2
Referencial teórico

2.1.
O processo de análise de projetos de investimento

Segundo Damodaran (1997, p. 1), todo ativo, seja financeiro ou real, possui valor. A decisão de se investir nesses ativos não necessariamente é determinada pela compreensão do seu valor em si mas sim de seus fundamentos.

Definitivamente, o conceito de valor, sob todos os aspectos, é bastante subjetivo, pois uma mercadoria ou serviço pode ter valor para uma pessoa e não representar nada para outrem. No presente trabalho, esse conceito está contextualizado como riqueza ou atributo que confere a qualquer objeto a natureza de bem econômico. Assim, valor pode ser definido como a quantidade monetária atribuída a um ativo em função de sua utilidade e capacidade de negociação no mercado.

A criação de valor de um ativo está associada ao seu potencial de geração de lucros, significa gerar um *gap* positivo entre o valor de mercado de um determinado ativo e o capital nele investido. Dessa forma, quanto melhor for a gestão sobre o ativo melhores serão os retornos sobre o investimento inicial.

As alusões ao conceito de criação de valor estão consubstanciadas no interesse que os investidores possuem em demonstrar que o potencial de utilidade de um ativo cresce em uma perspectiva de longo prazo. Conforme preceitua William Jevons, "o valor depende inteiramente da utilidade" (Bernstein, 1997, p. 190). Nesse contexto, utilidade deve ser entendida como sendo a perspectiva de se operacionalizar o ativo com o objetivo principal de gerar resultados positivos de maneira permanente.

Na verdade, com a evolução do tempo, os mercados econômicos estão cada vez mais competitivos, inter-relacionados e dinâmicos. A maioria dos analistas e investidores têm operado fundamentalmente com o conceito de valor. Frezatti (2003, p. 19) ressalta que "cada analista externo considera-se responsável no sentido de antecipar-se aos demais a fim de projetar o valor da empresa para tomar a decisão correta no momento correto."

No entanto, ainda que a teoria de investimentos seja rica e extensa, compreender as variáveis e premissas relacionadas a um ativo bem como selecionar o método de avaliação mais adequado são fundamentais para fins de sua adequada precificação.

A avaliação ou precificação de qualquer ativo tem sido objeto de diversas correntes de estudo na busca por modelos financeiros que ofereçam ao mercado uma avaliação justa de quanto esse ativo vale, seja ele uma empresa ou um projeto de investimento. Enfim, considerando o risco a ser assumido pelo provável investidor, quanto se deve desembolsar por um determinado ativo em função de seus resultados futuros esperados? De fato, qual é o valor desse ativo?

Segundo Damodaran (1997, p. 616), existem diversas abordagens disponíveis para se mensurar o valor de um ativo, conforme demonstrado na figura 1. Em termos gerais, existem três abordagens: (i) a primeira, que contempla os modelos de fluxo de caixa descontado e relaciona o preço de um ativo ao valor presente de seus fluxos de caixa futuros esperados; (ii) a segunda, dos modelos de avaliação relativa, que estima o valor de um ativo com base na precificação de ativos comparáveis, ou seja, de características semelhantes; e (iii) a terceira, que se baseia nos modelos de precificação de opções e visa mensurar o valor de ativos de forma análoga ao processo de avaliação das tradicionais opções do mercado financeiro. O presente trabalho concentrou esforços à primeira e terceira abordagens.

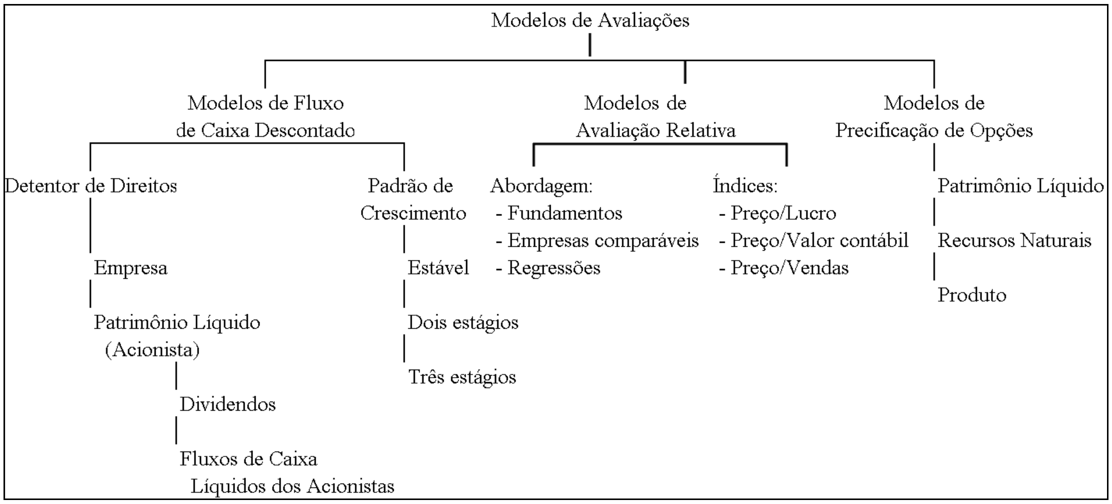


Figura 1 – Modelos de Avaliação Financeira

A decisão de se optar por um método em detrimento de outro geralmente se baseia em limitações das informações disponíveis ou das próprias ferramentas de avaliação. Em função da diversidade de abordagens, certamente existem diferenças nos resultados encontrados. Nesse sentido, é relevante destacar a importância na escolha do método de avaliação mais adequado, pois a seleção incorreta trará impactos significativos na tomada de decisão de um investimento.

2.2.
O método do FCD

Em linhas gerais, o método do Fluxo de Caixa Descontado (“FCD”) tem sua fundamentação na regra do *VPL*, onde o preço de qualquer ativo é definido com base nos fluxos de caixa futuros trazidos a valor presente por uma taxa de desconto que reflita o risco associado a esses fluxos.

Copeland et al. (2000, p. 21) afirmam que a compreensão do processo de criação de valor, em sua plenitude, depende da utilização de uma perspectiva de longo prazo e do gerenciamento e comparação dos fluxos de caixa de diferentes períodos, ajustados de acordo com seus riscos.

Brigham e Houston (1999, p. 379) conceituam que o processo de avaliação de um projeto de investimento contempla as mesmas etapas da avaliação de uma ação ou um título, as quais são resumidas a seguir:

- Determinar o montante a se investir no projeto, ou seja, qual o desembolso necessário para sua implementação;
- Projetar os fluxos de caixa futuros associados a esse projeto;
- Estimar o grau de risco associado a esses fluxos, ou seja, definir suas respectivas distribuições de probabilidades;
- Calcular o custo de capital que financiará o projeto e que será utilizado para trazer a valor presente as projeções dos fluxos de caixa;
- Apurar o valor presente dessas projeções; e
- Comparar o valor presente com o montante investido no projeto e tomar a decisão de investimento.

Os fluxos de caixa futuros citados por Brigham e Houston devem ser obtidos em dois períodos de tempo distintos: um horizonte de tempo definido, no qual é viável realizar as projeções, e um segundo período, conceituado como perpetuidade, no qual toma-se por base o último fluxo de caixa do primeiro período e o projeta para o restante do prazo de vida do ativo com base em uma taxa de crescimento.

O cálculo para avaliação pelo FCD pode ser resumido com base na seguinte fórmula:

$VPL = -I + VP$, onde

$$VP = \sum_{t=1}^{n} [FC_t / (1+ r)^t] + Perpetuidade$$

I: investimento requerido no projeto

VP: valor presente dos fluxos de caixa

FC_t: fluxo de caixa no período "t"

n: prazo de vida do ativo

r: taxa de desconto que reflete o risco associado às projeções dos fluxos de caixa

A perpetuidade pode ser calculada como segue:

Perpetuidade = $FC_{n'}/(r_{n'-1} - g_{n'-1})$, onde

$FC_{n'}$: fluxo de caixa para "*n*'", que corresponde ao último ano do primeiro período de projeção dos fluxos de caixa

$r_{n'-1}$: taxa de desconto para o período "$_{n'-1}$"

$g_{n'-1}$: taxa de crescimento dos fluxos de caixa, que será abordada detalhamente na seção 2.2.1.2, para o período "$_{n'-1}$".

A técnica de avaliação por fluxos de caixa descontados captura de maneira abrangente todos os elementos que impactam o valor do ativo e, por se constituir uma técnica de natureza econômica, reflete de forma mais consistente o valor desse ativo. Sua principal característica é a de explicitar as premissas utilizadas para a formação do valor com o obejtivo de permitir que estas sejam simuladas nos mais variados cenários.

2.2.1.
As variáveis que compõem o método

Para se apurar o valor de um ativo por meio do método do FCD é necessário definir um conjunto de variáveis, dentre as quais se destacam:

2.2.1.1.
Fluxos de caixa futuros

Existem três modelos básicos que são utilizados para projetar os fluxos de caixa de um ativo. Essas projeções podem ser obtidas: (i) com base no modelo de dividendos descontados, no qual os fluxos são definidos como os dividendos que serão gerados e disponibilizados ao investidor; (ii) por meio do modelo do fluxo de caixa do acionista, que é uma versão mais abrangente do modelo anterior, pois considera, além dos dividendos, os fluxos de caixa remanescentes para os investidores, após o cumprimento de todas as obrigações financeiras, tais como pagamento de dívida, cobertura das necessidades de desembolsos de capital e de capital de giro; e (iii) por meio do modelo do fluxo de caixa da firma, que calcula o valor de toda a empresa com base nos fluxos de caixa acumulados para todos as fontes de capital dessa empresa, sejam elas credores ou investidores. Os dois últimos modelos são os mais utilizados para avaliação de projetos de investimento.

2.2.1.2.
Taxa de crescimento dos fluxos de caixa

Conforme Damodaran (2006, pp. 20 e 21), existem três métodos genéricos de se estimar a taxa de crescimento dos fluxos de caixa ao longo da vida do ativo.

O primeiro deles é a observação do comportamento histórico dos fluxos, cujo principal risco é projetar as taxas de crescimento futuras com base na performance obtida no passado. Elton et al. (2004, pp. 356-359) divulgam algumas conclusões de estudos financeiros realizados com o objetivo de identificar o coeficiente de correlação de retornos de ações no presente com aqueles obtidos em períodos anteriores. A título de exemplo, o estudo de Cootner (1974) identificou um coeficiente de correlação de 0.13 para os retornos de ações de 45 empresas nos Estados Unidos, em um período de 14 semanas. Dentre os estudos apresentados por Elton et al., esse foi o de maior coeficiente de correlação. De fato, é pouco provável que o comportamento futuro de qualquer ativo esteja intimamente relacionado à sua performance histórica.

O segundo método de estimativa baseia-se na obtenção de informações de fontes exclusivas, ou seja, diretamente com a administração do ativo e não apenas com base nos dados disponíveis ao mercado. Segundo Brigham e Houston (1999, pp. 321-323), existem diversos estudos empíricos que corroboram com o argumento de que alguns profissionais, tais como diretores de empresas, beneficiam-se do uso de informações internas e exclusivas para tomar suas decisões de investimento. Ainda assim, esses investidores usufruiriam desses benefícios por um curtíssimo espaço de tempo, uma vez que o mercado financeiro é extremamente dinâmico e capaz de incorporar aos preços dos ativos os efeitos provenientes do uso dessas informações.

O terceiro método proposto por Damodaran está relacionado à mensuração da parcela dos lucros que é reinvestida nos negócios, bem como a forma pela qual esses recursos são aplicados. Esse método estabelece que, na hipótese de se utilizar o modelo do fluxo de caixa do acionista, a taxa de crescimento esperada é obtida pelo produto entre a proporção dos lucros líquidos não distribuídos aos acionistas e o coeficiente de retorno sobre o patrimônio líquido dos projetos que são financiados com esses recursos. Caso se utilize o modelo do fluxo de caixa da firma, a taxa de crescimento esperada é obtida pelo produto entre a proporção dos lucros operacionais deduzidos dos impostos, que são direcionados para o financiamento de novos investimentos, e o coeficiente de retorno obtido sobre o capital aplicado nesses investimentos.

Uma das vantagens na aplicação desse método é a de tornar as taxas de crescimento dos fluxos de caixa mais consistentes, no âmbito da realidade de negócio da empresa. Além disso, o método revela a forma pela qual as empresas buscam se tornar mais valiosas no mercado.

Copeland et al. (2000, p. 185) argumentam que o elemento decisivo nas projeções dos fluxos de caixa é o desempenho da empresa, sob a perspectiva de seus principais direcionadores de valores, quais sejam: crescimento e retorno sobre o capital investido. Além disso, afirmam que o fator tempo também precisa ser considerado, uma vez que esses direcionadores de valores não são constantes ao longo do próprio tempo.

Além dessas variáveis, é imprescindível que as projeções dos fluxos de caixa estejam alinhadas com as estratégias de posicionamento de mercado estabelecidas pelos investidores, com as perspectivas de crescimento do próprio mercado onde o ativo é explorado e com as premissas macroeconômicas às quais os fluxos estão relacionados. Entretanto, é de fundamental importância que esse cojunto de informações seja utilizado de maneira racional, ou seja, sem viés.

2.2.1.3.
Taxa de desconto dos fluxos de caixa

Conforme mencionado anteriormente, as projeções dos fluxos de caixa futuros devem ser trazidas a valor presente por uma taxa de desconto que reflita o risco associado a esses fluxos. Assim, quanto maior for a volatilidade desses fluxos, maior será a taxa de desconto.

