-paramétricos / Fábio Garrido Leal Martins ; orientadora: Fernanda Chaves Pereira. – 2007.

144 f. : il. ; 30 cm

Dissertação (Mestrado em Gestão de Riscos Financeiros e Atuariais)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

Inclui bibliografia

CDD: 368.01

Para meus pais, Jorge e Eliana,
que sempre me incentivaram.

Agradecimentos

Aos colegas da Assessoria Técnica do Previ-Rio, que sempre me apoiam na busca do conhecimento, em especial aos incentivos do Márcio Martignoni e do eterno Teotonio Moraes.

À Presidência do Previ-Rio, tendo a visão de que uma instituição que almeja ser o ícone em excelência precisa sempre investir na educação e capacitação do servidor.

Ao Gil Vicente da Secretaria de Administração da Prefeitura do Município do Rio de Janeiro, sempre prestativo na extração e atualização do banco de dados.

Aos membros da banca pelos comentários sucintos e relevantes para o aprimoramento deste estudo.

Resumo

Martins, Fábio Garrido Leal; Pereira, Fernanda Chaves. **Metodologias de Construção de Tábuas Biométricas Seletas e Finais a Partir de Modelos Paramétricos e Não-Paramétricos**. Rio de Janeiro, 2007. 144p. Dissertação de Mestrado – Instituto de Gestão de Riscos Financeiros e Atuariais, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O estudo aborda as diversas metodologias de construção de tábuas biométricas: desde as técnicas de graduação tradicionalmente utilizadas para os casos em que há grande quantidade de dados, até um método específico de aplicação para o caso de poucos dados. Inclui uma discussão sobre as formas de construção de tábuas seletas, em particular de sobrevivência de inválidos. A população de servidores públicos estatutários da administração direta do município do Rio de Janeiro é utilizada para a graduação de tábuas de sobrevivência de válidos e de inválidos, enquanto que a dos aposentados urbanos por invalidez do INSS serve de base para a tábua seleta de sobrevivência de inválidos.

Palavras-chave

graduação; modelos não-paramétricos; modelos paramétricos; tábuas biométricas; tábuas seletas; tábuas finais.

Abstract

Martins, Fábio Garrido Leal; Pereira, Fernanda Chaves. **Graduation methods under parametric and non-parametric models for select and ultimate tables.** Rio de Janeiro, 2007. 144p. Dissertação de Mestrado – Instituto de Gestão de Riscos Financeiros e Atuariais, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This study represents an approach to the main methods of life tables' construction. It shows traditional graduation techniques for cases including high exposure data, as well a methodology for few data. Further more, this study generates a discussion about select life tables' construction, in particular disability mortality tables. Data set from Rio de Janeiro officials' population were used for mortality and disability mortality tables' construction. In addition, a select disability mortality table was constructed based on the INSS urban disability retired population.

Keywords

graduation; non-parametric models; parametric models; life tables; select tables; ultimate tables.

Sumário

1 Introdução	15
2 Referencial Teórico	17
2.1. Definições do Evento Gerador	18
2.1.1. Modelo Binomial	20
2.1.2. Modelo Poisson	23
2.2. Formas de Graduação Tradicionais	25
2.2.1. Graduação Paramétrica	26
2.2.1.1. Gompertz-Makeham	27
2.2.1.2. Heligman-Pollard	29
2.2.1.3. Modelo Linear Generalizado	30
2.2.2. Graduação Não-Paramétrica	32
2.2.2.1. Whittaker-Henderson	32
2.2.2.2. Graduação de Kernel	34
2.2.2.3 Graduação por Polinômios Locais	34
2.3. Graduação do Fim da Tábua	35
2.4. Testes de Adequação	36
2.4.1. Teste das Diferenças	37
2.4.2. Análise de Resíduos sob Normalidade	37
2.4.3. Teste Qui-Quadrado de Pearson	39
2.4.4. Teste dos Desvios Acumulados	39
2.4.5. Teste dos Sinais de Mann-Whitney	40
2.4.6. Teste de Agrupamento dos Sinais de Stevens	40
2.4.7. Teste da Rodada	41
2.4.8. Teste de Correlação Serial	41
2.4.9. Teste dos Limites	42
3 <i>Improvement</i> das Taxas	44
4 Graduação com Poucos Dados	46