Segundo Damodaran (2006, pp. 19 e 20), esse risco pode ser definido de duas formas diferentes. A primeira delas está direcionada à probabilidade de uma das fontes de capital, o credor, não ser ressarcida integralmente pelo beneficiário dos recursos – é o que popularmente se denomina risco de inadimplência, ou melhor, risco de *default*. Nessa dimensão, a taxa de desconto apropriada seria o próprio custo desse capital, ou seja, a taxa pré-determinada nos contratos de empréstimos e financiamentos, e, se for o caso, uma combinação ponderada dessa taxa com aquela atribuída ao risco de *default*. Essa taxa certamente será maior para devedores que possuírem maior risco de *default*, que pode ser classificado de maneira semelhante às escalas de "*rating*" de ações e títulos emitidos pelos entes públicos.

Quanto maior for esse custo financeiro, maiores serão as despesas financeiras incorridas pela empresa, que, no entanto, são dedutíveis para fins de apuração do imposto de renda a pagar. Dessa forma, esse benefício fiscal deve ser calculado e refletido no custo de capital de terceiros.

O custo desse capital pode ser aplicado como segue:

$R_t = R_d\ (1 - IR)$, onde

R_t: custo do capital de terceiros

R_d: taxa de juros do endividamento

IR: alíquota do imposto de renda aplicável

A segunda forma está relacionada às variações encontradas entre os retornos esperados sobre determinados ativos e aqueles efetivamente realizados. Assim, quanto maior for a volatilidade dos retornos em relação aos retornos obtidos com um portfólio bem diversificado de ações do mercado, maior será o risco do ativo, definido como Beta (β). O Beta também pode ser mensurado de diferentes maneiras, como por exemplo: (i) com a utilização de dados históricos, a exemplo dos retornos; (ii) com base em informações contábeis, por meio das quais se mensura a volatilidade dos lucros líquidos; e (iii) pela determinação de variáveis, como os graus de alavancagem financeira e operacional e o segmento de mercado onde o ativo é explorado.

O retorno esperado de qualquer ativo pode ser mensurado a partir do retorno obtido em um outro ativo, para o qual não há qualquer risco associado, sobre o qual se adiciona um prêmio que reflita o risco de mercado embutido no ativo objeto de mensuração. Esse retorno esperado é denominado de custo de capital próprio.

É importante salientar que o risco do ativo deve ser mensurado do ponto de vista do investidor marginal, que provavelmente detém uma carteira de investimentos bem diversificada a fim de minimizar a volatilidade dos retornos. Assim, a taxa de desconto dos fluxos de caixa de um ativo deveria refletir a parcela do risco que não pode ser diversificada, ou seja, o próprio risco de mercado.

Ou seja, se todos os riscos dos ativos que compõem o portfólio de investimentos forem avaliados dessa forma, a taxa de desconto ponderada de todo o portfólio equivaleria à parcela de risco que não pode ser diversificada.

De acordo com a metodologia de avaliação de risco *CAPM*[1], o custo de capital próprio pode ser calculado com base na seguinte fórmula:

$R_s = R_f + \beta$ *Prêmio de risco*, onde

R_s: custo do capital próprio
R_f: taxa livre de risco

[1] *CAPM – Capital Asset Pricing Model.*

β: risco sistemático do ativo, mensurado com base na covariância entre as taxas de retorno de um ativo e do mercado, dividida pela variância do retorno de mercado

Prêmio de risco: diferença entre a expectativa de retorno do mercado e a taxa livre de risco

$\beta = COV(R_i, R_m) / VAR(R_m)$

$Prêmio\ de\ risco = E(R_m) - R_f$

É importante mencionar que esse custo de capital poderia ser apurado com base em outras metodologias financeiras, tais como o APM ("*Arbitrage Pricing Model*"), modelos multifatoriais, entre outros. Todavia, o *CAPM* ainda é a metodologia mais utilizada nos trabalhos de avaliação de preços de ativos.

Por fim, caso o ativo seja financiado com recursos próprios e de terceiros, a taxa de desconto dos fluxos de caixa pode ser obtida com base nos custos de capital próprio e de terceiros, ponderados em função de suas proporções na estrutura de capital. A fórmula do custo médio ponderado de capital pode ser expressa como segue:

$WACC$[2] $= R_s\,[E/(D+E)] + R_t\,[D/(D+E)]$, onde

R_s: custo do capital próprio

R_t: custo do capital de terceiros, líquido do benefício fiscal de IR

D: valor de mercado do capital obtido com terceiros

E: valor de mercado do capital próprio

Os valores dos capitais próprio e do obtido com terceiros também podem ser obtidos com base nas demonstrações contábeis das empresas. Alguns analistas financeiros argumentam favoravelmente à utilização dos valores contábeis desses

[2] *WACC - Weighted Average Cost of Capital.*

capitais. Damodaran (2006, p. 146) expõe alguns desses argumentos, tais como: (i) os valores contábeis seriam mais confiáveis se comparados aos valores de mercado, por serem menos voláteis; (ii) seria mais conservador utilizar os valores contábeis, sobretudo para fins de mensuração dos níveis de endividamento das empresas; e (iii) uma vez que os retornos sobre o patrimônio líquido dos ativos são calculados com base nos valores contábeis, seria mais consistente utilizá-los também para a mensuração do *WACC*.

No entanto, a abordagem de utilização dos valores de mercado é mais realista, considerando que o *WACC* é apurado em uma perspectiva futura de demonstrar o custo financeiro envolvido em novas captações de recursos, seja com os investidores ou com credores. Assim, é mais razoável que esses capitais sejam mensurados com base em valores de mercado, pois valores contábeis estão relacionados ao passado.

2.2.2.
Críticas à aplicação do método

Segundo Brigham e Houston (1999, p. 380), um investimento pode ser aceito com base na decisão sobre seu prazo de recuperação, denominado *payback*, na sua taxa interna de retorno ou em seu valor presente líquido. Conforme Copeland e Antikarov (2001, p. 57), "o valor presente líquido é a ferramenta mais utilizada pelas grandes empresas na análise de investimentos".

Os investimentos geralmente são aceitos se o *VPL* for positivo e rejeitados se for negativo ou nulo. É importante ressaltar que não são raros os casos em que projetos com *VPL* negativo são tratados como estratégicos e, independente de seu valor, são implementados. Todavia, Pettit (2001, p. 70) ressalta que, no mundo dos negócios, estratégia parece ser sinônimo de *VPL* negativo; o que requer certa cautela, pois muitas vezes essa destruição de valor está relacionada à ausência de disciplina financeira ou à má gestão por parte do administrador do ativo.

Por outro lado, o método do FCD tende a subvalorizar os ativos, considerando que seu processo de avaliação deixa de capturar o valor das incertezas não tratadas de forma adequada nas projeções originais dos fluxos de caixa. Nas aplicações do método do FCD, quanto maior for a volatilidade dos fluxos de caixa de um determinado projeto maior será sua taxa de desconto, o que implica na subavaliação do seu valor. Copeland (1998, p. 39) afirma que o método do FCD não é satisfatório caso a decisão de investimento apresente alto nível de incerteza.

O método do FCD pressupõe ainda que os investimentos se constituem como uma decisão de agora-ou-nunca, e não reconhecem, portanto, a eventual possibilidade que os administradores possuem em adiar essas decisões de investimento. Dessa forma, algumas críticas ao método residem no fato de que opções associadas a um determinado ativo não são consideradas em seu valor.

Por fim, o referido médoto cria a dimensão de que a decisão de investimento tomada no passado permanece inalterada ao longo de toda a vida do ativo. Contudo, a realidade empresarial é bastante diferente, pois, na medida em que novas informações vêm ao conhecimento dos gestores desse ativo, as estratégias iniciais são revistas e, se possível, modificadas com o objetivo de aproveitar novas oportunidades de negócios ou de minimizar os cenários de incertezas – não considera, portanto, a flexibilidade gerencial.

Copeland et al. (2000, p. 140) fundamentam que "os modelos de precificações *(das Opções Reais)* são variações do modelo padrão de fluxos de caixa descontados e permitem ajustes tendo em vista que as decisões administrativas podem ser modificadas no futuro, quando mais informações estiverem disponíveis." *(grifos do autor do trabalho).*

2.3.
Breve abordagem do mercado de opções financeiras

As opções financeiras se constituem como um dos tipos de instrumentos derivativos transacionados no mercado. Esses instrumentos são títulos cujo valor dependem ou derivam do valor de outros títulos. Os direitos de compra ou venda de um determinado título, como por exemplo uma ação a preço e prazo previamente estabelecidos entre as partes, são negociados no mercado de opções.

O titular de um contrato de opção possui o direito, e não a obrigação, de comprar ou vender esse título por um preço fixo e em uma data específica. Esse direito é adquirido após o pagamento de um valor, definido como prêmio da opção.

O valor desse prêmio é bem inferior se comparado ao do próprio ativo subjacente, do qual a opção foi derivada (associada). Assim, o mercado de opções permite que o investidor alavanque sua posição em um ativo específico, além de possibilitar um aumento no retorno sobre o investimento inicial. Esse retorno também é maximizado quando existirem incertezas associadas ao ativo subjacente, tema que será aprofundado mais adiante.

Existem dois tipos básicos de opções, sobre as quais são derivadas diversas combinações múltiplas: as opções de compra (*call*) e de venda (*put*). Uma opção de compra concede a seu titular o direito de adquirir o ativo subjacente a um preço, denominado de preço de exercício, e em uma data previamente estabelecida, que é conhecida como prazo de exercício. As opções de venda oferecem ao titular o direito de vender o ativo subjacente sob as mesmas condições, ou seja, a preço e data pré-estabelecidos.

O valor de uma opção, ou melhor, o prêmio desembolsado para adquiri-la, é determinado com base em um conjunto de variáveis, as quais podem ser resumidas como segue[3]:

- Valor corrente do ativo subjacente (S_0): representa o valor de mercado de um determinado ativo. As opções são ativos financeiros cujos valores estão associados a esse ativo, e, assim, sua precificação deriva do valor desse ativo;
- Preço de exercício (K): preço do título sobre o qual o titular possui o direito de negociar o ativo, ou seja, comprá-lo ou vendê-lo;
- Prazo de exercício da opção (T): prazo de maturidade da opção, ou seja, intervalo de tempo compreendido entre as datas de sua aquisição e de seu exercício. A diferença entre o valor corrente do ativo subjacente e o preço de exercício é denominado valor intrínseco da opção;

[3] Notações utilizadas por John Hull em sua obra "Options, futures and other derivatives".

- Volatilidade do valor do ativo subjacente (σ): oscilações no valor do ativo subjacente ao longo do tempo associadas a cenários de incertezas;
- Taxa livre de risco (r): taxa de retorno que pode ser obtida sem que o investidor assuma riscos; e
- Dividendos (δ): valor distribuído aos titulares de ações a título de reembolso do investimento realizado.

O exercício da opção pode ser entendido como a operação pela qual o titular de uma opção de compra exerce seu direito de comprar o ativo subjacente ao preço de exercício, ou pela qual o titular de uma opção de venda exerce o seu direito de vender esse ativo, também ao preço de exercício. Uma opção de compra será exercida somente se o preço de exercício for inferior ao valor corrente do ativo subjacente, enquanto que para uma opção de venda o raciocínio é o inverso.

As opções de compra e de venda são classificadas em função do momento em que podem ser exercidas. As "americanas"são aquelas que permitem a seus titulares o exercício antecipado, ou seja, antes do término do prazo de exercício, enquanto que as "européias" reservam-lhes o direito de exercício apenas no término desse prazo.

2.4. A teoria das Opções Reais

A teoria das Opções Reais está suportada preponderantemente por três conceitos: (i) existência de incertezas em relação aos fluxos de caixa futuros; (ii) irreversibilidade total ou parcial dos investimentos iniciais; e (iii) flexibilidade gerencial na tomada de decisões. Conforme mencionado anteriormente, o conceito de incerteza está relacionado à ausência ou a um nível insatisfatório de informação a respeito dos retornos futuros de um determinado ativo. Segundo Hirschey (2003, p. 565), as incertezas existem quando os resultados de uma decisão gerencial não podem ser previstos com absoluta acurácia, mas todas as possibilidades assim como as probabilidades associadas são conhecidas.

A quase totalidade das decisões de investimento são tomadas em um ambiente de incertezas, considerando que as projeções futuras de fluxos de caixa de um ativo são resultado de um conjunto de variáveis sobre as quais o grau de gestão por parte do investidor é relativamente baixo. Kulatilaka e Amram (1999, p. 13) defendem que os administradores tomam decisões de investimento de forma cética, em virtude da lacuna existente entre as estratégias empresariais e as análises financeiras provenientes das tradicionais ferramentas de avaliação de projetos.

Como resultado, os investidores mais receosos tendem a exigir um retorno maior sobre o investimento, o que penaliza o valor do projeto, na medida em que os fluxos de caixa passam a ser descontados por uma taxa maior. Todavia, as incertezas são de fundamental importância para a abordagem das Opções Reais, pois criam oportunidades e, quanto mais arriscado for o projeto, maiores serão a volatilidade de seus fluxos de caixa e seu valor.

Copeland e Keenan (1998, p. 130) afirmam que as Opções Reais são especialmente valiosas em projetos que contemplam alto nível de incerteza e oportunidades para dirimí-las, na medida em que novas informações se tornarem disponíveis. Nessa linha de pensamento, Luehrman (1998, p. 89) reforça que a melhor abordagem de avaliação de ativos deve ser aquela que incorpora as incertezas inerentes ao negócio bem como as tomadas de decisão requeridas para a estratégia ser bem sucedida. De fato, a abordagem das Opções Reais está no centro entre as oportunidades estratégicas e o ferramental utilizado nas modelagens financeiras.

Rigolon (1999, pp. 8 e 9) fundamenta o conceito de irreversibilidade dos investimentos iniciais sob três aspectos: (i) grande parte desses investimentos são irrecuperáveis, considerando a natureza específica de negócio de cada segmento de indústria, o que no campo de estudos de estratégia se denominaria barreiras de saída; (ii) ainda que exista uma parcela de investimento passível de recuperação, certamente o investidor não iria auferir na venda o equivalente ao capital desembolsado inicialmente; e (iii) a irreversibilidade pode ser resultado de regulações por parte do poder público, como por exemplo, a obrigatoridade de se reverter parte dos bens patrimoniais (ativos fixos) das prestadoras de serviços de telecomunicações ao final dos contratos de concessão.

A teoria das Opções Reais aborda esse conceito no âmbito da possibilidade de se adiar esse investimento até o momento em que as incertezas a ele relacionadas forem eliminadas ou ao menos reduzidas. Assim, “tomar uma decisão de investimento irreversível tem um custo de oportunidade que precisa ser considerado para avaliarmos corretamente a decisão de investimento” (Brandão, 2002, p. 24). Nesse contexto, a teoria não objetiva apenas mensurar “quanto” vale um ativo, mas sim “quando” realizar o investimento.

O terceiro conceito está associadao à flexibilidade gerencial na tomada de decisões, em termos operacionais ou estratégicos. Em um cenário de grandes incertezas, a viabilidade econômica de um projeto depende fundamentalmente do poder de reação detido pelos administradores do ativo, diante da possibilidade de se obter novas informações acerca desse ativo. Assim, quanto maiores forem a flexibilidade e essa possibilidade mais valiosas serão as opções derivadas das novas decisões tomadas pela administração, dentre as quais pode-se citar: a de adiar um investimento, a de contrair, expandir ou abondonar um projeto, de suspender ou retomar sua execução, entre outras.

Copeland e Antikarov (2001, p. 15) ilustram na figura 2 a relação entre a capacidade de reação da administração em função da probabilidade do recebimento de novas informações:

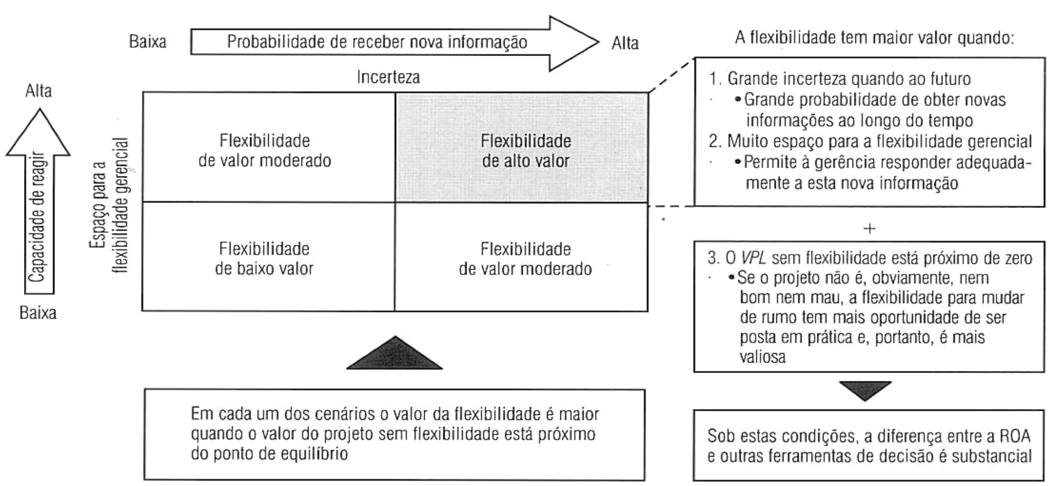


Figura 2 – Relação entre a capacidade de reação dos investidores e a probabilidade de se receber novas informações

Vale destacar ainda que as oportunidades criadas pelo cenário de incertezas não devem ser interpretadas como apostas da administração, pois, nas hipóteses em que não houver poder de reação suficiente para fazer face aos riscos futuros, as opções se tornam meras apostas. Nesse caso, é mais conservador tomar a decisão de investimento com base no método do FCD.

Alguns trabalhos já foram desenvolvidos no campo de estudo das Finanças e que, especificamente, aplicavam a abordagem das Opções Reais ao setor de energia elétrica. Castro (2000) avaliou uma unidade termelétrica flexível considerando-se que existe uma opção de adiamento e de suspensão em cada estágio de sua operação, as quais foram precificadas por meio de simulação de Monte Carlo e de programação dinâmica, detalhada na seção 2.4.4.5. do presente trabalho. Gomes (2002), por outro lado, aplicou a referida abordagem com o objetivo de determinar as estratégias de escolha do melhor momento para a construção de uma usina termelétrica, haja vista as incertezas associada às expansões da oferta e da demanda nesse tipo de indústria. Caporal (2006), por sua vez, desenvolveu uma aplicação da teoria das Opções Reais na avaliação da opção de venda de energia de uma Pequena Central Hidrelétrica ("PCH").

Nesse contexto, o presente estudo se insere com o objetivo de avaliar uma opção de expansão de uma usina hidrelétrica, face à irreversibilidade do investimento em um ativo bastante específico, às incertezas associadas ao preço de mercado *spot*, ao volume de energia gerada, bem como aos fatores macroeconômicos, e à flexibilidade detida pela empresa investidora em adiar o cronograma de investimentos do projeto, considerando-se que um empreendimento dessa natureza geralmente é construído por etapas.

2.4.1.
Conceitos fundamentais

Para uma melhor compreensão da teoria das Opções Reais, é importante que, previamente, sejam definidos alguns conceitos.

2.4.1.1.
A abordagem da certeza equivalente

No método do FCD, as projeções esperadas dos fluxos de caixa futuros são trazidas a valor presente por uma taxa de desconto definida de forma a refletir o risco associado a esses fluxos. Assim, quanto maior for o risco desses fluxos, maior será o retorno exigido pelo investidor.

Todavia, também é possível avaliar um projeto a partir do valor esperado de seus fluxos de caixa futuros, ajustados ao risco, e descontados a uma taxa livre de risco. Ou seja, ambos os métodos produzem resultados iguais, como demonstrado a seguir em um exemplo simplificado de um único período[4]:

$$VP = E(FCF)/(1 + Rs)$$

$$VP = \frac{E(FCF)}{[1 + Rf + \beta(E(Rm) - Rf))]}$$

$$VP = \frac{E(FCF)}{1 + Rf + \frac{COV(Ri, Rm)}{VAR(Rm)}(E(Rm) - Rf))}$$

O retorno de um determinado ativo *(Ri)* em um período é dado por *(FCF-VP)/ VP*, ou *(FCF/VP)*- 1.

$$\beta = COV((FCF/VP) - 1, Rm)/VAR(Rm) = (1/VP)\ [COV(FCF, Rm)/VAR(Rm)]$$

$$VP = \frac{E(FCF)}{1 + Rf + (E(Rm) - Rf)[(1/VP)\frac{COV(FCF, Rm)}{VAR(Rm)}}$$

Considerando-se que *[(E(Rm)- Rf)/VAR(Rm)]* é o preço de mercado do risco no *CAPM*, e utilizando-se o símbolo λ para representá-lo, tem-se que:

[4] Uma vez que as variáveis e respectivas terminologias utilizadas nessa demonstração já foram apresentadas anteriormente, optou-se por omiti-las nessa seção do trabalho.

$$VP = \frac{E(FCF)}{1 + Rf + \lambda \frac{COV(FCF, Rm)}{VP}}$$

Após alguma algebra,

$$VP = \frac{E(FCF) - \lambda\, COV(FCF, Rm)}{1 + Rf}$$

Dessa forma, essa abordagem ajusta ao risco o valor esperado dos fluxos de caixa futuros para, posteriormente, descontá-lo a uma taxa livre de risco.

2.4.1.2.
A abordagem do portfólio replicado

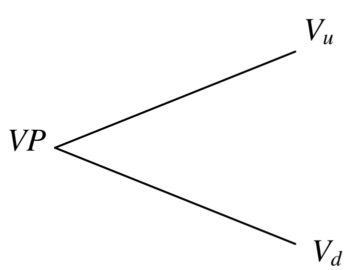
Caso existam dois ativos no mercado cujos retornos sejam iguais mas seus preços diferentes, o investidor optará por comprar o ativo de menor preço e vender o mais caro a descoberto, ou seja, ainda que não detenha a sua propriedade. Esse tipo de transação é definida como arbitragem. Em mercados eficientes, todas as informações acerca de um ativo são refletidas em seu preço, desde que estejam disponíveis para todo mercado. Segundo alguns autores, tais como Dixit e Pindyck (1994) e Trigeorgis (1996), esses mercados também são denominados completos.

Conforme Elton et al. (2004, p. 349), uma das condições necessárias para que investidores se sintam incentivados a negociar no mercado, até que os preços dos ativos reflitam efetivamente todas as informações disponíveis, é a de que os custos de aquisição da informação e de negociação sejam iguais a zero. Em uma visão mais pragmática, esses preços devem refletir as informações até o limite em que o somatório dos custos marginais de obtê-las e o de negociar os ativos não ultrapassa o benefício marginal.

A lei do preço único pressupõe que dois ativos que propocionam a mesma taxa de retorno, em qualquer situação, podem ser considerados como substitutos perfeitos e, assim, possuem o mesmo preço. Nessas condições, é impossível se auferir ganhos de arbitragem[5]. Esses pressupostos suportam a abordagem do portfólio replicado, que se configura como uma das formas de avaliar as opções reais.

Considera-se, por exemplo, uma empresa que detém a oportunidade de investir $100 em um projeto, cujos fluxos de caixa podem ser de $150 ou $62.5, com probabilidades idênticas de ocorrência. Para que esses fluxos sejam trazidos a valor presente, é requerido determinar uma taxa de desconto que reflita o risco do investimento, e que pode ser obtida com base na metodologia do *CAPM*. Um dos componentes do *CAPM* é o Beta, que, conforme Copeland e Antikarov (2001, p. 89), é obtido de "empresas que supostamente tenham o mesmo risco que o projeto em avaliação."

A partir da abordagem do portfólio replicado, acredita-se que exista um ativo cujo retorno e preço de mercado sejam idênticos aos do projeto objeto do exemplo. Supõe-se que os fluxos de caixa desse ativo sejam de $48 ou $20, com probabilidades idênticas de ocorrência, e que seu valor de mercado seja de $25. Nesse caso, a taxa de desconto dos fluxos de caixa pode ser obtida como segue:



$$VP = \frac{qV_u + (1-q)V_d}{1+k}, \text{ onde}$$

VP: valor presente dos fluxos de caixa

q: probabilidade objetiva da volatilidade ascendente

[5] A lei do preço único também pode ser definida como paridade do poder de compra, que é a teoria econômica em que o preço de *commodities* comercializadas internacionalmente deve ser o mesmo em cada país e, como consequência, a taxa de câmbio entre as duas moedas equivalerá ao índice de preços nos dois países (Eiteman et al., 2002, p. 521).

$1\text{-}q$: probabilidade objetiva da volatilidade descendente

V_u: valor do fluxo de caixa ascendente

V_d: valor do fluxo de caixa descendente

k: taxa de desconto ajustada ao risco

$$25 = \frac{0{,}5\ (\$48) + 0{,}5\ (\$20)}{1+k}$$

k= 36%

Uma vez que o projeto e esse ativo possuem o mesmo risco, o *VP* do projeto será de:

$$VP = \frac{0{,}5\ (\$150) + 0{,}5\ (\$62.5)}{1{,}36} = \$78.1$$

Considerando uma taxa livre de risco de 13%, o valor presente do investimento ($100) seria de $88.5 e, assim, o *VPL* do projeto seria negativo em $10.4. Por esse método, o referido projeto seria rejeitado pela empresa.

Ao se igualar os fluxos de caixa ascendentes e descendentes do projeto e do ativo, determinam-se a quantidade de ações do ativo ("*m*") e de títulos de dívida sem risco ("*B*")[6] que deveriam ser obtidos para se reproduzir os mesmos fluxos de caixa do projeto.

$$m\ (\$48) + B\ (1+R_f) = 150$$

$$m\ (\$20) + B\ (1+R_f) = 62.5$$

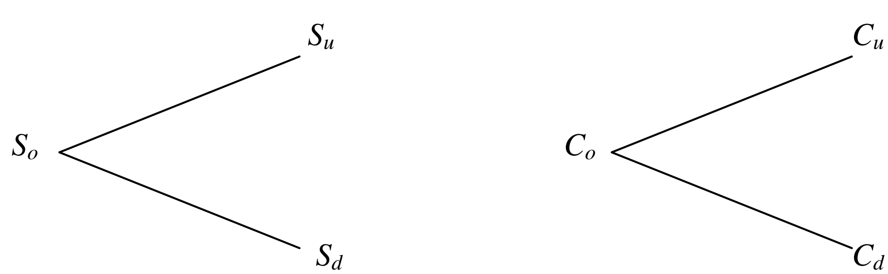
[6] As terminologias dessas variáveis ("*m*" e "*B*") foram utilizadas por Copeland e Antikarov na obra "Opções reais: um novo paradigma para reinventar a avaliação de investimentos".

Como resultados das duas equações, tem-se que m = 3.125 ações e B = zero, ou seja, o retorno obtido com o projeto pode ser replicado a partir da aquisição de 3.125 ações do ativo em referência, cujo risco é idêntico ao do projeto.