5 Estruturação dos Dados	52
6 Populações Estudadas	58
7 Resultados	61
7.1. Características das Populações	62
7.2. Graduação de Tábua de Sobrevida de Válidos	63
7.2.1. Segregada por Sexo	63
7.2.1.1. Whittaker-Henderson	65
7.2.1.2. Helligman-Pollard	71
7.2.1.3. Gompertz-Makeham	74
7.2.1.4. Comparação entre Modelos	79
7.2.1.5. Comparação com Outras Tábuas	81
7.2.2. Segregada por Sexo e Cargo	84
7.3. Graduação de Tábua de Sobrevida de Inválidos	89
7.3.1. Aposentados por Invalidez do INSS	90
7.3.2. Aposentados por Invalidez da PCRJ	99
7.3.3. Comparação com outras Tábuas	103
8 Considerações Finais	106
9 Referências Bibliográficas	108
Apêndice I – Tábua de Sobrevida da PCRJ por WH	113
Apêndice II – Tábua de Sobrevida da PCRJ por HP	116
Apêndice III – Tábua de Sobrevida da PCRJ por GM	119
Apêndice IV – Tábua de Sobrevida da PCRJ segregada por cargo	122
Apêndice V – Tábua de Sobrevida de Inválidos do INSS	137
Apêndice VI – Tábua de Sobrevida de Inválido da PCRJ	143

Lista de figuras

Figura 1 – Exemplo de qq-plot de resíduos não-Normais	38
Figura 2 – Exemplo de onze resíduos perfazendo quatro rodadas	41
Figura 3 - Exemplo de Teste dos Limites para um intervalo de confiança de 95%	43
Figura 4 - Exemplo de Diagrama de Lexis	53
Figura 5 - O Triângulo de <i>Run-off</i>	54
Figura 6 - Exposição central (vidas-dias) e número de óbitos para o sexo feminino	64
Figura 7 - Exposição central (vidas-dias) e número de óbitos para o sexo masculino	64
Figura 8 - Taxas brutas de mortalidade de válidos para homens e mulheres, em escala logarítmica	65
Figura 9 - Taxas brutas graduadas por Whittaker-Henderson para SMRJ00/06-F e SMRJ00/06-M, em escala logarítmica, até a idade 99	66
Figura 10 - Taxas brutas e suavizadas, em escala logarítmica, no final da tábua de acordo com o modelo Blended from 95	67
Figura 11 - Taxas brutas graduadas por Whittaker-Henderson para SMRJ00/06-F, em escala logarítmica, até a idade 107	68
Figura 12 - Taxas brutas graduadas por Whittaker-Henderson para SMRJ00/06-M, em escala logarítmica, até a idade 108	68
Figura 13 - Evolução do ajuste e suavização em relação a K_{x+t} para o sexo feminino	70
Figura 14 - Evolução do ajuste e suavização em relação a K_{x+t} para o sexo masculino	70
Figura 15 - Comparação da graduação eleita em relação a graduações utilizando valores de K_{x+t} excessivamente ajustados ou suavizados: taxas em escala logarítmica	71
Figura 16 - Comparação entre as parcelas relativas à taxa de mortalidade para ambos os sexos: taxas em escala logarítmica	72

Figura 17 - Taxas brutas e graduadas por Heligman-Pollard para SMRJ00/06-F e SMRJ00/06-M, em escala logarítmica	73
Figura 18 - Taxas brutas e graduadas por Gompertz-Makeham para SMRJ00/06-F e SMRJ00/06-M, em escala logarítmica	78
Figura 19 - Taxas brutas e graduadas por Whittaker-Henderson, Heligman-Pollard e Gompertz-Makeham para SMRJ00/06-F e SMRJ00/06-M, em escala logarítmica	80
Figura 20 - Principais tábuas biométricas para o sexo feminino, em escala logarítmica	82
Figura 21 - Principais tábuas biométricas para o sexo masculino, em escala logarítmica	83
Figura 22 - Taxas brutas de mortalidade segregadas por cargo para o sexo feminino, em escala logarítmica	85
Figura 23 - Taxas brutas de mortalidade segregadas por cargo para o sexo masculino, em escala logarítmica	85
Figura 24 - Taxas graduadas, em escala logarítmica, de mortalidade segregadas por cargo – sexo feminino	87
Figura 26 - Taxas suavizadas, em escala logarítmica, de mortalidade seleta e final de inválidos dos segurados do INSS para o sexo feminino	97
Figura 27 - Taxas suavizadas, em escala logarítmica, de mortalidade seleta e final de inválidos dos segurados do INSS para o sexo masculino	97
Figura 28 – Taxas suavizadas e corrigidas, em escala logarítmica, de mortalidade seleta e final de inválidos dos segurados do INSS para o sexo feminino	98
Figura 29 – Taxas suavizadas e corrigidas, em escala logarítmica, de mortalidade seleta e final de inválidos dos segurados do INSS para o sexo masculino	99
Figura 30 - Exposição em vidas-dias e número de óbitos para o sexo feminino	100
Figura 31 - Exposição em vidas-dias e número de óbitos para o sexo masculino	100
Figura 32 - Taxas brutas de mortalidade de inválidos para sexo masculino e feminino, em escala logarítmica	101