2.4.1.3.
A abordagem probabilística neutra ao risco

Hirschey (2003, p. 576) afirma que, em teoria, estão presentes três atitudes em relação ao risco. A primeira delas seria a de aversão ao risco, caracterizada por investidores que evitam correr riscos ou que tomam decisões no sentido de tentar minimizá-los em quase sua totalidade. A segunda atitude é a de empatia pelo risco, que caracteriza investidores que tomam suas decisões em ambientes de alto risco, ou seja, um comportamento antagônico ao anterior. A terceira e última atitude seria a indiferença ou neutralidade ao risco, por meio da qual os tomadores de decisão direcionam foco nos retornos esperados dos ativos e não levam em consideração a volatilidade desses retornos. Os indivíduos neutros ao risco não exigem retorno financeiro em função de risco, pois assumem que o retorno de qualquer ativo é igual à taxa livre de risco.

Uma outra forma de avaliar as opções reais é a abordagem probabilística neutra em relação ao risco, que parte do pressuposto de existência de um portfólio de hedge, composto por "Δ" ações do ativo subjacente sujeito ao risco e uma posição vendida (opção) de ações do ativo que está sendo precificado. Esse portfólio não está sujeito a risco, pois as oscilações nos valores do ativo e da opção se anularão, uma vez que a premissa é de que haja um posição vendida nessa opção.



$S_o = \dfrac{pS_u + (1-p)S_d}{1+r}$, onde

S_o e C_o: valores do projeto e do preço da opção sobre esse ativo em t=0

p: probabilidade neutra ao risco da volatilidade ascendente

$1-p$: probabilidade neutra ao risco da volatilidade descendente

u: parâmetro do movimento de subida ($e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$)

d: parâmetro do movimento de descida ($1/u$)

S_u e C_u: valores do ativo e do preço da opção sobre esse ativo, considerando o movimento ascendente

S_d e C_d: valores do ativo e do preço da opção sobre esse ativo, considerando o movimento descendente

S_u: $S_o\, u$

S_d: $S_o\, d$

r: taxa livre de risco

As probabilidades serão dadas por:

$S_o\,(1+r) = pS_u + (1-p)S_d$

$S_o\,(1+r) = puS_o + (1-p)dS_o$

$S_o\,(1+r) = S_o\,(pu + ((1-p)d)$

$p = \dfrac{(1+r)-d}{u-d}$ e $1-p = \dfrac{u-(1+r)}{u-d}$

O valor de "Δ" que torna o portfólio sem risco pode se calculado como segue:

$\Delta\, S_u - C_u = \Delta\, S_d - C_d$ ou $\Delta = (C_u - C_d)/\, S_u - S_d$

O retorno do referido portfólio é a taxa livre de risco, considerando que, face à composição da carteira, não há risco envolvido. Assim, tem-se que:

$$(\Delta S_u - C_u)/(1 + r)$$

Essa expressão pode ser igualada ao custo de formação dessa carteira, conforme segue:

$$\Delta S_o - C_o = (\Delta S_u - C_u)/(1 + r)$$

Essa equação pode ser resolvida para "C_o" que será expresso como segue:

$$C_o = \frac{pC_u + (1-p)C_d}{1 + r}$$

As probabilidades neutras ao risco não são as probabilidades objetivas apresentadas na seção 2.4.1.2., mas uma mera convenção matemática que objetiva ajustar os fluxos de caixa de forma a serem trazidos a valor presente a uma taxa livre de risco. Esta abordagem é vantajosa e mais simples em relação à do portfólio replicado, pois as probabilidades neutras ao risco permanecem constantes durante toda a vida da opção, considerando-se que são obtidas em função da taxa livre de risco e dos parâmetros dos movimentos de subida e de descida, "*u*" e "*d*", respectivamente.

2.4.1.4.
A hipótese do "*Marketed Asset Disclaimer*"

Um dos principais desafios para se aplicar a abordagem do portfólio replicado é identificar um ativo cujo preço esteja plenamente correlacionado com o de um determinado projeto. Quando não é possível identificar essa correlação, diz-se que o mercado é incompleto.

Dixit e Pindyck (1994) propõem como alternativa à abordagem a utilização de programação dinâmica, por meio da qual o valor de um projeto pode ser obtido somando-se o valor auferido em um curto intervalo de tempo com o valor esperado dos fluxos de caixa futuros. Esses fluxos são trazidos a valor presente por uma taxa de desconto exógena, definida de forma arbitrária. A opção por se utilizar essa taxa se baseia no fato de que o *CAPM* somente deve ser utilizado quando o ativo objeto de avaliação pode ser correlacionado com algum outro ativo no mercado; o que não é possível, uma vez que o mercado é incompleto.

Segundo Copeland e Antikarov (2001, p. 95), as primeiras aplicações da teoria das Opções Reais utilizavam, respectivamente, os preços de *commodities* e suas volatilidades associadas, como ativos subjacentes sujeitos ao risco e volatilidade do projeto. Entretanto, a volatilidade dos fluxos de caixa de um projeto não está relacionada apenas às oscilações do preço de uma determinada *commodity*, mas também às variações dos custos operacionais e financeiros inerentes ao projeto, bem como a outras incertezas, tais como a impossibilidade de se prever com exatidão o comportamento de variáveis macroeconômicas.

Nesse contexto e com o intuito de “criar” um mercado completo para o ativo subjacente (fictício, no entanto), esses autores sugerem que o próprio valor do projeto, sem flexibilidade, seja utilizado como ativo subjacente ao risco, pois ele se constitui como a melhor estimativa não tendenciosa do valor do projeto, caso este fosse negociado no mercado. Além disso, os autores argumentam que não existe ativo mais bem correlacionado com o projeto do que ele próprio.

Nesse contexto, ainda que o método do FCD seja objeto de críticas por diversos estudiosos de Finanças, ele se configura como uma ferramenta valiosa para a teoria das Opções Reais, pois seu resultado principal – a mensuração do *VP* – é utilizado não apenas como ativo subjacente ao risco, mas também como parte do valor total do projeto, como será apresentado mais adiante.

2.4.1.5.
Os processos estocásticos[7]

Qualquer variável cujas oscilações de valor ocorrem de maneira indeterminada, ao longo de um período de tempo, segue um processo estocástico. Esses processos podem ser classificados como de tempo discreto, quando as modificações no valor da variável ocorrem em pontos específicos ao longo do tempo, ou seja, intervalos fixos de tempo, e de tempo contínuo, quando essas modificações podem ocorrer a qualquer tempo.

Esses processos também podem ser classificados em função da própria variável analisada, ou seja, a variável subjacente. Nesse caso, quem assume valores discretos ou contínuos é a variável subjacente em um intervalo de tempo determinado. Por fim, os processos estocásticos também podem ser definidos como estacionários, quando a média e a variância da variável em estudo permanecem constantes ao longo do tempo, e não-estacionários, quando o valor esperado dessa variável pode crescer de forma ilimitada e sua variância aumenta com o tempo.

2.4.1.5.1.
Propriedade de Markov

O processo de Markov é um caso particular de processo estocástico o qual preceitua que apenas o valor presente de uma variável é relevante para se estimar o comportamento dessa variável no futuro. Dessa forma, de acordo com essa definição, o valor e o comportamento históricos dessa variável não são relevantes para determinar seu valor e comportamento futuros. Todavia, essas estimativas devem ser expressas em termos de distribuição de probabilidade, segundo Hull (2005, p. 264).

Na verdade, a propriedade de Markov é consistente com a hipótese de mercados eficientes em sua forma fraca, que pressupõem que “todas as informações contidas nas variações de preços passadas estão refletidas nos preços correntes de

---

[7] As exposições dessa seção foram extraídos de Monteiro (2003, pp. 97-108) e Hull (2005, pp. 263-276).

mercado” (Brigham e Houston, 1999, p. 321). Ou seja, as informações públicas são rapidamente interpretadas e seus impactos devidamente refletidos no valor dos ativos pelo fato do mercado ser bastante dinâmico.

A título de exemplo, pode se imaginar uma ação cujo valor de mercado é $10, o qual está sub-valorizado. Os investidores que detiverem essa informação irão rapidamente ao mercado para comprar os referidos papéis. Todavia, esse comportamento será observado por parte dos demais investidores do mercado, que certamente aumentarão a demanda pelo papel. Como consequência, o preço da ação aumentará até atingir seu valor real.

2.4.1.5.2. Processo de Wiener

De forma genérica, as variações no valor de uma variável, cujo comportamento é determinado pelo processo de Markov, são dadas por $\Phi\ (\mu, \sigma)$, onde $\mu = 0$ e $\sigma = \sqrt{t}$. O desvio padrão é dado pela raíz quadrada do tempo, considerando que o processo de Markov tem como pressuposto distribuições de probabilidade independentes, ou seja, não há dependência em relação às informações históricas. Assim, a variância das variações ao longo do tempo são aditivas e, portanto, o desvio padrão é a raíz quadrada da soma das variâncias.

O processo de Wiener, conhecido no campo da Física como movimento Browniano, é um caso particular da propriedade de Markov, onde $\mu = 0$ e $\sigma = 1$, para o período de 1 ano. Uma variável “z” segue o processo de Wiener caso satisfaça duas propriedades:

- As variações em seu valor (“Δz”) ao longo do tempo (“Δt”) são dadas por:

$\Delta z = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$, onde ε é uma variável aleatória que possui distribuição normal padrão N (0,1); e

- Essas variações são independentes para dois intervalos de tempo distintos.

Calculando-se o limite da variável dependente "Δz" com a variável independente Δt -> 0, tem-se que:

$$dz = \varepsilon \sqrt{dt}$$

Considerando-se que ε possui $\mu = 0$ e $\sigma = 1$,

$$E\,(dz) = 0$$
$$Var\,(dz) = dt$$

As taxas de variação do valor da média por unidade de tempo e da variância são denominadas "*drift*" e taxa da variância. O processo básico de Wiener "*dz*" possui *drift* igual a zero e taxa da variância igual a 1. Um *drift* igual a zero significa que o valor esperado de "*z*" para qualquer tempo no futuro é igual a seu valor corrente, ao passo que uma taxa de variância igual a 1 significa que a variância das variações em "*z*" em um intervalo de tempo "*t*" é igual a "*t*".

Para se aplicar a metodologia no estudo das variações de preço de um determinado ativo, é necessário realizar uma generalização do processo de Wiener para uma determinada variável "*S*", que pode ser representada como segue:

$$dS = adt + bdz$$

O componente "*adt*" da equação significa que "*S*" possui um *drift* de "*a*" por unidade de tempo, enquanto que o outro componente "*bdz*" pode ser interpretado como sendo um "ruído" ou uma variância no comportamento de "*S*". Considerando a variação do valor de "*S*" em um curto intervalo de tempo, tem-se que:

$\Delta S = a\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t}$, onde ε é uma variável aleatória que possui distribuição normal padrão N (0,1)

Dessa forma, ΔS possuirá distribuição normal com média igual a "$a\Delta t$" e desvio padrão igual a $b\sqrt{\Delta t}$.

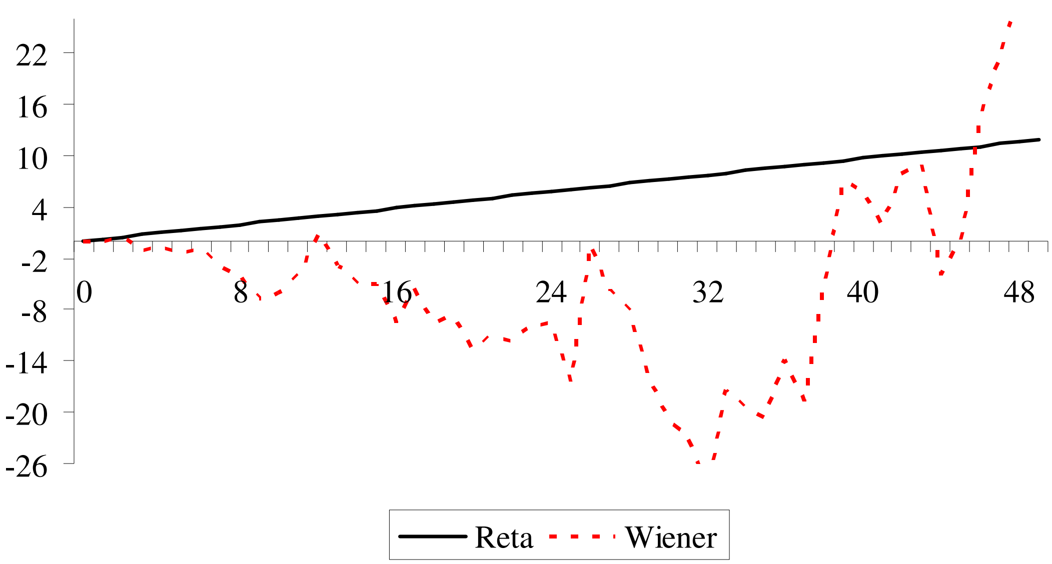
Com o intuito de facilitar a compreensão do assunto, segue um exemplo ilustrativo com os seguintes dados: (i) valor inicial do ativo igual a zero; (ii) *drift* igual a 0.15 ao ano; e (iii) variância ("σ^2") constante e igual a 0,7 ao ano. Assim, a equação pode ser escrita como segue:

$$dS= 0.15dt + \varepsilon_t\sqrt{0.7dt}$$

Para a qual uma aproximação discreta e mensalizada seria dada por:

$$S_t= S_{t-1} + 0.15/12 + \sqrt{0.7/12}\, t$$
$$S_t= S_{t-1} + 0.0125 + 0.2415\, \varepsilon_t$$

O gráfico apresentado a seguir demonstra dois caminhos possíveis, descritos com base nas equações da reta e de Wiener, demonstrada anteriormente, e com valores produzidos por meio de um gerador de números aleatórios, a partir de uma distribuição normal padrão. Para a geração desses números aleatórios, foi utilizado o software estatístico SPSS versão 13.0.



Pela propriedade de Markov, as previsões futuras a respeito do valor de um ativo dependem apenas do seu valor presente. Nesse sentido, a tendência do movimento do ativo pode ser construída assim:

$E(S_{t+k}) = \hat{S}_t + 0.0125\, k$, onde k é igual ao número de meses

Além disso, é possível construir um intervalo de confiança para essa tendência, como, por exemplo, a 5% de nível de significância (95% de confiança):

$\hat{S}_{t+k} = S_t + 0.0125\, k \pm 1.645 \times 0.2415 \sqrt{k}$

O processo de Wiener é bastante útil para a modelagem de algumas variáveis estocásticas. Contudo, o modelo não é útil quando se pretende modelar comportamentos de preços de ativos financeiros, pelo fato de admitir valores negativos. Além disso, caso esse ativo seja uma ação que não paga dividendos, a sua taxa de retorno diminuiria ao longo do tempo na medida em que seu valor aumentasse, o que não faz muito sentido, pois o retorno exigido pelos investidores é constante e independe do preço da ação. Por fim, o processo de Wiener pressupõe que o desvio padrão da variável é constante ao longo do tempo; todavia, entende-se que, para uma melhor modelagem do comportamento de ativos, o desvio padrão deve ser proporcional ao valor desse ativo. Nesse sentido, outros processos estocásticos são sugeridos e adotados em estudos acadêmicos, conforme detalhado nas próximas seções.

2.4.1.5.3.
Lema de Itô

O processo de Itô é uma generalização do processo de Wiener no qual os parâmetros "*a*" e "*b*" são funções do valor do ativo subjacente "*x*" e do tempo "*t*", assim demonstrado:

$dx = a(x,t)\, dt + b(x,t)\, dz$

Considerando-se a variação do valor de "*x*" em um curto intervalo de tempo, tem-se que:

$$\Delta x = a(x,t)\, \Delta t + b(x,t)\, \varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

O comportamento das ações no mercado financeiro não segue o modelo de generalização do processo de Wiener, considerando que a taxa de retorno esperada pelo investidor independe do valor da ação. Por exemplo, um investidor irá exigir uma mesma taxa de retorno de 20% sobre ativos que valem $10, $20 ou $50. Nesse sentido, o parâmetro *drift* deve ser substituído pela premissa de que o retorno esperado é constante. Caso o preço corrente do ativo seja "*S*", o *drift* deve ser igual a μS, sendo μ um parâmetro constante.

Assim, a variação do valor de "*S*" em um curto intervalo de tempo pode ser dada por:

$$\Delta S = \mu S\, \Delta t$$

Calculando-se o limite da variável dependente ΔS com a variável independente Δt -> 0, tem-se que:

$$dS = \mu S\, dt \qquad \text{ou} \qquad dS/S = \mu dt$$

Calculando-se a integral para um intervalo de tempo compreendido entre 0 e *T*, obtém-se a expressão:

$S_T = Soe^{\mu T}$ onde,

S_T: valor da ação em $t=T$

S_o: valor da ação em $t=0$

Essa equação demonstra que quando a variância é igual a zero, o valor do ativo cresce continuamente a uma taxa exponencial de μ por unidade de tempo. No entanto, na prática é muito difícil existir algum ativo que não possua qualquer volatilidade em seu valor. Dessa forma, parte-se da premissa de que, em um curto intervalo de tempo "Δt", a volatilidade no retorno exigido é constante e independe do valor da ação. Essa premissa de fato faz sentido, pois o grau de incerteza do investidor será o mesmo quaisquer que sejam os valores da ação, \$10, \$20 ou \$50. Assim, tem-se que:

$$dS = \mu S\, dt + \sigma S\, dz \qquad \text{ou} \qquad dS/S = \mu dt + \sigma dz$$

Essa equação representa o modelo de comportamento dos preços dos ativos no mercado, denominado Movimento Geométrico Browniano ("MGB"), onde a a taxa de retorno esperada e a volatilidade são dadas por μ e σ. Assim, nesse processo estocástico, o logaritmo normal da variável subjacente segue um processo generalizado de Wiener.

Observa-se que o MGB é um caso específico do processo de Itô, onde $a(x,t) = \mu S$ e $b(x,t) = \sigma S$. Até o presente momento, foram adotadas as premissas de que o preço de um ativo e suas variações possuem distribuição normal de probabilidades, o que não é razoável, uma vez que o preço de um ativo não pode assumir valores negativos. Nesse sentido, pode-se assumir que esse ativo possui uma distribuição lognormal, ou seja, o logaritmo de seu preço segue uma distribuição normal.

O Lema de Itô demonstra que uma função de "G" em relação a "x" e "t" segue o processo assim demonstrado:

$$dx = a(x,t)\, dt + b(x,t)\, dz$$

Se $G = G(x,t)$, então tem-se que:

$$dG = [(\partial G/\partial x)a + (\partial G/\partial t) + ½\, (\partial^2 G/\partial x^2)b^2]\, dt + (\partial G/\partial x)\, bdz$$ onde,

$[(\partial G/\partial x)a + (\partial G/\partial t) + ½ (\partial^2 G/\partial x^2)b^2]$ é igual ao *drift* e
$(\partial G/\partial x)^2\ b^2$ é igual à variância

Conforme apresentado anteriormente:

$dS = \mu S\ dt + \sigma S\ dz$, então

$$dG = [(\partial G/\partial S)\ \mu S + (\partial G/\partial t) + ½\ (\partial^2 G/\partial S^2)\ \sigma^2 S^2]\ dt + (\partial G/\partial S)\ \sigma S\ dz$$

Considerando-se que "*S*" é o preço do ativo e que a função $F(S) = ln\ S$ e ainda que:

$\partial F/\partial S = 1/S$, $\partial F/\partial t = 0$ e $\partial^2 F/\partial S^2 = -1/S^2$

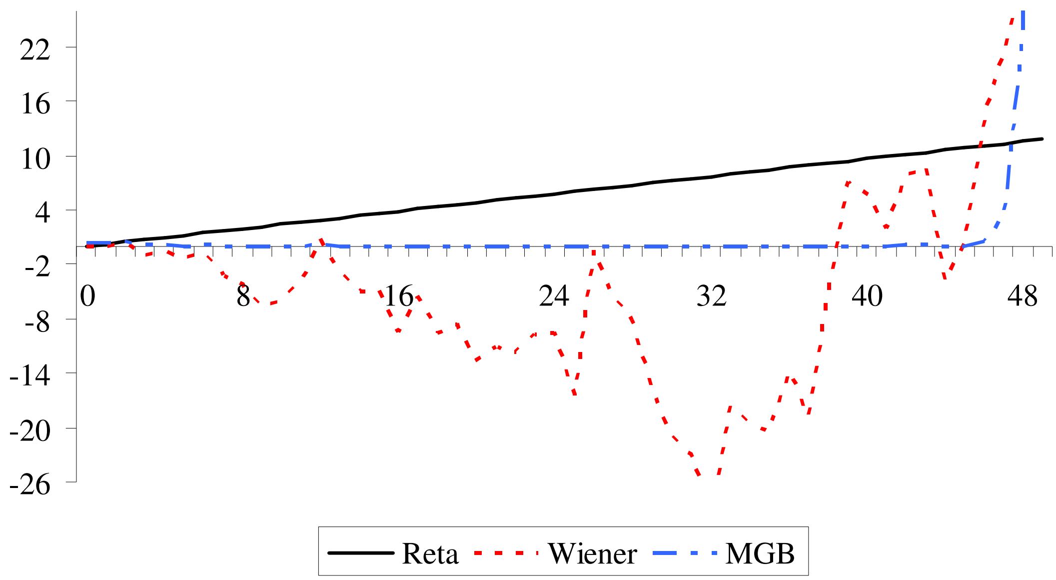
Então, tem-se que:

$$dF = (\mu - \sigma^2/2)\ dt + \sigma\ dz$$

Dessa forma, a cada intervalo de tempo finito "*t*", a variação do logaritmo normal do valor do ativo é normalmente distribuída, com média e variância iguais a $(\mu - \sigma^2/2)$ e σ, respectivamente. Uma aproximação discreta da equação anterior pode ser dada por:

$$ln(S_{t+1}/S_t) = (\mu - \sigma^2/2)\ \Delta t + \sigma\ \varepsilon\sqrt{\Delta t} \quad \text{ou} \quad S_{t+1} = S_t\ e^{[(\mu - \sigma 2/2)\ \Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}]}$$

Com o intuito de facilitar a compreensão do assunto, segue um exemplo ilustrativo com os seguintes dados: (i) valor inicial do ativo igual a \$0.3; (ii) *drift* igual a 0.09 ao ano; e (iii) variância ("σ^2") constante e igual a 0,18 ao ano. Com base na mesma amostra de números aleatórios gerados anteriormente, o gráfico do comportamento do preço do ativo pode ser expresso como segue:



Observa-se, portanto, que o processo MGB é mais adequado para representar o comportamento de preços de ativos financeiros, pelo fato de não admitir valores negativos. Além disso, preserva a premissa de que os retornos dos investidores são normalmente distribuídos.

2.4.1.5.4.
O modelo de reversão à média ("MRM")

Ainda que o MGB seja mais robusto, se comparado ao processo de Wiener, observa-se que os preços modelados com base nesse processo estocástico podem assumir valores muito expressivos, uma vez que crescem de forma exponencial. Esse comportamento não é observado para determinados preços de ativos, tais como petróleo, cobre, alumínio, produtos agrícolas, energia elétrica, e outras *commodities* em geral.

Na maioria dos casos, esses preços oscilam de forma significativa e aleatória a curto prazo, mas, em um horizonte longo de tempo, tendem a reverter para uma média muito próxima ao seu custo marginal de produção. Dessa forma, alguns estudos acadêmicos têm adotado o MRM para modelar o comportamento desses preços. Um dos modelos de reversão à média é o de Ornstein-Uhlembeck, que pode ser representado com base na seguinte equação:

$dx = \eta\ (\bar{X} - X)\ dt + \sigma\ dz$ onde,

η: velocidade da reversão

$\bar{X}$: média de longo prazo para a qual "*X*" tende a reverter

dz: incremento de Wiener

O processo de reversão à média é um processo de Markov, porém com incrementos não independentes, considerando que no longo prazo "*X*" tende a reverter para "$\bar{X}$" e, nesse caso, se "*X*" for maior do que "$\bar{X}$", é mais provável que ocorra um decréscimo no valor de "*X*", e vice-versa.

2.4.1.6. O tratamento dos riscos associados às Opções Reais

Segundo Hirschey (2003, p. 566), existem diversos riscos aos quais um ativo está exposto, tais como: (i) risco de negócio, relacionado às tomadas de decisão por parte dos administradores; (ii) risco de mercado, intimamente relacionado ao comportamento das variáveis que definem os fluxos de caixa, tais como preços, volumes físicos, mão de obra, insumos produtivos, entre outros; (iii) risco inflacionário, ou seja, as modificações de preços e do poder aquisitivo dos consumidores; (iv) risco de taxa de juros, que impacta sobremaneira os ativos cuja estrutura de capital é predominantemente financiada por recursos de terceiros; e (v) risco de crédito ou de inadimplência, muito associado ao risco de liquidez.

Certamente existe uma gama de classificações de riscos, mas, para fins da abordagem de avaliação por Opções Reais, é importante distribuir os riscos entre duas segregações principais: de mercado e privados, conforme proposto por Smith e Nau (1995).

De acordo com essa proposição, os riscos de mercado podem ser definidos como aqueles passíveis de ser protegidos (*hedgeados*) por meio de uma negociação no mercado financeiro. Assim, esses riscos são mensurados com base na abordagem do portfólio replicado, ou seja, a partir de observações de ativos subjacentes cujos risco e retorno sejam replicáveis. A título de exemplo, pode-se citar os preços de *commodities*, as taxas de juros e de câmbio, para os quais, geralmente, são negociadas operações de *hedge* nos mercados futuro e de opções, com o objetivo de minimizar eventuais oscilações não esperadas.

Os riscos privados, diferentemente, não podem ser protegidos por meio de contratações de operações no mercado financeiro, pelo fato de não se correlacionarem com outros ativos negociados. Dessa forma, Brandão (2002, p. 49) sugere que os mesmos sejam mensurados apenas com base no seu valor esperado, uma vez que o Beta desses riscos é igual a zero e, portanto, não haverá qualquer prêmio adicional de risco a ser atribuído aos mesmos. Assim, a proposta do autor é no sentido de que se crie uma função utilidade para os riscos privados e, na sequência, aplique-se a abordagem da certeza equivalente.

Esses riscos podem ser exemplificados por: os potenciais de exploração em campos de petróleo, extração em jazidas de minérios, quantidade física de vendas de produtos, quando não há possibilidade de se comercializar volumes pré-contratados. Diferentemente dos riscos de mercado, os riscos privados tendem a ser minimizados ao longo do tempo considerando que o nível de incerteza em relação à variável se reduz. A título de exemplo, a incerteza associada à identificação de jazidas de minérios no início de um processo de exploração é normalmente bastante superior se comparada à de períodos posteriores (10, 20 ou 30 anos). Ainda que o potencial a ser explorado possa ter diminuído, a incerteza a ele associada também diminuirá.