Figura 33 - Taxas, em escala logarítmica, brutas e suavizadas de mortalidade de inválidos dos servidores do município do Rio de Janeiro para o sexo feminino	102
Figura 34 - Taxas, em escala logarítmica, brutas e suavizadas de mortalidade de inválidos dos servidores do município do Rio de Janeiro para o sexo masculino	103
Figura 35 - Comparação entre as principais tábuas biométricas finais de sobrevivência de inválidos	104

Lista de tabelas

Tabela 1 – Parte de um banco de dados estruturado para observação no ano de 2005	52
Tabela 2 - Distribuição da população por sexo, escolaridade e situação funcional	62
Tabela 3 – Número de observações para cada mudança de estado	63
Tabela 4 - P-valores dos testes estatísticos de qualidade de ajuste para o modelo WH	69
Tabela 5 - Sensibilidade do ajuste e suavização em relação a K_{x+t} para o sexo feminino	69
Tabela 6 - Sensibilidade do ajuste e suavização em relação a K_{x+t} para o sexo masculino	70
Tabela 7 - P-valores dos testes estatísticos de qualidade de ajuste para o modelo HP	74
Tabela 8 - Coeficientes dos modelos GM ajustados para o sexo feminino	75
Tabela 9 - Coeficientes dos modelos GM ajustados para o sexo masculino	76
Tabela 10 - Log-verossimilhanças dos modelos GM ajustados para o sexo feminino	77
Tabela 11 - Log-verossimilhanças dos modelos GM ajustados para o sexo masculino	77
Tabela 12 - P-valores dos testes estatísticos de qualidade de ajuste para o modelo GM	79
Tabela 13 - Comparação entre os erros quadráticos dos modelos WH, HP e GM	79
Tabela 14 - Comparação entre expectativas de vida de válidos – sexo feminino	81
Tabela 15 - Comparação entre expectativas de vida de válidos – sexo masculino	82
Tabela 16 - Resultados da Teoria da Credibilidade aplicados aos cinco grupos – sexo feminino	87
Tabela 17 - Resultados da Teoria da Credibilidade aplicados aos cinco grupos –	

sexo masculino	88
Tabela 18 - Características dos dados utilizados para as tábuas seletas e final – sexo feminino	91
Tabela 19 - Características dos dados utilizados para as tábuas seletas e final – sexo masculino	91
Tabela 20 - <i>Residual Deviance</i> dos modelos GLM para a tábua seleta dos segurados do INSS – sexo feminino	92
Tabela 21 - <i>Residual Deviance</i> dos modelos GLM para a tábua seleta dos segurados do INSS – sexo masculino	92
Tabela 22 - Resultados do GLM para a tábua final dos segurados do INSS – sexo feminino	93
Tabela 23 - Resultados do GLM para a tábua final dos segurados do INSS – sexo masculino	94
Tabela 24 - Resultados do GLM eleito para a tábua seleta dos segurados do INSS – sexo feminino	95
Tabela 25 - Resultados do GLM eleito para a tábua seleta dos segurados do INSS – sexo masculino	96
Tabela 26 - Resultados do GLM para a tábua dos servidores do município do Rio de Janeiro – sexo feminino	102
Tabela 27 - Resultados do GLM para a tábua dos servidores do município do Rio de Janeiro – sexo masculino	102
Tabela 28 - Comparação entre expectativas de vida de inválidos	104