2.4.2.
O modelo de Black-Scholes

O modelo Black-Scholes é considerado um marco no estudo das Finanças e, em específico, na avaliação de opções. Publicado em 1973 no *Journal of Political*

Economics, a partir de estudos realizados por Fischer Black, Myron Scholes e Robert Merton, sua importância foi devidamente reconhecida em 1997, após serem laureados com o prêmio Nobel de Economia[8].

A exemplo de outros modelos financeiros, ele está suportado em algumas hipóteses, apresentadas a seguir (Hull, 2005):

- O valor dos ativos segue uma distribuição lognormal com média (μ) e variância (σ) constantes;
- Vendas a descoberto do ativo são permitidas, ou seja, vender o ativo ainda que não se detenha sua propriedade;
- Não existem custos de transação ou impostos e todos os ativos são divisíveis;
- O ativo não distribui dividendos ao longo da vida da opção;
- Não existem oportunidades de arbitragem livres de risco;
- A negociação com o ativo subjacente é contínua e não discreta; e
- A taxa de juros livre de risco é constante.

Além destas, Copeland e Antikarov (2001, p. 108) complementam as hipóteses do modelo Black-Scholes e defendem os pressupostos de que: (i) a opção só pode ser exercida no vencimento, e, portanto, é uma opção européia; (ii) existe apenas uma fonte de incerteza; e (iii) a opção está associada a um único ativo subjacente.

As equações do modelo Black-Scholes são como segue:

$c = S_o\, N(d_1) - Ke^{-rT}\, N(d_2)$, para o valor de uma *call* européia

$p = Ke^{-rT}\, N(-d_2) - S_o\, N(-d_1)$, para o valor de uma *put* européia, onde

$$d_1 = \frac{\ln(S_o/K) + (r + \sigma^2/2)\,T}{\sigma\sqrt{T}} \quad \text{e} \quad d_2 = \frac{\ln(S_o/K) + (r - \sigma^2/2)\,T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

[8] Exceto Fischer Black que faleceu em 1995.

S_o: valor corrente do ativo subjacente

K: preço de exercício

e: base dos logaritmos naturais (constante = 2,71828...)

N(d_1) e N(d_2): probabilidade normal acumulada de uma unidade normal da variável d_1 ou d_2

r: taxa livre de risco

T: prazo de exercício da opção (vencimento)

σ: volatilidade do valor do ativo subjacente

Apesar de Copeland e Antikarov argumentarem que o modelo é utilizado exclusivamente para o cálculo de opções européias, Fischer Black sugeriu um procedimento de aproximação a fim de se considerar o exercício antecipado de opções de compra, ou seja, uma *call* americana. Na verdade, parte-se do pressuposto de que as opções americanas que não pagam dividendos devem ser exercidas somente na data de seu vencimento[9], pois, caso haja distribuição de dividendos, o melhor momento para se exercer a opção é aquele imediatamente anterior à essa distribuição.

Além disso, (i) existe um custo de oportunidade relacionado aos recursos que serão direcionados ao exercício da opção e (ii) a *call* americana, por essência, garante ao seu titular a faculdade de tomar a decisão de investimento, em qualquer tempo durante o prazo de exercício da opção, somente se houver viabilidade econômica nesse exercício. Dessa forma, uma vez exercida a opção o seu titular perde essa faculdade.

O pagamento de dividendos reduz o valor corrente do ativo subjacente, que poderá ser inferior ao preço de exercício. Nesse caso, não haverá qualquer benefício para o titular da *call* em exercer o seu direito.

Robert Merton apud Leslie (1997, p. 99) propôs, inclusive, uma modificação na fórmula original de maneira que o modelo incorporasse a variável dividendos (δ).

$C= S_o e^{-\delta T} N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2)$, para o valor de uma *call* americana

---

[9] Esse pressuposto foi demonstrado por John Hull em sua obra “Options, futures and other derivatives”.

$P= Ke^{-rT} N(-d_2) - S_o e^{-\delta T} N(-d_1)$, para o valor de uma *put* americana, onde

$$d_1 = \frac{\ln (S_o/K) + (r - \delta + \sigma^2 / 2)\, T}{\sigma\sqrt{T}} \qquad \text{e} \qquad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Leslie (1997, p. 100) ilustra uma analogia entre as variáveis do modelo Black-Scholes e a teoria das Opções Reais, apresentada na figura 3[10]:

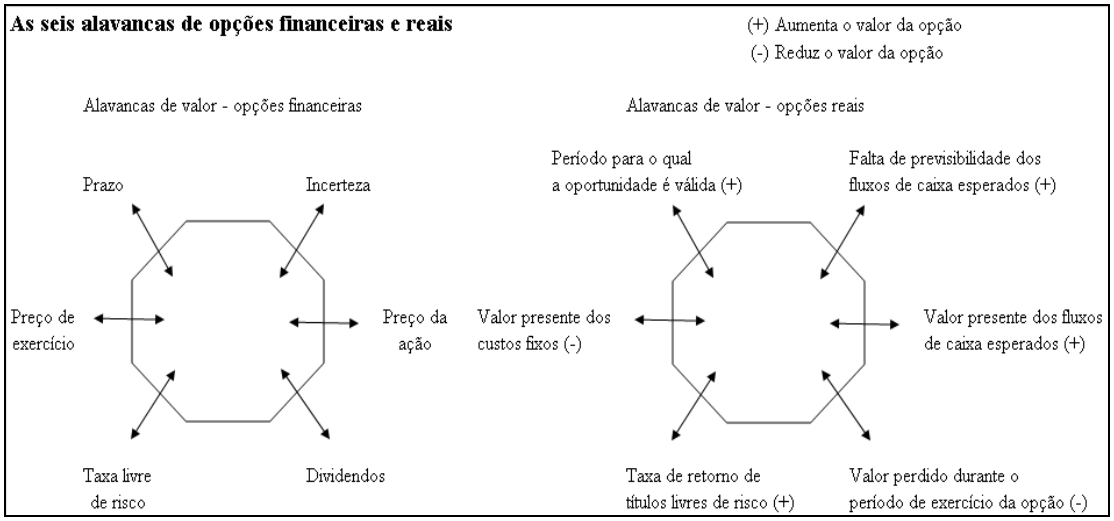


Figura 3 – Analogia entre o modelo de Black-Scholes e a teoria das Opções Reais

Como pode ser observado com base na figura 3, o valor corrente do ativo subjacente de uma opção financeira pode ser comparado ao valor presente dos fluxos de caixa esperados de um projeto. O preço de exercício da opção no mercado financeiro se equivale ao valor presente dos investimentos de capital requeridos para implementar o projeto. A taxa livre de risco é comparável ao retorno de um título sem risco, como por exemplo um título público emitido por um país com "*rating*" AAA[11]. Nas Opções Reais, o prazo de exercício da opção pode ser analisado como o período durante o qual a oportunidade – a flexibilidade gerencial – é válida. A volatilidade da opção financeira se assemelha à ausência de previsibilidade dos fluxos de caixa futuros e, finalmente, os dividendos distribuídos pelo título financeiro são equivalentes ao valor perdido pelo projeto durante o prazo de exercício da opção, por

[10] Ilustração original em Inglês e traduzida livremente pelo autor da presente dissertação.
[11] Melhor avaliação de "*rating*" concedida pela agência Standard & Poors a um título, empresa ou país.

exemplo os fluxos de caixa perdidos em função do adiamento da decisão de se investir em um projeto.

Damodaran (1996, p. 9) resume de forma didática de que forma as variações nesses parâmetros de entrada impactam os valores das opções de compra e de venda, as quais foram resumidas na tabela 1.

Parâmetro de entrada na equação	***Call***	***Put***
Aumento no valor corrente do ativo subjacente	Aumento	Redução
Aumento no preço de exercício	Redução	Aumento
Aumento na taxa livre de risco	Aumento	Redução
Aumento no prazo de exercício	Aumento	Aumento
Aumento na volatilidade	Aumento	Aumento
Aumento nas distribuições de dividendos	Redução	Aumento

Tabela 1 – Os parâmetros das opçõs de compra e de venda

Caso uma opção de compra seja exercida, seu detentor (ou titular) receberá o *payoff*, que é a diferença entre o valor corrente do ativo subjacente e o preço de exercício. Logo, quanto maior for o valor corrente maior será o valor da opção, assim como, quanto maior for o preço de exercício menor será o valor da opção. O raciocínio inverso pode ser aplicado para as opções de venda, cujo valor a ser recebido pelo detentor da opção é a diferença entre o preço de exercício e o valor corrente do ativo.

À medida que ocorrem aumentos na taxa livre de risco, aumentam-se também as expectativas de retorno por parte dos investidores. Como consequência, o valor presente dos fluxos de caixa futuros, a ser recebido pelo titular da opção, diminui. Logo, o valor das opções de compra e de venda aumenta e reduz, respectivamente.

Os detentores de opções de compra e de venda, cujos prazos de exercício forem mais prolongados, possuem mais oportunidades de exercício ao longo do período, se comparados aos detentores de opções com prazos menores. Dessa forma, quanto maior for o prazo de exercício de uma opção, maior será seu valor.

Os titulares de uma *call* somente exercerão seu direito de compra se o valor corrente do ativo subjacente for maior do que o preço de exercício, enquanto que os titulares de uma *put* exercerão seu direito de venda se ocorrer o inverso. Em ambas as situações, os detentores dessas opções limitarão suas perdas ao valor do prêmio pago em sua aquisição, mas seus ganhos serão ilimitados. Dessa forma, quanto maior for a volatilidade da opção maior será seu valor.

Por fim, conforme mencionado anteriormente, o aumento na distribuição de dividendos impacta negativamente o valor da opção de compra, pois haverá uma redução no valor corrente do ativo subjacente. O raciocínio é o inverso para as opções de venda.

Ainda que os parâmetros de entrada no modelo Black-Scholes possam ser substituídos pelas principais variáveis estudadas na teoria das Opções Reais, existem modelos de avaliação específicos para essas opções – apresentados mais adiante na seção 2.4.4. desse estudo – considerando que existem diferenças entre as opções financeiras e as reais. Copeland e Antikarov (2001, pp. 112 e 113) relacionam algumas delas, as quais são resumidas na tabela 2:

Opções financeiras	Opções reais
O ativo subjacente é um valor mobiliário negociado no mercado, cuja estimativa de parâmetros de entrada é mais fácil.	O ativo subjacente é algo tangível, como por exemplo, um projeto, uma unidade de negócio, uma empresa.
Volatilidade calculada com base no comportamento histórico dos títulos no mercado financeiro.	Volatilidade calculada com base na hipótese do "*Marketed Asset Disclaimer*".
São constituídas geralmente a partir de apostas secundárias, ou seja, não são emitidas pelas empresas detentoras das ações, mas por agentes independentes.	As opções são controladas pela administração com o objetivo de maximizá-las a partir da flexibilidade gerencial.
A incerteza do ativo subjacente é exógena.	A incerteza do ativo subjacente também é exógena. Todavia, a administração possui a flexibilidade de tomar decisões ao longo da vida da opção e, assim, existem incertezas endógenas no ativo[12].

Tabela 2 – Comparação entre opções financeiras e reais

Além dessas, pode-se relacionar algumas outras diferenças, tais como: (i) as opções financeiras estão associadas a ativos divisíveis, o que não ocorre com as opções reais; (ii) as opções financeiras são transacionadas em um mercado completo, onde os riscos são correlacionados com outras variáveis, ou seja, são passíveis de proteção, ao passo que nas opções reais existem riscos privados para os quais não há qualquer ativo correlacionado. Além disso, essas últimas opções não são transacionadas no mercado.

[12] Comentário do autor do presente trabalho.

2.4.3.
Taxonomia das opções reais

É importante mencionar que existem opções de ativo que oferecem flexibilidade ao processo de gerenciamento de incerteza – foco do presente estudo – e opções de passivo, relacionadas com a estrutura de capital financiadora de um ativo. De maneira individual, essas opções podem ser classificadas conforme figura 4[13]:

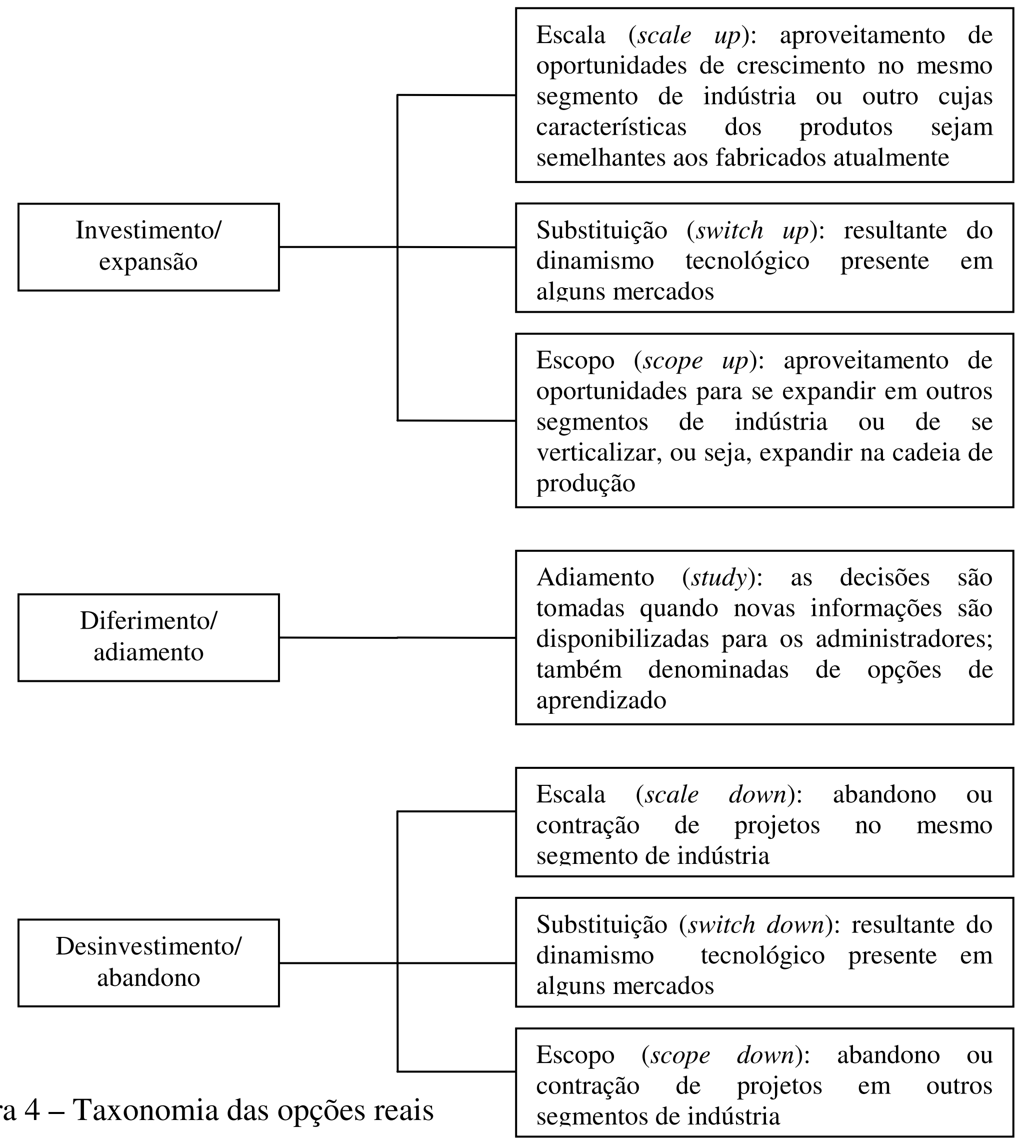


Figura 4 – Taxonomia das opções reais

---

[13] Modelo proposto por Copeland e Keenan (1998, p. 48) que foi resumido e traduzido livremente pelo autor do presente trabalho.

As opções de expansão, que são tratadas de forma análoga às opções de compra (*call*), concedem ao investidor o direito de investir em projetos relacionados a futuros ganhos de escala ou de escopo. Dessa forma, um projeto que possua a possibilidade de ser expandido pode ser mais valioso se comparado ao mesmo projeto, porém sem essa flexibilidade.

As opções de adiamento, também tratadas como opções de compra (*call*), reservam ao titular a possibilidade de postergar o investimento e, dessa forma, flexibiliza a decisão da administração, que passa a ser tomada no momento em que houver menos incerteza. Nesse sentido, agrega valor, a exemplo da opção de expansão.

As opções de abandono são equivales às opções de venda (*put*). Nesse cenário, seu detentor possui o direito de abandonar o projeto, até mesmo vendê-lo, caso a performance do ativo esteja abaixo das previsões definidas inicialmente, ou mesmo em situações em que houver um aumento das incertezas. Assim, o valor desse projeto pode ser mais significativo se comparado a um projeto equivalente, porém sem essa flexibilidade.

O ambiente que envolve as opções de contração é bem semelhante ao das opções de abandono, porém, nas contrações de investimento o titular da opção não aliena o ativo, mas apenas reduz o orçamento de capital inicialmente formulado. Essas opções também são tratadas como uma *put*.

Finalmente, as opções de troca, ou substituição, podem ser tratadas como uma *call* ou *put*, conforme o caso. A maioria das situações relacionadas às opções de troca envolve a possibilidade que o administrador do ativo possui em ativar e/ou desativar linhas de produtos e/ou de substituir equipamentos, tecnologia, insumos produtivos, recursos humanos, entre outros cenários.

Algumas dessas opções podem ser combinadas umas com as outras, o que se denomina de opções compostas ou opções sobre opções. Nesse caso, seus valores derivam do valor de outras opções e não do valor do ativo subjacente. Geralmente os projetos desenvolvidos em várias etapas são enquadrados nessa categoria, como por exemplo, a futura construção do arco-rodoviário do estado do Rio de Janeiro, a exploração em campos de petróleo, a extração em jazidas de minérios, e outros projetos de infra-estrutura.

Conforme mencionado anteriormente, existem opções que estão relacionadas a mais de uma fonte de incerteza, que são denominadas de opções arco-íris (*rainbow options)*. A título de exemplo, pode-se citar os projetos de pesquisa e desenvolvimento[14], que dependem do tipo de tecnologia a ser utilizada bem como das condições do mercado a ser explorado, e outros projetos que envolvem simultaneamente riscos de mercado e privados.

Kulatilaka e Amram (1999, pp. 10 e 11) ilustram de forma didática diversos exemplos de decisões de negócios que foram tomadas sob a perspectiva das Opções Reais[15].

- Opção de expansão: uma empresa de cosméticos considerava a possibilidade de entrar em um determinado mercado consumidor, no qual o investimento inicial requerido era significativo. Todavia, existiam novas oportunidades de negócios relacionadas à oferta de diversos produtos pela cadeia de distribuição. A análise financeira tradicional indicava um *VPL* negativo, mas a teoria das Opções Reais revelou que o investimento deveria ser feito, face à existência de oportunidades de crescimento vinculadas à essa decisão inicial;
- Opção de adiamento (espera): estudo de caso de uma empresa que possuía interesse em participar em um mercado ainda incipiente, cujas perspectivas de crescimento e comportamento de oferta e demanda eram totalmente desconhecidas. A teoria das Opções Reais foi aplicada a fim de que os resultados provenientes de uma eventual expansão nesse mercado fossem considerados e comparados com as perdas evitadas, caso a empresa optasse por adiar sua entrada (análise de *trade-off*);
- Opção de aprendizado: estudo de caso de uma empresa da indústria cinematográfica que planejava o lançamento simultâneo de três novos

[14] Essas opções também são classificadas como de “aprendizado”, cujo esforço é no sentido de criar o maior valor de informação no menor espaço de tempo e com o menor volume de investimento (Kulatilaka, 2000, p. 14).

[15] Esses exemplos foram resumidos e traduzidos livremente pelo autor do presente trabalho.

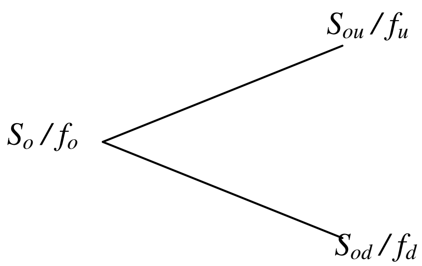
filmes, cujas perspectivas de sucesso e rentabilidade eram determinantes para a definição do orçamento de publicidade para cada filme. A decisão foi a de veicular as obras de forma limitada em pequenos centros urbanos, e, com base nas rentabilidades individuais, adotou-se uma estratégia de publicidade mais agressiva. A aplicação da teoria das Opções Reais foi de fundamental importância na análise financeira das opções existentes em cada uma das fases de veiculação; estruturadas de forma que a empresa pudesse auferir o maior retorno sobre os investimentos;

- Opção de abandono: uma empresa planejava desenvolver um novo produto, e, para tanto, considerava as incertezas relacionadas ao potencial de oportunidades do mercado a ser explorado, assim como as eventuais intervenções por parte do governo, sobretudo nos aspectos regulatórios. A análise financeira tradicional revelava que o projeto deveria ser evitado, ao passo que a abordagem das Opções Reais capturou e mensurou a opção de abandono embutida no projeto e detida pela empresa.

2.4.4.
Modelos de avaliação das Opções Reais

2.4.4.1.
O modelo binomial

Um dos modelos mais usuais para se avaliar opções envolve a construção de uma árvore binomial, que pode ser definida como a representação gráfica do comportamento de um determinado ativo ao longo do prazo de exercício da opção. Esse modelo foi proposto inicialmente em 1979 por Cox, Ross e Rubinstein, como uma alternativa ao modelo Black-Scholes, e parte da premissa de que o preço do ativo segue um MGB, e que, a cada intervalo de tempo, existem dois movimentos possíveis: um de subida e outro de descida, definidos de acordo com suas probabilidades individuais.



Supõe-se que "S_o" seja o preço do ativo e que "f_o" seja o *payoff* do detentor da opção, caso haja exercício naquele momento. Durante um intervalo de tempo, o preço desse ativo pode aumentar ou diminuir, onde[16] $u > 1$ e $d < 1$.

Para fins de ilustração, pode-se imaginar uma situação em que um investidor possua "Δ" ações de uma determinada empresa e apenas uma opção de venda (a descoberto). Se houver um aumento no preço do ativo, o valor do portfólio no final do prazo de exercício será dado por:

$$S_{ou}\,\Delta - f_u$$

Caso haja um decréscimo no preço do ativo,

$$S_{od}\,\Delta - f_d$$

Em uma situação de equilíbrio, ou seja, na existência de um portfólio sem risco, tem-se que:

$$S_{ou}\,\Delta - f_u = S_{od}\,\Delta - f_u \quad \text{e} \quad \Delta = (f_u - f_d)/(S_{ou} - S_{od})$$

Nessa situação, o retorno do portfólio é a taxa livre de risco "r". Assim, o valor presente do portfólio é dado por:

$$(S_{ou}\,\Delta - f_u)\,e^{-rT}$$

[16] Parâmetros definidos na seção 2.4.1.3. desse trabalho.

Considerando-se que o custo do portfólio é

$$S_o\,\Delta - f$$

Então, tem-se que:

$$S_o\,\Delta - f = (S_{ou}\,\Delta - f_u)\,e^{-rT} \quad \text{ou} \quad f = S_o\,\Delta\,(1 - ue^{-rT}) + f_u\,e^{-rT}$$

$$f = e^{-rT}\,[pf_u + (1-p)f_d], \quad \text{onde} \quad p = (e^{-rT} - d)\,/\,u\text{-}d$$

Foi definido, portanto, que "*p*" é a probabilidade de ocorrer os movimentos de subida e de descida e que o retorno desse ativo equivale à taxa livre de risco. Nesse sentido, a premissa adotada para o modelo é a da avaliação neutra ao risco, pela qual os fluxos de caixa futuros são trazidos a valor presente pela taxa livre de risco, desde que o ajuste ao risco seja ponderado pelas probabilidades "*p*" e "*1- p*".

Os parâmetros dos movimentos de subida e de descida, "*u*" e "*d*", respectivamente, são definidos considerando-se a volatilidade "σ" do preço do ativo subjacente e para um determinado intervalo de tempo "Δt". Dessa forma, tem-se que:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad \text{e} \quad d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad \text{ou} \quad 1/u$$

2.4.4.2.
A árvore de decisões

Esse método de avaliação é bastante utilizado no sentido de incorporar os diversos cenários de incertezas relacionadas a um determinado ativo, assim como a flexibilidade gerencial associada. Nesse sentido, são mapeadas várias alternativas de tomada de decisão, ponderadas em função de sua probabilidade de ocorrência.

Segundo Monteiro (2003, p. 69), esse método segue uma estrutura básica na qual: (i) a administração deve tomar uma ou mais decisões diante de diferentes cenários de possibilidade (cursos de ação); (ii) cada decisão depende de eventos futuros – daí a incerteza – ou de eventos cuja distribuição de probabilidade possa ser descrita com base em informações históricas; e (iii) as decisões da administração são tomadas com o objetivo de maximizar o *VPL* ajustado ao risco.

Considera-se, por exemplo, a situação descrita na seção 2.4.1.2., na qual uma empresa detém a oportunidade de investir $100 em um projeto, cujos fluxos de caixa podem ser de $150 ou $62.5, com probabilidades idênticas de ocorrência. Entretanto, acrescenta-se a essa situação a opção que a empresa possui de postergar o investimento no projeto.

Diante desse cenário, os valores de suas possibilidades são $50 ou $0, respectivamente, pois, se o fluxo de caixa for de $62.5, a empresa não investirá no projeto. Nesse caso, o *VPL* pode ser obtido como segue:

$$VPL = \frac{0{,}5\ \$50 + 0{,}5\ \$0}{1{,}36} = \$18.4$$

Com a opção de diferimento, o valor do projeto aumentou de $10.4 (negativo) para $18.4, ou seja, a flexibilidade na tomada de decisão acrescentou $28.8 ao projeto. Segundo Copeland e Antikarov (2002, p. 92), esse método transgride a lei do preço único, uma vez que a taxa de desconto de 36% é apropriada somente para um cenário de probabilidades de 50% e para fluxos de caixa perfeitamente correlacionados.

Na medida em que a administração toma as decisões no futuro, os fluxos de caixa esperados bem como os riscos associados são modificados. Dessa forma, a taxa ajustada ao risco utilizada na avaliação que considera a flexibilidade gerencial, ou seja, de acordo com a teoria das Opções Reais, não será igual à taxa utilizada para mensurar o valor do projeto de acordo com as técnicas tradicionais (método do FCD).

Os fluxos de caixa a serem gerados pela opção de diferimento totalizam $50 ou $0, e não estão correlacionados com aqueles gerados pelo projeto, que perfazem $50 e -$37.5. Dessa forma, para se avaliar a opção é necessário se aplicar a abordagem do portfólio replicado, apresentada anteriormente.

2.4.4.3.
“*Contingent Claims Analysis*”

A aplicação desse método parte do pressuposto que o projeto é desenvolvido em um mercado completo, ou seja, no qual inexiste a possibilidade de se auferir ganhos de arbitragem e existe um ativo no mercado cujo preço esteja plenamente correlacionado com o valor do projeto. Nessa hipótese, o valor do projeto pode ser replicado com base em um portfólio de ativos e identificado por meio da abordagem neutra ao risco.

Nesse sentido, o propósito é demonstrar a equivalência entre o valor do ativo replicado “*V*” e o valor de uma opção “*C*”.

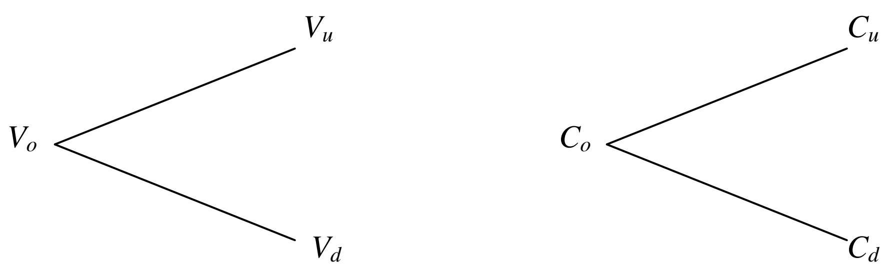


Figura 5 – Equivalência entre os valores do ativo replicado e de uma opção

Considerando que o mercado inviabiliza a possibilidade de ganhos de arbitragem, o investidor pode se proteger das volatilidades associadas aos fluxos de caixa do projeto a partir da construção de um portfólio replicado em “*m*” unidades do ativo financiado por uma quantidade “*B*” de dívida sem risco. Nesse contexto, o valor do projeto pode ser mensurado da seguinte forma:

$$C_u = mV_u + B(1+r)$$

$$C_o = mV_o - B$$

$$C_d = mV_d + B(1+r)$$

Dessa forma, na situação de equilíbrio tem-se que:

$$C_u - C_d = [mV_u + B(1+r)] - [mV_d + B(1+r)]$$

$$m = (C_u - C_d) / (V_u - V_d)$$

Um dos principais desafios para se aplicar a abordagem do portfólio replicado é identificar um ativo cujo preço esteja plenamente correlacionado com o de um determinado projeto. Como alternativa, Copeland e Antikarov (2002, p. 95) sugerem que o próprio valor do projeto, sem flexibilidade, seja utilizado como ativo subjacente ao risco, pois ele se constitui como a melhor estimativa não tendenciosa do valor do projeto, caso este fosse negociado no mercado.

2.4.4.4.
A utilização da Simulação de Monte Carlo ("SMC")

Em 1977, Boyle introduziu a aplicação da Simulação de Monte Carlo na precificação de opções financeiras, que ocorre em três etapas:

- simulação do preço de um determinado ativo e de algumas variáveis, tais como: sua volatilidade, taxa de câmbio, taxa livre de risco, entre outras;
- determinação do *payoff* desse ativo; e
- apuração de uma média das simulações, para mensuração do preço da opção.

No primeiro passo, são gerados os números aleatórios para cada uma das variáveis, assim como suas distribuições de probabilidade. Além disso, é identificado o comportamento do preço do ativo, ou seja, sua trajetória ao longo do tempo. Essa premissa está baseada no teorema de Samuelson que afirma que preços antecipados e fluxos de caixa flutuam de forma aleatória[17]. Dessa forma, independentemente do comportamento dos fluxos de caixa associados a um ativo, as variações no valor presente desses fluxos se comportarão de maneira aleatória, ou seja, randômica (Copeland e Antikarov, 2001, p. 245).

Nesse sentido, quaisquer incertezas relacionadas aos fluxos de caixa podem ser inter-relacionadas e analisadas com base na SMC. Todavia, a validade dessa premissa parte do pressuposto de que os mercados são eficientes, ou seja, todos os reflexos provenientes de informações disponíveis no mercado, a respeito de um determinado ativo, estão incorporados ao preço desse ativo.

A cada interação dos processos estocásticos das variáveis relacionadas ao projeto, a SMC gera um novo conjunto de fluxos de caixa futuros, e, consequentemente, um novo valor para o projeto. Dessa forma, a volatilidade do valor do projeto pode ser mensurada a partir de um número razoável de interações.

O segundo passo está relacionado ao tipo de opção que se pretende precificar, ou seja, se a opção for européia, o *payoff* será calculado ao término do prazo de exercício, ao passo que se for americana, existirá mais de um *payoff*, que será periodicamente comparado ao valor de mercado da opção.

Por fim, o terceiro passo é a mensuração do preço da opção, que será apresentado em um intervalo, definido em função do seu desvio padrão e do grau de confiança a ele atribuído. Ao invés de se ater apenas à determinação de um único valor, combinam-se modelos determinísticos e probabilísticos, que é um dos diferenciais na utilização desse método de precificação.

[17] Em 1965, Paul Samuelson, foi agraciado com o prêmio Nobel e se tornou o primeiro economista a receber a referida láurea. Em seu trabalho, provou que a taxa de retorno de qualquer título seguirá um caminho aleatório, independentemente do comportamento dos fluxos de caixa esperados, mas desde que os investidores possuam todas as informações sobre os referidos fluxos. Segundo Samuelson, toda informação sobre os fluxos já foi incorporada ao preço do ativo e, caso as expectativas sejam confirmadas, os investidores obterão exatamente a taxa de retorno inicialmente projetada. Todavia, caso ocorra algum desvio em relação à expectativa inicial, o preço do ativo não irá variar conforme previsão. Esses desvios, conforme Samuelson, são aleatórios e, assim, serão os desvios dos retornos.

O processo de SMC pode ser resumido conforme figura 6:

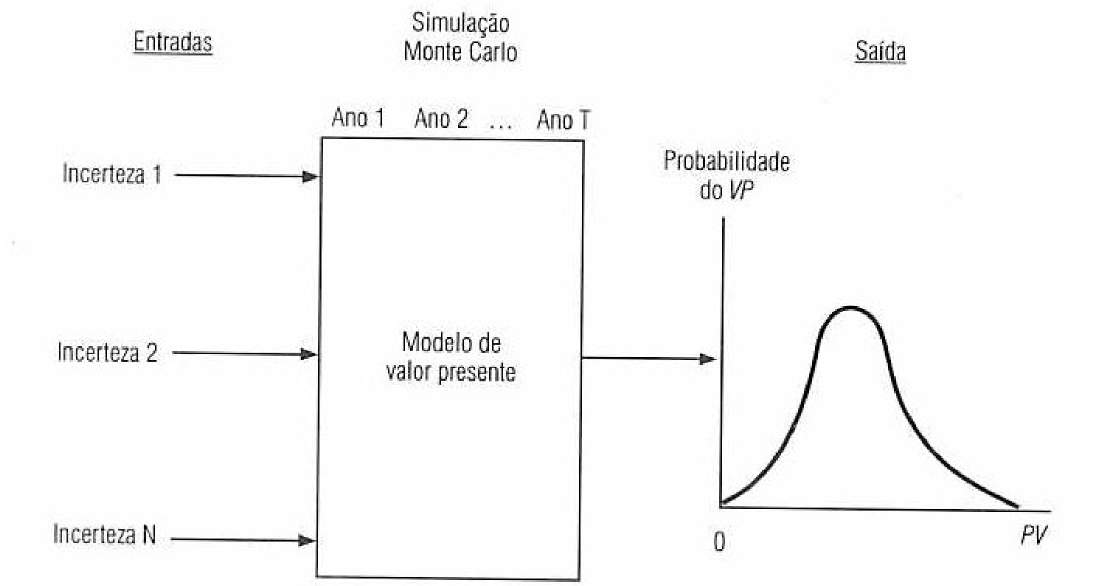


Figura 6 – O processo de Simulação de Monte Carlo
Fonte: Copeland e Antikarov (2001)

Além disso, existem métodos alternativos utilizados geralmente quando se deseja maximizar a acurácia do resultado gerado a partir da simulação, como por exemplo, as técnicas de redução de variância e o método Quasi-Monte Carlo.

Segundo Frota (2003, pp. 18 e 19), a utilização do SMC ocorre quando uma ou mais das seguintes características estão presentes:

- processos estocásticos mais complexos se comparados ao MGB;
- opções dependentes de diversas variáveis e de processos estocásticos variados, tais como taxa de câmbio, taxa de juros, entre outras; e
- *payoffs* dependentes da trajetória de preços do ativo, tais como as opções americanas, na qual não apenas o valor corrente do ativo mas seu respectivo histórico deve ser considerado na precificação da opção.

Alguns autores, tais como Hull (2005), Gamba (2002), Broadie (2000), argumentam que a SMC não se aplica às opções americanas, pois, por ser essencialmente um modelo do tipo *forward* não é capaz de identificar o momento ótimo para o exercício antecipado da opção, preferencialmente definido de maneira recursiva (*backward*). Todavia, Frota (2003) demonstra que o exercício antecipado de uma opção pode ser incorporado à SMC, como por exemplo, nos modelos de *Least Squares Monte Carlo* (“LSM”) e de Grant, Vora e Weeks (“GVW”), comentados brevemente a seguir.

2.4.4.5.
Programação dinâmica

A utilização da programação dinâmica é sugerida nas situações em que o projeto é desenvolvido em mercados incompletos, ou seja, quando não existe um ativo no mercado cujo preço esteja plenamente correlacionado com o valor do projeto. Além disso, o modelo é utilizado quando existe a possibilidade de se exercer a opção de forma antecipada, a exemplo das opções americanas.

Dessa forma, a avaliação da opção é segregada em duas partes: a primeira objetiva mensurar o valor auferido em um curto intervalo de tempo, enquanto que a segunda se propõe a calcular o valor esperado dos fluxos de caixa futuros, partindo-se do pressuposto que todas as decisões futuras são ótimas. Esses fluxos de caixa são trazidos a valor presente por uma taxa de desconto arbitrária (“ρ”).

A solução do modelo é identificada de maneira recursiva, ou seja, parte-se dos pontos finais da árvore de decisões até o seu início, sempre considerando que todas as decisões tomadas ao longo do período são ótimas. Os valores das oportunidades de tomada de decisão ótima podem ser expressos como segue:

$$F_o = \max \left\{V_o - I, \frac{1}{(1 + r)} E_o(F_1)\right\}, \text{ onde}$$

F_o: valor da oportunidade ótima

V_o: valor presente dos fluxos de caixa

I: valor do investimento

E_o: valor esperado da oportunidade ótima

F_1: valor da oportunidade no instante "1"

r: taxa de desconto

A programação dinâmica pode ser expressa também pela Equação Geral de Bellman, escrita como segue:

$$F_t(x_t) = max\ \{C_t(x_t, u_t) + \frac{1}{(1+\rho)} E_t\ [(F_{t+1}\ (x_{t+1})]\},\ \text{onde}$$

$C_t(x_t, u_t)$: fluxo de lucro no instante "t"

u_t: variável de controle utilizada para maximizar o valor do projeto

ρ: taxa de desconto exógena definida arbitrariamente

Pode-se demonstrar matematicamente (Brandão, 2002), (Dixit e Pindyck, 1994) que a equação obtida por essa metodologia de avaliação é a equivalente à proposta pelo método *Contingent Claims Analysis*. Além disso, uma das principais críticas em relação a esse modelo é a arbitrariedade na definição da taxa de desconto dos fluxos de caixa futuros. Copeland e Antikarov (2002, p. 272) propõem, inclusive, que os fluxos de caixa associados a incertezas, para as quais não existe ativo cuja volatilidade possa ser correlacionada, devam ser descontados à taxa livre de risco.

2.4.4.6.
Outros modelos

Longstaff e Schwartz (2001) propuseram a abordagem do "*Least Squares Monte Carlo*", utilizada inicialmente para a resolução de problemas relacionados à precificação de opções americanas, cujo exercício pode ocorrer de forma antecipada. Os autores argumentam ainda que o modelo pode ser utilizado em outras aplicações, tais como: (i) situações nas quais o valor da opção depende de mais de uma variável; (ii) hipóteses nas quais as variáveis associadas à opção possuem processo estocástico de "*jump diffusion*"[18]; (iii) processos não relacionados à propriedade de Markov, ou seja, onde o valor futuro de uma variável depende de seu valor presente e de informações históricas relacionadas ao seu comportamento; entre outras aplicações.

Essa abordagem parte do pressuposto que o titular de uma opção americana pode exercer o seu direito de forma antecipada, desde que o valor do *payoff* do exercício imediato seja superior à expectativa futura de manter a opção até o término do prazo do exercício. Dessa forma, a decisão ótima está suportada, fundamentalmente, no valor dessa expectativa futura. A exemplo da programação dinâmica, o modelo é aplicado de maneira recursiva, ou seja, parte-se dos pontos finais da árvore de decisões até o seu início.

Nesse contexto, a decisão ótima pode ser obtida a partir de uma equação de regressão simples, na qual a variável dependente é o valor *ex-post* dos *payoff* a serem obtidos, caso a opção não seja exercida de forma antecipada, e as independentes são as variáveis relacionadas ao preço do ativo subjacente. Nessa equação de regressão, são considerados apenas os cenários em que a opção seria exercida – caso o *payoff* fosse positivo – o que torna a utilização do modelo mais ágil do ponto de vista de tempo consumido no processamento da avaliação da opção.

[18] Modelo de avaliação de opções onde o preço do ativo descreve um comportamento com "saltos" superpostos a um processo difuso, como por exemplo, um MGB.